

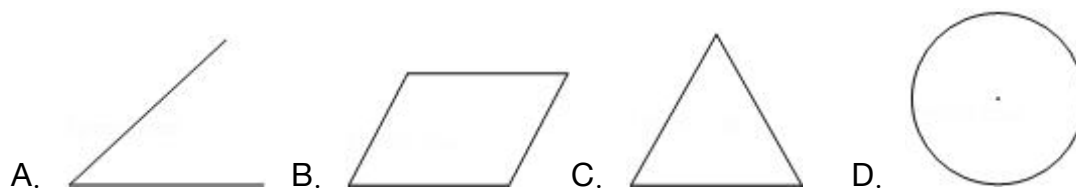
2016 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) 下列四个选项中，计算结果最大的是 ()

- A. $(-6)^0$ B. $|-6|$ C. -6 D. $\frac{1}{6}$

2. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ B. $(2x^2)^3=2x^5$ C. $2a\cdot 5b=10ab$ D. $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

4. (3 分) 若分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为 0，则 $x=$ ()

- A. -1 B. 1 C. ± 1 D. 0

5. (3 分) 小红同学四次中考数学模拟考试成绩分别是：96，104，104，116，关于这组数据下列说法错误的是 ()

- A. 平均数是 105 B. 众数是 104 C. 中位数是 104 D. 方差是 50

6. (3 分) 抛物线 $y=2(x-3)^2+1$ 的顶点坐标是 ()

- A. $(3, 1)$ B. $(3, -1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-3, -1)$

7. (3 分) 程大位《直指算法统宗》：一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁．意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3 人分 1 个，正好分完．试问大、小和尚各多少人？

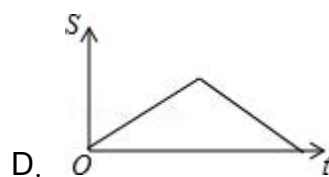
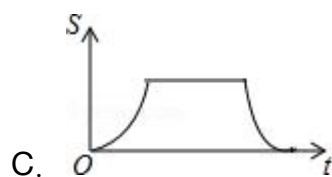
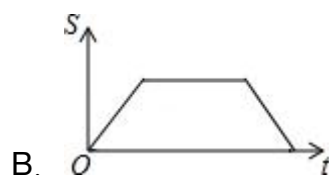
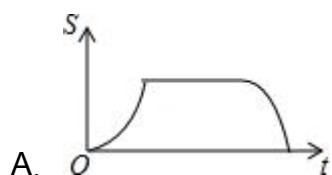
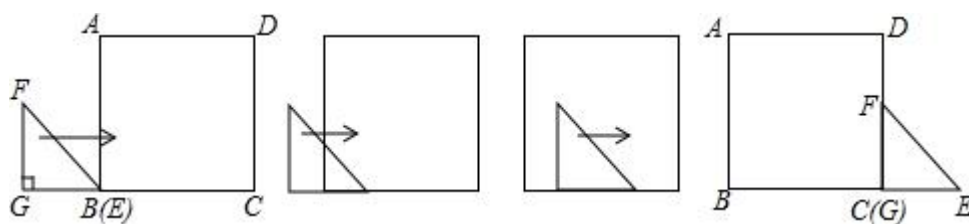
设大和尚有 x 人，依题意列方程得 ()

- A. $\frac{x}{3}+3(100-x)=100$ B. $\frac{x}{3}-3(100-x)=100$

C. $3x + \frac{100-x}{3} = 100$

D. $3x - \frac{100-x}{3} = 100$

8. (3分) 如图, 等腰直角 $\triangle EFG$ 的直角边 GE 与正方形 $ABCD$ 的边 BC 在同一直线上, 且点 E 与点 B 重合, $\triangle EFG$ 沿 BC 方向匀速运动, 当点 G 与点 C 重合时停止运动. 设运动时间为 t , 运动过程中 $\triangle EFG$ 与正方形 $ABCD$ 的重叠部分面积为 S , 则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()



二、填空题 (本题共 8 个小题, 请将答案写在答题卡相应的位置上, 每小题 3 分, 满分 24 分)

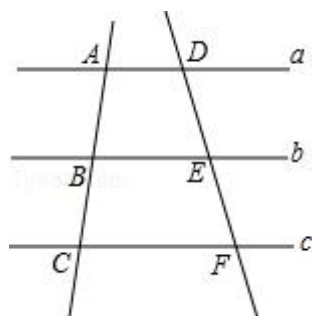
9. (3分) 计算 $\cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 分解因式: $2a^2 - 3ab = \underline{\hspace{2cm}}$.

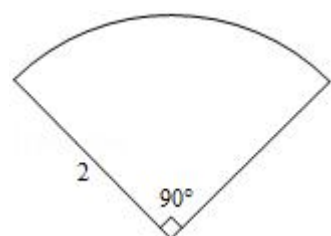
11. (3分) 四边形的内角和的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (3分) 从 2015 年 12 月 26 日起, 一艘载满湘潭历史和文化的“航船——湘潭市规划展示馆、博物馆和党史馆 (以下简称‘三馆’)”正式起航, 市民可以免费到三馆参观. 听说这个好消息, 小张同学准备星期天去参观其中一个馆, 假设参观者选择每一个馆参观的机会均等, 则小张同学选择参观博物馆的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3分) 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 点 B 是线段 AC 的中点, 若 $DE=2$, 则 $EF=$ _____.



14. (3分) 如图, 一个扇形的圆心角为 90° , 半径为 2, 则该扇形的弧长是_____. (结果保留 π)



15. (3分) 多项式 x^2+1 添加一个单项式后可变为完全平方式, 则添加的单项式可以是_____ (任写一个符合条件的即可).

16. (3分) 已知以点 $C(a, b)$ 为圆心, 半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. 例如: 以 $A(2, 3)$ 为圆心, 半径为 2 的圆的标准方程为 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$, 则以原点为圆心, 过点 $P(1, 0)$ 的圆的标准方程为_____.

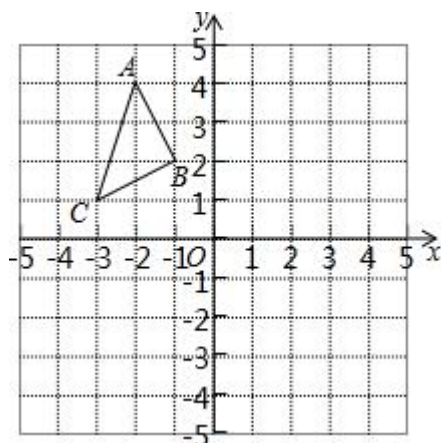
三、解答题 (本大题共 10 个小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 请将解答过程写在答题卡相应位置上, 满分 72 分)

17. (6分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 4)$, $B(-1, 2)$, $C(-3, 1)$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴轴对称.

(1) 写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的顶点坐标:

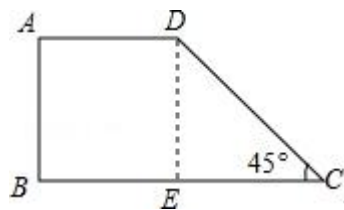
A_1 ____, B_1 ____, C_1 _____;

(2) 求过点 C_1 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式.



18. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$, 其中 $x=3$.

19. (6 分) 为了增强学生体质, 学校鼓励学生多参加体育锻炼, 小胖同学马上行动, 每天围绕小区进行晨跑锻炼. 该小区外围道路近似为如图所示四边形 $ABCD$, 已知四边形 $ABED$ 是正方形, $\angle DCE=45^\circ$, $AB=100$ 米. 小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈, 时间约为 20 分钟, 求小胖同学该天晨跑的平均速度约为多少米/分? (结果保留整数, $\sqrt{2} \approx 1.41$)



20. (6 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 、 x_2 .

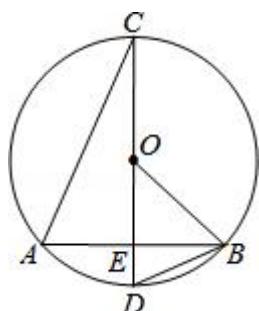
(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1=1$ 时, 求另一个根 x_2 的值.

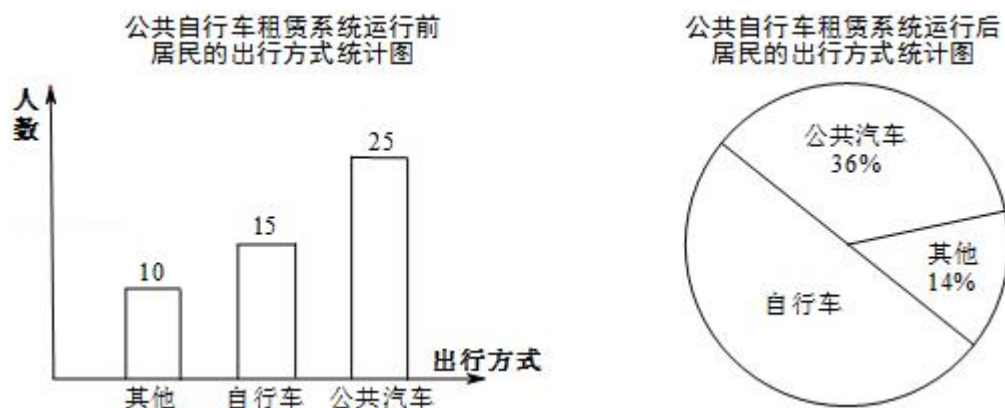
21. (6分) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 AB 交 CD 于点 E , 连接 BD 、 OB .

(1) 求证: $\triangle AEC \sim \triangle DEB$;

(2) 若 $CD \perp AB$, $AB=8$, $DE=2$, 求 $\odot O$ 的半径.



22. (6分) 为了方便居民低碳出行, 2015 年 12 月 30 日, 湘潭市公共自行车租赁系统 (一期) 试运行以来, 越来越多的居民选择公共自行车作为出行的交通工具, 市区某中学课外兴趣小组为了了解某小区居民出行方式的变化情况, 随机抽取了该小区部分居民进行调查, 并绘制了如图的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出).



请根据上面的统计图, 解答下列问题:

(1) 被调查的总人数是____人;

(2) 公共自行车租赁系统运行后, 被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了多少?

(3) 如果该小区共有居民 2000 人, 公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有多少人?

23. (8 分) 十八届五中全会出台了全面实施一对夫妇可生育两个孩子的政策, 这是党中央站在中华民族长远发展的战略高度作出的促进人口长期均衡发展的重大举措. 二孩政策出台后, 某家庭积极响应政府号召, 准备生育两个小孩 (生男生女机会均等, 且与顺序有关).

(1) 该家庭生育两胎, 假设每胎都生育一个小孩, 求这两个小孩恰好是 1 男 1 女的概率;

(2) 该家庭生育两胎, 假设第一胎生育一个小孩, 且第二胎生育一对双胞胎, 求这三个小孩中至少有 1 个女孩的概率.

24. (8 分) 办好惠民工程, 是 2015 年湘潭市创建全国文明城市工作重点之一. 湖湘公园、杨梅洲公园、雨湖公园以及菊花塘公园四个公园免费书吧的开放, 让市民朋友们毫不费劲就能阅读到自己钟爱的书籍. 现免费书吧准备补充少儿读物和经典国学两个类别的书籍共 20 套, 已知少儿读物每套 100 元, 经典国学每套 200 元, 若购书总费用不超过 3100 元, 不低于 2920 元, 且购买的国学经典如果超过 10 套, 则国学经典全部打 9 折, 问有哪几种购买方案? 哪种购买方案费用最低?

25. (10 分) 如图 1, 菱形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle BAD=120^\circ$, $\angle EGF=60^\circ$, $\angle EGF$ 的顶点 G 在菱形对角线 AC 上运动, 角的两边分别交边 BC 、 CD 于点 E 、 F , $\frac{AC}{CG}=t$.

(1) 如图 2, 当顶点 G 运动到与点 A 重合时, 求证: $EC+CF=BC$;

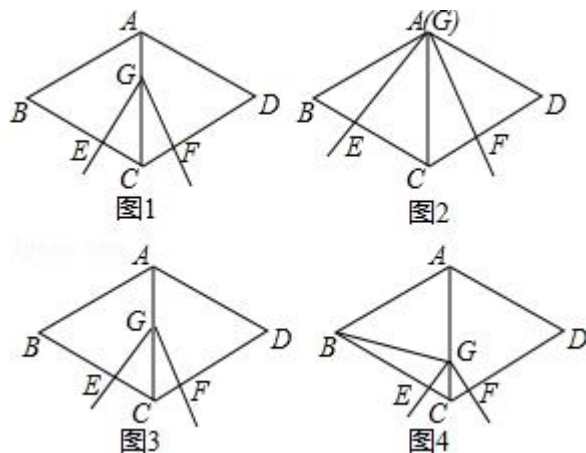
(2) 知识探究:

①如图 3, 当顶点 G 运动到 AC 中点时, 探究线段 EC 、 CF 与 BC 的数量关系;

②在顶点 G 的运动过程中, 请直接写出线段 EC 、 CF 与 BC 的数量关系 (不需要写出证明过程);

(3) 问题解决:

如图 4, 已知菱形边长为 8, $BG=7$, $CF=\frac{6}{5}$, 当 $t>2$ 时, 求 EC 的长度.



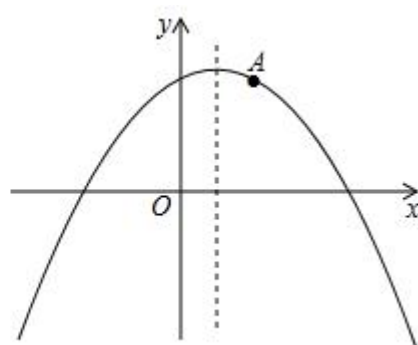
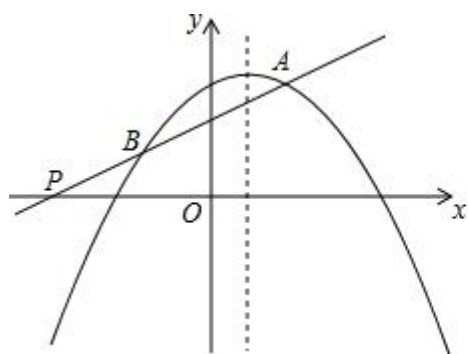
26. (10 分) 如图, 抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+mx+n$ 的图象经过点 $A(2, 3)$, 对称轴为直线 $x=1$, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 A , 交 x 轴于点 P , 交抛物线于另一点 B , 点 A 、 B 位于点 P 的同侧.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若 $PA:PB=3:1$, 求一次函数的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $k>0$ 时, 抛物线的对称轴上是否存在点 C , 使得 $\odot$

C 同时与 x 轴和直线 AP 都相切，如果存在，请求出点 C 的坐标，如果不存在，请说明理由.



