

2016 年湖南省郴州市中考数学试卷

一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

1. (3 分) 2016 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2016}$ B. $-\frac{1}{2016}$ C. 2016 D. -2016

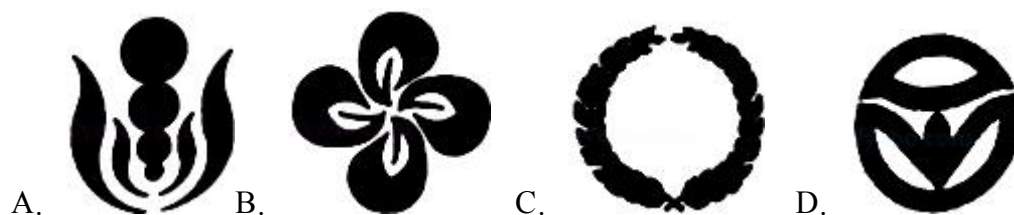
2. (3 分) 2016 年 5 月 23 日, 为期 5 天的第四届中国 (湖南) 国际矿物宝石博览会在郴州圆满落下帷幕, 参观人数约 32 万人次, 交易总额达 17.6 亿元人民币, 32000 用科学记数法表示为 ()

- A. 32×10^4 B. 3.2×10^4 C. 3.2×10^5 D. 0.32×10^6

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3a+2b=5ab$ B. $a^2 \times a^3=a^6$ C. $(a-b)^2=a^2-b^2$ D. $a^3 \div a^2=a$

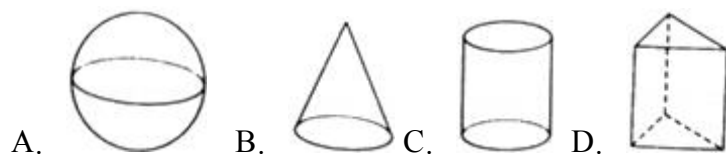
4. (3 分) 下列生态环保标志中, 是中心对称图形的是 ()



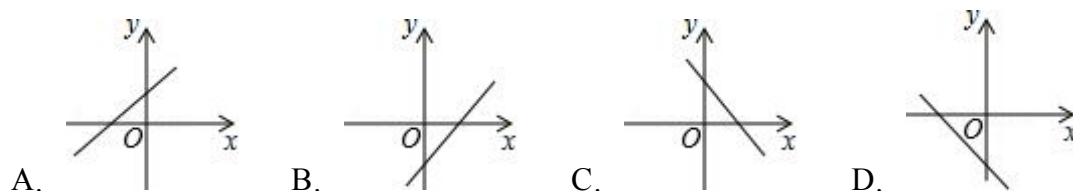
5. (3 分) 在郴州市中小学“创园林城市, 创卫生城市, 创文明城市”演讲比赛中, 5 位评委给靓靓同学的评分如下: 9.0, 9.2, 9.2, 9.1, 9.5, 则这 5 个数据的平均数和众数分别是 ()

- A. 9.1, 9.2 B. 9.2, 9.2 C. 9.2, 9.3 D. 9.3, 9.2

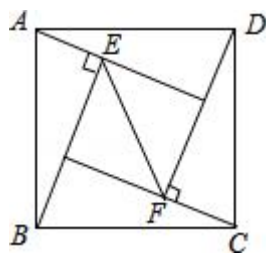
6. (3 分) 下列四个立体图形中, 它们各自的三视图都相同的是 ()



7. (3 分) 当 $b < 0$ 时, 一次函数 $y=x+b$ 的图象大致是 ()



8. (3 分) 如图, 在正方形 ABCD 中, $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 为直角三角形, $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$, $AE = CF = 5$, $BE = DF = 12$, 则 EF 的长是 ()



- A. 7 B. 8 C. $7\sqrt{2}$ D. $7\sqrt{3}$

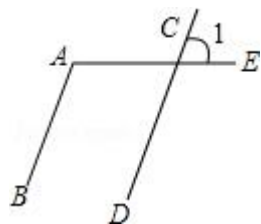
二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) 计算: $-1+\sqrt{4}=\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3 分) 因式分解: $m^2n-6mn+9n=\underline{\hspace{2cm}}$.

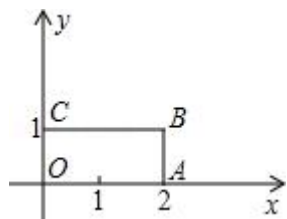
11. (3 分) 二次根式 $\sqrt{a-1}$ 中, a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3 分) 如图, 直线 AB , CD 被直线 AE 所截, $AB\parallel CD$, $\angle A=110^\circ$, 则 $\angle 1=\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

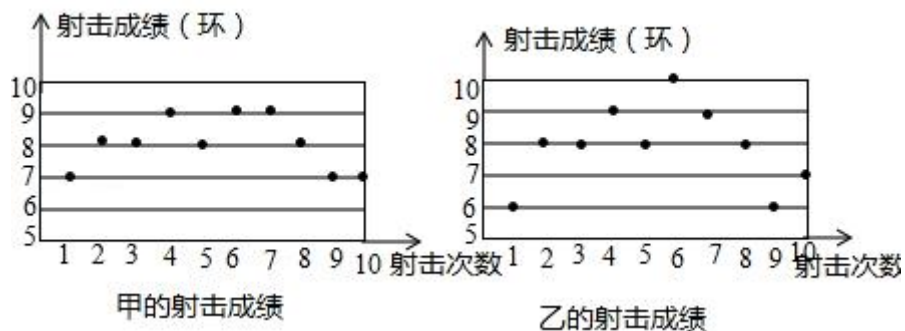


13. (3 分) 同时掷两枚均匀的硬币, 则两枚都出现反面朝上的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(2, 1)$, $C(0, 1)$, 以坐标原点 O 为位似中心, 将矩形 $OABC$ 放大为原图形的 2 倍, 记所得矩形为 $OA_1B_1C_1$, B 为对应点为 B_1 , 且 B_1 在 OB 的延长线上, 则 B_1 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. (3 分) 如图是一次射击训练中甲、乙两人的 10 次射击成绩的分布情况, 则射击成绩的方差较小的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填“甲”或“乙”).



16. (3 分) 观察下列等式: $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, ..., 试猜想, 3^{2016} 的个位数字是_____.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 82 分)

17. (6 分) 计算: $(\frac{1}{3})^0 + (-1)^{2016} - |-\sqrt{3}| + 2\sin 60^\circ$.

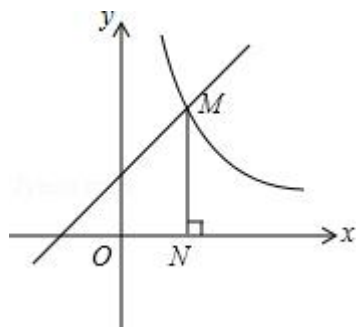
18. (6 分) 解不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 \text{ ①} \\ 3(x-1) < 2x \text{ ②} \end{cases}$.

