

2017 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 下列各数中无理数为 ()

A. $\sqrt{2}$

B. 0

C. $\frac{1}{2017}$

D. -1

2. (3 分) 若一个角为 75° ，则它的余角的度数为 ()

A. 285°

B. 105°

C. 75°

D. 15°

3. (3 分) 一元二次方程 $3x^2 - 4x + 1 = 0$ 的根的情况为 ()

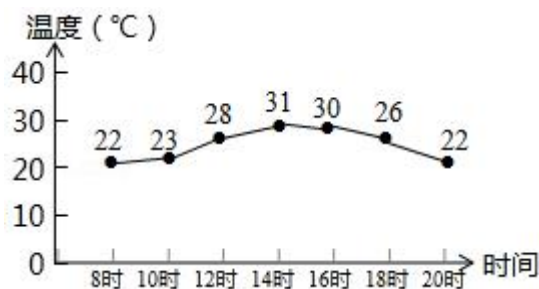
A. 没有实数根

B. 只有一个实数根

C. 两个相等的实数根

D. 两个不相等的实数根

4. (3 分) 如图是根据我市某天七个整点时的气温绘制成的统计图，则这七个整点时气温的中位数和平均数分别是 ()



A. 30, 28

B. 26, 26

C. 31, 30

D. 26, 22

5. (3 分) 下列各式由左到右的变形中，属于分解因式的是 ()

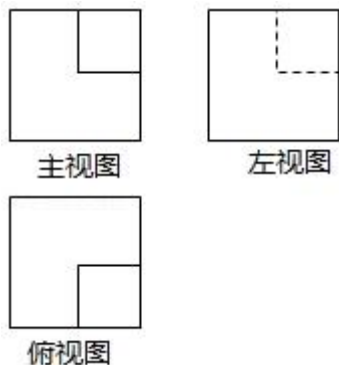
A. $a(m+n) = am+an$

B. $a^2 - b^2 - c^2 = (a-b)(a+b) - c^2$

C. $10x^2 - 5x = 5x(2x - 1)$

D. $x^2 - 16 + 6x = (x+4)(x-4) + 6x$

6. (3 分) 如图是一个几何体的三视图，则这个几何体是 ()





7. (3分) 将抛物线 $y = 2x^2$ 向右平移 3 个单位, 再向下平移 5 个单位, 得到的抛物线的表达式为 ()

A. $y = 2(x - 3)^2 - 5$

B. $y = 2(x + 3)^2 + 5$

C. $y = 2(x - 3)^2 + 5$

D. $y = 2(x + 3)^2 - 5$

8. (3分) 如表是一个 4×4 (4 行 4 列共 16 个“数”组成) 的奇妙方阵, 从这个方阵中选四个“数”, 而且这四个“数”中的任何两个不在同一行, 也不在同一列, 有很多选法, 把每次选出的四个“数”相加, 其和是定值, 则方阵中第三行三列的“数”是 ()

3^0	$\sqrt{4}$	$2\sqrt{3}\sin 60^\circ$	2^2
-3	-2	$-\sqrt{2}\sin 45^\circ$	0
$ -5 $	6		2^3
$(\frac{1}{3})^{-1}$	4	$\sqrt{25}$	$(\frac{1}{6})^{-1}$

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

二、填空题 (本小题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 计算: $|-2| - \sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

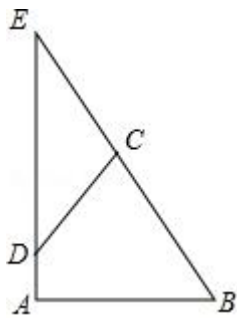
10. (3分) 分式方程 $\frac{2}{x} + 1 = \frac{4}{x}$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) 据统计: 我国微信用户数量已突破 887000000 人, 将 887000000 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

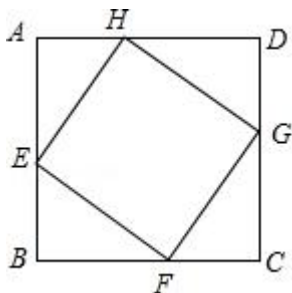
12. (3分) 命题: “如果 m 是整数, 那么它是有理数”, 则它的逆命题为: $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3分) 彭山的枇杷大又甜, 在今年 5 月 18 日“彭山枇杷节”期间, 从山上 5 棵枇杷树上采摘到了 200 千克枇杷, 请估计彭山近 600 棵枇杷树今年一共收获了枇杷 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千克.