备用图

2016 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2016•湘潭) 下列四个选项中，计算结果最大的是 ()

A. $(-6)^0$ B. $|-6|$ C. -6 D. $\frac{1}{6}$

【分析】计算出结果，然后进行比较.

【解答】解: $(-6)^0=1$

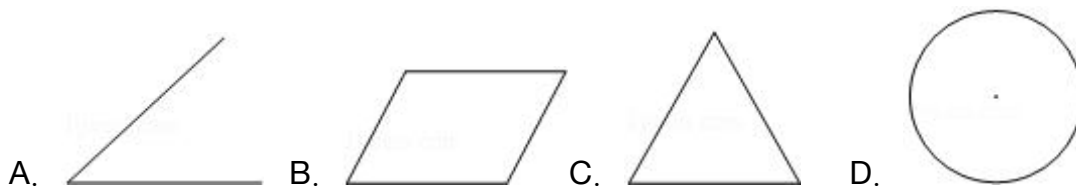
$|-6|=6$,

因为 $-6 < \frac{1}{6} < 1 < 6$,

故选 B.

【点评】本题考查了有理数大小的比较，掌握零指数和绝对值的概念是关键.

2. (3 分) (2016•湘潭) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，以及轴对称图形的定义即可判断出.

【解答】解: A、是轴对称图形，故错误;

B、是中心对称图形，故错误;

C、是轴对称图形，故错误;

D、既是轴对称图形又是中心对称图形，故正确.

故选 D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

3. (3 分) (2016•湘潭) 下列运算正确的是 ()

A. $3+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ B. $(2x^2)^3=2x^5$ C. $2a\cdot 5b=10ab$ D. $\sqrt{6}\div\sqrt{3}=2$

【分析】根据二次根式的加减法对 A 进行判断；根据积的乘方对 B 进行判断；根据单项式的乘法对 C 进行判断；根据二次根式的除法法则对 D 进行判断.

【解答】解：A、3 与 $\sqrt{2}$ 不能合并，所以 A 选项错误；

B、原式= $8x^6$ ，所以 B 选项错误；

C、原式= $10ab$ ，所以 C 选项正确；

D、原式= $\sqrt{6\div 3}=\sqrt{2}$ ，所以 D 选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

4. (3 分) (2016•湘潭) 若分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为 0，则 $x=$ ()

A. -1 B. 1 C. ± 1 D. 0

【分析】根据分式的值为零的条件可以求出 x 的值.

【解答】解：由分式的值为零的条件得 $x-1=0$ ， $x+1\neq 0$ ，解得， $x=1$.

故选 B.

【点评】此题考查分式的值为零的问题，若分式的值为零，需同时具备两个条件：

(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0. 这两个条件缺一不可.

5. (3 分) (2016•湘潭) 小红同学四次中考数学模拟考试成绩分别是：96, 104, 104, 116, 关于这组数据下列说法错误的是 ()

A. 平均数是 105 B. 众数是 104 C. 中位数是 104 D. 方差是 50

【分析】由平均数、众数、中位数、方差的定义即可判断.

【解答】解：(A) 平均数为： $\frac{96+104+104+116}{4}=105$ ，故 A 正确；

(B) 出现最多的数据是 104，故 B 正确；

(C) 先排序：96、104、104、116，所以中位数为 $\frac{104+104}{2}=104$ ，故 C 正确；

(D) 方差为： $\frac{1}{4}[(96-105)^2+(104-105)^2+(104-105)^2+(116-105)^2]=51$ ，故 D 错误

故选 (D)

【点评】本题考查数据的分析，涉及平均数、众数、中位数、方差等知识，综合程度较高.

6. (3 分) (2016•湘潭) 抛物线 $y=2(x-3)^2+1$ 的顶点坐标是 ()

A. (3, 1) B. (3, -1) C. (-3, 1) D. (-3, -1)

【分析】已知抛物线的顶点式，可直接写出顶点坐标.

【解答】解：由 $y=2(x-3)^2+1$ ，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 (3, 1).

故选：A.

【点评】此题考查二次函数的性质，解析式化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ ，顶点坐标是 (h, k)，对称轴是 $x=h$.

7. (3分) (2016•湘潭) 程大位《直指算法统宗》：一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚得几丁．意思是：有 100 个和尚分 100 个馒头，如果大和尚 1 人分 3 个，小和尚 3 人分 1 个，正好分完．试问大、小和尚各多少人？设大和尚有 x 人，依题意列方程得 ()

- A. $\frac{x}{3} + 3(100 - x) = 100$ B. $\frac{x}{3} - 3(100 - x) = 100$
 C. $3x + \frac{100 - x}{3} = 100$ D. $3x - \frac{100 - x}{3} = 100$

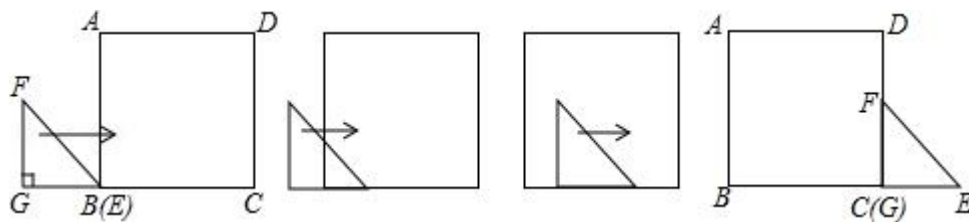
【分析】根据 100 个和尚分 100 个馒头，正好分完．大和尚一人分 3 个，小和尚 3 人分一个得到等量关系为：大和尚的人数+小和尚的人数=100，大和尚分得的馒头数+小和尚分得的馒头数=100，依此列出方程即可．

