

2017 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $3m - 2m = 1$ B. $(m^3)^2 = m^6$ C. $(-2m)^3 = -2m^3$ D. $m^2 + m^2 = m^4$

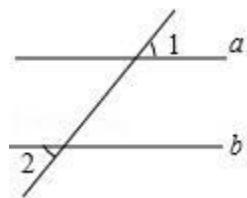
3. 为了贯彻习近平总书记提出的“精准扶贫”战略构想，怀化市 2016 年共扶贫 149700 人，将 149700 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.497×10^5 B. 14.97×10^4 C. 0.1497×10^6 D. 1.497×10^6

4. 下列说法中，正确的是 ()

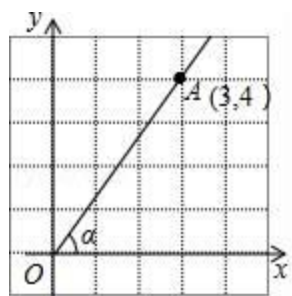
- A. 要了解某大洋的海水污染质量情况，宜采用全面调查方式
B. 如果有一组数据为 5, 3, 6, 4, 2, 那么它的中位数是 6
C. 为了解怀化市 6 月 15 日到 19 日的气温变化情况，应制作折线统计图
D. “打开电视，正在播放怀化新闻节目”是必然事件

5. 如图，直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



- A. 130° B. 50° C. 40° D. 150°

6. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 (3, 4), 那么 $\sin \alpha$ 的值是 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

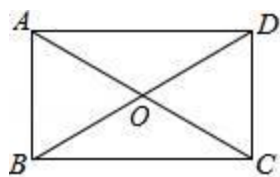
7. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根，则 $x_1 \cdot x_2$ 的值是 ()

A. 2 B. -2 C. 4 D. -3

8. 一次函数 $y = -2x + m$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$ ，且与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，则 $\triangle AOB$ 的面积是 ()

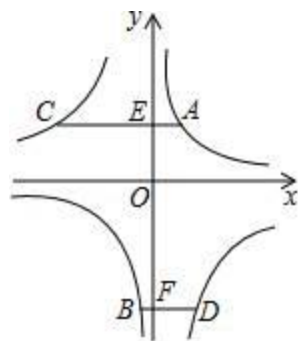
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 8

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ，则 AB 的长是 ()



A. 3cm B. 6cm C. 10cm D. 12cm

10. 如图， A 、 B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上， C 、 D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上， $AC \perp y$ 轴于点 E ， $BD \perp y$ 轴于点 F ， $AC = 2$ ， $BD = 1$ ， $EF = 3$ ，则 $k_1 - k_2$ 的值是 ()



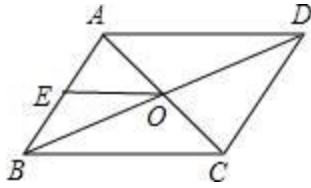
A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

二、填空题 (每题 4 分，满分 24 分，将答案填在答题纸上)

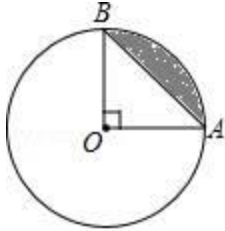
11. 因式分解: $m^2 - m =$ _____.

12. 计算: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} =$ _____.

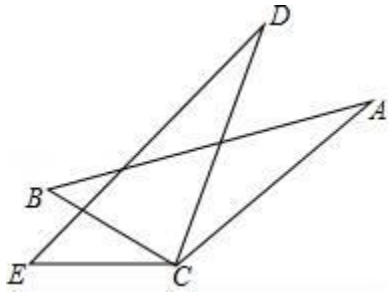
13. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 是 AB 的中点， $OE = 5\text{cm}$ ，则 AD 的长是_____cm.



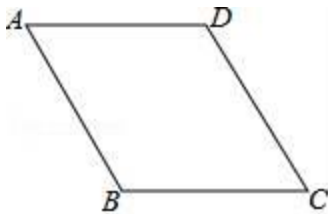
14. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 点 A, B 在 $\odot O$ 上, $\angle AOB = 90^\circ$, 则阴影部分的面积为_____.



15. 如图, $AC = DC$, $BC = EC$, 请你添加一个适当的条件: _____, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.



