

2016 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) 下列各数中为无理数的是 ()

- A. -1 B. 3.14 C. π D. 0

2. (3 分) 下列运算结果正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $3a - 2a = 1$

3. (3 分) 函数 $y = \sqrt{x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 0$ B. $x > 4$ C. $x < 4$ D. $x \geq 4$

4. (3 分) 某小学校足球队 22 名队员年龄情况如下：

年龄 (岁)	12	11	10	9
人数	4	10	6	2

则这个队队员年龄的众数和中位数分别是 ()

- A. 11, 10 B. 11, 11 C. 10, 9 D. 10, 11

5. (3 分) 如图是某几何体的三视图，则该几何体可能是 ()



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 长方体

6. (3 分) 下列长度的三根小木棒能构成三角形的是 ()

- A. 2cm , 3cm , 5cm B. 7cm , 4cm , 2cm
C. 3cm , 4cm , 8cm D. 3cm , 3cm , 4cm

7. (3 分) 下列说法错误的是 ()

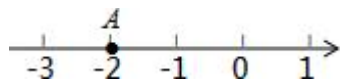
- A. 角平分线上的点到角的两边的距离相等
B. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
C. 菱形的对角线相等
D. 平行四边形是中心对称图形

8. (3 分) 对于实数 a , b , 我们定义符号 $\max\{a, b\}$ 的意义为: 当 $a \geq b$ 时, $\max\{a, b\} = a$; 当 $a < b$ 时, $\max\{a, b\} = b$; 如: $\max\{4, -2\} = 4$, $\max\{3, 3\} = 3$, 若关于 x 的函数为 $y = \max\{x+3, -x+1\}$, 则该函数的最小值是 ()

- A. 0 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

9.（4 分）如图所示，数轴上点 A 所表示的数的相反数是_____.

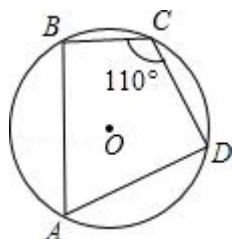


10.（4 分）因式分解： $6x^2 - 3x =$ _____.

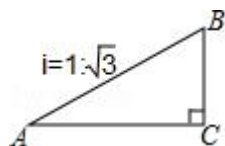
11.（4 分）在半径为 6cm 的圆中， 120° 的圆心角所对的弧长为_____ cm .

12.（4 分）为加快“一极三宜”江湖名城建设，总投资 124000 万元的岳阳三荷机场及交通产业园，预计 2016 年建好主体工程，将 124000 万元用科学记数法表示为_____元.

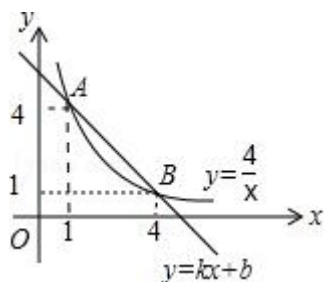
13.（4 分）如图，四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，已知 $\angle BCD = 110^\circ$ ，则 $\angle BAD =$ 度.



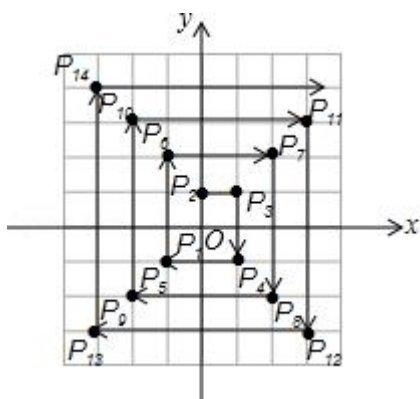
14.（4 分）如图，一山坡的坡度为 $i = 1 : \sqrt{3}$ ，小辰从山脚 A 出发，沿山坡向上走了 200 米到达点 B ，则小辰上升了_____米.



15.（4 分）如图，一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数，且 $k \neq 0$) 和反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 A, B 两点，利用函数图象直接写出不等式 $\frac{4}{x} < kx + b$ 的解集是_____.



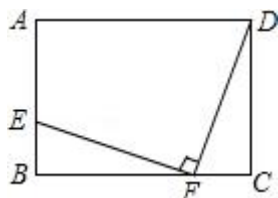
16.（4 分）如图，在平面直角坐标系中，每个最小方格的边长均为 1 个单位长， $P_1, P_2, P_3, \dots$ ，均在格点上，其顺序按图中“ $\rightarrow$ ”方向排列，如： $P_1(0, 0), P_2(0, 1), P_3(1, 1), P_4(1, -1), P_5(-1, -1), P_6(-1, 2) \dots$ 根据这个规律，点 P_{2016} 的坐标为_____.