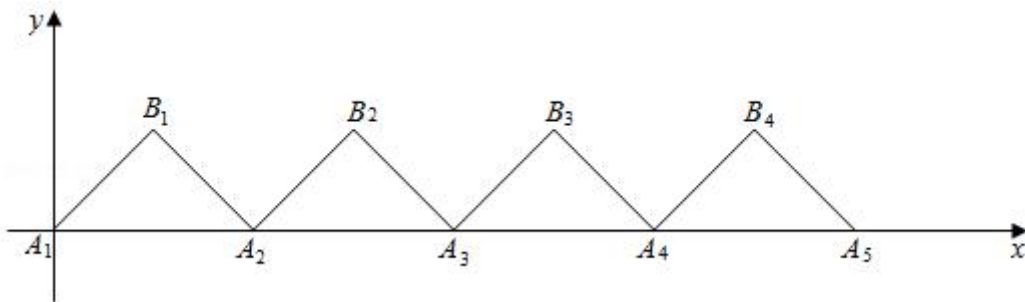
14. (3分) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中 $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $BE = 10$, D 是线段 AE 上的一动点, 过 D 作 CD 交 BE 于 C , 并使得 $\angle CDE = 30^\circ$, 则 CD 长度的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. (3分) 如图, 正方形 $EFGH$ 的顶点在边长为 2 的正方形的边上. 若设 $AE = x$, 正方形 $EFGH$ 的面积为 y , 则 y 与 x 的函数关系为_____.



16. (3分) 如图, 有一条折线 $A_1B_1A_2B_2A_3B_3A_4B_4\cdots$, 它是由过 $A_1(0, 0)$, $B_1(2, 2)$, $A_2(4, 0)$ 组成的折线依次平移 4, 8, 12, $\cdots$ 个单位得到的, 直线 $y = kx + 2$ 与此折线恰有 $2n$ ($n \geq 1$, 且为整数) 个交点, 则 k 的值为_____.



三、解答题 (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分.)

17. (5分) 甲、乙、丙三个同学站成一排进行毕业合影留念, 请用列表法或树状图列出所有可能的情形, 并求出甲、乙两人相邻的概率是多少?

18. (5分) 求不等式组
$$\begin{cases} \frac{4(1+x)}{3} - 1 \leq \frac{5+x}{2} \cdots \textcircled{1} \\ x - 5 \leq \frac{3}{2}(3x - 2) \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$
 的整数解.

四、解答题: 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

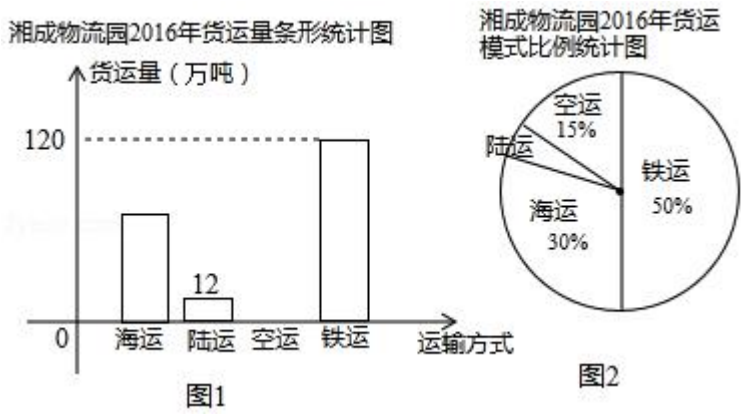
19. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} - \frac{1}{3 - x})(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{2}{x - 2})$, 其中 $x = 4$.

20. (6分) 在“一带一路”倡议下, 我国已成为设施联通, 贸易畅通的促进者, 同时也带

动了我国与沿线国家的货物交换的增速发展，如图是湘成物流园 2016 年通过“海、陆（汽车）、空、铁”四种模式运输货物的统计图。

请根据统计图解决下面的问题：

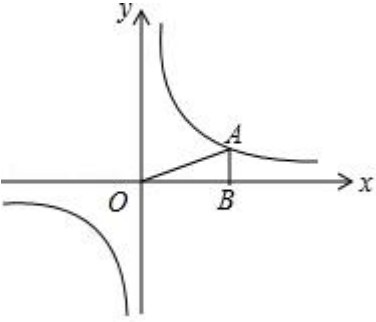
- （1）该物流园 2016 年货运总量是多少万吨？
- （2）该物流园 2016 年空运货物的总量是多少万吨？并补全条形统计图；
- （3）求条形统计图中陆运货物量对应的扇形圆心角的度数。