19. (6 分) 如图, 一次函数 $y_1=x+1$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象

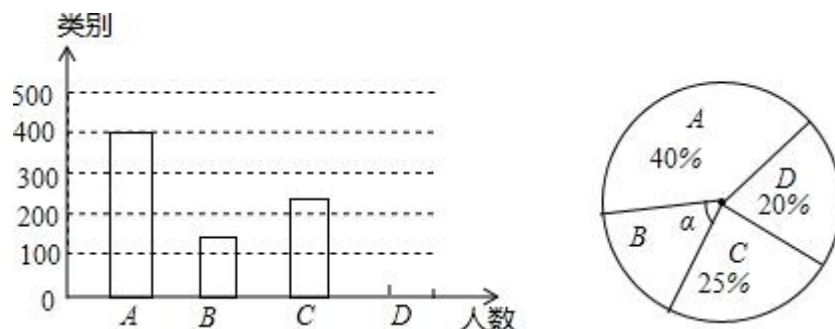
交于点 M, 作 $MN \perp x$ 轴, N 为垂足, 且 $ON=1$

(1) 在第一象限内, 当 x 取何值时, $y_1 > y_2$? (根据图象直接写出结果)

(2) 求反比例函数的表达式.



20. (8 分) 在中央文明办对 2015 年全国文明城市测评中, 郴州市在全省五个全国文明城市提名城市中排名第一, 成绩的取得主要得力于领导高度重视、整改措施有效、市民积极参与及市民文明素质进一步提高. 郴州市某中学数学课外兴趣小组随机走访了部分市民, 对 A (领导高度重视)、B (整改措施有效)、C (市民积极参与)、D (市民文明素质进一步提高) 四个类别进行满意度调查 (只勾选最满意的一项), 并将调查结果制作了如下两幅不完整的统计图.

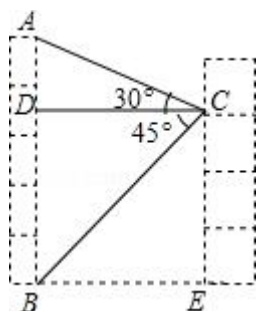


- (1) 这次调查共走访市民____人, $\angle \alpha =$ ____度.
- (2) 请补全条形统计图.
- (3) 结合上面的调查统计结果, 请你对郴州市今后的文明城市创建工作提出好的建议.

21. (8 分) 某商店原来平均每天可销售某种水果 200 千克, 每千克可盈利 6 元, 为减少库存, 经市场调查, 如果这种水果每千克降价 1 元, 则每天可多售出 20 千克.

- (1) 设每千克水果降价 x 元, 平均每天盈利 y 元, 试写出 y 关于 x 的函数表达式;
- (2) 若要平均每天盈利 960 元, 则每千克应降价多少元?

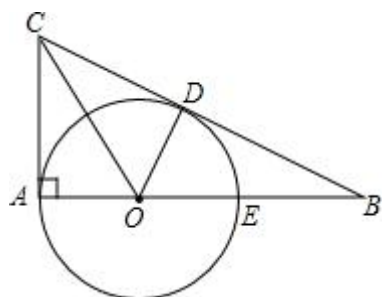
22. (8 分) 小宇在学习解直角三角形的知识后, 萌生了测量他家对面位于同一水平面的楼房高度的想法, 他站在自家 C 处测得对面楼房底端 B 的俯角为 45° , 测得对面楼房顶端 A 的仰角为 30° , 并量得两栋楼房间的距离为 9 米, 请你用小宇测得的数据求出对面楼房 AB 的高度. (结果保留到整数, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



23. (8 分) 如图, OA, OD 是 $\odot O$ 半径, 过 A 作 $\odot O$ 的切线, 交 $\angle AOD$ 的平分线于点 C, 连接 CD, 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E, 交 CD 的延长线于点 B

(1) 求证: 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如果 D 点是 BC 的中点, $\odot O$ 的半径为 3cm, 求 $\widehat{DE}$ 的长度 (结果保留 π)



24. (10 分) 设 a, b 是任意两个实数, 规定 a 与 b 之间的一种运算“ $\oplus$ ”为: $a \oplus$

$$b = \begin{cases} \frac{b}{a} & (a > 0) \\ a - b & (a \leq 0) \end{cases},$$

例如: $1 \oplus (-3) = \frac{-3}{1} = -3$, $(-3) \oplus 2 = (-3) - 2 = -5$,

$$(x^2+1) \oplus (x-1) = \frac{x-1}{x^2+1} \quad (\text{因为 } x^2+1 > 0)$$

参照上面材料, 解答下列问题:

(1) $2 \oplus 4 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(-2) \oplus 4 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $x > \frac{1}{2}$, 且满足 $(2x-1) \oplus (4x^2-1) = (-4) \oplus (1-4x)$, 求 x 的值.

25. (10 分) 如图 1, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴相交于点 C , 连结 BC , 点 P 为抛物线上一动点, 过点 P 作 x 轴的垂线 l , 交直线 BC 于点 G , 交 x 轴于点 E .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 当 P 位于 y 轴右边的抛物线上运动时, 过点 C 作 $CF \perp$ 直线 l , F 为垂足, 当点 P 运动到何处时, 以 P, C, F 为顶点的三角形与 $\triangle OBC$ 相似? 并求出此时点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 当点 P 在位于直线 BC 上方的抛物线上运动时, 连结 PC, PB , 请问 $\triangle PBC$ 的面积 S 能否取得最大值? 若能, 请求出最大面积 S , 并求出此时点 P 的坐标, 若不能, 请说明理由.

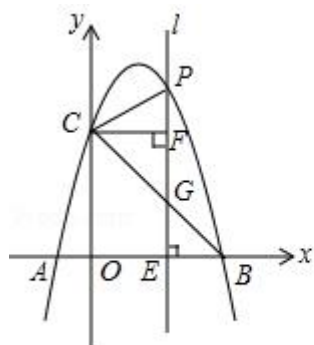


图1

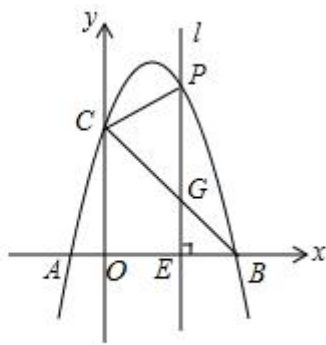


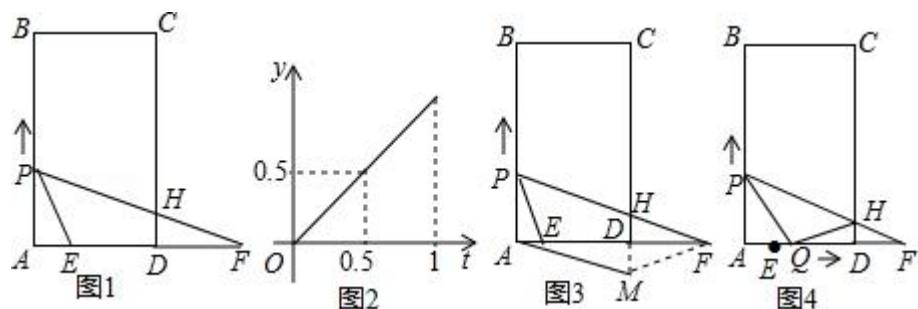
图2

26. (12 分) 如图 1, 矩形 ABCD 中, $AB=7\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$, 点 E 为 AD 上一定点, 点 F 为 AD 延长线上一点, 且 $DF=a\text{cm}$, 点 P 从 A 点出发, 沿 AB 边向点 B 以 2cm/s 的速度运动, 连结 PE, 设点 P 运动的时间为 $t\text{s}$, $\triangle PAE$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, 当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $\triangle PAE$ 的面积 y (cm^2) 关于时间 t (s) 的函数图象如图 2 所示, 连结 PF, 交 CD 于点 H.

