

2017 年湖南省永州市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 10 小题，合计 40 分）

1. (4 分) -8 的绝对值是 ()

- A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

2. (4 分) $x=1$ 是关于 x 的方程 $2x - a = 0$ 的解，则 a 的值是 ()

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

3. (4 分) 江永女书诞生于宋朝，是世界上唯一一种女性文字，主要书写在精制布面、扇面、布帕等物品上，是一种独特而神奇的文化现象. 下列四个文字依次为某女书传人书写的“女书文化”四个字，基本是轴对称图形的是 ()



4. (4 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a \cdot a^2 = a^2$ B. $(ab)^2 = ab$ C. $3^{-1} = \frac{1}{3}$ D. $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{10}$

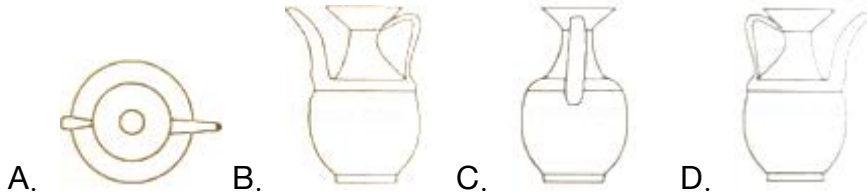
5. (4 分) 下面是某一天永州市 11 个旅游景区最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 的统计表:

景区	潇水湖	东山景区	浯溪碑林	舜皇山	阳明山	鬼崽岭	九嶷山	上甘棠	涔天河	湘江源	南武当
气温	31	30	31	25	28	27	26	28	28	25	29

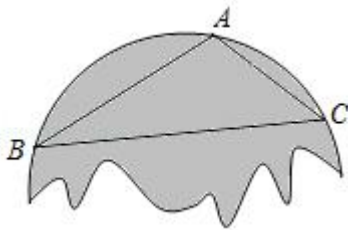
则下列说法正确的是 ()

- A. 该组数据的方差为 0 B. 该组数据的平均数为 25
C. 该组数据的中位数为 27 D. 该组数据的众数为 28

6. (4 分) 湖南省第二次文物普查时，省考古研究所在冷水滩钱家州征集到一个宋代“青釉瓜棱形瓷执壶”的主视图，该壶为盛酒器，瓷质，侈口，喇叭形长颈，长立把，则该“青釉瓜棱形瓷执壶”的主视图是 ()

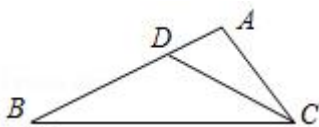


7. (4 分) 小红不小心把家里的一块圆形玻璃打碎了，需要配制一块同样大小的玻璃镜，工人师傅在一块如图所示的玻璃镜残片的边缘描出了点 A，B，C，给出三角形 ABC，则这块玻璃镜的圆心是 ()



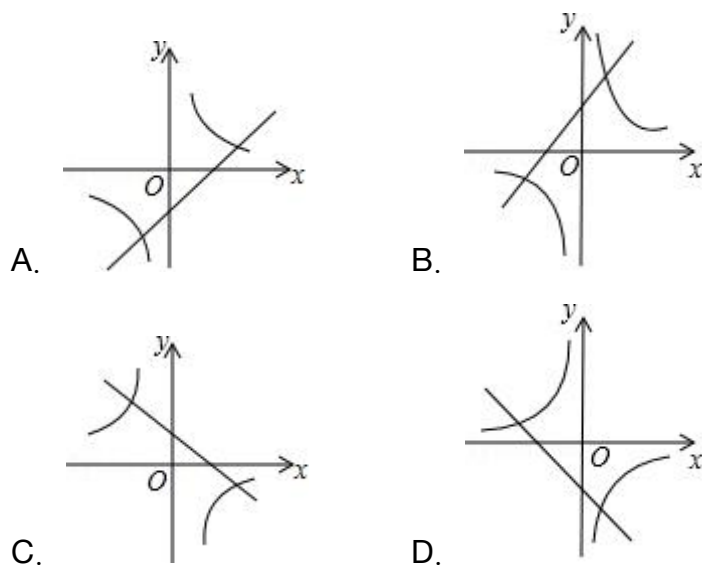
- A. AB，AC 边上的中线的交点
- B. AB，AC 边上的垂直平分线的交点
- C. AB，AC 边上的高所在直线的交点
- D. $\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的角平分线的交点

8. (4 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上的一点，若 $\angle ACD = \angle B$ ， $AD = 1$ ， $AC = 2$ ， $\triangle ADC$ 的面积为 1，则 $\triangle BCD$ 的面积为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. (4 分) 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = x + k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象大致是 ()



10. (4 分) 已知从 n 个人中, 选出 m 个人按照一定的顺序排成一行, 所有不同的站位方法有 $n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)$ 种. 现某校九年级甲、乙、丙、丁 4 名同学和 1 位老师共 5 人在毕业前合影留念 (站成一行). 若老师站在中间, 则不同的站位方法有 ()
- A. 6 种 B. 20 种 C. 24 种 D. 120 种

二、填空题: (每小题 4 分, 共 8 小题, 合计 32 分)

11. (4 分) 2017 年端午小长假的第一天, 永州市共接待旅客约 275 000 人次, 请将 275 000 用科学记数法表示为_____.

12. (4 分) 满足不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$ 的整数解是_____.

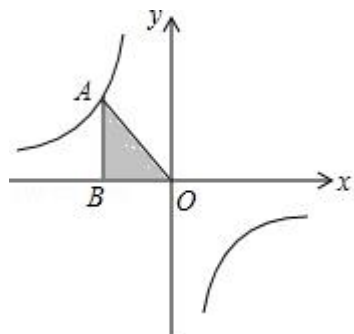
13. (4 分) 某水果店搞促销活动, 对某种水果打 8 折出售, 若用 60 元钱买这种水果, 可以比打折前多买 3 斤. 设该种水果打折前的单价为 x 元, 根据题意可列方程为_____.

14. (4 分) 把分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张同样的小卡片放进不透明的盒子里, 搅拌均匀后随机取出一张小卡片, 则取出的卡片上的数字大于 3 的概率

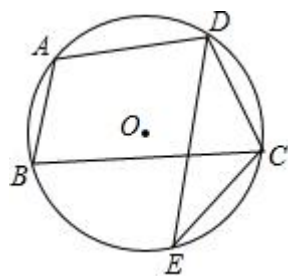
是_____.

15. (4分) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 A ,

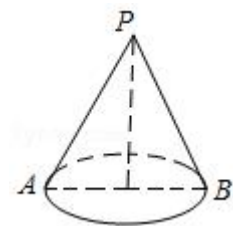
过 A 点作 $AB \perp x$ 轴, 垂足为 B . 若 $\triangle AOB$ 的面积为 1, 则 $k =$ _____.



16. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 点 D 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 点 E 是 $\widehat{BC}$ 上的一点, 若 $\angle CED = 40^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____度.



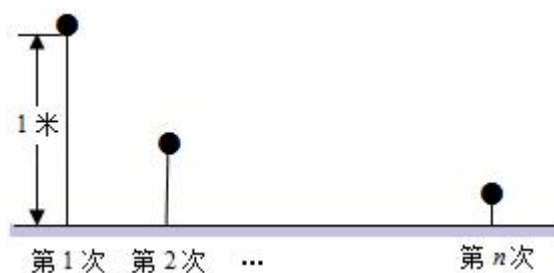
17. (4分) 如图, 这是某同学用纸板做成的一个底面直径为 10cm, 高为 12cm 的无底圆锥形玩具 (接缝忽略不计), 则做这个玩具所需纸板的面积是 cm^2 (结果保留 π).



18. (4分) 一小球从距地面 1m 高处自由落下, 每次着地后又跳回到原高度的一半再落下.

(1) 小球第 3 次着地时, 经过的总路程为_____m;

(2) 小球第 n 次着地时, 经过的总路程为_____m.



三、解答题：本大题共 8 个小题，满分 78 分.

19. (8 分) 计算: $\sqrt{2}\cos 45^{\circ} + (\pi - 2017)^0 - \sqrt{9}$.

20. (8 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x}\right) \div \frac{x^2+4x+4}{x}$. 其中 x 是 0, 1, 2 这三个数中合适的数.

21. (8 分) 某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动, 了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱, 便于今后更好地开展安全教育活动. 根据调查结果, 绘制出图 1, 图 2 两幅不完整的统计图.

请结合图中的信息解答下列问题:

(1) 本次调查的人数为_____, 其中防校园欺凌意识薄弱的人数占_____ %;

(2) 补全条形统计图;

- (3) 若该校共有 1500 名学生，请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数；
- (4) 请你根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议.

各种安全意识薄弱人数的比例统计图

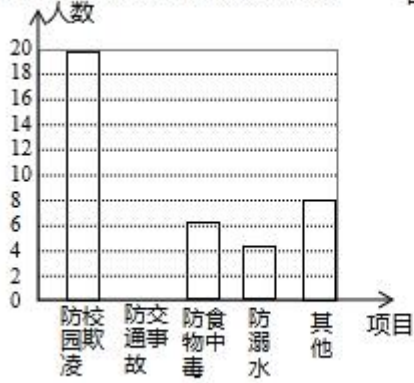


图1

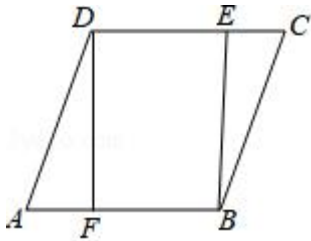
各种安全意识薄弱人数统计图



图2

22. (10 分) 如图，已知四边形 $ABCD$ 是菱形， $DF \perp AB$ 于点 F ， $BE \perp CD$ 于点 E .

- (1) 求证: $AF=CE$;
- (2) 若 $DE=2$ ， $BE=4$ ，求 $\sin \angle DAF$ 的值.



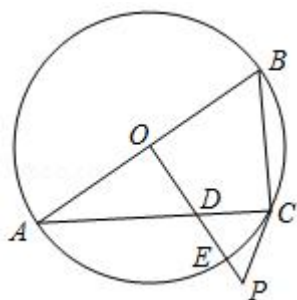
23. (10 分) 永州市是一个降水丰富的地区，今年 4 月初，某地连续降雨导致该地某水库水位持续上涨，下表是该水库 4 月 1 日 ~ 4 月 4 日的水位变化情况：

日期 x	1	2	3	4
水位 y (米)	20.00	20.50	21.00	21.50

- (1) 请建立该水库水位 y 与日期 x 之间的函数模型;
- (2) 请用求出的函数表达式预测该水库今年 4 月 6 日的水位;
- (3) 你能用求出的函数表达式预测该水库今年 12 月 1 日的水位吗?

24. (10 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 过 O 点作 $OP \perp AB$, 交弦 AC 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 E , 且使 $\angle PCA = \angle ABC$.

- (1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\angle P = 60^\circ$, $PC = 2$, 求 PE 的长.



25. (12 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(1, 1)$ 两点.

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 阅读理解:

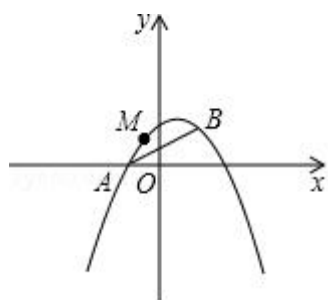
在同一平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = k_1x + b_1$ (k_1, b_1 为常数, 且 $k_1 \neq 0$), 直线 $l_2: y = k_2x + b_2$ (k_2, b_2 为常数, 且 $k_2 \neq 0$), 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $k_1 \cdot k_2 = -1$.

解决问题:

①若直线 $y=3x-1$ 与直线 $y=mx+2$ 互相垂直，求 m 的值；

②抛物线上是否存在点 P ，使得 $\triangle PAB$ 是以 AB 为直角边的直角三角形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) M 是抛物线上一动点，且在直线 AB 的上方（不与 A ， B 重合），求点 M 到直线 AB 的距离的最大值.



26. (12 分) 已知点 O 是正方形 $ABCD$ 对角线 BD 的中点.

(1) 如图 1，若点 E 是 OD 的中点，点 F 是 AB 上一点，且使得 $\angle CEF=90^\circ$ ，过点 E 作 $ME \parallel AD$ ，交 AB 于点 M ，交 CD 于点 N .

- ① $\angle AEM = \angle FEM$; ② 点 F 是 AB 的中点;

(2) 如图 2, 若点 E 是 OD 上一点, 点 F 是 AB 上一点, 且使 $\frac{DE}{DO} = \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$, 请判断 $\triangle EFC$ 的形状, 并说明理由;

(3) 如图 3, 若 E 是 OD 上的动点 (不与 O, D 重合), 连接 CE , 过 E 点作 $EF \perp CE$, 交 AB 于点 F , 当 $\frac{DE}{DB} = \frac{m}{n}$ 时, 请猜想 $\frac{AF}{AB}$ 的值 (请直接写出结论).

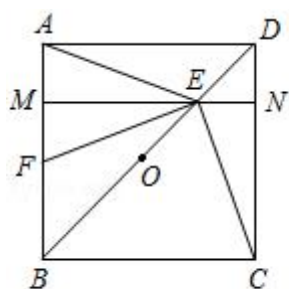


图 1

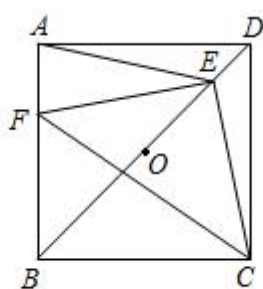


图 2

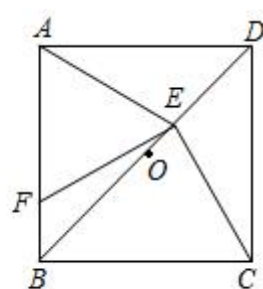


图 3

2017 年湖南省永州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 10 小题，合计 40 分）

1. (4 分) (2017•永州) -8 的绝对值是 ()

- A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据一个负数的绝对值是它的相反数即可求解.