16. 如图, 在菱形 ABCD 中, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 10\text{cm}$, 点 P 是这个菱形内部或边上的一点. 若以 P, B, C 为顶点的三角形是等腰三角形, 则 P, A (P, A 两点不重合) 两点间的最短距离为_____cm.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

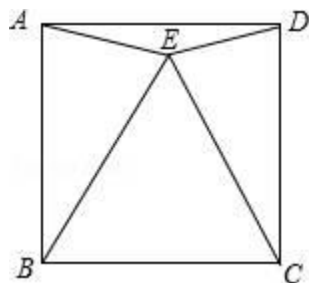
17. 计算: $|\sqrt{3} - 1| + 0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - 3\tan 30^\circ + \sqrt[3]{8}$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 2x-3 < x, & \text{①} \\ 3(x-1)-(x-5) \geq 0, & \text{②} \end{cases}$ 并把它解集在数轴上表示出来.

19. 如图, 四边形 ABCD 是正方形, $\triangle EBC$ 是等边三角形.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DCE$;

(2) 求 $\angle AED$ 的度数.



20. 为加强中小学生安全教育, 某校组织了“防溺水”知识竞赛, 对表现优异的班级进行奖励, 学校购买了若干副乒乓球拍和羽毛球拍, 购买 2 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍共需 116 元; 购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 204 元.

(1) 求购买 1 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍各需多少元;

(2) 若学校购买乒乓球拍和羽毛球拍共 30 幅, 且支出不超过 1480 元, 则最多能够购买多少副羽毛球拍?

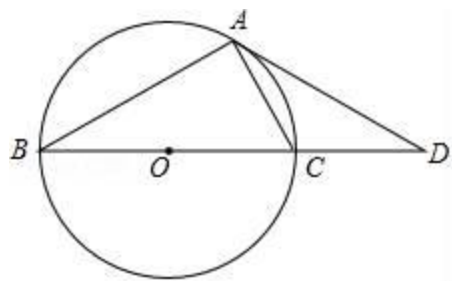
21. 先化简, 再求值: $(2a-1)^2 - 2(a+1)(a-1) - a(a-2)$, 其中 $a = \sqrt{2} + 1$.

22. “端午节”是我国流传了上千年的传统节日，全国各地举行了丰富多彩的纪念活动，为了继承传统，减缓学生考前的心理压力，某班学生组织了一次拔河比赛，裁判员让两队队长用“石头、剪刀、布”的手势方式选择场地位置，规则是：石头胜剪刀，剪刀胜布，布胜石头，手势相同则再决胜负.

- (1) 用列表或画树状图法，列出甲、乙两队手势可能出现的情况；
- (2) 裁判员的这种做法对甲、乙双方公平吗？请说明理由.

23. 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 为 BC 延长线上的一点, 点 A 为圆上一点, 且 $AB=AD$, $AC=CD$.

- (1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle BAD$;
- (2) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线.



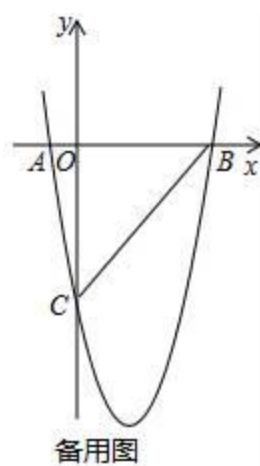
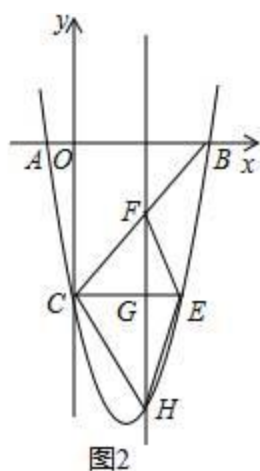
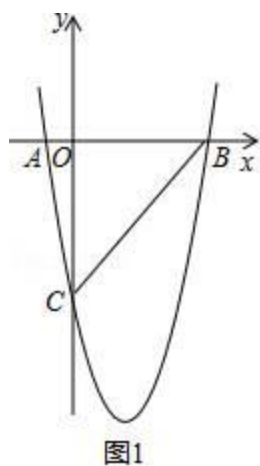
24. 如图 1，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(5, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的函数表达式；

(2) 若点 D 是 y 轴上的一点，且以 B, C, D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，求点 D 的坐标；

(3) 如图 2， $CE \parallel x$ 轴与抛物线相交于点 E ，点 H 是直线 CE 下方抛物线上的动点，过点 H 且与 y 轴平行的直线与 BC, CE 分别交于点 F, G ，试探究当点 H 运动到何处时，四边形 $CHEF$ 的面积最大，求点 H 的坐标及最大面积；

(4) 若点 K 为抛物线的顶点，点 $M(4, m)$ 是该抛物线上的一点，在 x 轴， y 轴上分别找点 P, Q ，使四边形 $PQKM$ 的周长最小，求出点 P, Q 的坐标.