五、解答题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分。

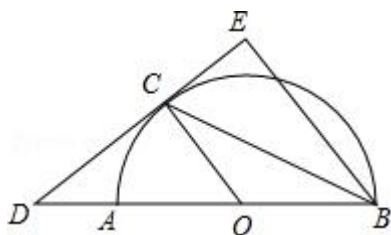
21.（7 分）如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(4, m)$ ， $AB \perp x$ 轴，且 $\triangle AOB$ 的面积为 2。

- （1）求 k 和 m 的值；
- （2）若点 $C(x, y)$ 也在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，当 $-3 \leq x \leq -1$ 时，求函数值 y 的取值范围。



22.（7 分）如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 与 $\odot O$ 相切于 C ， $BE \parallel CO$ 。

- （1）求证： BC 是 $\angle ABE$ 的平分线；
- （2）若 $DC = 8$ ， $\odot O$ 的半径 $OA = 6$ ，求 CE 的长。

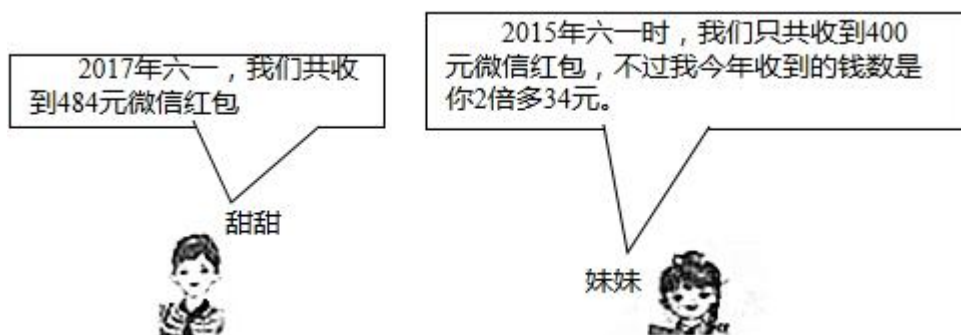


六、解答题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

23.（8 分）收发微信红包已成为各类人群进行交流联系、增强感情的一部分，下面是甜甜和她的双胞胎妹妹在六一儿童节期间的对话。

请问：（1）2015 年到 2017 年甜甜和她妹妹在六一收到红包的年增长率是多少？

（2）2017 年六一甜甜和她妹妹各收到了多少钱的微信红包？



24.（8 分）如图 1，2 分别是某款篮球架的实物图与示意图，已知底座 $BC = 0.60$ 米，底座 BC 与支架 AC 所成的角 $\angle ACB = 75^\circ$ ，支架 AF 的长为 2.50 米，篮板顶端 F 点到篮筐 D 的距离 $FD = 1.35$ 米，篮板底部支架 HE 与支架 AF 所成的角 $\angle FHE = 60^\circ$ ，求篮筐 D 到地面的距离（精确到 0.01 米）（参考数据： $\cos 75^\circ \approx 0.2588$ ， $\sin 75^\circ \approx 0.9659$ ， $\tan 75^\circ \approx 3.732$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