(1) t 的取值范围为____, $AE=$ ____ cm ;

(2) 如图 3, 将 $\triangle HDF$ 沿线段 DF 进行翻折, 与 CD 的延长线交于点 M, 连结 AM, 当 a 为何值时, 四边形 PAMH 为菱形? 并求出此时点 P 的运动时间 t ;

(3) 如图 4, 当点 P 出发 1s 后, AD 边上另一动点 Q 从 E 点出发, 沿 ED 边向点 D 以 1cm/s 的速度运动, 如果 P, Q 两点中的任意一点到达终点后, 另一点也停止运动, 连结 PQ, QH. 若 $a=\frac{4}{3}\text{cm}$, 请问 $\triangle PQH$ 能否构成直角三角形? 若能, 请求出点 P 的运动时间 t ; 若不能, 请说明理由.



2016 年湖南省郴州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2016•郴州) 2016 的倒数是 ()

A. $\frac{1}{2016}$ B. $-\frac{1}{2016}$ C. 2016 D. -2016

【考点】倒数.

【分析】直接利用倒数的定义分析得出答案.

【解答】解: $\because 2016 \times \frac{1}{2016} = 1$,

$\therefore 2016$ 的倒数是 $\frac{1}{2016}$,

故选 A.

【点评】此题主要考查了倒数的定义, 正确把握互为倒数之间关系是解题关键.

2. (3 分) (2016•郴州) 2016 年 5 月 23 日, 为期 5 天的第四届中国 (湖南) 国际矿物宝石博览会在郴州圆满落下帷幕, 参观人数约 32 万人次, 交易总额达 17.6 亿元人民币, 32000 用科学记数法表示为 ()

A. 32×10^4 B. 3.2×10^4 C. 3.2×10^5 D. 0.32×10^6

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 32000 用科学记数法表示为 3.2×10^4 .

故选 B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2016•郴州) 下列运算正确的是 ()

A. $3a+2b=5ab$ B. $a^2 \times a^3 = a^6$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $a^3 \div a^2 = a$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；完全平方公式.

【专题】推理填空题.

【分析】A: 根据合并同类项的方法判断即可.

B: 根据同底数幂的乘法法则判断即可.

C: 根据完全平方公式判断即可.

D: 根据同底数幂的除法法则判断即可.

【解答】解: $\because 3a+2b \neq 5ab$,

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because a^2 \times a^3 = a^5$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$,

$\therefore$ 选项 C 不正确;

$\because a^3 \div a^2 = a$,

$\therefore$ 选项 D 正确.

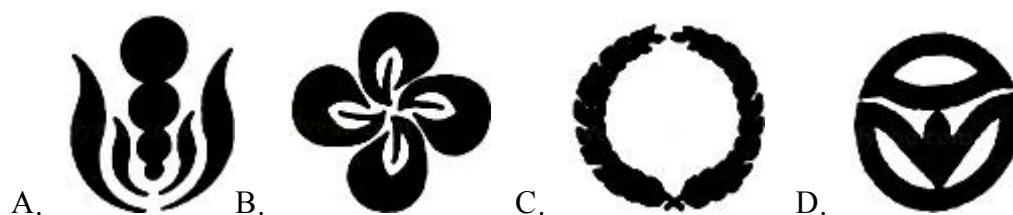
故选: D.

【点评】(1) 此题主要考查了同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数; ②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0; ③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

(2) 此题还考查了同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①底数必须相同; ②按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 此题还考查了完全平方公式, 以及合并同类项的方法, 要熟练掌握.

4. (3 分) (2016•郴州) 下列生态环保标志中, 是中心对称图形的是 ()



【考点】 中心对称图形.

【分析】 根据中心对称图形的定义对各选项分析判断即可得解.

【解答】 解: A、不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、是中心对称图形, 故本选项正确;

C、不是中心对称图形, 故本选项错误;

D、不是中心对称图形, 故本选项错误.

故选 B.

【点评】 本题考查了中心对称图形的概念, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

5. (3 分) (2016•郴州) 在郴州市中小学“创园林城市, 创卫生城市, 创文明城市”演讲比赛中, 5 位评委给靓靓同学的评分如下: 9.0, 9.2, 9.2, 9.1, 9.5, 则这 5 个数据的平均数和众数分别是 ()

A. 9.1, 9.2 B. 9.2, 9.2 C. 9.2, 9.3 D. 9.3, 9.2

【考点】 众数; 算术平均数.

【分析】 根据平均数和众数的定义分别进行解答即可.

【解答】 解: 这组数据的平均数是: $(9.0+9.2+9.2+9.1+9.5) \div 5=9.2$;

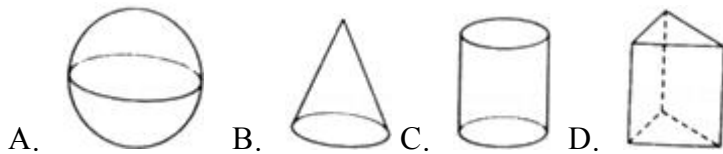
这组数据中 9.2 出现了 2 次, 出现的次数最多,

则众数是 9.2;

故选 B.

【点评】 此题考查了平均数和众数, 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数; 众数是一组数据中出现次数最多的数.

6. (3 分) (2016•郴州) 下列四个立体图形中, 它们各自的三视图都相同的是 ()



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形解答即可.

【解答】解：A、球的三视图都是圆，故本选项正确；

B、圆锥的主视图和左视图是三角形，俯视图是带有圆心的圆，故本选项错误；

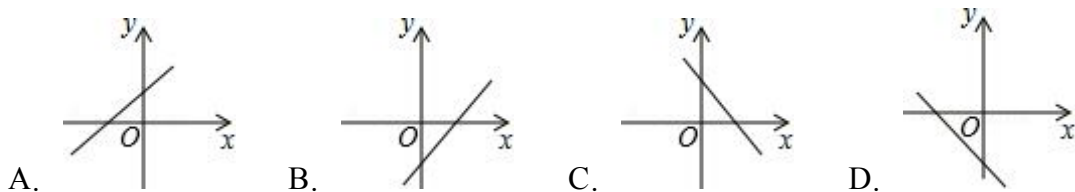
C、圆柱的主视图和左视图是矩形，俯视图是圆，故本选项错误；

D、三棱柱的主视图和左视图是矩形，俯视图是三角形，故本选项错误.

故选 A.