【解答】解: -8 的绝对值是 8.

故选 A.

【点评】本题考查了绝对值的意义, 如果用字母 a 表示有理数, 则数 a 绝对值要由字母 a 本身的取值来确定: ①当 a 是正数时, a 的绝对值是它本身 a ; ②当 a 是负数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$; ③当 a 是零时, a 的绝对值是零.

2. (4 分) (2017•永州) $x=1$ 是关于 x 的方程 $2x - a = 0$ 的解, 则 a 的值是 ()

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

【考点】85: 一元一次方程的解.

【分析】根据方程的解的概念即可求出 a 的值.

【解答】解: 将 $x=1$ 代入 $2x - a = 0$ 中,

$$\therefore 2 - a = 0,$$

$$\therefore a = 2$$

故选 (B)

【点评】本题考查一元一次方程的解, 解题的关键是正确理解方程的解的概念, 本题属于基础题型.

3. (4 分) (2017•永州) 江永女书诞生于宋朝, 是世界上唯一一种女性文字, 主

要书写在精制布面、扇面、布帕等物品上，是一种独特而神奇的文化现象. 下列四个文字依次为某女书传人书写的“女书文化”四个字，基本是轴对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形.

【分析】利用轴对称图形定义判断即可.

【解答】解：下列四个文字依次为某女书传人书写的“女书文化”四个字，基本是



轴对称图形的是 ,

故选 A

【点评】此题考查了轴对称图形，熟练掌握轴对称图形的定义是解本题的关键.

4. (4 分) (2017•永州) 下列运算正确的是 ()

A. $a \cdot a^2 = a^2$ B. $(ab)^2 = ab$ C. $3^{-1} = \frac{1}{3}$ D. $\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{10}$

【考点】78: 二次根式的加减法; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 6F: 负整数指数幂.

【分析】根据同底数幂的乘法法则对 A 进行判断; 根据积的乘方对 B 进行判断; 根据负整数指数幂的意义对 C 进行判断; 根据二次根式的加减法对 D 进行判断.

【解答】解: A、原式= a^3 , 所以 A 选项错误;

B、原式= a^2b^2 , 所以 B 选项错误;

C、原式= $\frac{1}{3}$ 所以 C 选项正确;

D、原式= $2\sqrt{5}$, 所以 D 选项错误.

故选 C.

【点评】 本题考查了二次根式的加减法：二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变．也考查了整式的运算．

5. (4 分) (2017•永州) 下面是某一天永州市 11 个旅游景区最高气温 (单位: °C) 的统计表:

景区	潇水湖	东山景区	浯溪碑林	舜皇山	阳明山	鬼崽岭	九嶷山	上甘棠	涔天河	湘江源	南武当
气温	31	30	31	25	28	27	26	28	28	25	29

则下列说法正确的是 ()

- A. 该组数据的方差为 0 B. 该组数据的平均数为 25
- C. 该组数据的中位数为 27 D. 该组数据的众数为 28

【考点】 W7： 方差； W1： 算术平均数； W4： 中位数； W5： 众数.

【分析】 根据众数是一组数据中出现次数最多的数据即可得到结论.

【解答】 解： ∵ 在这组数据中 28 出现的次数最多是 3 次，

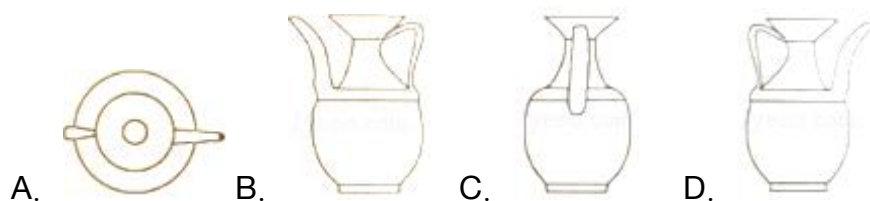
∴ 该组数据的众数为 28，

故选 D.

【点评】 本题考查了一组数据的方差、平均数，中位数和众数．一些学生往往对这些概念掌握不清楚而误选其它选项．注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求．如果是偶数个则找中间两位数的平均数．

6. (4 分) (2017•永州) 湖南省第二次文物普查时，省考古研究所在冷水滩钱家州征集到一个宋代“青釉瓜棱形瓷执壶”的主视图，该壶为盛酒器，瓷质，侈口，喇叭形长颈，长立把，则该“青釉瓜棱形瓷执壶”的主视图是 ()





【考点】U2：简单组合体的三视图.

【分析】根据从前面看的到的视图是主视图.

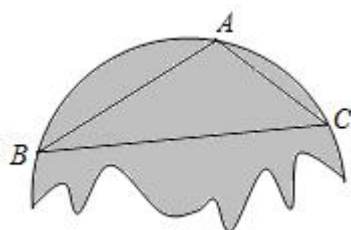


【解答】解：该“青釉瓜棱形瓷执壶”的主视图是

故选：D.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，确定俯视图、左视图、主视图是解题关键.

7. (4 分) (2017•永州) 小红不小心把家里的一块圆形玻璃打碎了，需要配制一块同样大小的玻璃镜，工人师傅在一块如图所示的玻璃镜残片的边缘描出了点 A, B, C, 给出三角形 ABC, 则这块玻璃镜的圆心是 ()



- A. AB, AC 边上的中线的交点
- B. AB, AC 边上的垂直平分线的交点
- C. AB, AC 边上的高所在直线的交点
- D. $\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的角平分线的交点

【考点】M3：垂径定理的应用.

【分析】根据题意可知所求的圆形玻璃是 $\triangle ABC$ 的外接圆，从而可以解答本题.

【解答】解：由题意可得，

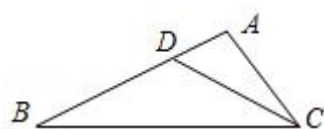
所求的圆形玻璃是 $\triangle ABC$ 的外接圆，

∴这块玻璃镜的圆心是 $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点,

故选 B.

【点评】 本题考查垂径定理的应用, 解答本题的关键是明确三角形外接圆的圆心是三边垂直平分线的交点.