2017 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】17: 倒数.

【分析】根据倒数的定义求解即可.

【解答】解: -2 得到数是 $-\frac{1}{2}$,

故选: C.

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $3m - 2m = 1$ B. $(m^3)^2 = m^6$ C. $(-2m)^3 = -2m^3$ D. $m^2 + m^2 = m^4$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 35: 合并同类项.

【分析】根据合并同类项, 幂的乘方与积的乘方等计算法则进行解答.

【解答】解: A、原式 $= (3 - 2)m = m$, 故本选项错误;

B、原式 $= m^{3 \times 2} = m^6$, 故本选项正确;

C、原式 $= (-2)^3 \cdot m^3 = -8m^3$, 故本选项错误;

D、原式 $= (1+1)m^2 = 2m^2$, 故本选项错误;

故选: B.

3. 为了贯彻习近平总书记提出的“精准扶贫”战略构想, 怀化市 2016 年共扶贫 149700 人, 将 149700 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.497×10^5 B. 14.97×10^4 C. 0.1497×10^6 D. 1.497×10^6

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 149700 用科学记数法表示为 1.497×10^5 ,

故选: A.

4. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 要了解某大洋的海水污染质量情况, 宜采用全面调查方式

B. 如果有一组数据为 5, 3, 6, 4, 2, 那么它的中位数是 6

C. 为了解怀化市 6 月 15 日到 19 日的气温变化情况, 应制作折线统计图

D. “打开电视, 正在播放怀化新闻节目”是必然事件

【考点】X1: 随机事件; V2: 全面调查与抽样调查; VD: 折线统计图; W4: 中位数.

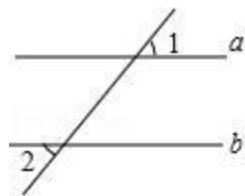
【分析】根据调查方式, 中位数, 折线统计图, 随机事件, 可得答案.

【解答】解: A、要了解某大洋的海水污染质量情况, 宜采用抽样调查, 故 A 不符合题意;

B、如果有一组数据为 5, 3, 6, 4, 2, 那么它的中位数是 4.5, 故 B 不符合题意;

C、为了解怀化市6月15日到19日的气温变化情况，应制作折线统计图，故C符合题意；
D、“打开电视，正在播放怀化新闻节目”是随机事件，故D不符合题意；
故选：C.

5. 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）



A. 130° B. 50° C. 40° D. 150°

【考点】JA：平行线的性质.

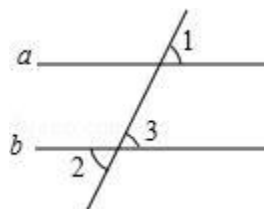
【分析】利用平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$ ，再利用对顶角的定义得出即可.

【解答】解：如图： $\because$ 直线 $a \parallel$ 直线 b ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，

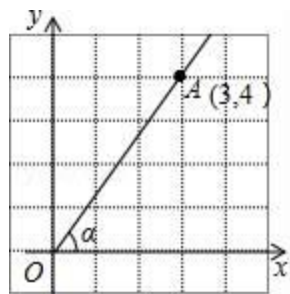
$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 50^\circ.$$

故选：B.



6. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，那么 $\sin \alpha$ 的值是（ ）



A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

【考点】T7：解直角三角形；D5：坐标与图形性质.

【分析】作 $AB \perp x$ 轴于 B，如图，先利用勾股定理计算出 $OA = 5$ ，然后在 $Rt\triangle AOB$ 中利用正弦的定义求解.

【解答】解：作 $AB \perp x$ 轴于 B，如图，

$\because$ 点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，

$$\therefore OB = 3, AB = 4,$$

$$\therefore OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\text{在 } Rt\triangle AOB \text{ 中, } \sin \alpha = \frac{AB}{OA} = \frac{4}{5}.$$

故选 C.

7. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根, 则 $x_1 \cdot x_2$ 的值是 ()

A. 2 B. -2 C. 4 D. -3

【考点】AB: 根与系数的关系.

【分析】根据根与系数的关系, 即可得出 $x_1 + x_2 = 2$ 、 $x_1 \cdot x_2 = -3$, 此题得解.

【解答】解: $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -3.$$

故选 D.

8. 一次函数 $y = -2x + m$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$, 且与 x 轴、 y 轴分别交于点 A、B, 则 $\triangle AOB$ 的面积是 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 8

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】首先根据待定系数法求得一次函数的解析式, 然后计算出与 x 轴交点, 与 y 轴交点的坐标, 再利用三角形的面积公式计算出面积即可.

