

2016 年湖南省湘西州中考数学试卷

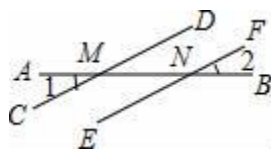
一、填空题 (共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

1. 2 的相反数是_____.

2. 使代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 取值范围是_____.

3. 四边形 ABCD 是某个圆的内接四边形, 若 $\angle A=100^\circ$, 则 $\angle C=$ _____.

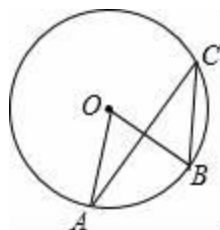
4. 如图, 直线 $CD \parallel BF$, 直线 AB 与 CD、EF 分别相交于点 M、N, 若 $\angle 1=30^\circ$, 则 $\angle 2=$ _____.



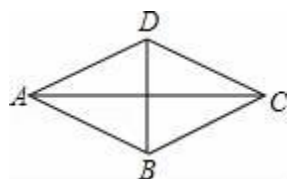
5. 某地区今年参加初中毕业学业考试的九年级考生人数为 31000 人, 数据 31000 用科学记数法表示为_____人.

6. 分解因式: $x^2 - 4x + 4 =$ _____.

7. 如图, 在 $\odot O$ 中, 圆心角 $\angle AOB=70^\circ$, 那么圆周角 $\angle C=$ _____.



8. 如图, 已知菱形 ABCD 的两条对角线长分别为 $AC=8$ 和 $BD=6$, 那么, 菱形 ABCD 的面积为_____.



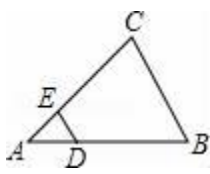
二、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

9. 一组数据 1, 8, 5, 3, 3 的中位数是 ()

A. 3 B. 3.5 C. 4 D. 5

10. 下列图形中, 是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

A. 平行四边形 B. 等腰三角形 C. 矩形 D. 正方形

11. 下列说法错误的是 ()
- A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- B. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- D. 一组对边相等, 另一组对边平行的四边形是平行四边形
12. 计算 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的结果精确到 0.01 是 (可用科学计算器计算或笔算) ()
- A. 0.30 B. 0.31 C. 0.32 D. 0.33
13. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \\ x + 3 > 4 \end{cases}$ 的解集是 ()
- A. $x > 1$ B. $1 < x \leq 2$ C. $x \leq 2$ D. 无解
14. 一个等腰三角形一边长为 4cm, 另一边长为 5cm, 那么这个等腰三角形的周长是 ()
- A. 13cm B. 14cm C. 13cm 或 14cm D. 以上都不对
15. 在一个不透明的口袋中装有 6 个红球, 2 个绿球, 这些球除颜色外无其他差别, 从这个袋子中随机摸出一个球, 摸到红球的概率为 ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
16. 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象不经过的象限是 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $DB = 2AD$, $\triangle ADE$ 的面积为 1, 则四边形 DBCE 的面积为 ()
- 
- A. 3 B. 5 C. 6 D. 8
18. 在 $RT\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, 以点 C 为圆心, 以 2.5cm 为半径画圆, 则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是 ()
- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

三、解答题 (共 8 小题, 满分 78 分)

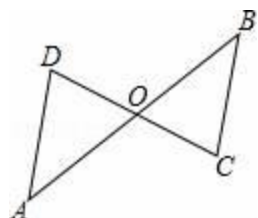
19. 计算: $(\sqrt{2016} - 3)^0 - 2\sin 30^\circ - \sqrt{4}$.

20. 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) - b(a-b)$ ，其中， $a=-2$ ， $b=1$.

21. 如图，点 O 是线段 AB 和线段 CD 的中点.

(1) 求证： $\triangle AOD \cong \triangle BOC$;

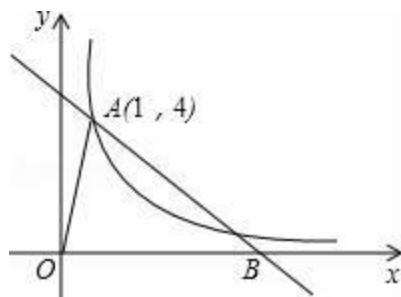
(2) 求证： $AD \parallel BC$.



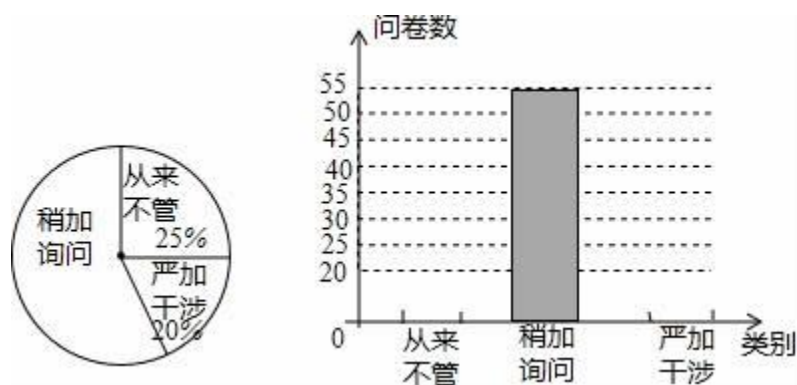
22. 如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y = -x + b$ 都经过点 $A(1, 4)$ ，且该直线与 x 轴的交点为 B .