8. (4 分) (2017•永州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上的一点, 若 $\angle ACD = \angle B$, $AD=1$, $AC=2$, $\triangle ADC$ 的面积为 1, 则 $\triangle BCD$ 的面积为 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 $\angle ACD = \angle B$ 结合公共角 $\angle A = \angle A$, 即可证出 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 根据

相似三角形的性质可得出 $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AC}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 结合 $\triangle ADC$ 的面积为 1, 即可

求出 $\triangle BCD$ 的面积.

【解答】 解: $\because \angle ACD = \angle B$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AD}{AC}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

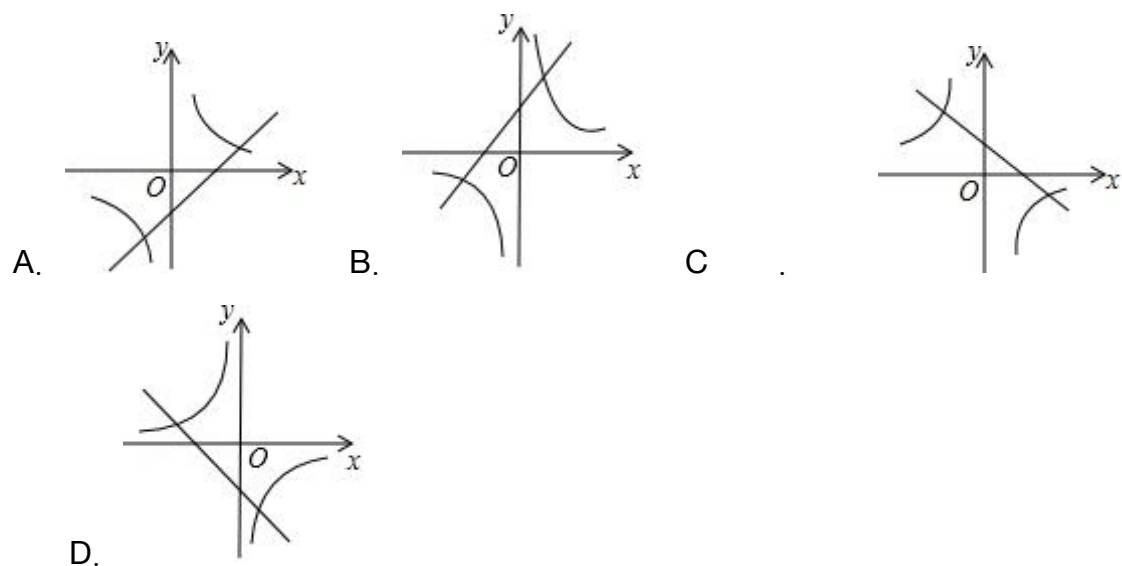
$$\therefore S_{\triangle ACD} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 4, S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ACD} = 3.$$

故选 C.

【点评】 本题考查相似三角形的判定与性质, 牢记“相似三角形的面积比等于相似比的平方”是解题的关键.

9. (4分) (2017•永州) 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=x+k$ 与 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象大致是 ()



【考点】 G2: 反比例函数的图象; F3: 一次函数的图象.

【分析】 根据已知解析式和函数的图象和性质逐个判断即可.

【解答】 解: A、从正比例函数图象看出 $k < 0$, 而从反比例函数图象看出 $k > 0$, 故本选项不符合题意;

B、从正比例函数图象看出 $k > 0$, 而从反比例函数图象看出 $k > 0$, 故本选项符合题意;

C、从正比例函数图象看出 $k > 0$, 而从反比例函数图象看出 $k < 0$, 故本选项不符合题意;

D、从正比例函数图象看出 $k < 0$, 而从反比例函数图象看出 $k < 0$, 但解析式 $y=x+k$ 的图象和图象不符, 故本选项不符合题意;

故选 B.

【点评】 本题考查了反比例函数和一次函数的图象和性质, 能灵活运用图象和性质进行判断是解此题的关键.

10. (4分) (2017•永州) 已知从 n 个人中, 选出 m 个人按照一定的顺序排成一行, 所有不同的站位方法有 $n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)$ 种. 现某校九年级甲、乙、丙、丁 4 名同学和 1 位老师共 5 人在毕业前合影留念 (站成一行). 若

老师站在中间，则不同的站位方法有（ ）

A. 6 种 B. 20 种 C. 24 种 D. 120 种

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】分为四步，第一步甲有 4 种选法，第二步：乙同学 3 种选法，第三步：丙同学 2 种选法，第四步：丁同学 1 种选法.

【解答】解：老师在中间，故第一位同学有 4 种选择方法，第二名同学有 3 种选法，第三名同学有 2 种选法，第四名同学有 1 种选法，故共有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 种.

故选：C.

【点评】本题主要考查的是排列组合的应用，优先分析受限制元素是解题的关键.

二、填空题：（每小题 4 分，共 8 小题，合计 32 分）

11. (4 分) (2017•永州) 2017 年端午小长假的第一天，永州市共接待旅客约 275 000 人次，请将 275 000 用科学记数法表示为 2.75×10^5 .

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 275 000 用科学记数法表示为 2.75×10^5 ，
故答案为： 2.75×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (4 分) (2017•永州) 满足不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$ 的整数解是 0.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】先求出不等式的解集, 再求出不等式组的解集, 找出不等式组的整数解即可.

【解答】解: $\because$ 解不等式 $2x - 1 \leq 0$ 得: $x \leq \frac{1}{2}$,

解不等式 $x + 1 > 0$ 得: $x > -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $-1 < x \leq \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 整数解为 0,

故答案为 0.

【点评】本题考查了解一元一次不等式, 解一元一次不等式组的应用, 解此题的关键是求出不等式组的解集.

13. (4 分) (2017•永州) 某水果店搞促销活动, 对某种水果打 8 折出售, 若用 60 元钱买这种水果, 可以比打折前多买 3 斤. 设该种水果打折前的单价为 x 元, 根据题意可列方程为 $\frac{60}{x} = \frac{60}{0.8x} - 3$.

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【分析】本题可根据: 60 元打折前买的斤数比打折后买的斤数少 3 斤, 然后即可列出方程.

【解答】解: 依题意得: $\frac{60}{x} = \frac{60}{0.8x} - 3$,

故答案为: $\frac{60}{x} = \frac{60}{0.8x} - 3$.

【点评】本题考查降分式方程, 由: 60 元打折前买的斤数比打折后买的斤数少 3 斤可以列出方程.

14. (4 分) (2017•永州) 把分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张同样的小卡片放进不透明的盒子里, 搅拌均匀后随机取出一张小卡片, 则取出的卡片上的数字大于 3 的概率是 $\frac{2}{5}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】找出大于 3 的卡片的个数，根据概率公式即可得出结论.