【解答】解: $\because$ 一次函数 $y = -2x + m$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$,

$$\therefore 3 = 4 + m,$$

解得 $m = -1$,

$$\therefore y = -2x - 1,$$

$$\because \text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -1,$$

$$\therefore \text{与 } y \text{ 轴交点 } B(0, -1),$$

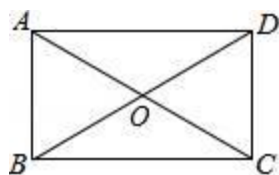
$$\because \text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{与 } x \text{ 轴交点 } A(-\frac{1}{2}, 0),$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积: } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

故选 B.

9. 如图, 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle AOB = 60^\circ$, $AC = 6\text{cm}$, 则 AB 的长是 ()



A. 3cm B. 6cm C. 10cm D. 12cm

【考点】LB: 矩形的性质.

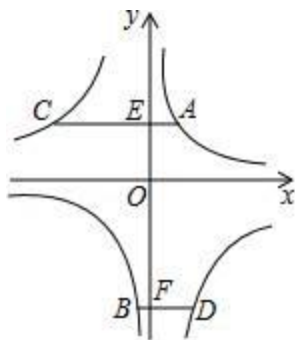
【分析】根据矩形的对角线相等且互相平分可得 $OA = OB = OD = OC$, 由 $\angle AOB = 60^\circ$, 判断出 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 根据等边三角形的性质求出 AB 即可.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore OA = OC = OB = OD = 3,$$

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,
 $\therefore AB = OA = 3$,
 故选 A.

10. 如图, A, B 两点在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, C, D 两点在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, $AC \perp y$ 轴于点 E, $BD \perp y$ 轴于点 F, $AC = 2$, $BD = 1$, $EF = 3$, 则 $k_1 - k_2$ 的值是 ()



A. 6 B. 4 C. 3 D. 2

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 由反比例函数的性质可知 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle BOF} = \frac{1}{2}k_1$, $S_{\triangle COE} = S_{\triangle DOF} = -\frac{1}{2}k_2$, 结合 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle COE}$ 和 $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle DOF} + S_{\triangle BOF}$ 可求得 $k_1 - k_2$ 的值.

【解答】 解: 连接 OA、OC、OD、OB, 如图:

由反比例函数的性质可知 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle BOF} = \frac{1}{2}|k_1| = \frac{1}{2}k_1$, $S_{\triangle COE} = S_{\triangle DOF} = \frac{1}{2}|k_2| = -\frac{1}{2}k_2$,

$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle AOE} + S_{\triangle COE}$,

$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot OE = \frac{1}{2} \times 2OE = OE = \frac{1}{2}(k_1 - k_2) \cdots \textcircled{1}$,

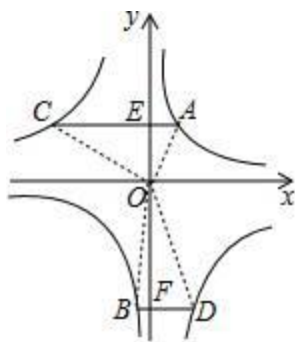
$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle DOF} + S_{\triangle BOF}$,

$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot OF = \frac{1}{2} \times (EF - OE) = \frac{1}{2} \times (3 - OE) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}OE = \frac{1}{2}(k_1 - k_2) \cdots \textcircled{2}$,

由①②两式解得 $OE = 1$,

则 $k_1 - k_2 = 2$.

故选 D.



二、填空题 (每题 4 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

11. 因式分解: $m^2 - m = \underline{m(m-1)}$.

【考点】53: 因式分解 - 提公因式法.

【分析】式子的两项含有公因式 m , 提取公因式即可分解.

【解答】解: $m^2 - m = m(m-1)$

故答案是: $m(m-1)$.

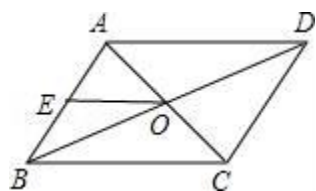
12. 计算: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \underline{x+1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】本题考查了分式的加减运算. 解决本题主要是因式分解, 然后化简.

【解答】解: 原式 = $\begin{cases} 2x-3 < x, & \text{①} \\ 3(x-1) - (x-5) \geq 0, & \text{②} \end{cases}$ 故答案为 $x+1$.

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 是 AB 的中点, $OE=5\text{cm}$, 则 AD 的长是 $\underline{10}$ cm .