【点评】本题考查的是几何体的三视图，理解主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看所得到的图形是解题的关键.

7. (3 分) (2016•郴州) 当 $b < 0$ 时，一次函数 $y=x+b$ 的图象大致是 ()



【考点】一次函数的图象；一次函数图象与系数的关系.

【分析】根据一次函数系数的正负，可得出一次函数图象经过的象限，由此即可得出结论.

【解答】解：∵ $k=1 > 0$ ， $b < 0$ ，

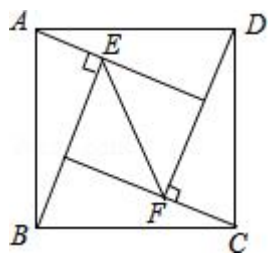
∴ 一次函数 $y=x+b$ 的图象经过第一、三、四象限.

故选 B.

【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系，解题的关键是找出函数图象经过的象限. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据一次函数的解析式结合一次函数图象与系数的关系找出函数图象经过的象限是关键.

8. (3 分) (2016•郴州) 如图，在正方形 ABCD 中， $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 为直角三角

形, $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$, $AE = CF = 5$, $BE = DF = 12$, 则 EF 的长是 ()



A. 7 B. 8 C. $7\sqrt{2}$ D. $7\sqrt{3}$

【考点】 正方形的性质.

【分析】 由正方形的性质得出 $\angle BAD = \angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = BC = CD = AD$, 由 SSS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 得出 $\angle ABE = \angle CDF$, 证出 $\angle ABE = \angle DAG = \angle CDF = \angle BCH$, 由 AAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$, 得出 $AE = DG$, $BE = AG$, 同理: $AE = DG = CF = BH = 5$, $BE = AG = DF = CH = 12$, 得出 $EG = GF = FH = EF = 7$, 证出四边形 EGFH 是正方形, 即可得出结果.

【解答】 解: 如图所示:

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle BAD = \angle ABC = \angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$, $AB = BC = CD = AD$,

$\therefore \angle BAE + \angle DAG = 90^\circ$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ AE = CF \\ BE = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SSS),

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$,

$\because \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABE = \angle DAG = \angle CDF$,

同理: $\angle ABE = \angle DAG = \angle CDF = \angle BCH$,

$\therefore \angle DAG + \angle ADG = \angle CDF + \angle ADG = 90^\circ$,

即 $\angle DGA = 90^\circ$,

同理: $\angle CHB = 90^\circ$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle DAG \\ \angle AEB = \angle DGA = 90^\circ \\ AB = DA \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG$ (AAS),

$\therefore AE = DG, BE = AG,$

同理: $AE = DG = CF = BH = 5, BE = AG = DF = CH = 12,$

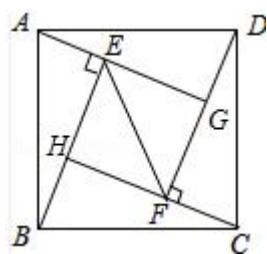
$\therefore EG = GF = FH = EF = 12 - 5 = 7,$

$\therefore \angle GEH = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 EGFH 是正方形,

$\therefore EF = \sqrt{2}EG = 7\sqrt{2};$

故选: C.



【点评】 本题考查了正方形的判定与性质、全等三角形的判定与性质; 熟练掌握正方形的判定与性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2016•郴州) 计算: $-1 + \sqrt{4} = \underline{1}$.

【考点】 二次根式的性质与化简.

【分析】 直接利用二次根式的性质化简, 进而求出答案.

【解答】 解: 原式 $= -1 + 2 = 1$.

故答案为: 1.

【点评】 此题主要考查了二次根式的性质与化简, 正确化简二次根式是解题关键.

10. (3 分) (2016•郴州) 因式分解: $m^2n - 6mn + 9n = \underline{n(m-3)^2}$.

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 此多项式有公因式, 应先提取公因式, 再对余下的多项式进行观察, 有 3 项, 可采用完全平方公式继续分解.

【解答】解： $m^2n - 6mn + 9n$
 $=n(m^2 - 6m + 9)$
 $=n(m - 3)^2.$

故答案为： $n(m - 3)^2.$

【点评】本题考查了提公因式法与公式法分解因式，要求灵活使用各种方法对多项式进行因式分解，一般来说，如果可以先提取公因式的要先提取公因式，再考虑运用公式法分解.

11. (3 分) (2016•郴州) 二次根式 $\sqrt{a-1}$ 中， a 的取值范围是 $a \geq 1$.

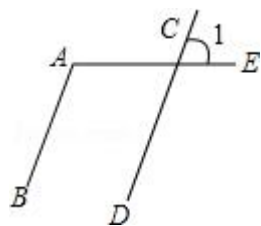
【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式即可.

【解答】解：由题意得， $a - 1 \geq 0$ ，
解得， $a \geq 1$ ，
故答案为： $a \geq 1$.

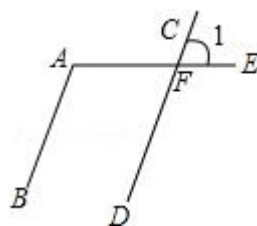
【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式中的被开方数必须是非负数是解题的关键.

12. (3 分) (2016•郴州) 如图，直线 AB ， CD 被直线 AE 所截， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 110^\circ$ ， 则 $\angle 1 =$ 70 度.



【考点】平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质求出 $\angle AFD$ ， 根据对顶角相等得出即可.



【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle A + \angle AFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle AFD = 70^\circ,$$

故答案为：70.

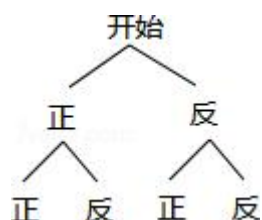
【点评】 本题考查了平行线的性质的应用，能根据平行线的性质求出 $\angle AFD$ 的度数是解此题的关键，注意：两直线平行，同旁内角互补.

13. (3 分) (2016•郴州) 同时掷两枚均匀的硬币，则两枚都出现反面朝上的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两枚都出现反面朝上的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解：画树状图得：



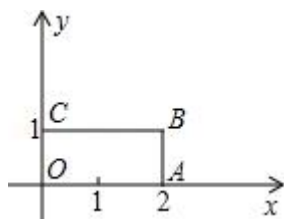
$\therefore$ 共有 4 种等可能的结果，两枚都出现反面朝上的有 1 种情况，

$\therefore$ 两枚都出现反面朝上的概率是： $\frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (3 分) (2016•郴州) 如图，在平面直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点坐标分别为 O (0, 0)，A (2, 0)，B (2, 1)，C (0, 1)，以坐标原点 O 为位似中心，将矩形 OABC 放大为原图形的 2 倍，记所得矩形为 $OA_1B_1C_1$ ，B 为对应点为 B_1 ，且 B_1 在 OB 的延长线上，则 B_1 的坐标为 (4, 2).



【考点】位似变换；坐标与图形性质；矩形的性质.

【专题】数形结合.

【分析】利用以原点为位似中心的位似图形的坐标之间的关系求解.