(1) 求反比例函数和直线的解析式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



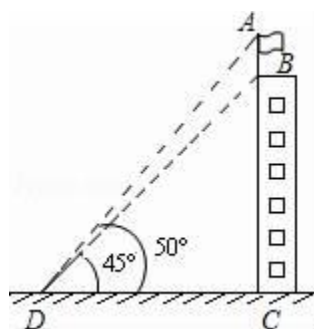
23. 某校为了了解学生家长对孩子用手机的态度问题, 随机抽取了 100 名家长进行问卷调查, 每位学生家长只有一份问卷, 且每份问卷仅表明一种态度 (这 100 名家长的问卷真实有效), 将这 100 份问卷进行回收整理后, 绘制了如下两幅不完整的统计图.



- (1) “从来不管”的问卷有_____份, 在扇形图中“严加干涉”的问卷对应的圆心角为_____.
- (2) 请把条形图补充完整.
- (3) 若该校共有学生 2000 名, 请估计该校对手机问题“严加干涉”的家长有多少人.

24. 测量计算是日常生活中常见的问题, 如图, 建筑物 BC 的屋顶有一根旗杆 AB, 从地面上 D 点处观测旗杆顶点 A 的仰角为 50° , 观测旗杆底部 B 点的仰角为 45° , (可用的参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.8$, $\tan 50^\circ \approx 1.2$)

- (1) 若已知 $CD=20$ 米, 求建筑物 BC 的高度;
- (2) 若已知旗杆的高度 $AB=5$ 米, 求建筑物 BC 的高度.



25. 某商店购进甲乙两种商品, 甲的进货单价比乙的进货单价高 20 元, 已知 20 个甲商品的进货总价与 25 个乙商品的进货总价相同.

(1) 求甲、乙每个商品的进货单价;

(2) 若甲、乙两种商品共进货 100 件, 要求两种商品的进货总价不高于 9000 元, 同时甲商品按进价提高 10% 后的价格销售, 乙商品按进价提高 25% 后的价格销售, 两种商品全部售完后的销售总额不低于 10480 元, 问有哪几种进货方案?

(3) 在条件 (2) 下, 并且不再考虑其他因素, 若甲乙两种商品全部售完, 哪种方案利润最大? 最大利润是多少?

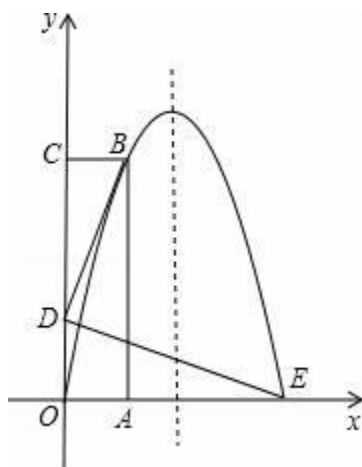
26. 如图, 长方形 OABC 的 OA 边在 x 轴的正半轴上, OC 在 y 轴的正半轴上, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 B (1, 4) 和点 E (3, 0) 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 D 在线段 OC 上, 且 $BD \perp DE$, $BD=DE$, 求 D 点的坐标;

(3) 在条件 (2) 下, 在抛物线的对称轴上找一点 M, 使得 $\triangle BDM$ 的周长为最小, 并求 $\triangle BDM$ 周长的最小值及此时点 M 的坐标;

(4) 在条件 (2) 下, 从 B 点到 E 点这段抛物线的图象上, 是否存在一个点 P, 使得 $\triangle PAD$ 的面积最大? 若存在, 请求出 $\triangle PAD$ 面积的最大值及此时 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖南省湘西州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1. 2 的相反数是 -2.

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义可知.

【解答】解：-2 的相反数是 2.

【点评】主要考查相反数的定义：只有符号相反的两个数互为相反数. 0 的相反数是其本身.

2. 使代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 取值范围是 $x \geq 1$.

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】根据二次根式有意义的条件：被开方数为非负数求解即可.

【解答】解： $\because$ 代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义，

$$\therefore x-1 \geq 0,$$

解得： $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件，解答本题的关键是掌握被开方数为非负数.

3. 四边形 ABCD 是某个圆的内接四边形，若 $\angle A = 100^\circ$ ，则 $\angle C =$ 80° .

【考点】圆内接四边形的性质.

【分析】直接根据圆内接四边形的性质进行解答即可.