图1

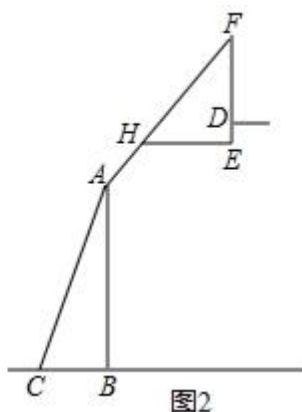


图2

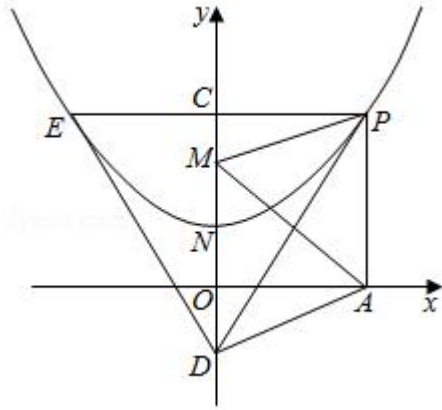
七、解答题：每小题 10 分，共 20 分。

25.（10 分）如图，已知抛物线的对称轴是 y 轴，且点 $(2, 2)$ ， $(1, \frac{5}{4})$ 在抛物线上，点 P

是抛物线上不与顶点 N 重合的一动点，过 P 作 $PA \perp x$ 轴于 A ， $PC \perp y$ 轴于 C ，延长 PC

交抛物线于 E ，设 M 是 O 关于抛物线顶点 N 的对称点， D 是 C 点关于 N 的对称点。

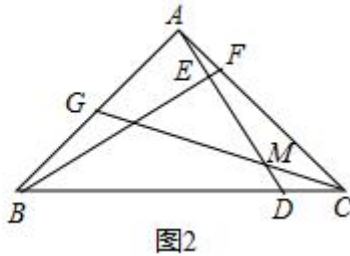
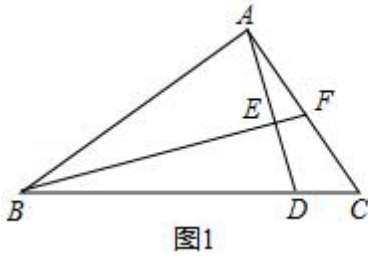
- (1) 求抛物线的解析式及顶点 N 的坐标；
- (2) 求证：四边形 $PMDA$ 是平行四边形；
- (3) 求证： $\triangle DPE \sim \triangle PAM$ ，并求出当它们的相似比为 $\sqrt{3}$ 时的点 P 的坐标。



标。

26. (10 分) 如图，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， D 在 BC 上，连接 AD ，作 $BF \perp AD$ 分别交 AD 于 E ， AC 于 F 。

- (1) 如图 1，若 $BD = BA$ ，求证： $\triangle ABE \cong \triangle DBE$ ；
- (2) 如图 2，若 $BD = 4DC$ ，取 AB 的中点 G ，连接 CG 交 AD 于 M ，求证：① $GM = 2MC$ ；
② $AG^2 = AF \cdot AC$ 。



2017 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解: A 、 $\sqrt{2}$ 是无理数, 选项正确;

B 、 0 是整数是有理数, 选项错误;

C 、 $\frac{1}{2017}$ 是分数, 是有理数, 选项错误;

D 、 -1 是整数, 是有理数, 选项错误.

故选: A .

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\cdots$, 等有这样规律的数.

2. 【分析】依据余角的定义列出算式进行计算即可.

【解答】解: 它的余角 $= 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$,

故选: D .

【点评】本题主要考查的是余角的定义, 掌握相关概念是解题的关键

3. 【分析】先计算判别式的意义, 然后根据判别式的意义判断根的情况.

【解答】解: $\because \Delta = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 > 0$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: D .

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

4. 【分析】此题根据中位数, 平均数的定义解答.

【解答】解: 由图可知, 把 7 个数据从小到大排列为 22, 22, 23, 26, 28, 30, 31, 中位数是第 4 位数, 第 4 位是 26, 所以中位数是 26.

平均数是 $(22 \times 2 + 23 + 26 + 28 + 30 + 31) \div 7 = 26$, 所以平均数是 26.

故选: B .

【点评】此题考查了折线统计图，用到的知识点是平均数、中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数．平均数是所有数的和除以所有数的个数．

5. 【分析】根据因式分解的意义即可判断．

【解答】解：（A）该变形为去括号，故 A 不是因式分解；

（B）该等式右边没有化为几个整式的乘积形式，故 B 不是因式分解；

（D）该等式右边没有化为几个整式的乘积形式，故 D 不是因式分解；

故选：C．

【点评】本题考查因式分解的意义，解题的关键是正确理解因式分解的意义，本题属于基础题型．

6. 【分析】结合三视图确定小正方体的位置后即可确定正确的选项．

【解答】解：结合三个视图发现，应该是由一个正方体在一个角上挖去一个小正方体，且小正方体的位置应该在右上角，

故选：B．

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，解题的关键是能够正确的确定小正方体的位置，难度不大．

7. 【分析】先确定抛物线 $y = 2x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，再利用点平移的坐标规律得到点 $(0, 0)$ 平移后所得对应点的坐标为 $(3, -5)$ ，然后根据顶点式写出平移得到的抛物线的解析式．

【解答】解：抛物线 $y = 2x^2$ 的顶点坐标为 $(0, 0)$ ，点 $(0, 0)$ 向右平移 3 个单位，再向下平移 5 个单位所得对应点的坐标为 $(3, -5)$ ，所以平移得到的抛物线的表达式为 $y = 2(x - 3)^2 - 5$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式．

8. 【分析】分析可知第一行为 1, 2, 3, 4；第二行为 -3, -2, -1, 0；第三行为 5, 6, 7, 8，由此可得结果．

【解答】解： $\because$ 第一行为 1, 2, 3, 4；第二行为 -3, -2, -1, 0；第四行为 3, 4, 5,

6

∴第三行为 5, 6, 7, 8,

∴方阵中第三行三列的“数”是 7,

故选: C.