【考点】L5: 平行四边形的性质; KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据平行四边形的性质, 可得出点 O 平分 BD , 则 OE 是三角形 ABD 的中位线, 则 $AD=2OE$, 继而求出答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore BO=DO$,

$\because$ 点 E 是 AB 的中点,

$\therefore OE$ 为 $\triangle ABD$ 的中位线,

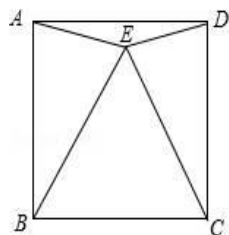
$\therefore AD=2OE$,

$\because OE=5\text{cm}$,

$\therefore AD=10\text{cm}$.

故答案为: 10.

14. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 点 A , B 在 $\odot O$ 上, $\angle AOB=90^\circ$, 则阴影部分的面积为 $\underline{\pi - 2}$.



【考点】MO: 扇形面积的计算.

【分析】根据 $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$ 可知 $\triangle OAB$ 是直角三角形, 根据 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OAB}} - S_{\triangle OAB}$

即可得出结论.

【解答】解: $\because \angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$,

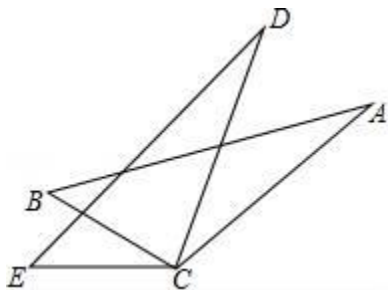
$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形.

$\therefore OA=2$,

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle OAB} = \frac{90\pi \cdot 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \pi - 2.$$

故答案为 $\pi - 2$.

15. 如图, $AC=DC$, $BC=EC$, 请你添加一个适当的条件: $CE=BC$, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.



【考点】KB: 全等三角形的判定.

【分析】本题要判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 已知 $AC=DC$, $BC=EC$, 具备了两组边对应相等, 利用 SSS 即可判定两三角形全等了.

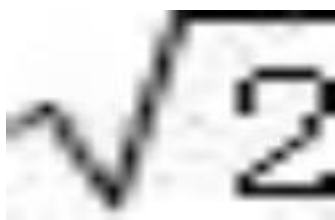
【解答】解: 添加条件是: $CE=BC$,

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 中,
$$\begin{cases} AC=DC \\ BC=EC, \\ CE=BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$.

故答案为: $CE=BC$. 本题答案不唯一.

16. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=120^\circ$, $AB=10\text{cm}$, 点 P 是这个菱形内部或边上的一点. 若以 P, B, C 为顶点的三角形是等腰三角形, 则 P, A (P, A 两点不重合) 两点间的最短距离为 $10\sqrt{3}-10$ cm.



【考点】L8: 菱形的性质; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】分三种情形讨论①若以边 BC 为底. ②若以边 PB 为底. ③若以边 PC 为底. 分别求出 PD 的最小值, 即可判断.

【解答】解: 连接 BD , 在菱形 $ABCD$ 中,

$\because \angle ABC=120^\circ$, $AB=BC=AD=CD=10$,

$\therefore \angle A=\angle C=60^\circ$,

$\therefore \triangle ABD, \triangle BCD$ 都是等边三角形,

①若以边 BC 为底, 则 BC 垂直平分线上 (在菱形的边及其内部) 的点满足题意, 此时就转化为了“直线外一点与直线上所有点连线的线段中垂线段最短”, 即当点 P 与点 D 重合时,

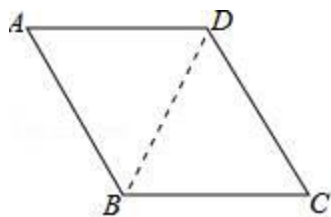
PA 最小, 最小值 $PA=10$;

②若以边 PB 为底, $\angle PCB$ 为顶角时, 以点 C 为圆心, BC 长为半径作圆, 与 AC 相交于一点, 则弧 BD (除点 B 外) 上的所有点都满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形, 当点 P 在 AC 上时, AP 最小, 最小值为 $10\sqrt{3}-10$;

③若以边 PC 为底, $\angle PBC$ 为顶角, 以点 B 为圆心, BC 为半径作圆, 则弧 AC 上的点 A 与点 D 均满足 $\triangle PBC$ 为等腰三角形, 当点 P 与点 A 重合时, PA 最小, 显然不满足题意, 故此情况不存在;

综上所述, PD 的最小值为 $10\sqrt{3}-10$ (cm);

故答案为: $10\sqrt{3}-1$.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 计算: $|\sqrt{3}-1|+^0 - (\frac{1}{4})^{-1} - 3\tan 30^\circ + \text{图}$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 $\sqrt{3}-1$ 是正数, 所以它的绝对值是本身, 任何不为 0 的零次幂都是 1, $\text{图} = 4$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sqrt[3]{8}$ 表示 8 的立方根, 是 2, 分别代入计算可得结果.