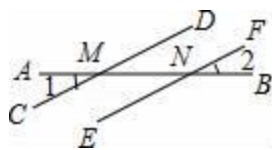
【解答】解： $\because$ 四边 ABCD 是圆的内接四边形， $\angle A = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

故答案为： 80° .

【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形的对角互补是解答此题的关键.

4. 如图, 直线 $CD \parallel BF$, 直线 AB 与 CD 、 EF 分别相交于点 M 、 N , 若 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{30^\circ}$.



【考点】 平行线的性质.

【分析】 直接利用对顶角的定义得出 $\angle DMN$ 的度数, 再利用平行线的性质得出答案.

【解答】 解: $\because \angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore \angle DMN = 30^\circ$,

$\because CD \parallel BF$,

$\therefore \angle 2 = \angle DMN = 30^\circ$.

故答案为: 30° .

【点评】 此题主要考查了平行线的性质, 正确得出 $\angle 2 = \angle DMN$ 是解题关键.

5. 某地区今年参加初中毕业学业考试的九年级考生人数为 31000 人, 数据 31000 人用科学记数法表示为 $\underline{3.1 \times 10^4}$ 人.

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $31000 = 3.1 \times 10^4$,

故答案为: 3.1×10^4 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. 分解因式: $x^2 - 4x + 4 = \underline{(x - 2)^2}$.

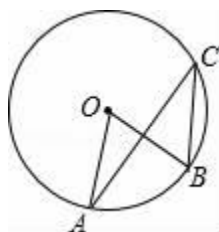
【考点】 因式分解—运用公式法.

【分析】 直接用完全平方公式分解即可.

【解答】 解: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$.

【点评】 本题主要考查利用完全平方公式分解因式. 完全平方公式: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

7. 如图, 在 $\odot O$ 中, 圆心角 $\angle AOB=70^\circ$, 那么圆周角 $\angle C=$ 35° .



【考点】 圆周角定理; 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】 根据在同圆或等圆中, 同弧所对的圆周角等于圆心角的一半列式计算即可得解.

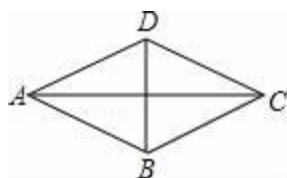
【解答】 解: $\because$ 圆心角 $\angle AOB=70^\circ$,

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ.$$

故答案为: 35° .

【点评】 本题利用了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

8. 如图, 已知菱形 ABCD 的两条对角线长分别为 $AC=8$ 和 $BD=6$, 那么, 菱形 ABCD 的面积为 24.



【考点】 菱形的性质.

【分析】 直接根据菱形面积等于两条对角线的长度的乘积的一半进行计算即可.

【解答】 解: 菱形的面积 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$,

故答案为: 24.

【点评】 本题考查了菱形的性质: 菱形具有平行四边形的一切性质; 菱形的四条边都相等; 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角; 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线. 菱形面积等于两条对角线的长度的乘积的一半.

二、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

9. 一组数据 1, 8, 5, 3, 3 的中位数是 ()

A. 3 B. 3.5 C. 4 D. 5

【考点】中位数.

【分析】根据中位数计算：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】解：把这组数据按照从小到大的顺序排列为：1, 3, 3, 5, 8,
故这组数据的中位数是 3.

故选：A.

【点评】本题考查了中位数的定义，解题的关键是牢记定义，此题比较简单，易于掌握.

10. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

A. 平行四边形 B. 等腰三角形 C. 矩形 D. 正方形

【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念先求出图形中轴对称图形，再根据中心对称图形的概念得出其中不是中心对称的图形.

【解答】解：A、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形. 故本选项错误；
B、等腰三角形是轴对称图形，不是中心对称图形. 故本选项正确.
C、矩形是轴对称图形，也是中心对称图形. 故本选项错误；
D、正方形是轴对称图形，也是中心对称图形. 故本选项错误；
故选 B.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形；

中心对称图形：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180° ，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，熟练掌握概念是解答此题的关键.

11. 下列说法错误的是（ ）

A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
B. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
D. 一组对边相等，另一组对边平行的四边形是平行四边形

【考点】平行四边形的判定.

【分析】根据平行四边形的判定定理进行分析即可.

【解答】解: A、两条对角线互相平分的四边形是平行四边形, 故本选项说法正确;

B、两组对边分别相等的四边形是平行四边形, 故本选项说法正确;

C、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 故本选项说法正确;

D、一组对边相等, 另一组对边平行的四边形不一定是平行四边形, 例如: 等腰梯形, 故本选项说法错误;

故选: D.

【点评】此题主要考查了平行四边形的判定: (1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

12. 计算 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 的结果精确到 0.01 是 (可用科学计算器计算或笔算) ()

A. 0.30 B. 0.31 C. 0.32 D. 0.33

【考点】计算器—数的开方.

【分析】首先得出 $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$, 进一步代入求得答案即可.