【点评】 本题主要考查了零指数幂, 负整数指数幂, 绝对值, 特殊角的三角函数的运算, 掌握运算法则是解答此题的关键.

二、填空题(本小题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 首先计算开方, 然后计算减法, 求出算式的值是多少即可.

【解答】 解: $|-2| - \sqrt[3]{8}$

$$= 2 - 2$$

$$= 0$$

故答案为: 0.

【点评】 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

10. **【分析】** 先把分式方程转化成整式方程, 求出方程的解, 再进行检验即可.

【解答】 解: $\frac{2}{x} + 1 = \frac{4}{x}$,

方程两边都乘以 x 得: $2+x=4$,

解得: $x=2$,

检验: 当 $x=2$ 时, $x \neq 0$,

即 $x=2$ 是原方程的解,

故答案为: $x=2$.

【点评】 本题考查了解分式方程, 能把分式方程转化成整式方程是解此题的关键.

11. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $887000000 = 8.87 \times 10^8$.

故答案为: 8.87×10^8 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12. 【分析】把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题．

【解答】解：命题：“如果 m 是整数，那么它是有理数”的逆命题为“如果 m 是有理数，那么它是整数”．

故答案为“如果 m 是有理数，那么它是整数”．

【点评】本题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题．其中一个命题称为另一个命题的逆命题．

13. 【分析】先求出一棵枇杷树上采摘多少千克枇杷，再乘以彭山总的枇杷树的棵数，即可得出答案．

【解答】解：根据题意得：

$$200 \div 5 \times 600 = 24000 \text{ (千克)},$$

答：今年一共收获了枇杷 24000 千克；

故答案为：24000．

【点评】本题考查的是通过样本去估计总体，总体平均数约等于样本平均数．

14. 【分析】分点 D 与点 E 重合、点 D 与点 A 重合两种情况，根据等腰三角形的性质计算即可．

【解答】解：当点 D 与点 E 重合时， $CD = 0$ ，此时 $\angle CDE = 30^\circ$ 不成立，

当点 D 与点 A 重合时，

$$\because \angle A = 90^\circ, \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle E, \angle CDB = \angle B,$$

$$\therefore CE = CD, CD = CB,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BE = 5,$$

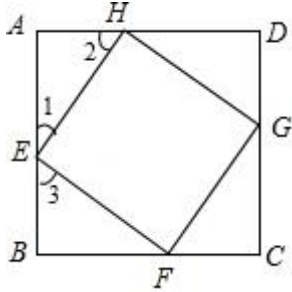
$$\therefore 0 < CD \leq 5,$$

故答案为： $0 < CD \leq 5$ ．

【点评】本题考查的是直角三角形的性质，掌握直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半是解题的关键．

15. 【分析】由 AAS 证明 $\triangle AHE \cong \triangle BEF$ ，得出 $AE = BF = x$ ， $AH = BE = 2 - x$ ，再根据勾股定理，求出 EH^2 ，即可得到 y 与 x 之间的函数关系式.

【解答】解：如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$ ， $AB = 2$.

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $EFGH$ 为正方形，

$\therefore \angle HEF = 90^\circ$ ， $EH = EF$.

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ ，

在 $\triangle AHE$ 与 $\triangle BEF$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle B \\ \angle 2 = \angle 3 \\ EH = FE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AHE \cong \triangle BEF$ (AAS),

$\therefore AE = BF = x$ ， $AH = BE = 2 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AHE$ 中，由勾股定理得：

$$EH^2 = AE^2 + AH^2 = x^2 + (2 - x)^2 = 2x^2 - 4x + 4;$$

即 $y = 2x^2 - 4x + 4$ ($0 < x < 2$),

故答案为： $y = 2x^2 - 4x + 4$.

【点评】本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理，本题难度适中，求出 y 与 x 之间的函数关系式是解题的关键.

16. 【分析】由点 A_1 、 A_2 的坐标，结合平移的距离即可得出点 A_n 的坐标，再由直线 $y = kx + 2$ 与此折线恰有 $2n$ ($n \geq 1$ ，且为整数) 个交点，即可得出点 A_{n+1} ($4n, 0$) 在直线 $y = kx + 2$ 上，依据依此函数图象上点的坐标特征，即可求出 k 值.