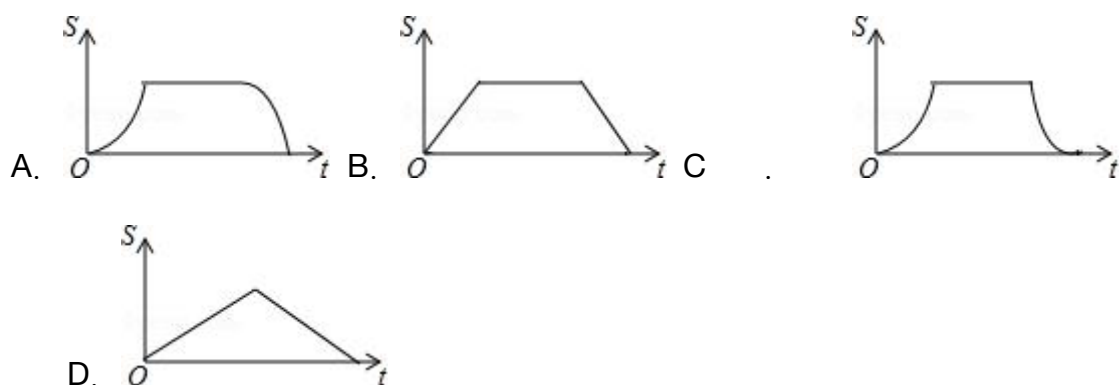
【解答】解：设大和尚有 x 人，则小和尚有 $(100 - x)$ 人，
 根据题意得： $3x + \frac{100 - x}{3} = 100$ ；

故选：C.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，关键以和尚数和馒头数作为等量关系列出方程．

8. (3分) (2016•湘潭) 如图，等腰直角 $\triangle EFG$ 的直角边 GE 与正方形 $ABCD$ 的边 BC 在同一直线上，且点 E 与点 B 重合， $\triangle EFG$ 沿 BC 方向匀速运动，当点 G 与点 C 重合时停止运动．设运动时间为 t ，运动过程中 $\triangle EFG$ 与正方形 $ABCD$ 的重叠部分面积为 S ，则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()

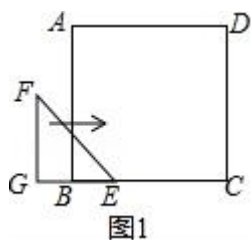




【分析】 设 $GF=BG=a$, $AB=BC=m$, $\text{Rt}\triangle EFG$ 向右匀速运动的速度为 1, 当 E 点与点 B 重合时, $S=0$; 当点 G 在点 B 左侧, 点 E 在点 B 右侧时, 如图 1, 得到 S 是 t 的二次函数, 且二次项系数为正数, 所以抛物线开口向上; 当点 G 在点 B 右侧, 点 E 在点 C 左侧时, $S=\frac{1}{2}a^2$; 当点 G 在点 B 左侧, 点 E 在点 B 右侧时, 如图 3, 得到 S 是 t 的二次函数, 且二次项系数为负数, 所以抛物线开口向下, 于是得到结论.

【解答】 解: 设 $GF=BG=a$, $AB=BC=m$, $\text{Rt}\triangle EFG$ 向右匀速运动的速度为 1, 当 E 点与点 B 重合时, $S=0$;

当点 G 在点 B 左侧, 点 E 在点 B 右侧时, 如图 1,



$BE=t$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}t^2,$$

$\therefore S$ 是 t 的二次函数, 且二次项系数为正数, 所以抛物线开口向上;

当点 G 在点 B 右侧, 点 E 在点 C 左侧时, 如图 2, $S = \frac{1}{2}a^2$;

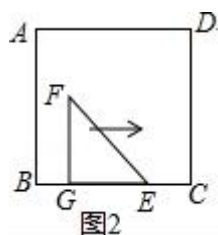


图2

当点 G 在点 B 左侧，点 E 在点 B 右侧时，如图 3，

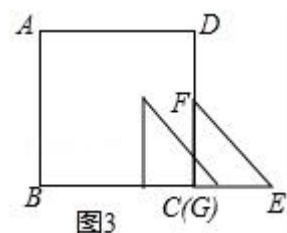


图3

$$S = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(t-m)^2,$$

$\therefore S$ 是 t 的二次函数，且二次项系数为负数，所以抛物线开口向下，

综上所述， S 与 t 的图象分为三段，第一段为开口向上的抛物线的一部分，第二段为与 x 轴平行的线段，第三段为开口向下的抛物线的一部分。

故选 A.

【点评】 本题考查了动点问题的函数图象：先根据几何性质得到与动点有关的两变量之间的函数关系，然后利用函数解析式和函数性质画出其函数图象，注意自变量的取值范围.

二、填空题 (本题共 8 个小题，请将答案写在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分)

9. (3 分) (2016•湘潭) 计算 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

【分析】 根据记忆的内容， $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 即可得出答案.

【解答】 解： $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查了特殊角的三角函数值，属于基础题，注意掌握特殊角的三角函数值，这是需要我们熟练记忆的内容.

10. (3 分) (2016•湘潭) 分解因式: $2a^2 - 3ab =$ $a(2a - 3b)$.

【分析】如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式.

【解答】解: $2a^2 - 3ab = a(2a - 3b)$.

故答案为: $a(2a - 3b)$

【点评】本题主要考查了运用提公因式法因式分解，解题时注意：当各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母取各项的相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的；取相同的多项式，多项式的次数取最低的.

11. (3 分) (2016•湘潭) 四边形的内角和的度数为 360° .

【分析】根据多边形内角和定理: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数), 求解即可.

【解答】解: $(4 - 2) \times 180^\circ = 360^\circ$.

故答案为: 360° .

【点评】本题主要考查了多边形内角和定理，关键是熟练掌握计算公式: $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数).

12. (3 分) (2016•湘潭) 从 2015 年 12 月 26 日起，一艘载满湘潭历史和文化的“航船——湘潭市规划展示馆、博物馆和党史馆（以下简称‘三馆’）”正式起航，市民可以免费到三馆参观. 听说这个好消息，小张同学准备星期天去参观其中一个馆，假设参观者选择每一个馆参观的机会均等，则小张同学选择参观博物馆的概率为 $\frac{1}{3}$.

【分析】让 1 除以三馆参观的场馆总个数即为所求的概率.

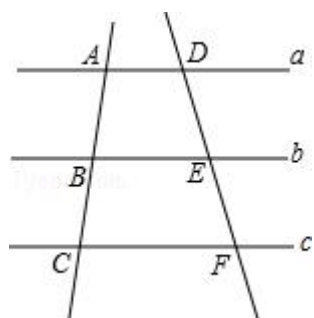
【解答】解： $1 \div 3 = \frac{1}{3}$.

答：小张同学选择参观博物馆的概率为 $\frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了概率的知识. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. (3 分) (2016•湘潭) 如图, 直线 $a \parallel b \parallel c$, 点 B 是线段 AC 的中点, 若 $DE=2$, 则 $EF=$ 2.



【分析】 根据平行线分线段成比例的性质可得 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$, 从而计算出 EF 的值.

【解答】 解： $\because$ 直线 $a \parallel b \parallel c$, 点 B 是线段 AC 的中点, $DE=2$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}, \text{ 即 } \frac{AB}{2AB} = \frac{2}{2+EF},$$

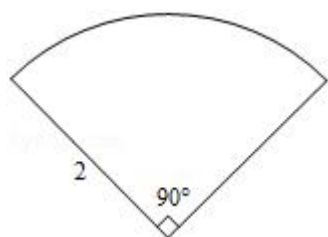
$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{2+EF},$$

$$\therefore EF=2,$$

故答案为： 2.

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例： 三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例.