【解答】解: $\because \sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$,

$\therefore \sqrt{3} - \sqrt{2} \approx 1.732 - 1.414 = 0.318 \approx 0.32$.

故选: C.

【点评】此题主要考查了利用计算器求数的开方运算, 解题首先注意要让学生能够熟练运用计算器计算实数的四则混合运算, 同时也要求学生会根据题目要求取近似值.

13. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \\ x + 3 > 4 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x > 1$ B. $1 < x \leq 2$ C. $x \leq 2$ D. 无解

【考点】解一元一次不等式组.

【专题】计算题; 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 3 \text{ ①} \\ x + 3 > 4 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得： $x \leq 2$,

由②得： $x > 1$,

则不等式组的解集为 $1 < x \leq 2$,

故选 B

【点评】此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. 一个等腰三角形一边长为 4cm，另一边长为 5cm，那么这个等腰三角形的周长是 ()

A. 13cm B. 14cm C. 13cm 或 14cm D. 以上都不对

【考点】等腰三角形的性质；三角形三边关系.

【分析】分 4cm 为等腰三角形的腰和 5cm 为等腰三角形的腰，先判断符合不符合三边关系，再求出周长.

【解答】解：当 4cm 为等腰三角形的腰时，

三角形的三边分别是 4cm，4cm，5cm 符合三角形的三边关系，

$\therefore$ 周长为 13cm；

当 5cm 为等腰三角形的腰时，

三边分别是，5cm，5cm，4cm，符合三角形的三边关系，

$\therefore$ 周长为 14cm，

故选 C

【点评】此题是等腰三角形的性质题，主要考查了等腰三角形的性质，三角形的三边关系，分类考虑是解本题的关键.

15. 在一个不透明的口袋中装有 6 个红球，2 个绿球，这些球除颜色外无其他差别，从这个袋子中随机摸出一个球，摸到红球的概率为 ()

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

【考点】概率公式.

【分析】先求出总的球的个数，再根据概率公式即可得出摸到红球的概率.

【解答】解： $\because$ 袋中装有 6 个红球，2 个绿球，

∴共有 8 个球,

∴摸到红球的概率为 $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$;

故选 A.

【点评】 本题考查了概率公式, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. 一次函数 $y = -2x + 3$ 的图象不经过的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 一次函数的性质.

【分析】 首先确定 k , $k > 0$, 必过第二、四象限, 再确定 b , 看与 y 轴交点, 即可得到答案.

【解答】 解: ∵ $y = -2x + 3$ 中, $k = -2 < 0$,

∴必过第二、四象限,

∵ $b = 3$,

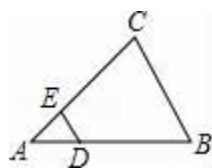
∴交 y 轴于正半轴.

∴过第一、二、四象限, 不过第三象限,

故选: C.

【点评】 此题主要考查了一次函数的性质, 直线所过象限, 受 k , b 的影响.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $DB = 2AD$, $\triangle ADE$ 的面积为 1, 则四边形 DBCE 的面积为 ()



A. 3 B. 5 C. 6 D. 8

【考点】 相似三角形的判定与性质.

【分析】 根据相似三角形的判定与性质, 可得 $\triangle ABC$ 的面积, 根据面积的和差, 可得答案.

【解答】 解: 由 $DE \parallel BC$, $DB = 2AD$, 得

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC, \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}.$$

由, $\triangle ADE$ 的面积为 1, 得

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{9},$$

得 $S_{\triangle ABC}=9$.

$$S_{DBCE}=S_{ABC} - S_{\triangle ADE}=8,$$

故选: D.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 利用相似三角形面积的比等于相似比的平方得出 $S_{\triangle ABC}=9$ 是解题关键.

18. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$, 以点 C 为圆心, 以 2.5cm 为半径画圆, 则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是 ()

A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

【考点】 直线与圆的位置关系.

【分析】 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D , 根据勾股定理求出 AB , 根据三角形的面积公式求出 CD , 得出 $d < r$, 根据直线和圆的位置关系即可得出结论.

【解答】 解: 过 C 作 $CD \perp AB$ 于 D , 如图所示:

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=3$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}AC \times BC = \frac{1}{2}AB \times CD,$$

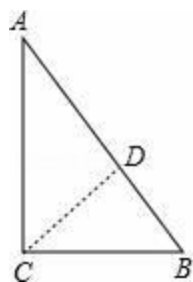
$$\therefore 3 \times 4 = 5CD,$$

$$\therefore CD = 2.4 < 2.5,$$

即 $d < r$,

$\therefore$ 以 2.5 为半径的 $\odot C$ 与直线 AB 的关系是相交;

故选 A.



【点评】 本题考查了直线和圆的位置关系，用到的知识点是勾股定理，三角形的面积公式；解此题的关键是能正确作出辅助线，并进一步求出 CD 的长，注意：直线和圆的位置关系有：相离，相切，相交.