三、解答题（本大题共 8 道小题，满分 64 分）

17.（8 分）计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12} + 2\tan 60^\circ - (2 - \sqrt{3})^0$.

18.（6 分）已知：如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，点 F 在边 BC 上，且 $BE = CF$ ， $EF \perp DF$ ，求证： $BF = CD$.



19.（6 分）已知不等式组 $\begin{cases} 3x+4 > x & \text{①} \\ \frac{4}{3}x \leq x + \frac{2}{3} & \text{②} \end{cases}$

（1）求不等式组的解集，并写出它的所有整数解；

（2）在不等式组的所有整数解中任取两个不同的整数相乘，请用画树状图或列表的方法求积为正数的概率.

20.（8 分）我市某学校开展“远足君山，磨砺意志，保护江豚，爱鸟护鸟”为主题的远足活动. 已知学校与君山岛相距 24 千米，远足服务人员骑自行车，学生步行，服务人员骑自行车的平均速度是学生步行平均速度的 2.5 倍，服务人员与学生同时从学校出发，到达君山岛时，服务人员所花时间比学生少用了 3.6 小时，求学生步行的平均速度是多少千米/小时.

21.（8 分）某学校环保志愿者协会对该市城区的空气质量进行调查，从全年 365 天中随机抽取了 80 天的空气质量指数 (AQI) 数据，绘制出三幅不完整的统计图表. 请根据图表中提供的信息解答下列问题：

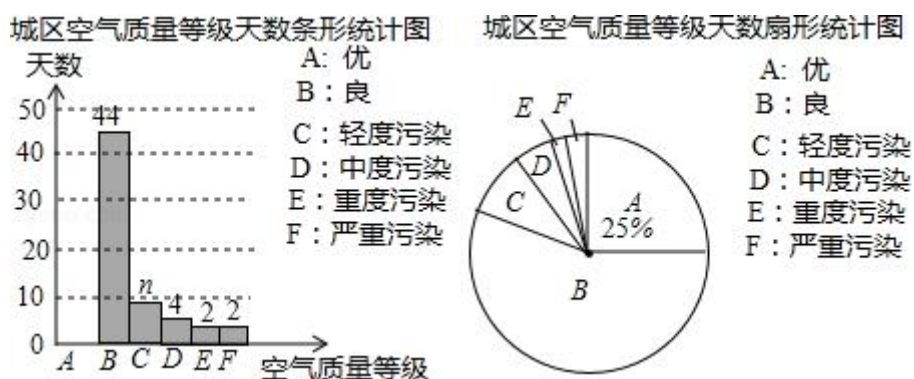
AQI 指数	质量等级	天数 (天)
0 - 50	优	m

51 - 100	良	44
101 - 150	轻度污染	n
151 - 200	中度污染	4
201 - 300	重度污染	2
300 以上	严重污染	2

(1) 统计表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$. 扇形统计图中, 空气质量等级为“良”的天数占 $\underline{\hspace{2cm}}\%$;

(2) 补全条形统计图, 并通过计算估计该市城区全年空气质量等级为“优”和“良”的天数共多少天?

(3) 据调查, 严重污染的 2 天发生在春节期间, 燃放烟花爆竹成为空气污染的一个重要原因, 据此, 请你提出一条合理化建议.



22. (8 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 已知方程的一个根为 $x = 0$, 求代数式 $(2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5$ 的值 (要求先化简再求值).

23. (10 分) 数学活动 - 旋转变换

(1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 130^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 BB' , 求 $\angle A'B'B$ 的大小;

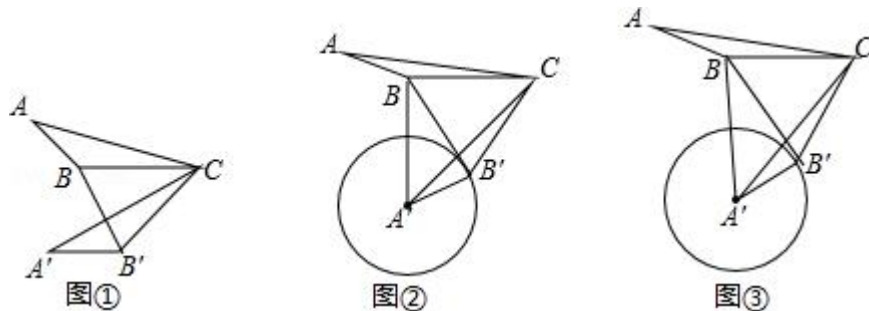
(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 150^\circ$, $AB = 3$, $BC = 5$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 BB' , 以 A' 为圆心, $A'B'$ 长为半径作圆.