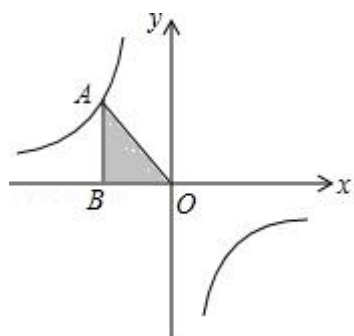
【解答】解：∵在 1、2、3、4、5 中大于 3 的只有 4、5，

∴取出的卡片上的数字大于 3 的概率是 $\frac{2}{5}$

故答案为： $\frac{2}{5}$

【点评】本题考查了概率公式，牢记“随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ ”是解题的关键.

15. (4 分) (2017•永州) 如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象经过点 A，过 A 点作 $AB \perp x$ 轴，垂足为 B. 若 $\triangle AOB$ 的面积为 1，则 $k = \underline{-2}$.



【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义.

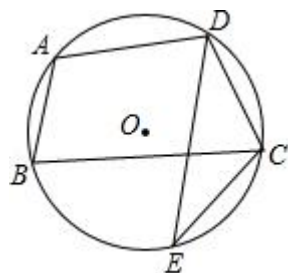
【分析】根据反比例函数的性质可以得到 $\triangle AOB$ 的面积等于 $|k|$ 的一半，由此可以得到它们的关系.

【解答】解：依据比例系数 k 的几何意义可得两个三角形的面积都等于 $\frac{1}{2}|k| = 1$ ，
解得 $k = -2$ ，

故答案为： -2 .

【点评】本题考查反比例系数 k 的几何意义，过双曲线上的任意一点分别向两条坐标作垂线，与坐标轴围成的矩形面积就等于 $|k|$. 该知识点是中考的重要考点，同学们应高度关注.

16. (4分) (2017•永州) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 点 D 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 点 E 是 $\widehat{BC}$ 上的一点, 若 $\angle CED=40^\circ$, 则 $\angle ADC=$ 100 度.



【考点】 M6: 圆内接四边形的性质; M5: 圆周角定理.

【分析】 先求出 $\angle AEC$, 再用圆内接四边形的性质即可得出结论.

【解答】 解: 如图,

连接 AE ,

$\because$ 点 D 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

$\therefore \angle AED = \angle CED$,

$\because \angle CED = 40^\circ$,

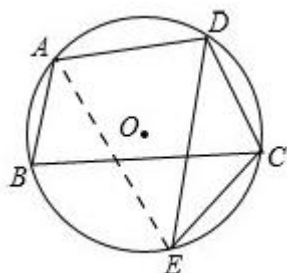
$\therefore \angle AEC = 2\angle CED = 80^\circ$,

$\because$ 四边形 $ADCE$ 是圆内接四边形,

$\therefore \angle ADC + \angle AEC = 180^\circ$,

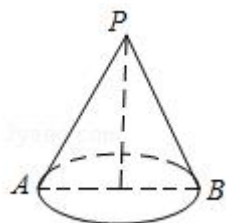
$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle AEC = 100^\circ$,

故答案为: 100.



【点评】 此题主要考查了圆内接四边形的性质, 同圆中, 等弧所对的圆周角相等, 解本题的关键是作出辅助线.

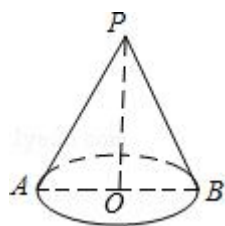
17. (4 分) (2017•永州) 如图, 这是某同学用纸板做成的一个底面直径为 10cm, 高为 12cm 的无底圆锥形玩具 (接缝忽略不计), 则做这个玩具所需纸板的面积是 75π cm^2 (结果保留 π).



【考点】 MP: 圆锥的计算.

【分析】 作 $PO \perp AB$ 于 O . 利用勾股定理求出 PA , 求出圆锥的表面积即可解决问题.

【解答】 解: 作 $PO \perp AB$ 于 O .



在 $\text{Rt}\triangle PAO$ 中, $PA = \sqrt{OP^2 + OA^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

$$\therefore S_{\text{表面积}} = 10\pi + \pi \cdot 5 \cdot 13 = 75\pi.$$

$\therefore$ 做这个玩具所需纸板的面积是 $75\pi \text{cm}^2$.

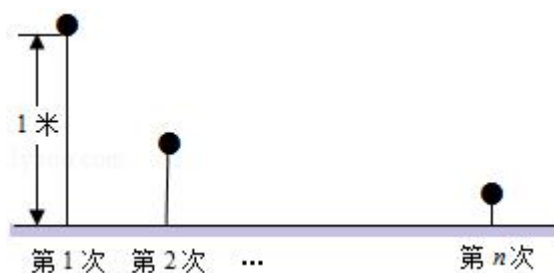
故答案为 75π .

【点评】 本题考查圆锥的表面积、解题的关键是记住圆锥的侧面积公式、底面积公式.

18. (4 分) (2017•永州) 一小球从距地面 1m 高处自由落下, 每次着地后又跳回到原高度的一半再落下.

(1) 小球第 3 次着地时, 经过的总路程为 2.5 m;

(2) 小球第 n 次着地时, 经过的总路程为 $3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ m.



【考点】 HE: 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据题意可以求得小球第 3 次着地时, 经过的总路程;

(2) 根据题意可以求得小球第 n 次着地时, 经过的总路程.

【解答】 解: (1) 由题意可得,

小球第 3 次着地时, 经过的总路程为: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 2.5$ (m),

故答案为: 2.5;

(2) 由题意可得, 小球第 n 次着地时, 经过的总路程为:

$$1 + 2\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right] = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2},$$

故答案为: $3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$.

【点评】 本题考查二次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 找出题目中数的变化规律, 注意每次着地后又跳回到原高度的一半再落下.

三、解答题: 本大题共 8 个小题, 满分 78 分.

19. (8 分) (2017·永州) 计算: $\sqrt{2}\cos 45^\circ + (\pi - 2017)^0 - \sqrt{9}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据特殊角的三角函数值、零指数幂, 算术平方根的定义化简即可.

【解答】 解: 原式 $= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 3$

$$= 1 + 1 - 3$$

$$= -1$$

【点评】 本题考查特殊角的三角函数值、零指数幂, 算术平方根的定义等知识, 解题的关键是熟练掌握基本概念, 属于基础题.

20. (8分) (2017•永州) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x}) \div \frac{x^2+4x+4}{x}$. 其中 x 是 0, 1, 2 这三个数中合适的数.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【分析】这是个分式除法与减法混合运算题, 运算顺序是先做括号内的减法, 此时要注意把各分母先因式分解, 确定最简公分母进行通分; 做除法时要注意先把除法运算转化为乘法运算, 而做乘法运算时要注意先把分子、分母能因式分解的先分解, 然后约分. x 取不 0 和 2 的任何数.