【解答】解： $\because$ B 点坐标为 $(2, 1)$,

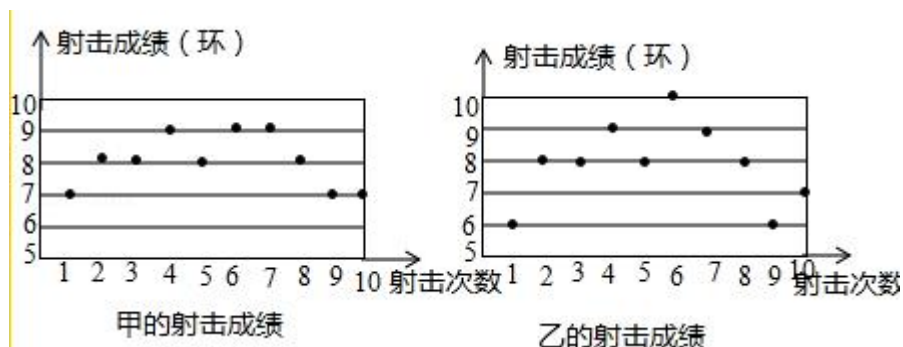
而 B 为对应点为 B_1 , 且 B_1 在 OB 的延长线上,

$\therefore B_1$ 的坐标为 $(2 \times 2, 1 \times 2)$, 即 $B_1(4, 2)$.

故答案为 $(4, 2)$.

【点评】本题考查了位似变换：在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为 k ，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

15. (3 分) (2016•郴州) 如图是一次射击训练中甲、乙两人的 10 次射击成绩的分布情况，则射击成绩的方差较小的是__甲__ (填“甲”或“乙”).



【考点】方差.

【分析】从一次射击训练中甲、乙两人的 10 次射击成绩的分布情况得出甲乙的射击成绩，再利用方差的公式计算.

【解答】解：由图中知，甲的成绩为 7, 8, 8, 9, 8, 9, 9, 8, 7, 7,

乙的成绩为 6, 8, 8, 9, 8, 10, 9, 8, 6, 7,

$$\overline{x}_{\text{甲}} = (7+8+8+9+8+9+9+8+7+7) \div 10 = 8,$$

$$\overline{x}_{\text{乙}} = (6+8+8+9+8+10+9+8+6+7) \div 10 = 7.9,$$

甲的方差 $S_{\text{甲}}^2 = [3 \times (7-8)^2 + 4 \times (8-8)^2 + 3 \times (9-8)^2] \div 10 = 0.6$,

乙的方差 $S_{\text{乙}}^2 = [2 \times (6-7.9)^2 + 4 \times (8-7.9)^2 + 2 \times (9-7.9)^2 + (10-7.9)^2 + (7-7.9)^2] \div 10 = 1.49$,

则 $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$, 即射击成绩的方差较小的是甲.

故答案为: 甲.

【点评】 本题考查方差的定义与意义, 熟记方差的计算公式是解题的关键, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

16. (3 分) (2016•郴州) 观察下列等式: $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, ..., 试猜想, 3^{2016} 的个位数字是 1.

【考点】 尾数特征.

【分析】 根据给出的规律, 3^n 的个位数字是 3, 9, 7, 1, 是 4 个循环一次, 用 2016 去除以 4, 看余数是几, 再确定个位数字.

【解答】 解: 设 n 为自然数,

$\therefore 3^{4n+1}$ 的个位数字是 3, 与 3^1 的个位数字相同, 3^{4n+2} 的个位数字是 9, 与 3^2 的个位数字相同, 3^{4n+3} 的个位数字是 7, 与 3^3 的个位数字相同, 3^{4n} 的个位数字是 1, 与 3^4 的个位数字相同,

$\therefore 3^{2016} = 3^{504 \times 4}$ 的个位数字与 3^4 的个位数字相同, 应为 1,

故答案为: 1.

【点评】 本题考查了数字的变化规律, 这类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 82 分)

17. (6 分) (2016•郴州) 计算: $(\frac{1}{3})^0 + (-1)^{2016} - |-\sqrt{3}| + 2\sin 60^\circ$.

【考点】 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

【专题】 计算题.

【分析】 根据实数的运算顺序, 首先计算乘方, 然后从左向右依次计算, 求出算式 $(\frac{1}{3})^0 + (-1)^{2016} - |-\sqrt{3}| + 2\sin 60^\circ$ 的值是多少即可.

【解答】解： $(\frac{1}{3})^0 + (-1)^{2016} - |-\sqrt{3}| + 2\sin 60^\circ$
 $= 1 + 1 - \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 2.$

【点评】(1) 此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：
 ① $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$.

(3) 此题还考查了特殊角的三角函数值，要牢记 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

18. (6 分) (2016•郴州) 解不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0 & \text{①} \\ 3(x-1) < 2x & \text{②} \end{cases}$.

【考点】解一元一次不等式组.

【专题】计算题.

【分析】分别解两个不等式得到 $x > 1$ 和 $x < 3$ ，然后利用大小小大中间找确定不等式组的解集.

【解答】解：解①得 $x > 1$ ，
 解②得 $x < 3$ ，
 所以不等式组的解集为 $1 < x < 3$.

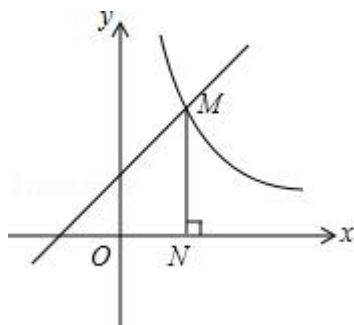
【点评】本题考查了解一元一次不等式组：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集. 解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

19. (6 分) (2016•郴州) 如图，一次函数 $y_1 = x + 1$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ (x

>0) 的图象交于点 M , 作 $MN \perp x$ 轴, N 为垂足, 且 $ON=1$

(1) 在第一象限内, 当 x 取何值时, $y_1 > y_2$? (根据图象直接写出结果)

(2) 求反比例函数的表达式.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 根据 $ON=1$, $MN \perp x$ 轴, 得到 M 点的横坐标为 1, 代入 $y_1=x+1=2$, 求得 $M(1, 2)$, 于是得出结论;

(2) 点 M 在反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上, 于是得到 $2=\frac{k}{1}$, 求得 $k=2$, 于是得到反比例函数的表达式为 $y_2=\frac{2}{x}$.

【解答】解: (1) $\because ON=1$, $MN \perp x$ 轴,

$\therefore M$ 点的横坐标为 1,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, $y_1=x+1=2$,

$\therefore M(1, 2)$,

$\therefore$ 当 $x>1$ 时, $y_1 > y_2$;

(2) $\because$ 点 M 在反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象上,

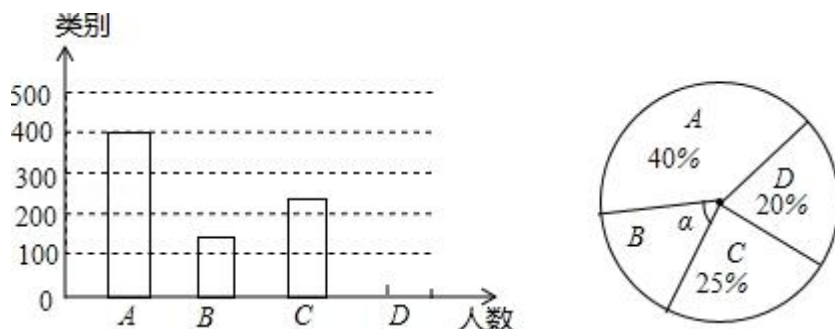
$\therefore 2=\frac{k}{1}$,

$\therefore k=2$,

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y_2=\frac{2}{x}$.