(I) 猜想: 直线 BB' 与 $\odot A'$ 的位置关系, 并证明你的结论;

(II) 连接 $A'B$, 求线段 $A'B$ 的长度;

(3) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \alpha$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), $AB = m$, $BC = n$, 将 $\triangle ABC$

绕点 C 逆时针旋转 2β 角度 ($0^\circ < 2\beta < 180^\circ$) 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 $A'B$ 和 BB' , 以 A' 为圆心, $A'B'$ 长为半径作圆, 问: 角 α 与角 β 满足什么条件时, 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切, 请说明理由, 并求此条件下线段 $A'B$ 的长度 (结果用角 α 或角 β 的三角函数及字母 m 、 n 所组成的式子表示)

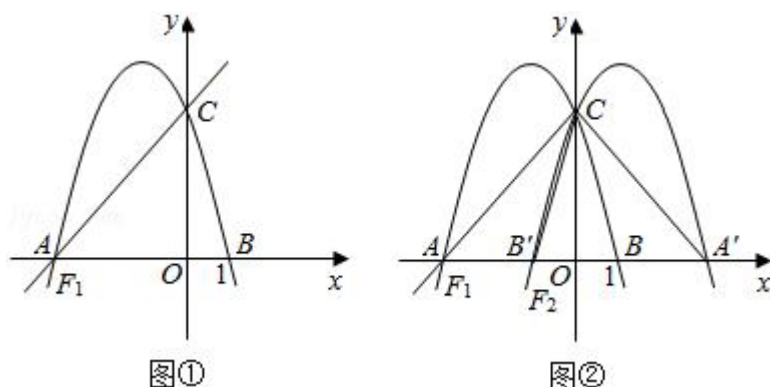


24. (10 分) 如图①, 直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 C , 过 A 、 C 两点的抛物线 F_1 交 x 轴于另一点 $B(1, 0)$.

(1) 求抛物线 F_1 所表示的二次函数的表达式;

(2) 若点 M 是抛物线 F_1 位于第二象限图象上的一点, 设四边形 $MAOC$ 和 $\triangle BOC$ 的面积分别为 $S_{\text{四边形}MAOC}$ 和 $S_{\triangle BOC}$, 记 $S = S_{\text{四边形}MAOC} - S_{\triangle BOC}$, 求 S 最大时点 M 的坐标及 S 的最大值;

(3) 如图②, 将抛物线 F_1 沿 y 轴翻折并“复制”得到抛物线 F_2 , 点 A 、 B 与 (2) 中所求的点 M 的对应点分别为 A' 、 B' 、 M' , 过点 M' 作 $M'E \perp x$ 轴于点 E , 交直线 $A'C$ 于点 D , 在 x 轴上是否存在点 P , 使得以 A' 、 D 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle AB'C$ 相似? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖南省岳阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】 π 是圆周率，是无限不循环小数，所以 π 是无理数．

【解答】解： $\because \pi$ 是无限不循环小数，

$\therefore \pi$ 是无理数．

故选：C．

【点评】此题是无理数题，主要考查了无理数的定义，了解 π ，解本题的关键是明白无理意义．数的

2. 【分析】利用幂的有关运算性质逐一计算后即可确定正确的选项．

【解答】解： A 、 a^2 与 a^3 不是同类项，不能合并，故错误；

B 、 $(a^2)^3 = a^6$ ，正确，符合题意；

C 、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故错误；

D 、 $3a - 2a = a$ ，故错误，

故选：B．

【点评】本题考查了幂的乘方与积的乘方、合并同类项及同底数幂的乘法知识，解题的关键是牢记有关的幂的运算性质，难度不大．

3. 【分析】根据二次根式有意义的条件可得出 $x - 4 \geq 0$ ，解该不等式即可得出结论．

【解答】解： $\because x - 4 \geq 0$ ，

$\therefore x \geq 4$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围以及二次根式有意义的条件，解题的关键是得出不等式 $x - 4 \geq 0$ ．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据二次根式有意义的条件得出不等式是关键．

4. 【分析】根据中位数和众数的定义分别进行解答即可．

【解答】解：年龄是 11 岁的人数最多，有 10 个人，则众数是 11；

把这些数从小到大排列，中位数是第 11，12 个数的平均数，

则中位数是 $\frac{11+11}{2} = 11$ ；

故选：B．

【点评】此题考查了中位数和众数，一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

5. 【分析】根据一个空间几何体的主视图和俯视图都是宽度相等的长方形，可判断该几何体是柱体，进而根据左视图的形状，可判断柱体侧面形状，得到答案.