三、解答题（共 8 小题，满分 78 分）

19. 计算： $(\sqrt{2016} - 3)^0 - 2\sin 30^\circ - \sqrt{4}$.

【考点】 实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

【专题】 计算题.

【分析】 根据实数的运算顺序，首先计算乘方、开方和乘法，然后从左向右依次计算，求出算式 $(\sqrt{2016} - 3)^0 - 2\sin 30^\circ - \sqrt{4}$ 的值是多少即可.

【解答】 解： $(\sqrt{2016} - 3)^0 - 2\sin 30^\circ - \sqrt{4}$
 $= 1 - 2 \times \frac{1}{2} - 2$
 $= 1 - 1 - 2$
 $= -2$

【点评】 (1) 此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$.

(3) 此题还考查了特殊角的三角函数值，要牢记 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

20. 先化简，再求值： $(a+b)(a-b) - b(a-b)$ ，其中， $a = -2$ ， $b = 1$.

【考点】 整式的混合运算—化简求值.

【专题】 计算题；整式.

【分析】 原式利用平方差公式，单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

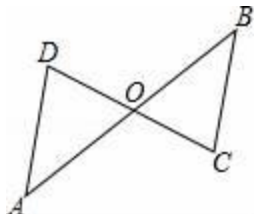
【解答】 解： 原式 $= a^2 - b^2 - ab + b^2 = a^2 - ab$ ，
当 $a = -2$ ， $b = 1$ 时，原式 $= 4 + 2 = 6$.

【点评】此题考查了整式的混合运算－化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. 如图，点 O 是线段 AB 和线段 CD 的中点.

(1) 求证: $\triangle AOD \cong \triangle BOC$;

(2) 求证: $AD \parallel BC$.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】(1) 由点 O 是线段 AB 和线段 CD 的中点可得出 $AO=BO$, $CO=DO$, 结合对顶角相等, 即可利用全等三角形的判定定理 (SAS) 证出 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$;

(2) 结合全等三角形的性质可得出 $\angle A = \angle B$, 依据“内错角相等, 两直线平行”即可证出结论.

【解答】证明: (1) $\because$ 点 O 是线段 AB 和线段 CD 的中点,

$\therefore AO=BO$, $CO=DO$.

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$ 中, 有
$$\begin{cases} AO=BO \\ \angle AOD=\angle BOC, \\ CO=DO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$ (SAS) .

(2) $\because \triangle AOD \cong \triangle BOC$,

$\therefore \angle A = \angle B$,

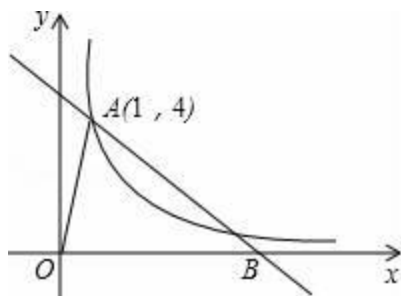
$\therefore AD \parallel BC$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质以及平行线的判定定理, 解题的关键是: (1) 利用 SAS 证出 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$; (2) 找出 $\angle A = \angle B$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据全等三角形的判定定理证出两三角形全等, 结合全等三角形的性质找出相等的角, 再依据平行线的判定定理证出两直线平行即可.

22. 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与直线 $y = -x + b$ 都经过点 A (1, 4), 且该直线与 x 轴的交点为 B.

(1) 求反比例函数和直线的解析式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】 计算题.

【分析】 (1) 把 A 点坐标分别代入 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = -x + b$ 中分别求出 k 和 b 即可得到两函数解析式;

(2) 利用一次函数解析式求出 B 点坐标, 然后根据三角形面积公式求解.

【解答】 解: (1) 把 A (1, 4) 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 4 = 4$,

所以反比例函数的解析式为 $y = \frac{4}{x}$;

把 A (1, 4) 代入 $y = -x + b$ 得 $-1 + b = 4$, 解得 $b = 5$,

所以直线解析式为 $y = -x + 5$;

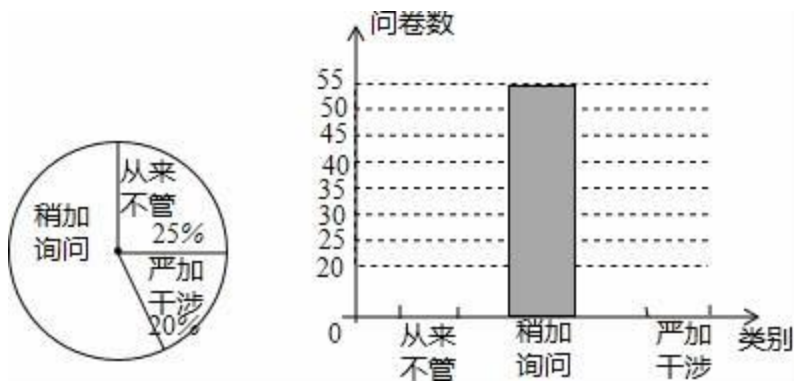
(2) 当 $y = 0$ 时, $-x + 5 = 0$, 解得 $x = 5$, 则 B (5, 0),

所以 $\triangle AOB$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点

23. 某校为了了解学生家长对孩子用手机的态度问题, 随机抽取了 100 名家长进行问卷调查, 每位学生家长只有一份问卷, 且每份问卷仅表明一种态度 (这 100 名家长的问卷真实有效), 将这 100 份问卷进行回收整理后, 绘制了如下两幅不完整的统计图.