【点评】此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 涉及的知识有: 待定系数法求函数解析式, 坐标与图形性质, 一次函数与坐标轴的交点, 以及反比例函数的图象与性质, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

20. (8分) (2016•郴州) 在中央文明办对 2015 年全国文明城市测评中, 郴州市在全省五个全国文明城市提名城市中排名第一, 成绩的取得主要得力于领导高度重视、整改措施有效、市民积极参与及市民文明素质进一步提高. 郴州市某中学数学课外兴趣小组随机走访了部分市民, 对 A (领导高度重视)、B (整改措施有效)、C (市民积极参与)、D (市民文明素质进一步提高) 四个类别进行满意度调查 (只勾选最满意的一项), 并将调查结果制作了如下两幅不完整的统计图.



(1) 这次调查共走访市民 1000 人, $\angle \alpha =$ 54 度.

(2) 请补全条形统计图.

(3) 结合上面的调查统计结果, 请你对郴州市今后的文明城市创建工作提出好的建议.

【考点】 条形统计图; 扇形统计图.

【分析】 (1) 由 A 人数及其占被调查人数的百分比可得总人数, 根据扇形统计图可得 B 的百分比, 再乘以 360° 可得答案;

(2) 总人数乘以 D 所占百分比可得;

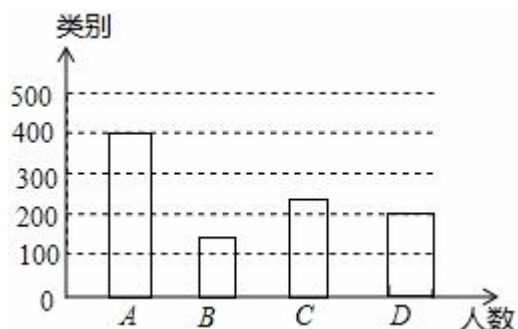
(3) 结合统计图中数据提出合理建议即可.

【解答】 解: (1) 这次调查共走访市民人数为: $400 \div 40\% = 1000$ (人),

$\therefore$ B 类人数所占百分比为: $1 - 40\% - 20\% - 25\% = 15\%$,

$\therefore \angle \alpha = 360^\circ \times 15\% = 54^\circ$;

(2) D 类人数为: $1000 \times 20\% = 200$ (人), 补全条形图如图:



(3) 由扇形统计图可知，对“整改措施有效”的占被调查人数的 15%，是所有 4 个类别中最少的，

故今后应加大整改措施的落实工作.

故答案为：(1) 1000，54.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

21. (8 分) (2016•郴州) 某商店原来平均每天可销售某种水果 200 千克，每千克可盈利 6 元，为减少库存，经市场调查，如果这种水果每千克降价 1 元，则每天可多售出 20 千克.

(1) 设每千克水果降价 x 元，平均每天盈利 y 元，试写出 y 关于 x 的函数表达式；

(2) 若要平均每天盈利 960 元，则每千克应降价多少元？

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据“每天利润=每天销售质量×每千克的利润”即可得出 y 关于 x 的函数关系式；

(2) 将 $y=960$ 代入 (1) 中函数关系式中，得出关于 x 的一元二次方程，解方程即可得出结论.

【解答】 解：(1) 根据题意得：

$$y = (200 + 20x) \times (6 - x) = -20x^2 - 80x + 1200.$$

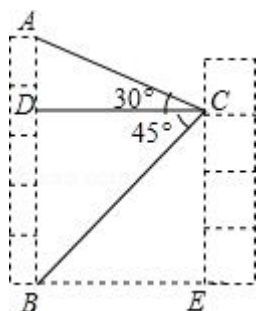
(2) 令 $y = -20x^2 - 80x + 1200$ 中 $y = 960$ ，则有 $960 = -20x^2 - 80x + 1200$ ，
即 $x^2 + 4x - 12 = 0$ ，

解得： $x = -6$ (舍去)，或 $x = 2$ 。

答：若要平均每天盈利 960 元，则每千克应降价 2 元。

【点评】 本题考查了二次函数的应用，解题的关键是：(1) 根据数量关系找出函数关系式；(2) 将 $y=960$ 代入函数关系式得出关于 x 的一元二次方程。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时结合数量关系找出函数关系式是关键。

22. (8 分) (2016•郴州) 小宇在学习解直角三角形的知识后，萌生了测量他家对面位于同一水平面的楼房高度的想法，他站在自家 C 处测得对面楼房底端 B 的俯角为 45° ，测得对面楼房顶端 A 的仰角为 30° ，并量得两栋楼房间的距离为 9 米，请你用小宇测得的数据求出对面楼房 AB 的高度。(结果保留到整数，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题。

【分析】 根据正切的定义分别求出 AD、BD 的长，计算即可。

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\tan \angle ACD = \frac{AD}{DC}$ ，

$$\therefore AD = DC \cdot \tan \angle ACD = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \text{ 米，}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中， $\tan \angle BCD = \frac{BD}{CD}$ ，

$$\therefore BD = CD = 9 \text{ 米，}$$

$$\therefore AB = AD + BD = 3\sqrt{3} + 9 \approx 14 \text{ 米。}$$

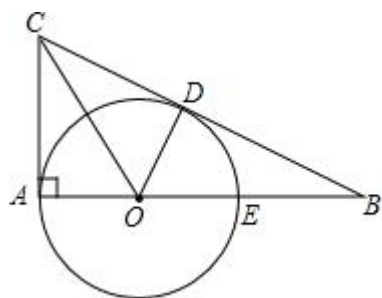
答：楼房 AB 的高度约为 14 米。

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决。

23. (8分) (2016•郴州) 如图, OA , OD 是 $\odot O$ 半径, 过 A 作 $\odot O$ 的切线, 交 $\angle AOD$ 的平分线于点 C , 连接 CD , 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E , 交 CD 的延长线于点 B

(1) 求证: 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如果 D 点是 BC 的中点, $\odot O$ 的半径为 3cm , 求 $\widehat{DE}$ 的长度 (结果保留 π)



【考点】切线的判定与性质; 弧长的计算.

【分析】 (1) 欲证明直线 CD 是 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $\angle ODC=90^\circ$ 即可.

(2) 先证明 $\angle B=\angle OCB=\angle ACO$, 推出 $\angle B=30^\circ$, $\angle DOE=60^\circ$, 利用弧长公式即可解决问题.