【解答】解： $\because$ 几何体的主视图和俯视图都是宽度相等的长方形，

$\therefore$ 该几何体是一个柱体，

又 $\because$ 俯视图是一个圆，

$\therefore$ 该几何体是一个圆柱.

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是三视图，如果有两个视图为三角形，该几何体一定是锥，如果有两个矩形，该几何体一定柱，其底面由第三个视图的形状决定.

6. 【分析】依据三角形任意两边之和大于第三边求解即可.

【解答】解：A、因为 $2+3=5$ ，所以不能构成三角形，故 A 错误；

B、因为 $2+4<7$ ，所以不能构成三角形，故 B 错误；

C、因为 $3+4<8$ ，所以不能构成三角形，故 C 错误；

D、因为 $3+3>4$ ，所以能构成三角形，故 D 正确.

故选：D.

【点评】本题主要考查的是三角形的三边关系，掌握三角形的三边关系是解题的关键.

7. 【分析】A：根据角平分线的性质，可得角平分线上的点到角的两边的距离相等.

B：根据直角三角形斜边上的中线的性质，可得直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

C：根据菱形的性质，菱形的对角线互相垂直，但是不一定相等.

D：根据中心对称图形的性质，可得常见的中心对称图形有：平行四边形、圆形、正方形、长方形，据此判断即可.

【解答】解： $\because$ 角平分线上的点到角的两边的距离相等，

$\therefore$ 选项 A 正确；

$\because$ 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，

$\therefore$ 选项 B 正确；

$\because$ 菱形的对角线互相垂直，但是不一定相等，

∴选项 C 不正确；

∴平行四边形是中心对称图形，

∴选项 D 正确．

故选：C．

【点评】（1）此题主要考查了角平分线的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：一个角的平分线把这个角分成两个大小相同的角．

（2）此题还考查了菱形的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①菱形具有平行四边形的一切性质；②菱形的四条边都相等；③菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；④菱形是轴对称图形，它有 2 条对称轴，分别是两条对角线所在直线．

（3）此题还考查了直角三角形斜边上的中线，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半．

（4）此题还考查了中心对称图形，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：中心对称图形和中心对称不同，中心对称是两个图形之间的关系，而中心对称图形是指一个图形自身的特点，这点应注意区分，它们性质相同，应用方法相同．

8. **【分析】**分 $x \geq -1$ 和 $x < -1$ 两种情况进行讨论计算，

【解答】解：当 $x+3 \geq -x+1$ ，

即： $x \geq -1$ 时， $y = x+3$ ，

∴当 $x = -1$ 时， $y_{\min} = 2$ ，

当 $x+3 < -x+1$ ，

即： $x < -1$ 时， $y = -x+1$ ，

∴ $x < -1$ ，

∴ $-x > 1$ ，

∴ $-x+1 > 2$ ，

∴ $y > 2$ ，

∴ $y_{\min} = 2$ ，

故选：B．

【点评】此题是分段函数题，主要考查了新定义，解本题的关键是分段．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

9. **【分析】**根据相反数的定义，即可解答．

【解答】解：数轴上点 A 所表示的数是 -2 ， -2 的相反数是 2 ，

故答案为： 2 ．

【点评】本题考查了相反数，解决本题的关键是熟记相反数的定义．

10. 【分析】根据提公因式法因式分解的步骤解答即可．

【解答】解： $6x^2 - 3x = 3x(2x - 1)$ ，

故答案为： $3x(2x - 1)$ ．

【点评】本题考查的是提公因式法因式分解，提公因式法基本步骤：找出公因式；提公因式并确定另一个因式：第一步找公因式可按照确定公因式的方法先确定系数再确定字母；第二步提公因式并确定另一个因式，注意要确定另一个因式，可用原多项式除以公因式，所得的商即是提公因式后剩下的一个因式，也可用公因式分别除去原多项式的每一项，求的剩下的另一个因式．

11. 【分析】直接利用弧长公式求出即可．

【解答】解：半径为 6cm 的圆中， 120° 的圆心角所对的弧长为： $\frac{120\pi \times 6}{180} = 4\pi(\text{cm})$ ．

故答案为： 4π ．

【点评】此题主要考查了弧长公式的应用，正确记忆弧长公式是解题关键．

12. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解： $124000 \text{ 万} = 124000 \ 0000 = 1.24 \times 10^9$ ，

故答案为： 1.24×10^9 ．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

13. 【分析】根据圆内接四边形的对角互补求 $\angle BAD$ 的度数即可．

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形，

$\therefore \angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$ （圆内接四边形的对角互补）；

又 $\because \angle BCD = 110^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 70^\circ$ ．

故答案为： 70 ．

【点评】本题主要考查了圆内接四边形的性质．解答此题时，利用了圆内接四边形的对

角互补的性质来求 $\angle BCD$ 的补角即可.