(1) “从来不管”的问卷有 25 份，在扇形图中“严加干涉”的问卷对应的圆心角为 72° 。

(2) 请把条形图补充完整。

(3) 若该校共有学生 2000 名，请估计该校对手机问题“严加干涉”的家长有多少人。

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图。

【分析】 (1) 用问卷数“从来不管”所占百分比即可；用“严加干涉”部分占问卷总数的百分比乘以 360° 即可；

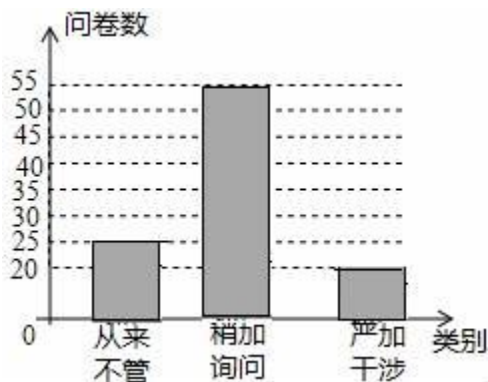
(2) 由 (1) 知“从来不管”的问卷数，再将问卷总数减去其余两个类别数量可得“严加干涉”的数量，进而补全条形统计图；

(3) 用“严加干涉”部分所占的百分比的乘以 2000 即可得到结果。

【解答】 解：(1) “从来不管”的问卷有 $100 \times 25\% = 25$ (份)，
在扇形图中“严加干涉”的问卷对应的圆心角为： $360^{\circ} \times 20\% = 72^{\circ}$ ，
故答案为：25， 72° 。

(2) 由 (1) 知，“从来不管”的问卷有 25 份，则“严加干涉”的问卷有 $100 - 25 - 55 = 20$ (份)，

补全条形图如图：



(3) $2000 \times 20\% = 400$ (人) ,

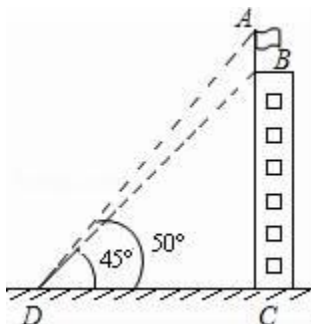
答: 估计该校对手机问题“严加干涉”的家长有 400 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了利用样本估计总体.

24. 测量计算是日常生活中常见的问题, 如图, 建筑物 BC 的屋顶有一根旗杆 AB, 从地面上 D 点处观测旗杆顶点 A 的仰角为 50° , 观测旗杆底部 B 点的仰角为 45° , (可用的参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.8$, $\tan 50^\circ \approx 1.2$)

(1) 若已知 $CD=20$ 米, 求建筑物 BC 的高度;

(2) 若已知旗杆的高度 $AB=5$ 米, 求建筑物 BC 的高度.



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】 (1) 直接利用 $\tan 50^\circ = \frac{AC}{DC}$, 进而得出 AC 的长, 求出 AB 的长即可;

(2) 直接利用 $\tan 50^\circ = \frac{AC}{DC}$, 进而得出 BC 的长求出答案.

【解答】 解: (1) 由题意可得: $\tan 50^\circ = \frac{AC}{DC} = \frac{AC}{20} \approx 1.2$,

解得: $AC=24$,

$\therefore \angle BDC=45^\circ$,

$\therefore DC=BC=20\text{m}$,

$\therefore AB=AC - BC=24 - 20=4$ (m) ,

答: 建筑物 BC 的高度为 4m;

(2) 设 $DC=BC=x\text{m}$,

根据题意可得: $\tan 50^\circ = \frac{AC}{DC} = \frac{5+x}{x} \approx 1.2$,

解得: $x=25$,

答: 建筑物 BC 的高度为 25m.

【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用, 正确应用锐角三角函数关系是解题关键.

25. 某商店购进甲乙两种商品, 甲的进货单价比乙的进货单价高 20 元, 已知 20 个甲商品的进货总价与 25 个乙商品的进货总价相同.

(1) 求甲、乙每个商品的进货单价;

(2) 若甲、乙两种商品共进货 100 件, 要求两种商品的进货总价不高于 9000 元, 同时甲商品按进价提高 10% 后的价格销售, 乙商品按进价提高 25% 后的价格销售, 两种商品全部售完后的销售总额不低于 10480 元, 问有哪几种进货方案?