【解答】 (1) 证明: $\because AC$ 是 $\odot O$ 切线,

$$\therefore OA \perp AC,$$

$$\therefore \angle OAC=90^\circ,$$

$$\because CO \text{ 平分 } \angle AOD,$$

$$\therefore \angle AOC=\angle COD,$$

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle DOC$ 中,

$$\begin{cases} OC=OC \\ \angle COA=\angle COD, \\ OA=OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOC,$$

$$\therefore \angle ODC=\angle OAC=90^\circ,$$

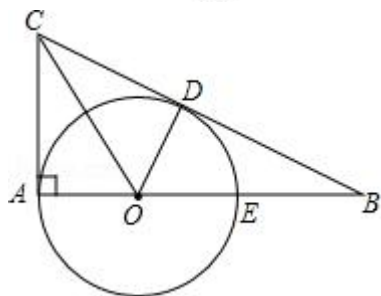
$$\therefore OD \perp CD,$$

$\therefore$ 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线.

$$(2) \because OD \perp BC, DC=DB,$$

$$\therefore OC=OB,$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle OCD &= \angle B = \angle ACO, \\ \therefore \angle B + \angle ACB &= 90^\circ, \\ \therefore \angle B &= 30^\circ, \quad \angle DOE = 60^\circ, \\ \therefore \widehat{DE} \text{的长} &= \frac{60\pi \cdot 3}{180} = \pi.\end{aligned}$$



【点评】 本题考查切线的判定和性质、弧长公式、线段的垂直平分线的性质、全等三角形的判定和性质等知识，属于中考常考题型；解题的关键是发现全等三角形，证明 $\angle B = 30^\circ$ 。

24. (10 分) (2016•郴州) 设 a, b 是任意两个实数，规定 a 与 b 之间的一种运算

$$“\oplus”为: a \oplus b = \begin{cases} \frac{b}{a} (a > 0) \\ a - b (a \leq 0) \end{cases},$$

$$\text{例如: } 1 \oplus (-3) = \frac{-3}{1} = -3, \quad (-3) \oplus 2 = (-3) - 2 = -5,$$

$$(x^2 + 1) \oplus (x - 1) = \frac{x - 1}{x^2 + 1} \quad (\text{因为 } x^2 + 1 > 0)$$

参照上面材料，解答下列问题：

$$(1) \quad 2 \oplus 4 = \underline{2}, \quad (-2) \oplus 4 = \underline{-6};$$

$$(2) \quad \text{若 } x > \frac{1}{2}, \text{ 且满足 } (2x - 1) \oplus (4x^2 - 1) = (-4) \oplus (1 - 4x), \text{ 求 } x \text{ 的值.}$$

【考点】 实数的运算；解分式方程；解一元一次不等式.

【专题】 新定义.

【分析】 (1) 按照运算的规定直接列式计算即可；

(2) 按照运算的规定列方程，解出方程即可.

$$\text{【解答】解: (1) } 2 \oplus 4 = \frac{4}{2} = 2,$$

$$(-2) \oplus 4 = -2 - 4 = -6;$$

$$(2) \quad \because x > \frac{1}{2},$$

$$\therefore (2x-1) \oplus (4x^2-1) = (-4) \oplus (1-4x),$$

$$\text{即 } \frac{4x^2-1}{2x-1} = -4 - (1-4x),$$

$$\frac{4x^2-1}{2x-1} = 4x-5,$$

$$4x^2-1 = (4x-5)(2x-1),$$

$$4x^2-1 = 4x^2-14x+5,$$

$$2x^2-7x+3=0,$$

$$(2x-1)(x-3)=0,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 3.$$

经检验, $x_1 = \frac{1}{2}$ 是增根, $x_2 = 3$ 是原方程的解,

故 x 的值是 3.

故答案为: 2, -6.

【点评】 此题考查有理数的混合运算和解分式方程, 注意新运算的计算方法.

25. (10 分) (2016•郴州) 如图 1, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A (-1, 0), B (4, 0) 两点, 与 y 轴相交于点 C, 连结 BC, 点 P 为抛物线上一动点, 过点 P 作 x 轴的垂线 l, 交直线 BC 于点 G, 交 x 轴于点 E.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 当 P 位于 y 轴右边的抛物线上运动时, 过点 C 作 $CF \perp$ 直线 l, F 为垂足, 当点 P 运动到何处时, 以 P, C, F 为顶点的三角形与 $\triangle OBC$ 相似? 并求出此时点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 当点 P 在位于直线 BC 上方的抛物线上运动时, 连结 PC, PB, 请问 $\triangle PBC$ 的面积 S 能否取得最大值? 若能, 请求出最大面积 S, 并求出此时点 P 的坐标, 若不能, 请说明理由.

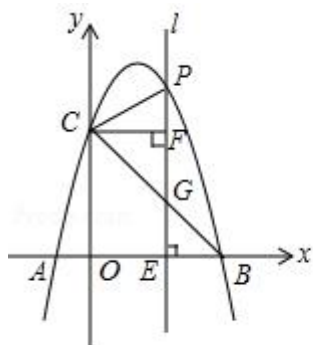


图1

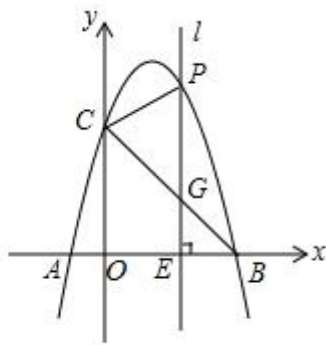


图2

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 将点 A $(-1, 0)$, B $(4, 0)$ 的坐标代入抛物线的解析式, 求得 b、c 的值即可;

(2) 先由函数解析式求得点 C 的坐标, 从而得到 $\triangle OBC$ 为等腰直角三角形, 故此当 $CF=PF$ 时, 以 P, C, F 为顶点的三角形与 $\triangle OBC$ 相似.

设点 P 的坐标为 $(a, -a^2+3a+4)$. 则 $CF=a$, $PF=-a^2+3a$, 接下来列出关于 a 的方程, 从而可求得 a 的值, 于是可求得点 P 的坐标;

(3) 连接 EC. 设点 P 的坐标为 $(a, -a^2+3a+4)$. 则 $OE=a$, $PE=-a^2+3a+4$, $EB=4-a$. 然后依据 $S_{\triangle PBC}=S_{\text{四边形}PCEB}-S_{\triangle CEB}$ 列出 $\triangle PBC$ 的面积与 a 的函数关系式, 从而可求得三角形的最大面积.

【解答】解: (1) 将点 A $(-1, 0)$, B $(4, 0)$ 的坐标代入函数的表达式得:

$$\begin{cases} -1-b+c=0 \\ -16+4b+c=0 \end{cases},$$

解得: $b=3$, $c=4$.

抛物线的解析式为 $y=-x^2+3x+4$.