【解答】解： $\because A_1(0, 0)$ ， $A_2(4, 0)$ ， $A_3(8, 0)$ ， $A_4(12, 0)$ ， $\dots$ ，

$$\therefore A_n(4n-4, 0).$$

$\because$ 直线 $y=kx+2$ 与此折线恰有 $2n$ ($n \geq 1$, 且为整数) 个交点,

$\therefore$ 点 $A_{n+1}(4n, 0)$ 在直线 $y=kx+2$ 上,

$$\therefore 0 = 4nk + 2,$$

$$\text{解得: } k = -\frac{1}{2n}.$$

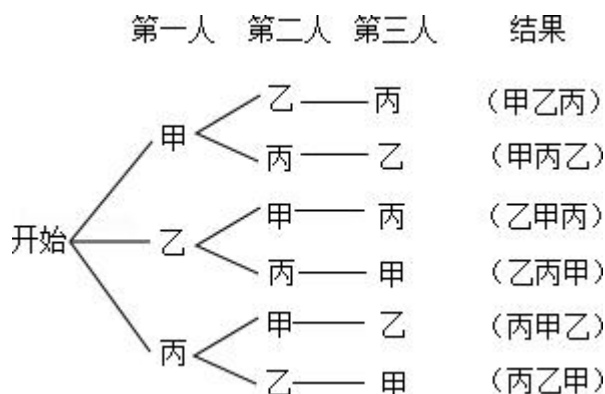
$$\text{故答案为: } -\frac{1}{2n}.$$

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及坐标与图形变化中的平移, 根据一次函数图象上点的坐标特征结合点 A_n 的坐标, 找出 $0 = 4nk + 2$ 是解题的关键.

三、解答题 (本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分.)

17. **【分析】** 用树状图表示出所有情况, 再根据概率公式求解可得.

【解答】 解: 用树状图分析如下:



$\therefore$ 一共有 6 种情况, 甲、乙两人恰好相邻有 4 种情况,

$$\therefore \text{甲、乙两人相邻的概率是 } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

【点评】 此题考查了树状图法与列表法求概率. 解题的关键是根据题意列表或画树状图, 注意列表法与树状图法可以不重不漏的表示出所有等可能的结果. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

18. **【分析】** 先求出不等式的解, 然后根据大大取大, 小小取小, 大小小大中间找, 大大小小解不了, 的口诀求出不等式组的解, 进而求出整数解.

$$\text{【解答】解: 解不等式①得 } x \leq \frac{13}{5},$$

$$\text{解不等式②得 } x \geq -\frac{4}{7},$$

$$\therefore \text{不等式组的解集为: } -\frac{4}{7} \leq x \leq \frac{13}{5}$$

∴不等式组的整数解是 0, 1, 2.

【点评】 本题考查不等式组的解法，关键是求出不等式的解，然后根据口诀求出不等式组的解，再求出整数解.

四、解答题：本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分.

19. **【分析】** 先根据分式的混合运算顺序和法则化简原式，再将 x 的值代入求解可得.

【解答】 解：原式 = $\left[\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} + \frac{1}{x - 3} \right] \cdot \left[\frac{(x - 1)^2}{(x - 1)(x - 2)} - \frac{2}{x - 2} \right]$
 $= \frac{(x - 2)^2}{x - 3} \cdot \left(\frac{x - 1}{x - 2} - \frac{2}{x - 2} \right)$
 $= \frac{(x - 2)^2}{x - 3} \cdot \frac{x - 3}{x - 2}$
 $= x - 2,$

当 $x = 4$ 时,

原式 = $4 - 2 = 2.$

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，熟练掌握分式的混合运算顺序和法则是解题的关键.

20. **【分析】** (1) 根据铁运的货运量以及百分比，即可得到物流园 2016 年货运总量；

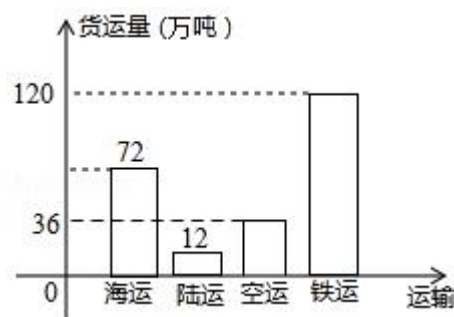
(2) 根据空运的百分比，即可得到物流园 2016 年空运货物的总量，并据此补全条形统计图；

(3) 根据陆运的百分比乘上 360° ，即可得到陆运货物量对应的扇形圆心角的度数.

【解答】 解：(1) 2016 年货运总量是 $120 \div 50\% = 240$ 万吨；

(2) 2016 年空运货物的总量是 $240 \times 15\% = 36$ 万吨，

条形统计图如下：



(3) 陆运货物量对应的扇形圆心角的度数为 $\frac{12}{240} \times 360^\circ = 18^\circ$.