14. 【分析】根据坡比的定义得到 $\tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\angle A = 30^\circ$, 然后根据含 30° 的直角三角形三边的关系求解.

【解答】解: 根据题意得 $\tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\angle A = 30^\circ$,

所以 $BC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 200 = 100$ (m).

故答案为 100.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用: 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i = 1:m$ 的形式.

15. 【分析】先根据图形得出 A 、 B 的坐标, 根据两点的坐标和图形得出不等式的解集即可.

【解答】解: $\because$ 由图象可知: $A(1, 4)$, $B(4, 1)$, $x > 0$,

$\therefore$ 不等式 $\frac{4}{x} < kx+b$ 的解集为 $1 < x < 4$,

故答案为: $1 < x < 4$.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点的应用, 能读懂图象是解此题的关键, 数形结合思想的应用.

16. 【分析】根据各个点的位置关系, 可得出下标为 4 的倍数的点在第四象限的角平分线上, 被 4 除余 1 的点在第三象限的角平分线上, 被 4 除余 2 的点在第二象限的直线上, 被 4 除余 3 的点在第一象限的角平分线上, 点 P_{2016} 的在第四象限的角平分线上, 且横纵坐标的绝对值 $= 2016 \div 4$, 再根据第四象限内点的符号得出答案即可.

【解答】解: 由规律可得, $2016 \div 4 = 504$,

$\therefore$ 点 P_{2016} 的在第四象限的角平分线上,

$\therefore$ 点 $P_4(1, -1)$, 点 $P_8(2, -2)$, 点 $P_{12}(3, -3)$,

$\therefore$ 点 $P_{2016}(504, -504)$,

故答案为 $(504, -504)$.

【点评】本题考查了规律型: 点的坐标, 是一个阅读理解, 猜想规律的题目, 解答此题的关键是首先确定点所在的大致位置, 所在正方形, 然后就可以进一步推得点的坐标.

三、解答题 (本大题共 8 道小题, 满分 64 分)

17. 【分析】原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，二次根式性质，以及特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 3 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1$
 $= 2$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. 【分析】由四边形 $ABCD$ 为矩形，得到四个角为直角，再由 EF 与 FD 垂直，利用平角定义得到一对角互余，利用同角的余角相等得到一对角相等，利用 ASA 得到三角形 BEF 与三角形 CFD 全等，利用全等三角形对应边相等即可得证.

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp DF,$$

$$\therefore \angle EFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFB + \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\because \angle EFB + \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle CFD,$$

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle CFD$ 中，

$$\begin{cases} \angle BEF = \angle CFD \\ BE = CF \\ \angle B = \angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CFD (ASA),$$

$$\therefore BF = CD.$$

【点评】此题考查了矩形的性质，以及全等三角形的判定与性质，熟练掌握矩形的性质是解本题的关键.

19. 【分析】(1) 首先分别解不等式①②，然后求得不等式组的解集，继而求得它的所有整数解；

(2) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与积为正数的情况，再利用概率公式即可求得答案.

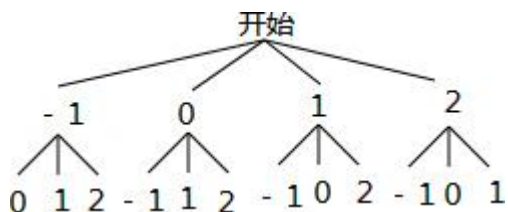
【解答】解：(1) 由①得： $x > -2$,

由②得： $x \leq 2$,

$$\therefore \text{不等式组的解集为：} -2 < x \leq 2,$$

$$\therefore \text{它的所有整数解为：} -1, 0, 1, 2;$$

(2) 画树状图得：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，积为正数的有 2 种情况，

$\therefore$ 积为正数的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查了列表法或树状图法求概率以及不等式组的整数解．用到的知识点为：