(3) 在条件 (2) 下, 并且不再考虑其他因素, 若甲乙两种商品全部售完, 哪种方案利润最大? 最大利润是多少?

【考点】 一次函数的应用; 分式方程的应用.

【分析】 (1) 设甲每个商品的进货单价是 x 元, 每个乙商品的进货单价是 y 元, 根据甲的进货单价比乙的进货单价高 20 元, 已知 20 个甲商品的进货总价与 25 个乙商品的进货总价相同即可列方程组求解;

(2) 设甲进货 x 件, 乙进货 $(100-x)$ 件, 根据两种商品的进货总价不高于 9000 元, 两种商品全部售完后的销售总额不低于 10480 元即可列不等式组求解;

(3) 把利润表示出甲进的数量的函数, 利用函数的性质即可求解.

【解答】 解: (1) 设甲每个商品的进货单价是 x 元, 每个乙商品的进货单价是 y 元.

根据题意得:
$$\begin{cases} x - y = 20 \\ 20x = 25y, \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 80 \end{cases},$$

答: 甲商品的单价是每件 100 元, 乙每件 80 元;

(2) 设甲进货 x 件, 乙进货 $(100-x)$ 件.

根据题意得:
$$\begin{cases} 100x + 80(100 - x) \leq 9000 \\ 100x(1 + 10\%) + 80(100 - x)(1 + 25\%) \geq 10480, \end{cases}$$

解得: $48 \leq x \leq 50$.

又 $\because x$ 是正整数, 则 x 的正整数值是 48 或 49 或 50, 则有 3 种进货方案;

(3) 销售的利润 $w=100 \times 10\%x+80(100-x) \times 25\%$, 即 $w=2000-10x$,

则当 x 取得最小值 48 时, w 取得最大值, 是 $2000-10 \times 48=1520$ (元) .

此时, 乙进的件数是 $100-48=52$ (件) .

答: 当甲进 48 件, 乙进 52 件时, 最大的利润是 1520 元.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用以及不等式组、一次函数的性质, 正确求得甲进货的数量的范围是关键.

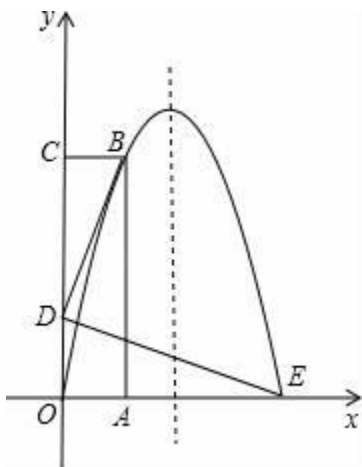
26. 如图, 长方形 OABC 的 OA 边在 x 轴的正半轴上, OC 在 y 轴的正半轴上, 抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 B (1, 4) 和点 E (3, 0) 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 D 在线段 OC 上, 且 $BD \perp DE$, $BD=DE$, 求 D 点的坐标;

(3) 在条件 (2) 下, 在抛物线的对称轴上找一点 M, 使得 $\triangle BDM$ 的周长为最小, 并求 $\triangle BDM$ 周长的最小值及此时点 M 的坐标;

(4) 在条件 (2) 下, 从 B 点到 E 点这段抛物线的图象上, 是否存在一个点 P, 使得 $\triangle PAD$ 的面积最大? 若存在, 请求出 $\triangle PAD$ 面积的最大值及此时 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 将点 B (1, 4), E (3, 0) 的坐标代入抛物线的解析式, 得到关于 a 、 b 的方程组, 求得 a 、 b 的值, 从而可得到抛物线的解析式;

(2) 依据同角的余角相等证明 $\angle BDC = \angle DEO$, 然后再依据 AAS 证明 $\triangle BDC \cong \triangle DEO$, 从而得到 $OD = AO = 1$, 于是可求得点 D 的坐标;

(3) 作点 B 关于抛物线的对称轴的对称点 B' ，连接 $B'D$ 交抛物线的对称轴与点 M。先求得抛物线的对称轴方程，从而得到点 B' 的坐标，由轴对称的性质可知当点 D、M、 B' 在一条直线上时， $\triangle BMD$ 的周长有最小值，依据两点间的距离公式求得 BD 和 $B'D$ 的长度，从而得到三角形的周长最小值，然后依据待定系数法求得 D、 B' 的解析式，然后将点 M 的横坐标代入可求得点 M 的纵坐标；

(4) 过点 F 作 $FG \perp x$ 轴，垂足为 G。设点 F (a , $-2a^2+6a$)，则 $OG=a$, $FG=-2a^2+6a$ 。然后依据 $S_{\triangle FDA}=S_{\text{梯形 DOGF}}-S_{\triangle ODA}-S_{\triangle AGF}$ 的三角形的面积与 a 的函数关系式，然后依据二次函数的性质求解即可。