【点评】 本题主要考查了条形统计图以及扇形统计图的运用，解题时注意：通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系，从条形图可以很容易看出数据

的大小，便于比较．

五、解答题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分．

21. **【分析】**（1）根据反比例函数系数 k 的几何意义先得到 k 的值，然后把点 A 的坐标代入反比例函数解析式，可求出 k 的值；

（2）先分别求出 $x = -3$ 和 -1 时 y 的值，再根据反比例函数的性质求解．

【解答】解：（1） $\because \triangle AOB$ 的面积为 2，

$$\therefore k = 4,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{4}{x},$$

$$\because A(4, m),$$

$$\therefore m = \frac{4}{4} = 1;$$

$$(2) \because \text{当 } x = -3 \text{ 时, } y = -\frac{4}{3};$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = -4,$$

又 $\because$ 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 在 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore \text{当 } -3 \leq x \leq -1 \text{ 时, } y \text{ 的取值范围为 } -4 \leq y \leq -\frac{4}{3}.$$

【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，反比例函数图象上点的坐标特征，点在图象上，点的横纵坐标满足图象的解析式；也考查了反比例函数的性质以及代数式的变形能力．

22. **【分析】**（1）由 $BE \parallel CO$ ，推出 $\angle OCB = \angle CBE$ ，由 $OC = OB$ ，推出 $\angle OCB = \angle OBC$ ，可得 $\angle CBE = \angle CBO$ ；

（2）在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中，求出 OD ，由 $OC \parallel BE$ ，可得 $\frac{DC}{CE} = \frac{DO}{OB}$ ，由此即可解决问题；

【解答】（1）证明： $\because DE$ 是切线，

$$\therefore OC \perp DE,$$

$$\because BE \parallel CO,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle CBE,$$

$$\because OC = OB,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle CBO,$$

$\therefore BC$ 平分 $\angle ABE$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle CDO$ 中, $\because DC = 8, OC = OA = 6$,

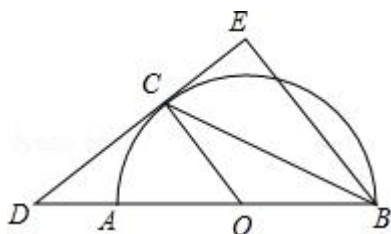
$$\therefore OD = \sqrt{CD^2 + OC^2} = 10,$$

$\because OC \parallel BE$,

$$\therefore \frac{DC}{CE} = \frac{DO}{OB},$$

$$\therefore \frac{8}{CE} = \frac{10}{6},$$

$\therefore EC = 4.8$.



【点评】 本题考查切线的性质、平行线的性质、角平分线的定义、勾股定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

六、解答题: 本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分.

23. **【分析】** (1) 一般用增长后的量 = 增长前的量 $\times (1 + \text{增长率})$, 2016 年收到微信红包金额 $400(1+x)$ 万元, 在 2016 年的基础上再增长 x , 就是 2017 年收到微信红包金额 $400(1+x)(1+x)$, 由此可列出方程 $400(1+x)^2 = 484$, 求解即可.

(2) 设甜甜在 2017 年六一收到微信红包为 y 元, 则她妹妹收到微信红包为 $(2y+34)$ 元, 根据她们共收到微信红包 484 元列出方程并解答.

【解答】 解: (1) 设 2015 年到 2017 年甜甜和她妹妹在六一收到红包的年增长率是 x , 依题意得: $400(1+x)^2 = 484$,

解得 $x_1 = 0.1 = 10\%$, $x_2 = -2.1$ (舍去).

答: 2015 年到 2017 年甜甜和她妹妹在六一收到红包的年增长率是 10% ;

(2) 设甜甜在 2017 年六一收到微信红包为 y 元,

依题意得: $2y+34+y = 484$,

解得 $y = 150$

所以 $484 - 150 = 334$ (元).

$PMDA$ 为菱形, 由菱形的性质和抛物线的对称性可得 $\angle PDE = \angle APM$, 可证得结论, 在 $Rt\triangle AOM$ 中, 用 t 表示出 AM 的长, 再表示出 PE 的长, 由相似比为 $\sqrt{3}$ 可得到关于 t 的方程, 可求得 t 的值, 可求得 P 点坐标.