概率 = 所求情况数与总情况数之比．

20. **【分析】** 设学生步行的平均速度是每小时 x 千米，服务人员骑自行车的平均速度是每小时 $2.5x$ 千米，根据学校与君山岛距离为 24 千米，服务人员所花时间比学生少用了 3.6 小时，可列方程求解．

【解答】 解：设学生步行的平均速度是每小时 x 千米．

服务人员骑自行车的平均速度是每小时 $2.5x$ 千米，

根据题意： $\frac{24}{x} - \frac{24}{2.5x} = 3.6$ ，

解得： $x = 4$ ，

经检验， $x = 4$ 是所列方程的解，且符合题意．

答：学生步行的平均速度是每小时 4 千米．

【点评】 本题考查了分式方程的应用，关键设出速度，以时间做为等量关系列方程求解．

21. **【分析】** (1) 由 A 占 25%，即可求得 m 的值，继而求得 n 的值，然后求得空气质量等级为“良”的天数占的百分比；

(2) 首先由 (1) 补全统计图，然后利用样本估计总体的知识求解即可求得答案；

(3) 提出合理建议，比如不燃放烟花爆竹或少燃放烟花爆竹等．

【解答】 解：(1) $\because m = 80 \times 25\% = 20$ ， $n = 80 - 20 - 44 - 4 - 2 - 2 = 8$ ，

$\therefore$ 空气质量等级为“良”的天数占： $\frac{44}{80} \times 100\% = 55\%$ ．

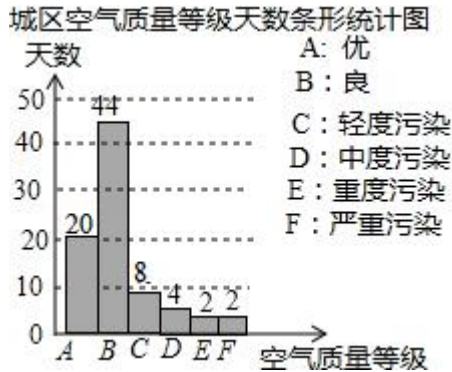
故答案为：20，8，55；

(2) 估计该市城区全年空气质量等级为“优”和“良”的天数共： $365 \times (25\% + 55\%)$

= 292 (天),

答: 估计该市城区全年空气质量等级为“优”和“良”的天数共 292 天;

补全统计图:



(3) 建议不要燃放烟花爆竹.

【点评】 此题考查了条形图与扇形图的知识. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

22. **【分析】** (1) 找出 a , b 及 c , 表示出根的判别式, 变形后得到其值大于 0, 即可得证.

(2) 把 $x=0$ 代入方程即可求 $m(m+1)=0$, 然后化简代数式再将 $m(m+1)=0$ 代入所求的代数式并求值即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$.

$$\therefore \Delta = (2m+1)^2 - 4m(m+1) = 1 > 0,$$

$\therefore$ 方程总有两个不相等的实数根;

$$(2) \because (2m-1)^2 + (3+m)(3-m) + 7m - 5 = 4m^2 - 4m + 1 + 9 - m^2 + 7m - 5 = 3m^2 + 3m + 5 \\ = 3m(m+1) + 5,$$

$\because x=0$ 是此方程的一个根,

$\therefore$ 把 $x=0$ 代入方程中得到 $m(m+1)=0$,

把 $m(m+1)=0$ 代入 $3m(m+1)+5$ 得: $5=5$.

【点评】 本题考查了根的判别式和一元二次方程的解. 解题时, 逆用一元二次方程解的定义易得出所求式子的值, 在解题时要重视解题思路的逆向分析.

23. **【分析】** (1) 根据 $\angle A' B' B = \angle A' B' C - \angle BB' C$, 只要求出 $\angle BB' C$ 即可.

(2) (I) 结论: 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切. 只要证明 $\angle A' B' B = 90^\circ$ 即可. (II) 在 $Rt\triangle ABB'$ 中, 利用勾股定理计算即可.

(3) 如图③中, 当 $\alpha+\beta=180^\circ$ 时, 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切. 只要证明 $\angle A' B' B=90^\circ$ 即可解决问题. 在 $\triangle CBB'$ 中求出 BB' , 再在 $\text{Rt}\triangle A' B' B$ 中利用勾股定理即可.

【解答】解;(1) 如图①中, $\because \triangle A' B' C$ 是由 $\triangle ABC$ 旋转得到,

$$\therefore \angle A' B' C = \angle ABC = 130^\circ, CB = CB',$$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B, \because \angle BCB' = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle A' B' B = \angle A' B' C - \angle BB' C = 65^\circ.$$

(2) (I) 结论: 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切.