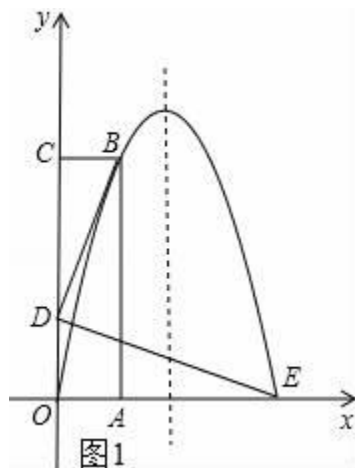
【解答】解：(1) 将点 B (1, 4)，E (3, 0) 的坐标代入抛物线的解析式得：

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 9a+3b=0 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a=-2 \\ b=6 \end{cases}$ ，

抛物线的解析式为 $y=-2x^2+6x$ 。

(2) 如图 1 所示；



$$\because BD \perp DE,$$

$$\therefore \angle BDE=90^\circ.$$

$$\therefore \angle BDC+\angle EDO=90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle ODE+\angle DEO=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC=\angle DEO.$$

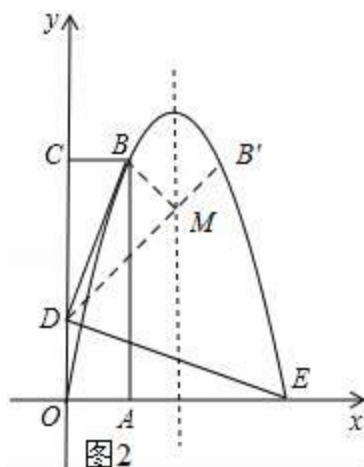
在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle DEO$ 中, $\begin{cases} \angle BCD=\angle DEO=90^\circ \\ \angle BDC=\angle DEO \\ DB=DE \end{cases},$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle DEO.$$

$$\therefore OD=AO=1.$$

∴ D (0, 1) .

(3) 如图 2 所示：作点 B 关于抛物线的对称轴的对称点 B'，连接 B' D 交抛物线的对称轴与点 M.



$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2},$$

∴ 点 B' 的坐标为 (2, 4) .

∴ 点 B 与点 B' 关于 $x = \frac{3}{2}$ 对称,

∴ MB = B' M.

∴ DM + MB = DM + MB' .

∴ 当点 D、M、B' 在一条直线上时，MD + MB 有最小值（即△BMD 的周长有最小值）.

∴ 由两点间的距离公式可知：BD = $\sqrt{1^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}$ ，DB' = $\sqrt{2^2 + (4-1)^2} = \sqrt{13}$ ，

∴ △BDM 的最小值 = $\sqrt{10} + \sqrt{13}$.

设直线 B' D 的解析式为 y = kx + b.

将点 D、B' 的坐标代入得：
$$\begin{cases} b=1 \\ 2k+b=4 \end{cases}$$

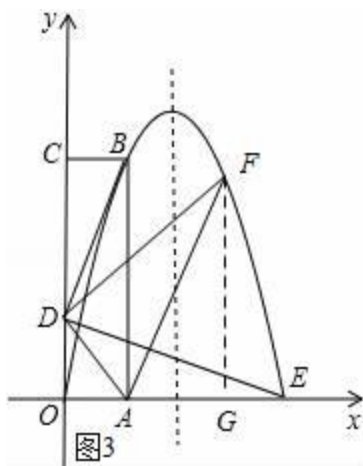
解得： $k = \frac{3}{2}$ ，b = 1.

∴ 直线 DB' 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x + 1$.

将 $x = \frac{3}{2}$ 代入得： $y = \frac{13}{4}$.

∴ M $(\frac{3}{2}, \frac{13}{4})$.

(4) 如图 3 所示：过点 F 作 FG ⊥ x 轴，垂足为 G.



设点 $F(a, -2a^2+6a)$ ，则 $OG=a$ ， $FG=-2a^2+6a$ 。

$$\because S_{\text{梯形} DOGF} = \frac{1}{2} (OD+FG) \cdot OG = \frac{1}{2} (-2a^2+6a+1) \times a = -a^3+3a^2+\frac{1}{2}a,$$

$$S_{\triangle ODA} = \frac{1}{2} OD \cdot OA = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}, \quad S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2} AG \cdot FG = -a^3+4a^2-3a,$$

$$\therefore S_{\triangle FDA} = S_{\text{梯形} DOGF} - S_{\triangle ODA} - S_{\triangle AGF} = -a^2 + \frac{7}{2}a - \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{当 } a = \frac{7}{4} \text{ 时, } S_{\triangle FDA} \text{ 的最大值为 } \frac{41}{16}.$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{7}{4}, \frac{35}{8} \right).$$

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数、一次函数的解析式、全等三角形的性质和判定、轴对称的性质、二次函数的图象和性质得到 $\triangle FDA$ 的面积与 a 的函数关系式是解题的关键。