14. (3 分) (2016•湘潭) 如图, 一个扇形的圆心角为 90° , 半径为 2, 则该扇形的弧长是 π . (结果保留 π)



【分析】根据题意，利用弧长公式计算即可得到结果.

【解答】解：根据题意得： $l = \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi$,

故答案为： π

【点评】此题考查了弧长的计算，熟练掌握弧长公式是解本题的关键.

15. (3分) (2016•湘潭) 多项式 x^2+1 添加一个单项式后可变为完全平方式，则添加的单项式可以是 $2x$ (任写一个符合条件的即可).

【分析】根据 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ，判断出添加的单项式可以是哪个即可.

【解答】解： $\because x^2+1+2x = (x+1)^2$,

$\therefore$ 添加的单项式可以是 $2x$.

故答案为： $2x$.

【点评】此题主要考查了完全平方式的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

16. (3分) (2016•湘潭) 已知以点 $C(a, b)$ 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. 例如：以 $A(2, 3)$ 为圆心，半径为 2 的圆的标准方程为 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ，则以原点为圆心，过点 $P(1, 0)$ 的圆的标准方程为 $x^2+y^2=1$.

【分析】根据以点 $C(a, b)$ 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 进行判断即可.

【解答】解：∵以点 C (a, b) 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$,

∴以原点为圆心，过点 P (1, 0) 的圆的标准方程为 $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 1^2$,
即 $x^2 + y^2 = 1$,

故答案为： $x^2 + y^2 = 1$.

【点评】本题主要考查了坐标与图形性质. 解决问题的关键是掌握以点 C (a, b) 为圆心，半径为 r 的圆的标准方程为 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

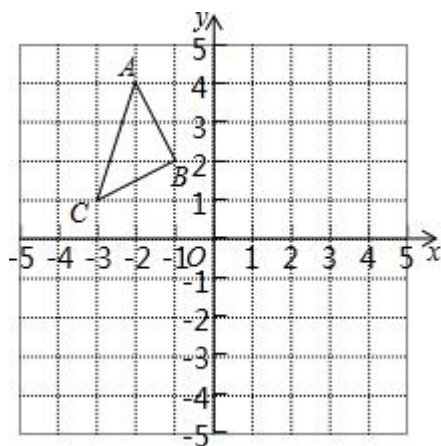
三、解答题 (本大题共 10 个小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，
请将解答过程写在答题卡相应位置上，满分 72 分)

17. (6 分) (2016•湘潭) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 A (-2, 4)，B (-1, 2)，C (-3, 1)， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴轴对称.

(1) 写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的顶点坐标:

A₁ (2, 4)， B₁ (1, 2)， C₁ (3, 1);

(2) 求过点 C₁ 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式.

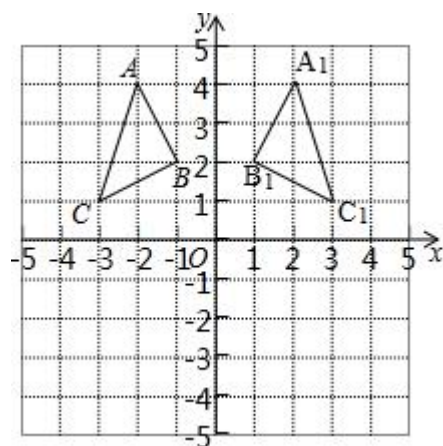


【分析】 (1) 根据 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴轴对称及关于 y 轴对称点的纵坐

标相等、横坐标互为相反数可得；

(2) 待定系数法求解可得.

【解答】解：(1) 如图，点 A_1 的坐标为 (2, 4)、点 B_1 的坐标为 (1, 2)、点 C_1 的坐标为 (3, 1),



故答案为：(2, 4), (1, 2), (3, 1);

(2) 将点 C_1 (3, 1) 代入 $y=\frac{k}{x}$, 得: $k=3$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\frac{3}{x}$.

【点评】本题主要考查关于坐标轴对称点的坐标特点和待定系数法求函数解析式能力, 掌握关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标特点是关键.

18. (6 分) (2016•湘潭) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+2} - \frac{1}{x+2}$, 其中 $x=3$.

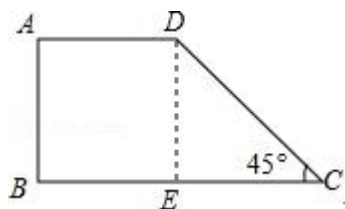
【分析】先将分子因式分解, 再约分, 最后计算分式的减法即可化简原式, 将 x 的值代入计算可得.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解: 原式} &= \frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{x+1}{x+2} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{x}{x+2},\end{aligned}$$

当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$.

【点评】 本题主要考查分式的化简求值，熟练掌握分式的混合运算顺序及运算法则是解题的关键.

19. (6分) (2016•湘潭) 为了增强学生体质，学校鼓励学生多参加体育锻炼，小胖同学马上行动，每天围绕小区进行晨跑锻炼. 该小区外围道路近似为如图所示四边形 $ABCD$ ，已知四边形 $ABED$ 是正方形， $\angle DCE=45^\circ$ ， $AB=100$ 米. 小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈，时间约为 20 分钟，求小胖同学该天晨跑的平均速度约为多少米/分？(结果保留整数， $\sqrt{2}\approx 1.41$)



【分析】 首先利用勾股定理求出 CD 的长度，然后求出小胖每天晨跑的路程，进而求出平均速度.

【解答】 解： $\because$ $ABED$ 是正方形， $\angle DCE=45^\circ$ ， $AB=100$ 米，

$\therefore DE=CE=100$ 米，

在直角三角形 DEC 中，

$$DC^2=DE^2+CE^2, \text{ 即 } DC=100\sqrt{2},$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长为 $100+100+100+100\sqrt{2}+100=400+100\sqrt{2}$.

$\therefore$ 小胖同学某天绕该道路晨跑 5 圈，时间约为 20 分钟，

$\therefore$ 小胖每天晨跑的路程为 $(2000+500\sqrt{2})$ 米，

$\therefore$ 小胖同学该天晨跑的平均速度 $(2000+500\sqrt{2}) \div 20 = 100+25\sqrt{2} \approx 135.25$ 米/分.

【点评】 本题主要考查了解直角三角形的应用，解题的关键是利用勾股定理求出 DC 的长度，此题难度不大.

20. (6分) (2016•湘潭) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1 、 x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 当 $x_1 = 1$ 时, 求另一个根 x_2 的值.

【分析】 (1) 根据题意可得根的判别式 $\Delta > 0$, 再代入可得 $9 - 4m > 0$, 再解即可;

(2) 根据根与系数的关系可得 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, 再代入可得答案.

【解答】 解: (1) 由题意得: $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times m = 9 - 4m > 0$,
解得: $m < \frac{9}{4}$;

(2) $\because x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 3$, $x_1 = 1$,
 $\therefore x_2 = 2$.

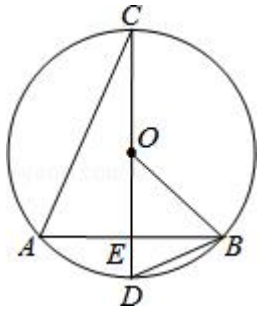
【点评】 此题主要考查了根与系数的关系, 以及根的判别式, 关键是掌握一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根; ②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根; ③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根. 上面的结论反过来也成立.