理由: 如图②中, $\because \angle A' B' C = \angle ABC = 150^\circ, CB = CB',$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B, \because \angle BCB' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A' B' B = \angle A' B' C - \angle BB' C = 90^\circ.$$

$$\therefore AB' \perp BB',$$

$\therefore$ 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切.

(II) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABB'$ 中, $\because \angle AB' B = 90^\circ, BB' = BC = 5, AB' = AB = 3,$

$$\therefore A' B = \sqrt{AB'^2 + B'B^2} = \sqrt{34}.$$

(3) 如图③中, 当 $\alpha+\beta=180^\circ$ 时, 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切.

理由: $\because \angle A' B' C = \angle ABC = \alpha, CB = CB',$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B, \because \angle BCB' = 2\beta,$$

$$\therefore \angle CBB' = \angle CB' B = \frac{180^\circ - 2\beta}{2},$$

$$\therefore \angle A' B' B = \angle A' B' C - \angle BB' C = \alpha - 90^\circ + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

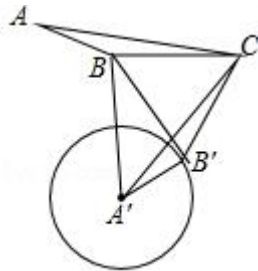
$$\therefore AB' \perp BB',$$

$\therefore$ 直线 BB' 与 $\odot A'$ 相切.

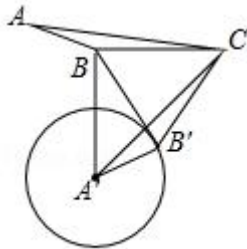
在 $\triangle CBB'$ 中, $\because CB = CB' = n, \angle BCB' = 2\beta,$

$$\therefore BB' = 2 \cdot n \sin \beta,$$

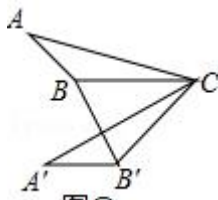
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle A' BB' \text{ 中, } A' B = \sqrt{BB'^2 + A'B'^2} = \sqrt{m^2 + 4n^2 \sin^2 \beta}.$$



图③



图②



图①

【点评】 本题考查圆的综合题、旋转不变性、勾股定理、切线的判定、等腰三角形的性质等知识，解题的关键是熟练运用这些知识解决问题，充分利用旋转不变性，属于中考压轴题．

24. **【分析】** (1) 利用一次函数的解析式求出点 A 、 C 的坐标，然后再利用 B 点坐标即可求出二次函数的解析式；

(2) 由于 M 在抛物线 F_1 上，所以可设 $M(a, -\frac{4}{3}a^2 - \frac{8}{3}a + 4)$ ，然后分别计算 $S_{\text{四边形}MAOC}$ 和 $S_{\triangle BOC}$ ，过点 M 作 $MP \perp x$ 轴于点 P ，则 $S_{\text{四边形}MAOC}$ 的值等于 $\triangle APM$ 的面积与梯形 $POCM$ 的面积之和．

(3) 由于没有说明点 P 的具体位置，所以需要将点 P 的位置进行分类讨论，当点 P 在 A' 的右边时，此情况是不存在；当点 P 在 A' 的左边时，此时 $\angle DA'P = \angle CAB'$ ，若以 A' 、 D 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle AB'C$ 相似，则分为以下两种情况进行讨论：① $\frac{DA'}{PA'} = \frac{AC}{AB'}$ ；

② $\frac{DA'}{PA'} = \frac{AB'}{AC}$ ．

【解答】 解：(1) 令 $y = 0$ 代入 $y = \frac{4}{3}x + 4$ ，

$\therefore x = -3$ ，

$$A(-3, 0),$$

$$\text{令 } x=0, \text{ 代入 } y=\frac{4}{3}x+4,$$

$$\therefore y=4,$$

$$\therefore C(0, 4),$$

设抛物线 F_1 的解析式为: $y=a(x+3)(x-1)$,

$$\text{把 } C(0, 4) \text{ 代入上式得, } a=-\frac{4}{3},$$

$$\therefore y=-\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+4,$$

$$(2) \text{ 如图①, 设点 } M(a, -\frac{4}{3}a^2-\frac{8}{3}a+4)$$

$$\text{其中 } -3 < a < 0$$

$$\because B(1, 0), C(0, 4),$$

$$\therefore OB=1, OC=4$$

$$\therefore S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}OB \cdot OC=2,$$