【解答】(1) 解: $\because$ 抛物线的对称轴是 y 轴,

$\therefore$ 可设抛物线解析式为 $y = ax^2 + c$,

$\because$ 点 $(2, 2), (1, \frac{5}{4})$ 在抛物线上,

$$\therefore \begin{cases} 4a+c=2 \\ a+c=\frac{5}{4} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ c=1 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$,

$\therefore N$ 点坐标为 $(0, 1)$;

(2) 证明: 设 $P(t, \frac{1}{4}t^2 + 1)$, 则 $C(0, \frac{1}{4}t^2 + 1)$, $PA = \frac{1}{4}t^2 + 1$,

$\because M$ 是 O 关于抛物线顶点 N 的对称点, D 是 C 点关于 N 的对称点, 且 $N(0, 1)$,

$\therefore M(0, 2)$,

$\because OC = \frac{1}{4}t^2 + 1$, $ON = 1$,

$\therefore DN = CN = \frac{1}{4}t^2 + 1 - 1 = \frac{1}{4}t^2$,

$\therefore OD = \frac{1}{4}t^2 - 1$,

$\therefore D(0, -\frac{1}{4}t^2 + 1)$,

$\therefore DM = 2 - (-\frac{1}{4}t^2 + 1) = \frac{1}{4}t^2 + 1 = PA$, 且 $DM \parallel PA$,

$\therefore$ 四边形 $PMDA$ 为平行四边形;

(3) 解: 同 (2) 设 $P(t, \frac{1}{4}t^2 + 1)$, 则 $C(0, \frac{1}{4}t^2 + 1)$, $PA = \frac{1}{4}t^2 + 1$, $PC = |t|$,

$\because M(0, 2)$,

$\therefore CM = \frac{1}{4}t^2 + 1 - 2 = \frac{1}{4}t^2 - 1$,

在 $Rt\triangle PMC$ 中, 由勾股定理可得 $PM = \sqrt{PC^2 + CM^2} = \sqrt{t^2 + (\frac{1}{4}t^2 - 1)^2} = \sqrt{(\frac{1}{4}t^2 + 1)^2}$

$= \frac{1}{4}t^2 + 1 = PA$, 且四边形 $PMDA$ 为平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $PMDA$ 为菱形,

$$\therefore \angle APM = \angle ADM = 2\angle PDM,$$

$\because PE \perp y$ 轴, 且抛物线对称轴为 y 轴,

$$\therefore DP = DE, \text{ 且 } \angle PDE = 2\angle PDM,$$

$$\therefore \angle PDE = \angle APM, \text{ 且 } \frac{PD}{PA} = \frac{DE}{PM},$$

$$\therefore \triangle DPE \sim \triangle PAM;$$

$$\because OA = |t|, OM = 2,$$

$$\therefore AM = \sqrt{t^2 + 4}, \text{ 且 } PE = 2PC = 2|t|,$$

$$\text{当相似比为 } \sqrt{3} \text{ 时, 则 } \frac{PE}{AM} = \sqrt{3}, \text{ 即 } \frac{2|t|}{\sqrt{t^2 + 4}} = \sqrt{3}, \text{ 解得 } t = 2\sqrt{3} \text{ 或 } t = -2\sqrt{3},$$

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } (2\sqrt{3}, 4) \text{ 或 } (-2\sqrt{3}, 4).$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、平行四边形的判定和性质、勾股定理、菱形的判定和性质、相似三角形的判定和性质及方程思想等知识. 在 (1) 中注意抛物线解析式的设法, 在 (2) 中用 t 表示出 DM 的长是解题的关键, 在 (3) 中证得四边形 $PMDA$ 为菱形是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 计算量较大, 难度较大

26. **【分析】** (1) 根据全等三角形的判定定理即可得到结论;

(2) ①过 G 作 $GH \parallel AD$ 交 BC 于 H , 由 $AG = BG$, 得到 $BH = DH$, 根据已知条件设 $DC = 1$, $BD = 4$, 得到 $BH = DH = 2$, 根据平行线分线段成比例定理得到 $\frac{GM}{MC} = \frac{HD}{DC} = \frac{2}{1}$, 求得 $GM = 2MC$;

②过 C 作 $CN \perp AC$ 交 AD 的延长线于 N , 则 $CN \parallel AG$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AG}{NC} = \frac{GM}{MC}$, 由①知 $GM = 2MC$, 得到 $2NC = AG$, 根据相似三角形的性质得到结论.

【解答】 证明: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中, $\begin{cases} BA=BD \\ BE=BE \end{cases}$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBE;$$

(2) ①过 G 作 $GH \parallel AD$ 交 BC 于 H ,

$$\because AG = BG,$$

$$\therefore BH = DH,$$

$$\because BD = 4DC,$$

设 $DC = 1$, $BD = 4$,