21. (6分) (2016•湘潭) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 AB 交 CD 于点 E , 连接 BD 、 OB .

(1) 求证: $\triangle AEC \sim \triangle DEB$;

(2) 若 $CD \perp AB$, $AB = 8$, $DE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径.



【分析】(1) 由同弧的圆周角相等即可得出 $\angle ACE = \angle DBE$, 结合 $\angle AEC = \angle DEB$, 即可证出 $\triangle AEC \sim \triangle DEB$;

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $CE = 2r - 2$, 根据垂径定理以及三角形相似的性质即可得出关于 r 的一元一次方程, 解方程即可得出 r 值, 此题得解.

【解答】(1) 证明: $\because \angle AEC = \angle DEB, \angle ACE = \angle DBE,$
 $\therefore \triangle AEC \sim \triangle DEB.$

(2) 解: 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $CE = 2r - 2$.

$\because CD \perp AB, AB = 8,$

$\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = 4.$

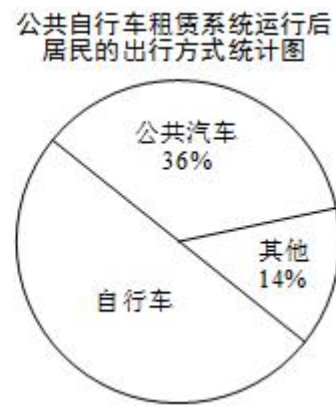
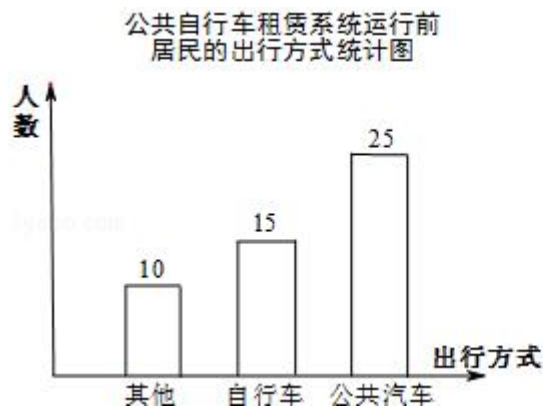
$\because \triangle AEC \sim \triangle DEB,$

$\therefore \frac{AE}{DE} = \frac{CE}{BE},$ 即 $\frac{4}{2} = \frac{2r-2}{4},$

解得: $r = 5.$

【点评】 本题考查了垂径定理以及相似三角形的判定与性质, 根据相似三角形的性质找出方程是解题的关键.

22. (6 分) (2016•湘潭) 为了方便居民低碳出行, 2015 年 12 月 30 日, 湘潭市公共自行车租赁系统 (一期) 试运行以来, 越来越多的居民选择公共自行车作为出行的交通工具, 市区某中学课外兴趣小组为了了解某小区居民出行方式的变化情况, 随机抽取了该小区部分居民进行调查, 并绘制了如图的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出).



请根据上面的统计图，解答下列问题：

- (1) 被调查的总人数是 50 人；
- (2) 公共自行车租赁系统运行后，被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了多少？
- (3) 如果该小区共有居民 2000 人，公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有多少人？

【分析】 (1) 根据条形图的数据计算即可；

(2) 计算出公共自行车租赁系统运行前、后的百分比，计算即可；

(3) 用样本估计总体即可。

【解答】 解：(1) 由条形图可知，被调查的总人数是 $10+15+25=50$ 人，

故答案为：50；

(2) 公共自行车租赁系统运行前，居民选择自行车作为出行方式的百分比为：

$$15 \div 50 = 30\%,$$

公共自行车租赁系统运行后，居民选择自行车作为出行方式的百分比为：100%

$$- 36\% - 14\% = 50\%,$$

$$50\% - 30\% = 20\%,$$

答：公共自行车租赁系统运行后，被调查居民选择自行车作为出行方式的百分比提高了 20%；

(3) 公共自行车租赁系统运行后估计选择自行车作为出行方式的有： $2000 \times 50\% = 1000$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. (8 分) (2016•湘潭) 十八届五中全会出台了全面实施一对夫妇可生育两个孩子的政策, 这是党中央站在中华民族长远发展的战略高度作出的促进人口长期均衡发展的重大举措. 二孩政策出台后, 某家庭积极响应政府号召, 准备生育两个小孩 (生男生女机会均等, 且与顺序有关).

(1) 该家庭生育两胎, 假设每胎都生育一个小孩, 求这两个小孩恰好是 1 男 1 女的概率;

(2) 该家庭生育两胎, 假设第一胎生育一个小孩, 且第二胎生育一对双胞胎, 求这三个小孩中至少有 1 个女孩的概率.

【分析】 (1) 画树状图列出所有等可能结果, 根据概率公式计算可得;

(2) 第一胎有男、女两种可能, 第二胎由男男、男女、女男、女女四种可能, 据此画出树状图, 根据概率公式计算可得.

【解答】 解: (1) 画树状图如下:



由树状图可知, 生育两胎共有 4 种等可能结果, 而这两个小孩恰好是 1 男 1 女的有 2 中可能,

$$\therefore P_{(\text{恰好是 1 男 1 女的})} = \frac{1}{2}.$$

(2) 画树状图如下:



由树状图可知，生育两胎共有 8 种等可能结果，这三个小孩中至少有 1 个女孩的有 7 种结果，

$$\therefore P_{(\text{这三个小孩中至少有 1 个女孩})} = \frac{7}{8}.$$

【点评】此题考查了树状图的应用，解题的关键是认真审题画出树状图．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

24. (8 分) (2016•湘潭) 办好惠民工程，是 2015 年湘潭市创建全国文明城市工作重点之一．湖湘公园、杨梅洲公园、雨湖公园以及菊花塘公园四个公园免费书吧的开放，让市民朋友们毫不费劲就能阅读到自己钟爱的书籍．现免费书吧准备补充少儿读物和经典国学两个类别的书籍共 20 套，已知少儿读物每套 100 元，经典国学每套 200 元，若购书总费用不超过 3100 元，不低于 2920 元，且购买的国学经典如果超过 10 套，则国学经典全部打 9 折，问有哪几种购买方案？哪种购买方案费用最低？

【分析】根据题意分别利用当 $x \leq 10$ 时，以及当 $x > 10$ 时，表示总费用进而求出符合题意的答案．

【解答】解：设购买国学经典 x 套，则购买少儿读物 $(20 - x)$ 套，当 $x \leq 10$ 时，则 $2920 \leq 100(20 - x) + 200x \leq 3100$ ，

解得： $9.2 \leq x \leq 11$ ，

故 $x = 10$ ，

当 $x > 10$ 时，

则 $2920 \leq 100(20 - x) + 200 \times 0.9x \leq 3100$ ，

解得： $11.5 \leq x \leq 13.75$ ，

故 $x=12$ 或 $x=13$,

当 $x=10$ 时, 总费用为: $100 \times 10 + 2000 = 3000$ (元),

当 $x=12$ 时, 总费用为: $8 \times 100 + 200 \times 0.9 \times 12 = 2960$ (元),

当 $x=13$ 时, 总费用为: $7 \times 100 + 200 \times 0.9 \times 13 = 3040$ (元),

故共有 3 种购买方案, 购买国学经典 12 套, 则购买少儿读物 8 套方案费用最低.