过点 M 作 $MP \perp x$ 轴于点 P ,

$$\therefore MP=-\frac{4}{3}a^2-\frac{8}{3}a+4, AP=a+3, OP=-a,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } MAOC}=\frac{1}{2}AP \cdot MP+\frac{1}{2}(MP+OC) \cdot OP$$

$$=\frac{1}{2}AP \cdot MP+\frac{1}{2}OP \cdot MP+\frac{1}{2}OP \cdot OC$$

$$=\frac{1}{2}MP(AP+OP)+\frac{1}{2}OP \cdot OC$$

$$=\frac{1}{2}MP \cdot OA+\frac{1}{2}OP \cdot OC$$

$$=\frac{1}{2} \times 3(-\frac{4}{3}a^2-\frac{8}{3}a+4)+\frac{1}{2} \times 4 \times (-a)$$

$$=-2a^2-6a+6$$

$$\therefore S=S_{\text{四边形 } MAOC}-S_{\triangle BOC}$$

$$=(-2a^2-6a+6)-2$$

$$=-2a^2-6a+4$$

$$=-2(a+\frac{3}{2})^2+\frac{17}{2}$$

∴当 $a = -\frac{3}{2}$ 时,

S 有最大值, 最大值为 $\frac{17}{2}$

此时, $M(-\frac{3}{2}, 5)$;

(3) 如图②, 由题意知: $M'(\frac{3}{2}, 5)$, $B'(-1, 0)$, $A'(3, 0)$

∴ $AB' = 2$,

设直线 $A'C$ 的解析式为: $y = kx + b$,

把 $A'(3, 0)$ 和 $C(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得: } \begin{cases} b=4 \\ 0=3k+b \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=-\frac{4}{3} \\ b=4 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x + 4,$$

$$\text{令 } x = \frac{3}{2} \text{ 代入 } y = -\frac{4}{3}x + 4,$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore D(\frac{3}{2}, 2)$$

由勾股定理分别可求得: $AC = 5$, $DA' = \frac{5}{2}$

设 $P(m, 0)$

当 $m < 3$ 时,

此时点 P 在 A' 的左边,

$$\therefore \angle DA'P = \angle CAB',$$

$$\text{当 } \frac{DA'}{PA'} = \frac{AC}{AB'} \text{ 时, } \triangle DA'P \sim \triangle CAB',$$

$$\text{此时, } \frac{5}{2} = \frac{5}{2}(3-m),$$

解得: $m = 2$,

$$\therefore P(2, 0)$$

$$\text{当 } \frac{DA'}{PA'} = \frac{AB'}{AC} \text{ 时, } \triangle DA'P \sim \triangle B'AC,$$

此时, $\frac{5}{2} = \frac{2}{5} (3 - m)$

$$m = -\frac{13}{4},$$

$$\therefore P \left(-\frac{13}{4}, 0 \right)$$

当 $m > 3$ 时,

此时, 点 P 在 A' 右边,

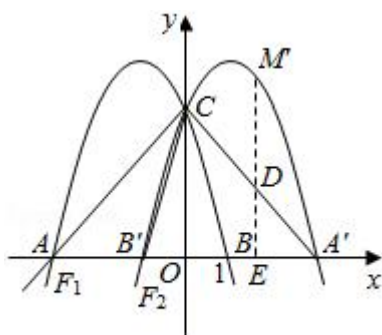
由于 $\angle CB'O \neq \angle DA'E$,

$$\therefore \angle AB'C \neq \angle DA'P$$

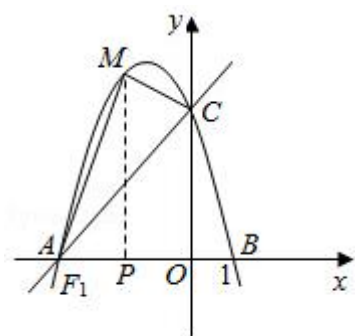
$\therefore$ 此情况, $\triangle DA'P$ 与 $\triangle B'AC$ 不能相似,

综上所述, 当以 A' 、 D 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle AB'C$ 相似时, 点 P 的坐标为 $(2, 0)$

或 $\left(-\frac{13}{4}, 0 \right)$.



图②



图①

【点评】 本题是二次函数的综合问题, 涉及待定系数法求解析式, 二次函数最值问题, 相似三角形的判定与性质等知识内容, 综合程度较大, 需要学生灵活运用所学知识解决问题. 另外对于动点问题, 通常可以用一参数 m 来表示该动点.