【解答】解: $(\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x}) \div \frac{x^2+4x+4}{x}$

$$= \frac{x^2-4}{x-2} \div \frac{x^2+4x+4}{x}$$
$$= (x+2) \cdot \frac{x}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{x}{x+2}$$

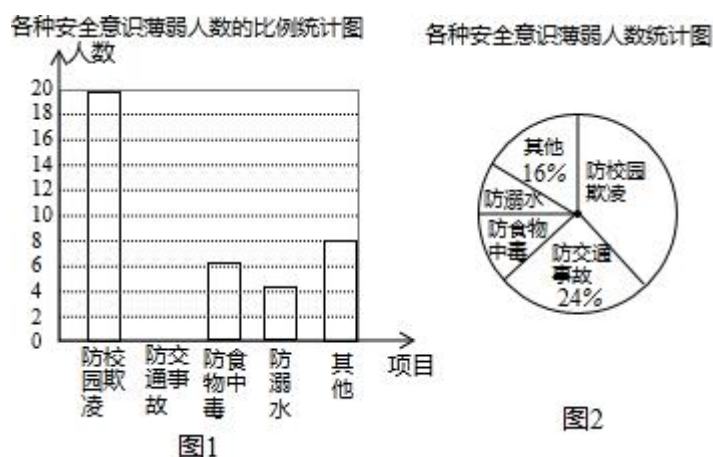
当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$

【点评】本题考查了分式的化简求值. 注意: 取喜爱的数代入求值时, 要特别注意原式及化简过程中的每一步都有意义. 如果取 $x=0$ 和 2, 则原式没有意义,

21. (8分) (2017•永州) 某校组织了一次防溺水、防交通事故、防食物中毒、防校园欺凌及其他各种安全意识的调查活动, 了解同学们在哪些方面的安全意识薄弱, 便于今后更好地开展安全教育活动. 根据调查结果, 绘制出图 1, 图 2 两幅不完整的统计图.

请结合图中的信息解答下列问题:

- (1) 本次调查的人数为 50, 其中防校园欺凌意识薄弱的人数占 40 %;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该校共有 1500 名学生, 请估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数;
- (4) 请你根据题中的信息, 给该校的安全教育提一个合理的建议.



【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

【分析】 (1) 用其它选项的人数除以它占的百分率, 求出本次调查的人数为多少; 然后用防校园欺凌意识薄弱的人数除以总人数, 求出其中防校园欺凌意识薄弱的人数占百分之几即可.

(2) 用本次调查的人数乘防交通事故意识薄弱的占的百分率, 求出防交通事故意识薄弱的有多少人, 并补全条形统计图即可.

(3) 用该校的学生人数乘该校学生中防溺水意识薄弱的人数占的百分率, 求出估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数即可.

(4) 根据题中的信息, 给该校的安全教育提一个合理的建议: 加强学生的防校园欺凌意识.

【解答】 解: (1) 本次调查的人数为:

$$8 \div 16\% = 50 \text{ (人)}$$

其中防校园欺凌意识薄弱的人数占:

$$20 \div 50 = 40\%$$

$$(2) 50 \times 24\% = 12 \text{ (人)}$$

补全条形统计图如下:

各种安全意识薄弱人数的比例统计图

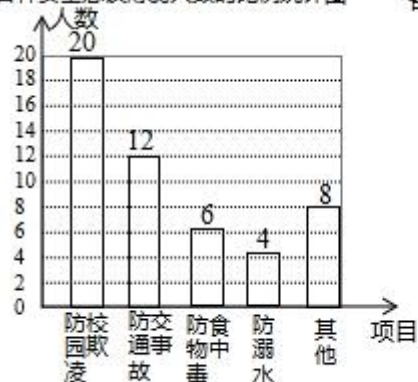


图1

各种安全意识薄弱人数统计图



图2

$$(3) 1500 \times (4 \div 50)$$

$$= 1500 \times 8\%$$

$$= 120 \text{ (人)}$$

答：估计该校学生中防溺水意识薄弱的人数是 120 人.

(4) 根据题中的信息，给该校的安全教育提一个合理的建议：加强学生的防校园欺凌意识.

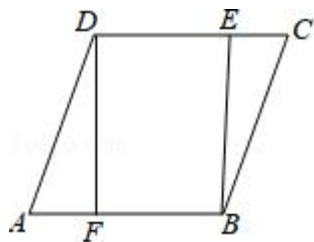
故答案为：50、40.

【点评】此题主要考查了条形统计图、扇形统计图的应用，以及用样本估计总体的方法和应用，要熟练掌握.

22. (10 分) (2017•永州) 如图，已知四边形 ABCD 是菱形， $DF \perp AB$ 于点 F， $BE \perp CD$ 于点 E.

(1) 求证： $AF = CE$;

(2) 若 $DE = 2$ ， $BE = 4$ ，求 $\sin \angle DAF$ 的值.



【考点】 L8：菱形的性质；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 根据平行四边形的判定可得四边形 $BEDF$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质可得 $BF=DE$ ，根据线段的和差关系可得 $AF=CE$ ；

(2) 根据勾股定理可得 AF ， AD 的长，根据三角函数可得 $\sin \angle DAF$ 的值.

【解答】 解：(1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AB=CD$ ，

$\because DF \perp AB$ ， $BE \perp CD$ ，

$\therefore DF \parallel BE$ ，

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形，

$\therefore BF=DE$ ，

$\therefore AF=CE$ ；

(2) $\because DE=2$ ， $BE=4$ ，

$\therefore$ 设 $AD=x$ ，则 $AF=x-2$ ， $AD=BE=4$ ，

在 $Rt\triangle DAF$ 中， $x^2=4^2+(x-2)^2$ ，

解得 $x=5$ ，

$$\therefore \sin \angle DAF = \frac{DF}{AD} = \frac{4}{5}$$

【点评】 考查了菱形的性质，解直角三角形，涉及的知识点有：平行四边形的判定和性质，勾股定理，三角函数，综合性较强，有一定的难度.

23. (10 分) (2017•永州) 永州市是一个降水丰富的地区，今年 4 月初，某地连续降雨导致该地某水库水位持续上涨，下表是该水库 4 月 1 日~4 月 4 日的水位变化情况：

日期 x	1	2	3	4
水位 y (米)	20.00	20.50	21.00	21.50

(1) 请建立该水库水位 y 与日期 x 之间的函数模型；

(2) 请用求出的函数表达式预测该水库今年 4 月 6 日的水位;

(3) 你能用求出的函数表达式预测该水库今年 12 月 1 日的水位吗?

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 由给出的图表可知水库水位 y 与日期 x 之间的函数关系一次函数, 设 $y=kx+b$, 把 $(1, 20)$ 和 $(2, 20.5)$ 代入求出 k 、 b 的值即可;

(2) 把 $x=6$ 代入 (1) 中的函数关系式即可得到今年 4 月 6 日的水位;

(3) 不能, 因为所建立的函数模型远离已知数据作预测是不可靠的.