【点评】此题主要考查了一元一次不等式组的应用, 正确得出不等关系是解题关键.

25. (10 分) (2016•湘潭) 如图 1, 菱形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EGF = 60^\circ$, $\angle EGF$ 的顶点 G 在菱形对角线 AC 上运动, 角的两边分别交边 BC 、 CD 于点 E 、 F , $\frac{AC}{CG} = t$.

(1) 如图 2, 当顶点 G 运动到与点 A 重合时, 求证: $EC + CF = BC$;

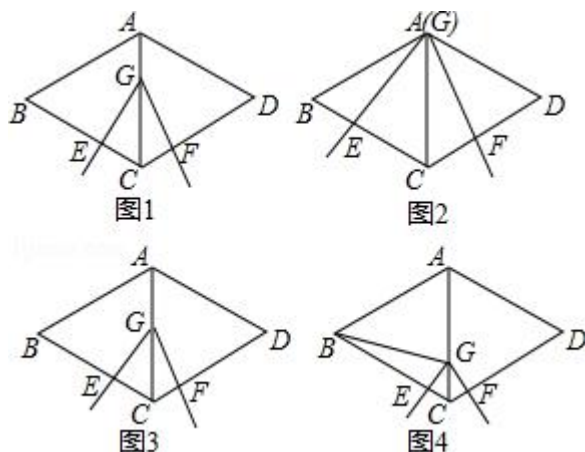
(2) 知识探究:

①如图 3, 当顶点 G 运动到 AC 中点时, 探究线段 EC 、 CF 与 BC 的数量关系;

②在顶点 G 的运动过程中, 请直接写出线段 EC 、 CF 与 BC 的数量关系 (不需要写出证明过程);

(3) 问题解决:

如图 4, 已知菱形边长为 8, $BG = 7$, $CF = \frac{6}{5}$, 当 $t > 2$ 时, 求 EC 的长度.



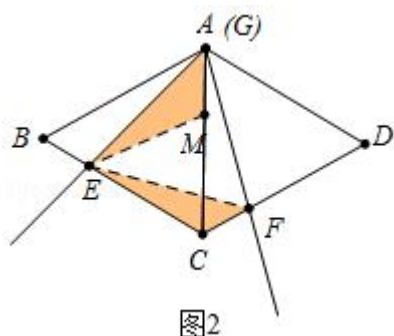
【分析】(1) 如图 2 中，在 CA 上取一点 M ，使得 $CM=CE$ ，连接 EM 。首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，再证明 $\triangle AEM \cong \triangle FEC$ ，即可解决问题。

(2) ①结论： $EC+CF=\frac{1}{2}BC$ 。如图 3 中，取 BC 中点 P ， CD 中点 Q ，连接 PG 、 GQ 。利用 (1) 的结论解决问题。

②结论： $CE+CF=\frac{BC}{2}$ 。如图 4 中，作 $GP \parallel AB$ 交 BC 于 P ， $GQ \parallel AD$ 交 CD 于 Q 。利用 (1) 的结论解决问题。

(3) 如图 4 中，作 $BM \perp AC$ 于 M 。利用 (1) 的结论： $CG=CE+CF$ ，求出 CE 即可解决问题。

【解答】(1) 证明：如图 2 中，在 CA 上取一点 M ，使得 $CM=CE$ ，连接 EM 。



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle BAD=120^\circ$ ，

$\therefore AB=BC=CD=AD$ ， $\angle CAB=\angle CAD=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ ， $\triangle ACD$ 都是等边三角形，

$$\therefore \angle AB=AC, \angle BAC=\angle EAF=60^\circ, \angle B=\angle ACF=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE=\angle CAF,$$

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE=\angle CAF \\ \angle B=\angle ACF \\ AB=AC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF,$$

$$\therefore AE=AF, \therefore \angle EAF=60^\circ,$$

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形,

$$\therefore CE=CM, \angle ECM=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ECM$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle AEF=\angle MEC=60^\circ, AE=EF, EM=EC,$$

$$\therefore \angle AEM=\angle FEC,$$

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle FEC$ 中,

$$\begin{cases} AE=EF \\ \angle AEM=\angle FEC \\ EM=EC \end{cases}$$

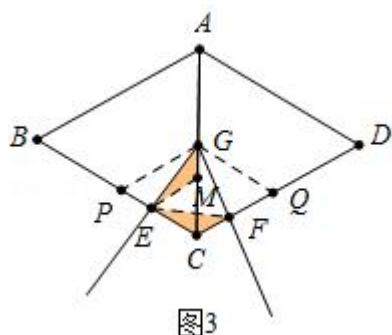
$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle FEC,$$

$$\therefore AM=CF,$$

$$\therefore BC=AC=AM+CM=EC+CF.$$

$$(2) \text{ ①结论: } EC+CF=\frac{1}{2}BC.$$

理由: 如图 3 中, 取 BC 中点 P , CD 中点 Q , 连接 PG 、 GQ .



$\therefore AG=GC, CPB, CQ=DQ,$

$\therefore PG \parallel AB, GQ \parallel QD,$

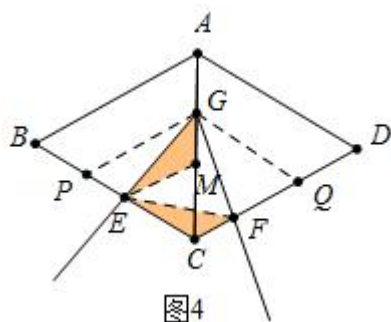
$\therefore \angle CPG = \angle B = 60^\circ, \angle CGP = \angle CAB = 60^\circ,$

$\therefore \triangle CPG$ 是等边三角形, 同理可证 $\triangle CQG$ 是等边三角形,

由 (1) 可知, $CE+CF=PC=\frac{1}{2}BC.$

②结论: $CE+CF=\frac{BC}{t}.$

理由: 如图 4 中, 作 $GP \parallel AB$ 交 BC 于 P , $GQ \parallel AD$ 交 CD 于 Q .



$\therefore PG \parallel AB, GQ \parallel QD,$

$\therefore \angle CPG = \angle B = 60^\circ, \angle CGP = \angle CAB = 60^\circ,$

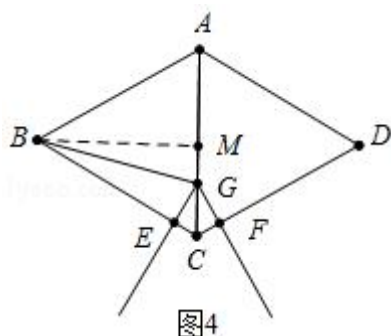
$\therefore \triangle CPG$ 是等边三角形, 同理可证 $\triangle CQG$ 是等边三角形,

由 (1) 可知, $CE+CF=PC=CG,$

$\therefore AC=BC=t \cdot CG,$

$\therefore CE+CF=\frac{BC}{t}.$

(3) 如图 4 中，作 $BM \perp AC$ 于 M .