【解答】 解: $|\sqrt{3}-1|+^0 - (\frac{1}{4})^{-1} - 3\tan 30^\circ + \sqrt[3]{8}$,
 $=\sqrt{3}-1+1-4-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+2$,
 $=\sqrt{3}-4-\sqrt{3}+2$,
 $=-2$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 2x-3 < x, & \text{①} \\ 3(x-1)-(x-5) \geq 0, & \text{②} \end{cases}$ 并把它解集在数轴上表示出来.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组; C4: 在数轴上表示不等式的解集.

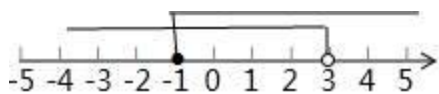
【分析】 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】 解: 解不等式①, 得 $x < 3$.

解不等式②, 得 $x \geq -1$.

所以, 不等式组的解集是 $-1 \leq x < 3$.

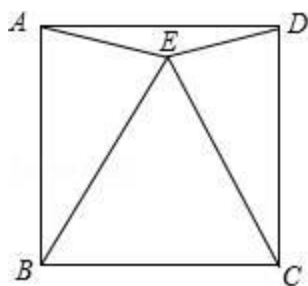
它的解集在数轴上表示出来为:



19. 如图，四边形 ABCD 是正方形， $\triangle EBC$ 是等边三角形.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DCE$;

(2) 求 $\angle AED$ 的度数.



【考点】 LE: 正方形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质; KK: 等边三角形的性质.

【分析】 (1) 根据正方形、等边三角形的性质，可以得到 $AB=BE=CE=CD$ ， $\angle ABE=\angle DCE=30^\circ$ ，由此即可证明；

(2) 只要证明 $\angle EAD=\angle ADE=15^\circ$ ，即可解决问题；

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形， $\triangle EBC$ 是等边三角形，

$\therefore BA=BC=CD=BE=CE$ ， $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ ， $\angle EBC=\angle ECB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE=\angle ECD=30^\circ$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} AB=DC \\ \angle ABE=\angle DCE, \\ BE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE$ (SAS) .

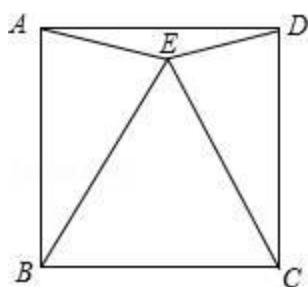
(2) $\because BA=BE$ ， $\angle ABE=30^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}=75^\circ$ ，

$\because \angle BAD=90^\circ$ ，

$\therefore \angle EAD=90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ ，同理可得 $\angle ADE=15^\circ$ ，

$\therefore \angle AED=180^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 150^\circ$.



20. 为加强中小学生安全教育，某校组织了“防溺水”知识竞赛，对表现优异的班级进行奖励，学校购买了若干副乒乓球拍和羽毛球拍，购买 2 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍共需 116 元；购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 204 元.

(1) 求购买 1 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍各需多少元；

(2) 若学校购买乒乓球拍和羽毛球拍共 30 幅，且支出不超过 1480 元，则最多能够购买多少副羽毛球拍？

【考点】 C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 设购买一副乒乓球拍 x 元，一副羽毛球拍 y 元，由购买 2 副乒乓球拍和 1 副羽毛球拍共需 116 元，购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 204 元，可得出方程组，解出即可.

(2) 设可购买 a 副羽毛球拍，则购买乒乓球拍 $(30 - a)$ 副，根据购买足球和篮球的总费用不超过 1480 元建立不等式，求出其解即可.

【解答】 解：(1) 设购买一副乒乓球拍 x 元，一副羽毛球拍 y 元，

由题意得，
$$\begin{cases} 2x+y=116 \\ 3x+2y=204 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=28 \\ y=60 \end{cases}$$

答：购买一副乒乓球拍 28 元，一副羽毛球拍 60 元.

(2) 设可购买 a 副羽毛球拍，则购买乒乓球拍 $(30 - a)$ 副，

由题意得， $60a+28(30 - a) \leq 1480$,

解得： $a \leq 20$,

答：这所中学最多可购买 20 副羽毛球拍.