【解答】 解:

(1) 水库的水位 y 随日期 x 的变化是均匀的, 所以 y 与日期 x 之间的函数为一次函数, 设 $y=kx+b$, 把 $(1, 20)$ 和 $(2, 20.5)$ 代入得

$$\begin{cases} k + b = 20 \\ 2k + b = 20.5 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 0.5 \\ b = 19.5 \end{cases}$$

$$\therefore y = 0.5x + 19.5;$$

(2) 当 $x=6$ 时, $y=3+19.5=22.5$;

(3) 不能, 理由如下:

$\therefore$ 12 月远远大于 4 月,

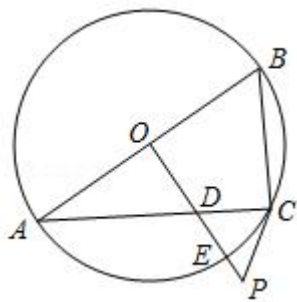
$\therefore$ 所建立的函数模型远离已知数据作预测是不可靠的.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 能够求出一次函数的解析式是解题的关键.

24. (10 分) (2017•永州) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 过 O 点作 $OP \perp AB$, 交弦 AC 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 E , 且使 $\angle PCA = \angle ABC$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle P = 60^\circ$, $PC = 2$, 求 PE 的长.



【考点】ME：切线的判定与性质；KQ：勾股定理；M2：垂径定理.

【分析】(1) 连接 OC ，由 AB 是 $\odot O$ 的直径，得到 $\angle ACB=90^\circ$ ，求得 $\angle BCO+\angle ACO=90^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle B=\angle BCO$ ，等量代换得到 $\angle BCO=\angle ACP$ ，求得 $\angle OCP=90^\circ$ ，于是得到结论；

(2) 解直角三角形即可得到结论.

【解答】解：(1) 连接 OC ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCO+\angle ACO=90^\circ$ ，

$\because OC=OB$ ，

$\therefore \angle B=\angle BCO$ ，

$\because \angle PCA=\angle ABC$ ，

$\therefore \angle BCO=\angle ACP$ ，

$\therefore \angle ACP+\angle OCA=90^\circ$ ，

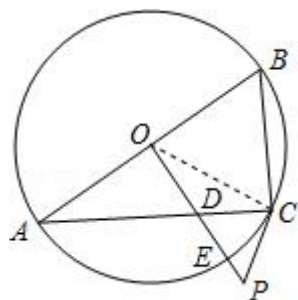
$\therefore \angle OCP=90^\circ$ ，

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because \angle P=60^\circ$ ， $PC=2$ ， $\angle PCO=90^\circ$ ，

$\therefore OC=2\sqrt{2}$ ， $OP=2PC=4$ ，

$$\therefore PE=OP-OE=OP-OC=4.$$



【点评】本题考查了切线的判定，等腰三角形的性质，解直角三角形，正确作出辅助线是解题的关键.

25. (12 分) (2017•永州) 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(1, 1)$ 两点.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 阅读理解:

在同一平面直角坐标系中，直线 $l_1: y=k_1x+b_1$ (k_1, b_1 为常数，且 $k_1 \neq 0$)，直线

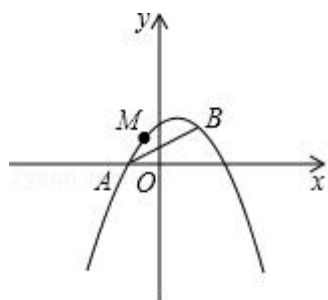
$l_2: y=k_2x+b_2$ (k_2, b_2 为常数，且 $k_2 \neq 0$)，若 $l_1 \perp l_2$ ，则 $k_1 \cdot k_2 = -1$.

解决问题:

①若直线 $y=3x-1$ 与直线 $y=mx+2$ 互相垂直，求 m 的值;

②抛物线上是否存在点 P ，使得 $\triangle PAB$ 是以 AB 为直角边的直角三角形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) M 是抛物线上一动点，且在直线 AB 的上方（不与 A, B 重合），求点 M 到直线 AB 的距离的最大值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 根据待定系数法，可得函数解析式；

(2) 根据垂线间的关系，可得 PA, PB 的解析式，根据解方程组，可得 P 点坐标；

(3) 根据垂直于 x 的直线上两点间的距离是较大的纵坐标减较小的纵坐标，可得 MQ，根据三角形的面积，可得二次函数，根据二次函数的性质，可得面积的最大值，根据三角形的底一定时面积与高成正比，可得三角形高的最大值.

【解答】解：(1) 将 A, B 点坐标代入，得

$$\begin{cases} a - b + 1 = 0 \textcircled{1} \\ a + b + 1 = 1 \textcircled{2} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases},$$

抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$;

(2) ①由直线 $y = 3x - 1$ 与直线 $y = mx + 2$ 互相垂直，得

$$3m = -1,$$

$$\text{即 } m = -\frac{1}{3};$$

$$\textcircled{2}AB \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2},$$

当 $PA \perp AB$ 时，PA 的解析式为 $y = -2x - 2$,

联立 PA 与抛物线，得

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ y = -2x - 2 \end{cases},$$

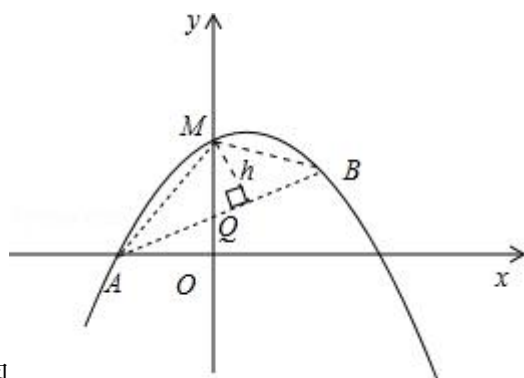
$$\text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (舍)}, \begin{cases} x = 6 \\ y = -14 \end{cases}, \text{ 即 } P(6, -14);$$

当 $PB \perp AB$ 时，PB 的解析式为 $y = -2x + 3$,

联立 PB 与抛物线, 得 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ (舍) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$ 即 P (4, -5),

综上所述: $\triangle PAB$ 是以 AB 为直角边的直角三角形, 点 P 的坐标 (6, -14) (4, -5);



(3) 如图

$$\therefore M(t, -\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1), Q(t, \frac{1}{2}t + \frac{1}{2}),$$

$$\therefore MQ = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}$$

$$S_{\triangle MAB} = \frac{1}{2}MQ|x_B - x_A|$$

$$= \frac{1}{2}(-\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}) \times 2$$

$$= -\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}$$

当 $t=0$ 时, S 取最大值 $\frac{1}{2}$, 即 M (0, 1).