(2) 如图 1 所示:

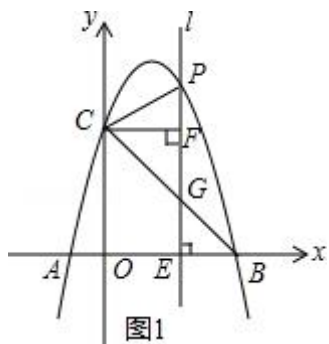


图1

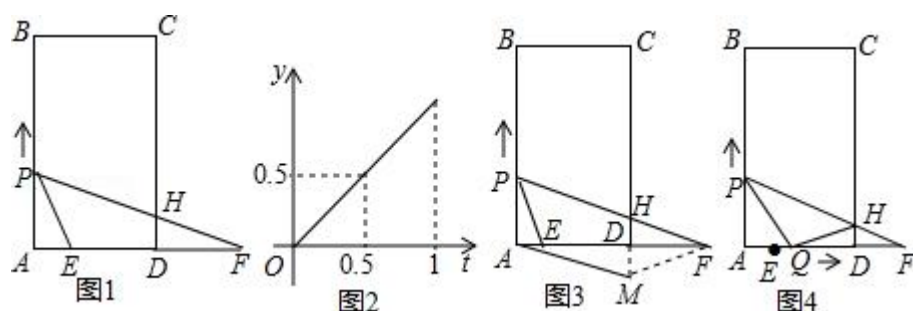
$\therefore$ 令 $x=0$ 得 $y=4$,

$\therefore OC=4$.

(1) t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 3.5$, $AE = 1$ cm;

(2) 如图 3, 将 $\triangle HDF$ 沿线段 DF 进行翻折, 与 CD 的延长线交于点 M , 连结 AM , 当 a 为何值时, 四边形 $PAMH$ 为菱形? 并求出此时点 P 的运动时间 t ;

(3) 如图 4, 当点 P 出发 1s 后, AD 边上另一动点 Q 从 E 点出发, 沿 ED 边向点 D 以 1cm/s 的速度运动, 如果 P, Q 两点中的任意一点到达终点后, 另一点也停止运动, 连结 PQ, QH . 若 $a = \frac{4}{3}\text{cm}$, 请问 $\triangle PQH$ 能否构成直角三角形? 若能, 请求出点 P 的运动时间 t ; 若不能, 请说明理由.



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据列出与时间的关系可以确定 t 的范围, 根据 $t=1$ 时, $\triangle APE$ 面积为 1, 即可求出 AE .

(2) 只要证明 $\angle MAD = \angle MFD = 30^\circ$ 即可解决问题.

(3) ①若 $\angle PQH$ 为直角三角形, $\triangle APQ \sim \triangle DQH$, 得 $\frac{AP}{DQ} = \frac{AQ}{DH}$, 求出 $DH = \frac{4-t}{2}$, 再由 $DH \parallel AP$, 得 $\frac{DH}{AP} = \frac{DF}{AF}$ 列出方程即可解决.

②若 $\angle PHQ = 90^\circ$, 如图 4 中, 作 $PM \perp CD$ 于 M , 类似①利用相似三角形性质列出方程即可解决问题.

【解答】解: (1) $\because AB=7, 7 \div 2=3.5,$

$\therefore 0 \leq t \leq 3.5,$

由图象可知 $y=t,$

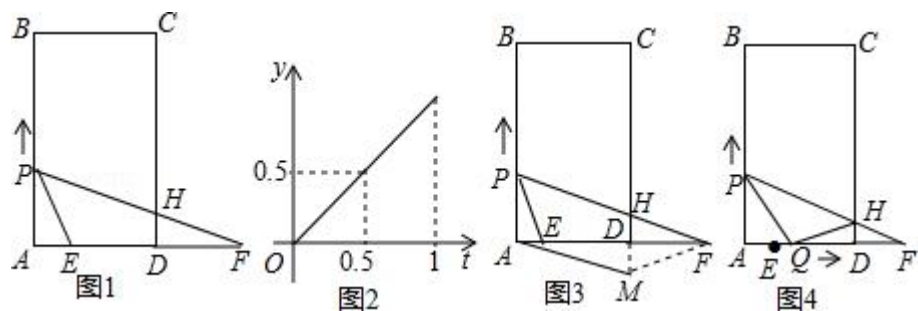
$\therefore t=1$ 时, $y=1,$

$\therefore \frac{1}{2} \cdot AE \cdot 2 = 1,$

$\therefore AE=1,$

故答案分别为 $0 \leq t \leq 3.5, 1.$

(2) 如图 3 中, $\because$ 四边形 $AMHP$ 是菱形,



$$\begin{aligned}
 &\therefore AM=MH=2DM, \quad AM \parallel PF, \\
 &\therefore \angle ADM=90^\circ, \\
 &\therefore \angle MAD=30^\circ, \\
 &\therefore \angle PFA=\angle MFA=\angle MAD=30^\circ, \\
 &\therefore MA=MF, \quad \therefore MD \perp AF, \\
 &\therefore AD=DF=4, \\
 &\therefore a=4. \quad AP=2DM=\frac{8\sqrt{3}}{3}, \\
 &\therefore t=\frac{4\sqrt{3}}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &\text{①若} \angle PQH \text{ 为直角三角形,} \\
 &\therefore \angle PQA+\angle HQD=90^\circ, \quad \angle HQD+\angle QHD=90^\circ, \\
 &\therefore \angle AQP=\angle QHD, \quad \therefore \angle PAQ=\angle HDQ=90^\circ. \\
 &\therefore \triangle APQ \sim \triangle DQH, \\
 &\therefore \frac{AP}{DQ}=\frac{AQ}{DH}, \\
 &\therefore \frac{2t}{4-t}=\frac{t}{DH}, \\
 &\therefore DH=\frac{4-t}{2}, \\
 &\therefore DH \parallel AP, \\
 &\therefore \frac{DH}{AP}=\frac{DF}{AF}, \\
 &\therefore \frac{\frac{4-t}{2}}{2t}=\frac{\frac{4}{3}}{4+\frac{4}{3}}, \\
 &\therefore t=2.
 \end{aligned}$$

②若 $\angle PHQ=90^\circ$ ，如图4中，作 $PM \perp CD$ 于M，同理可证 $\triangle PMH \sim \triangle HDQ$ ，

$$\therefore \frac{PM}{HD} = \frac{MH}{DQ},$$

$$\therefore \frac{4}{HD} = \frac{2t-HD}{4-t},$$

$$\therefore DH \parallel AP,$$

$$\therefore \frac{DH}{AP} = \frac{DF}{AF},$$

$$\therefore \frac{DH}{2t} = \frac{\frac{4}{3}}{4+\frac{4}{3}},$$

$$\therefore DH = \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore \frac{4}{\frac{1}{2}t} = \frac{2t-\frac{1}{2}t}{4-t},$$

$$\therefore 3t^2 + 16t - 64 = 0,$$

$$\therefore t = \frac{8}{3} \text{ 或 } (-8 \text{ 舍弃}),$$

$$\therefore t=2 \text{ 或 } \frac{8}{3} \text{ 时, } \triangle PQH \text{ 能构成直角三角形.}$$

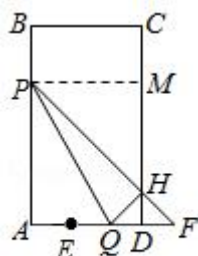


图4

【点评】 本题考查四边形综合题、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找相似三角形，利用相似三角形的性质，列出方程解决问题，属于中考压轴题.