$\therefore t > 2$,

$\therefore$ 点 G 在线段 CM 上,

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\therefore \angle BMC = 90^\circ$, $BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$, $BG = 7$,

$\therefore MG = \sqrt{BG^2 - BM^2} = \sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2} = 1$,

$\therefore CM = MA = 4$,

$\therefore CG = CM - MG = 3$,

由 (1) 可知, $CG = CE + CF$,

$\therefore CE = CG - CF = 3 - \frac{6}{5} = \frac{9}{5}$.

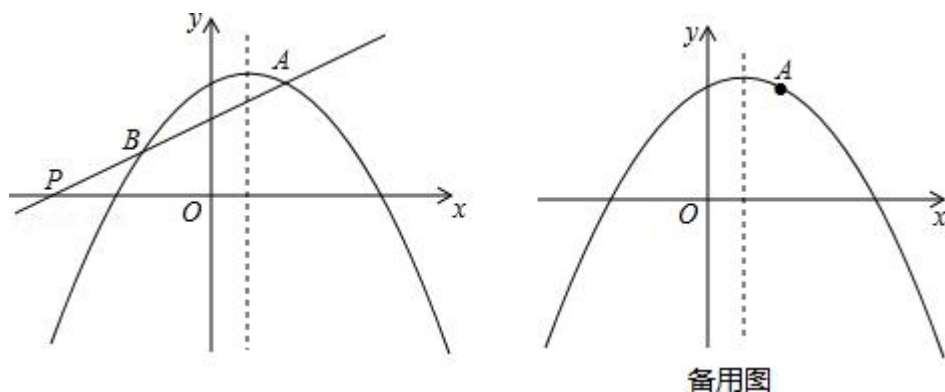
【点评】 本题参考四边形综合题、全等三角形的判定和性质、菱形的性质、等边三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是灵活运用这些知识解决问题, 学会添加辅助线把问题转化为我们熟悉的图形, 属于中考常考题型.

26. (10 分) (2016·湘潭) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + mx + n$ 的图象经过点 $A(2, 3)$, 对称轴为直线 $x = 1$, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 A , 交 x 轴于点 P , 交抛物线于另一点 B , 点 A 、 B 位于点 P 的同侧.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若 $PA: PB = 3: 1$, 求一次函数的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $k > 0$ 时, 抛物线的对称轴上是否存在点 C , 使得 $\odot C$ 同时与 x 轴和直线 AP 都相切, 如果存在, 请求出点 C 的坐标, 如果不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 根据抛物线的对称轴为 $x=1$ 可求出 m 的值, 再将点 A 的坐标代入抛物线的解析式中求出 n 值, 此题得解;

(2) 根据 P 、 A 、 B 三点共线以及 $PA: PB=3: 1$ 结合点 A 的坐标即可得出点 B 的纵坐标, 将其代入抛物线解析式中即可求出点 B 的坐标, 再根据点 A 、 B 的坐标利用待定系数法即可求出直线 AP 的解析式;

(3) 假设存在, 设出点 C 的坐标, 依照题意画出图形, 根据角的计算找出 $\angle DCF = \angle EPF$, 再通过解直角三角形找出关于 r 的一元一次方程, 解方程求出 r 值, 将其代入点 C 的坐标中即可得出结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$,

$$\therefore -\frac{m}{-\frac{1}{4} \times 2} = 1, \text{ 解得: } m = \frac{1}{2}.$$

将点 $A(2, 3)$ 代入 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + n$ 中,

$$3 = -1 + 1 + n, \text{ 解得: } n = 3,$$

$$\therefore \text{ 抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3.$$

(2) $\because P$ 、 A 、 B 三点共线, $PA: PB=3: 1$, 且点 A 、 B 位于点 P 的同侧,

$$\therefore y_A - y_P = 3y_B - y_P,$$

又 $\because$ 点 P 为 x 轴上的点, 点 $A(2, 3)$,

$$\therefore y_B = 1.$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, 有 } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = 1,$$

$$\text{解得: } x_1 = -2, x_2 = 4,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2, 1)$ 或 $(4, 1)$.

将点 $A(2, 3)$ 、 $B(-2, 1)$ 代入 $y=kx+b$ 中,

$$\begin{cases} 3=2k+b \\ 1=-2k+b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$$

将点 $A(2, 3)$ 、 $B(4, 1)$ 代入 $y=kx+b$ 中,

$$\begin{cases} 1=4k+b \\ 3=2k+b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=5 \end{cases}.$$

$\therefore$ 一次函数的解析式 $y=\frac{1}{2}x+2$ 或 $y=-x+5$.

(3) 假设存在, 设点 C 的坐标为 $(1, r)$.

$$\because k > 0,$$

$$\therefore \text{直线 } AP \text{ 的解析式为 } y=\frac{1}{2}x+2.$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } \frac{1}{2}x+2=0,$$

$$\text{解得: } x=-4,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-4, 0)$,

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y=\frac{5}{2},$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, \frac{5}{2})$.

令 $\odot$ 与直线 AP 的切点为 F , 与 x 轴的切点为 E , 抛物线的对称轴与直线 AP 的交点为 D , 连接 CF , 如图所示.

$$\because \angle PFC = \angle PEC = 90^\circ, \angle EPF + \angle ECF = \angle DCF + \angle ECF = 180^\circ,$$

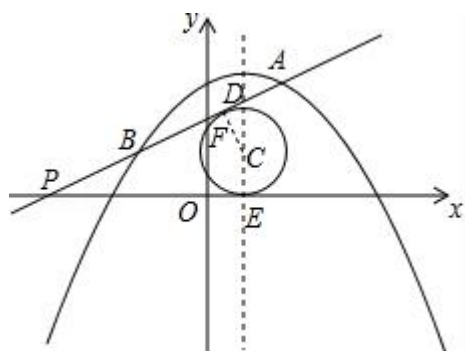
$$\therefore \angle DCF = \angle EPF.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\tan \angle DCF = \tan \angle EPF = \frac{1}{2}$, $CD = \frac{5}{2} - r$,

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2}}{2} CF = \frac{\sqrt{5}}{2} |r| = \frac{5}{2} - r,$$

解得: $r = 5\sqrt{5} - 10$ 或 $r = -5\sqrt{5} - 10$.

故当 $k > 0$ 时, 抛物线的对称轴上存在点 C , 使得 $\odot C$ 同时与 x 轴和直线 AP 都相切, 点 C 的坐标为 $(1, 5\sqrt{5} - 10)$ 或 $(1, -5\sqrt{5} - 10)$.



【点评】 本题考查了二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征、一次函数图象上点的坐标特征以及待定系数法求函数解析式, 根据点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键.

参与本试卷答题和审题的老师有：守拙；王学峰；gsIs；1987483819；神龙杉；
73zzx；家有儿女；caicl；szl；HJJ；733599；sks；放飞梦想；三界无我；sd2011；
曹先生；知足长乐；gbl210；弯弯的小河（排名不分先后）

菁优网

2017 年 3 月 1 日