21. 先化简，再求值： $(2a - 1)^2 - 2(a + 1)(a - 1) - a(a - 2)$ ，其中 $a = \sqrt{2} + 1$.

【考点】 4J：整式的混合运算—化简求值.

【分析】 原式利用完全平方公式，平方差公式，以及单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 a 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解：原式 $= 4a^2 - 4a + 1 - 2a^2 + 2 - a^2 + 2a = a^2 - 2a + 3$,

当 $a = \sqrt{2} + 1$ 时，原式 $= 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2 + 3 = 4$.

22. “端午节”是我国流传了上千年的传统节日，全国各地举行了丰富多彩的纪念活动，为了继承传统，减缓学生考前的心理压力，某班学生组织了一次拔河比赛，裁判员让两队队长用“石头、剪刀、布”的手势方式选择场地位置，规则是：石头胜剪刀，剪刀胜布，布胜石头，手势相同则再决胜负.

(1) 用列表或画树状图法，列出甲、乙两队手势可能出现的情况；

(2) 裁判员的这种做法对甲、乙双方公平吗？请说明理由.

【考点】 X7：游戏公平性；X6：列表法与树状图法.

【分析】 (1) 依据题意用列表法或画树状图法分析所有可能的出现结果；

(2) 根据概率公式求出该事件的概率，比较即可.

【解答】 解：(1) 用列表法得出所有可能的结果如下：

甲	乙		
	石头	剪子	布
石头	(石头，石头)	(石头，剪子)	(石头，布)
剪子	(剪子，石头)	(剪子，剪子)	(剪子，布)
布	(布，石头)	(布，剪子)	(布，布)

用树状图得出所有可能的结果如下：



(2) 裁判员的这种作法对甲、乙双方是公平的.

理由: 根据表格得, $P(\text{甲获胜}) = \frac{3}{9}$, $P(\text{乙获胜}) = \frac{3}{9}$.

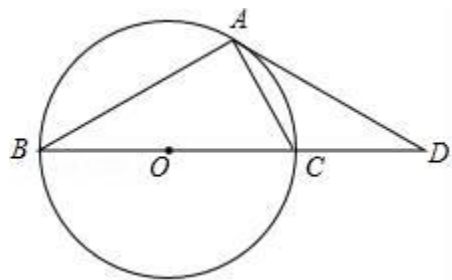
$\therefore P(\text{甲获胜}) = P(\text{乙获胜})$,

$\therefore$ 裁判员这种作法对甲、乙双方是公平的.

23. 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 为 BC 延长线上的一点, 点 A 为圆上一点, 且 $AB=AD$, $AC=CD$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle BAD$;

(2) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; MD: 切线的判定.

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle CAD = \angle B$, 由于 $\angle D = \angle D$, 于是得到 $\triangle ACD \sim \triangle BAD$;

(2) 连接 OA , 根据的一句熟悉的性质得到 $\angle B = \angle OAB$, 得到 $\angle OAB = \angle CAD$, 由 BC 是 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle BAC = 90^\circ$ 即可得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because AB=AD$,

$\therefore \angle B = \angle D$,

$\because AC=CD$,

$\therefore \angle CAD = \angle D$,

$\therefore \angle CAD = \angle B$,

$\because \angle D = \angle D$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BAD$;

(2) 连接 OA ,

$\because OA=OB$,

$\therefore \angle B = \angle OAB$,

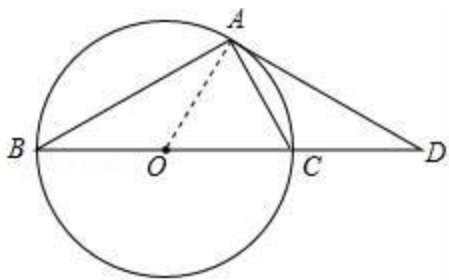
$\therefore \angle OAB = \angle CAD$,

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore OA \perp AD$,

$\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线.