由勾股定理, 得

$$AB = \sqrt{(1+1)^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

设 M 到 AB 的距离为 h, 由三角形的面积, 得

$$h = \frac{1 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot 5}.$$

点 M 到直线 AB 的距离的最大值是 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 解 (1) 的关键是待定系数法, 解 (2)

的关键是利用垂线间的关系得出直线 PA, 或 PB 的解析式, 又利用解方程组;

解 (3) 的关键是利用三角形的底一定时面积与高成正比得出最大面积时高最大.

26. (12 分) (2017·永州) 已知点 O 是正方形 $ABCD$ 对角线 BD 的中点.

(1) 如图 1, 若点 E 是 OD 的中点, 点 F 是 AB 上一点, 且使得 $\angle CEF=90^\circ$, 过点 E 作 $ME \parallel AD$, 交 AB 于点 M , 交 CD 于点 N .

① $\angle AEM = \angle FEM$; ② 点 F 是 AB 的中点;

(2) 如图 2, 若点 E 是 OD 上一点, 点 F 是 AB 上一点, 且使 $\frac{DE}{DO} = \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$, 请判断 $\triangle EFC$ 的形状, 并说明理由;

(3) 如图 3, 若 E 是 OD 上的动点 (不与 O, D 重合), 连接 CE , 过 E 点作 $EF \perp CE$, 交 AB 于点 F , 当 $\frac{DE}{DB} = \frac{m}{n}$ 时, 请猜想 $\frac{AF}{AB}$ 的值 (请直接写出结论).

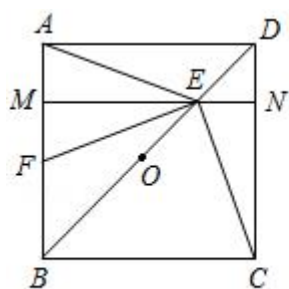


图 1

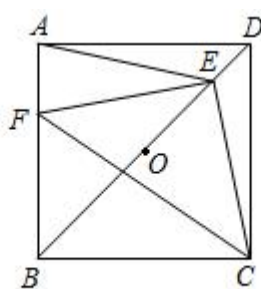


图 2

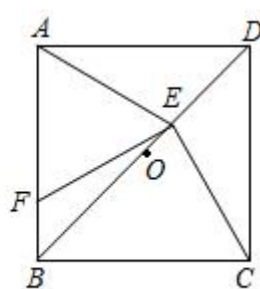


图 3

【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) ① 由正方形的性质得出 $\angle ABD = 45^\circ$, $\angle BAD = \angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$, $AE = CE$, 由 HL 证明 $\text{Rt} \triangle AME \cong \text{Rt} \triangle ENC$, 得出 $\angle AEM = \angle ECN$, 再由角的互余关系即可得出结论;

② 由三角形内角和定理得出 $\angle EAF = \angle EFA$, 证出 $AE = FE$, 由等腰三角形的性质

得出 $AM = FM$, $AF = 2AM$, 求出 $\frac{DE}{DB} = \frac{1}{4}$, 由平行线分线段成比例定理得出 $\frac{AM}{AB} =$

$\frac{DE}{DB} = \frac{1}{4}$ 得出 $\frac{AF}{AB} = \frac{1}{2}$, 即可得出结论;

(2) 过点 E 作 $ME \parallel AD$, 交 AB 于点 M, 交 CD 于点 N. 同 (1) 得: $AE=CE$, $Rt\triangle AME \cong Rt\triangle ENC$, 得出 $\angle AEM = \angle ECN$, $\because \frac{DE}{DO} = \frac{1}{3}$ O 是 DB 的中点, 证出 $\frac{AM}{AB} = \frac{DE}{DB} = \frac{1}{6}$ 得出 $AF=2AM$, 即 M 是 AF 的中点, 由线段垂直平分线的性质得出 $AE=FE$, 证出 $\angle AEM = \angle FEM$, $FE=CE$, 由角的互余关系证出 $\angle CEF=90^\circ$, 即可得出结论;

(3) 同 (1) 即可得出答案.

【解答】 (1) 证明: ① $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle ABD=45^\circ$, $\angle BAD=\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$, $AE=CE$,

$\because ME \parallel AD$,

$\therefore ME \perp AB$, $\angle AME=\angle BME=\angle BAD=90^\circ$, $\angle ENC=\angle ADC=90^\circ$,

$\therefore \triangle BME$ 是等腰直角三角形, 四边形 BCNM 是矩形,

$\therefore BM=EM$, $BM=CN$,

$\therefore EM=CN$,

在 $Rt\triangle AME$ 和 $Rt\triangle ENC$ 中, $\begin{cases} AE = CE \\ EM = CN \end{cases}$,

$\therefore Rt\triangle AME \cong Rt\triangle ENC$ (HL),

$\therefore \angle AEM = \angle ECN$,

$\because \angle CEF=90^\circ$,

$\therefore \angle FEM + \angle CEN = 90^\circ$,

$\because \angle ECN + \angle CEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEM = \angle ECN$,

$\therefore \angle AEM = \angle FEM$;

②在 $\triangle AME$ 和 $\triangle FME$ 中, $\angle AME = \angle FME = 90^\circ$, $\angle AEM = \angle FEM$,

$$\therefore \angle EAF = \angle EFA,$$

$$\therefore AE = FE,$$

$$\therefore ME \perp AF,$$

$$\therefore AM = FM,$$

$$\therefore AF = 2AM,$$

$\therefore$ 点E是OD的中点, O是BD的中点,

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore ME \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{DE}{DB} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 点F是AB的中点;

(2) 解: $\triangle EFC$ 是等腰直角三角形;理由如下:

过点E作 $ME \parallel AD$,交AB于点M,交CD于点N.如图所示:

同(1)得: $AE = CE$, $Rt\triangle AME \cong Rt\triangle ENC$,

$$\therefore \angle AEM = \angle ECN,$$

$$\therefore \frac{DE}{DO} = \frac{1}{3}, \text{ O是DB的中点,}$$

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{1}{6},$$

$$\therefore ME \parallel AD,$$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{DE}{DB} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3}$$

$\therefore AF=2AM$, 即 M 是 AF 的中点,

$\therefore ME \perp AB$,

$\therefore AE=FE$,

$\therefore \angle AEM = \angle FEM$, $FE=CE$,

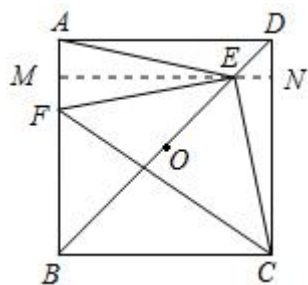
$\therefore \angle ECN + \angle CEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEM + \angle CEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle CEF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EFC$ 是等腰直角三角形;

(3) 解: 当 $\frac{DE}{DB} = \frac{m}{n}$ 时, $\frac{AF}{AB} = \frac{2m}{n}$; 理由同 (1).



【点评】 本题是综合题目, 考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、平行线分线段成比例定理、等腰直角三角形的判定、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的判定与性质等知识; 本题综合性强, 有一定难度.