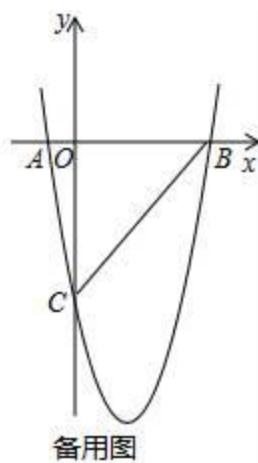
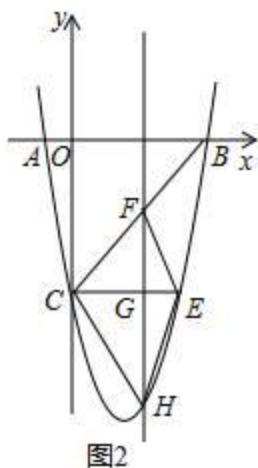
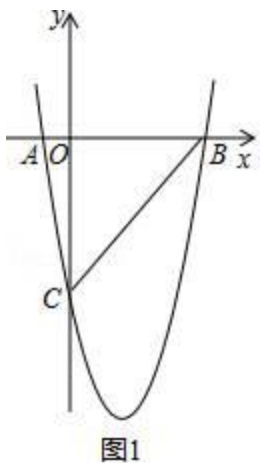
24. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 若点 D 是 y 轴上的一点, 且以 B, C, D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 D 的坐标;

(3) 如图 2, $CE \parallel x$ 轴与抛物线相交于点 E , 点 H 是直线 CE 下方抛物线上的动点, 过点 H 且与 y 轴平行的直线与 BC, CE 分别交于点 F, G , 试探究当点 H 运动到何处时, 四边形 $CHEF$ 的面积最大, 求点 H 的坐标及最大面积;

(4) 若点 K 为抛物线的顶点, 点 $M(4, m)$ 是该抛物线上的一点, 在 x 轴, y 轴上分别找点 P, Q , 使四边形 $PQKM$ 的周长最小, 求出点 P, Q 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据待定系数法直接求抛物线解析式;

(2) 分两种情况, 利用相似三角形的比例式即可求出点 D 的坐标;

(3) 先求出直线 BC 的解析式, 进而求出四边形 $CHEF$ 的面积函数关系式, 即可求出最大值;

(4) 利用对称性找出点 P, Q 的位置, 进而求出 P, Q 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 上,

$$\therefore \begin{cases} a-b-5=0 \\ 25a+5b-5=0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=x^2-4x-5$,

(2) 如图 1, 令 $x=0$, 则 $y=-5$,

$$\begin{aligned}\therefore C & (0, -5), \\ \therefore OC &= OB, \\ \therefore \angle OBC &= \angle OCB = 45^\circ, \\ \therefore AB &= 6, BC = 5\sqrt{2},\end{aligned}$$

要使以 B, C, D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则有 $\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{BC}$ 或 $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD}$,

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \frac{AB}{CD} = \frac{BC}{BC} \text{ 时,}$$

$$CD = AB = 6,$$

$$\therefore D (0, 1),$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{CD} \text{ 时,}$$

$$\therefore \frac{6}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{CD},$$

$$\therefore CD = \frac{25}{3},$$

$$\therefore D (0, \frac{10}{3}),$$

即: D 的坐标为 $(0, 1)$ 或 $(0, \frac{10}{3})$;

$$(3) \text{ 设 } H (t, t^2 - 4t - 5),$$

$$\because CE \parallel x \text{ 轴,}$$

$$\therefore \text{点 E 的纵坐标为 } -5,$$

$$\because E \text{ 在抛物线上,}$$

$$\therefore x^2 - 4x - 5 = -5, \therefore x = 0 \text{ (舍) 或 } x = 4,$$

$$\therefore E (4, -5),$$

$$\therefore CE = 4,$$

$$\because B (5, 0), C (0, -5),$$

$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为 } y = x - 5,$$

$$\therefore F (t, t - 5),$$

$$\therefore HF = t - 5 - (t^2 - 4t - 5) = - (t - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{4},$$

$$\because CE \parallel x \text{ 轴, } HF \parallel y \text{ 轴,}$$

$$\therefore CE \perp HF,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 CHEF}} = \frac{1}{2} CE \cdot HF = -2 (t - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{2},$$

当 $t = \frac{5}{2}$ 时, 四边形 CHEF 的面积最大为 $\frac{25}{2}$.

$$(4) \text{ 如图 2, } \because K \text{ 为抛物线的顶点,}$$

$$\therefore K (2, -9),$$

$$\therefore K \text{ 关于 } y \text{ 轴的对称点 } K' (-2, -9),$$

$$\because M (4, m) \text{ 在抛物线上,}$$

$\therefore M(4, -5)$,
 $\therefore$ 点 M 关于 x 轴的对称点 $M'(4, 5)$,
 $\therefore$ 直线 $K'M'$ 的解析式为 $y = \frac{7}{3}x - \frac{13}{3}$,
 $\therefore P(\frac{13}{7}, 0)$, $Q(0, -\frac{13}{3})$.

