

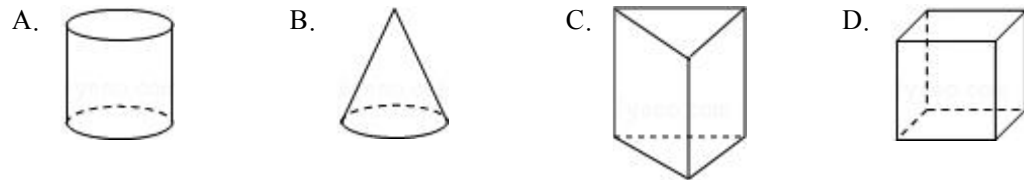
2015 年湖南省邵阳市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•邵阳) 计算 $(-3) + (-9)$ 的结果是 ()

- A. -12 B. -6 C. $+6$ D. 12

2. (3 分) (2015•邵阳) 如图，下列几何体的左视图不是矩形的是 ()

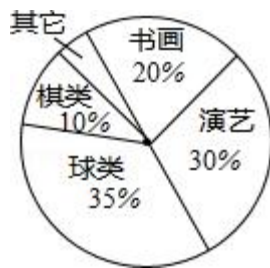


3. (3 分) (2015•邵阳) 2011 年 3 月，英国和新加坡研究人员制造出观测极限为 $0.000\ 000\ 05$ 米的光学显微镜，其中 $0.000\ 000\ 05$ 米用科学记数法表示正确的是 ()



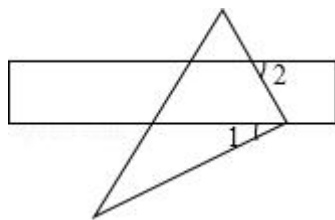
- A. 0.5×10^{-9} 米 B. 5×10^{-8} 米 C. 5×10^{-9} 米 D. 5×10^{-7} 米

4. (3 分) (2015•邵阳) 如图是某校参加各兴趣小组的学生人数分布扇形统计图，则参加人数最多的兴趣小组是 ()



- A. 棋类 B. 书画 C. 球类 D. 演艺

5. (3 分) (2015•邵阳) 将直尺和直角三角板按如图方式摆放，已知 $\angle 1 = 30^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小是 ()

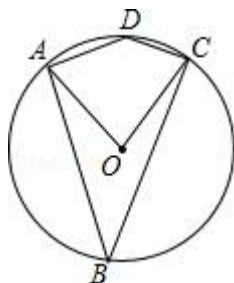


- A. 30° B. 45° C. 60° D. 65°

6. (3分) (2015•邵阳) 已知 $a+b=3$, $ab=2$, 则 a^2+b^2 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. (3分) (2015•邵阳) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 已知 $\angle ADC=140^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的大小是 ()

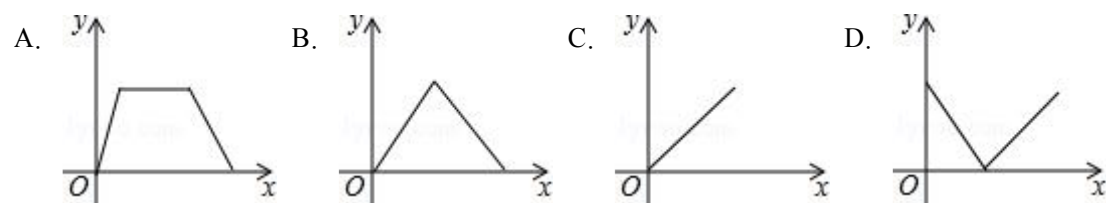
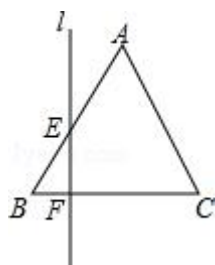


- A. 80° B. 100° C. 60° D. 40°

8. (3分) (2015•邵阳) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -3 \\ -x+3 \geq 0 \end{cases}$ 的整数解的个数是 ()

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 无数个

9. (3分) (2015•邵阳) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 直线 l 垂直底边 BC , 现将直线 l 沿线段 BC 从 B 点匀速平移至 C 点, 直线 l 与 $\triangle ABC$ 的边相交于 E 、 F 两点. 设线段 EF 的长度为 y , 平移时间为 t , 则下图中能较好反映 y 与 t 的函数关系的图象是 ()



10. (3分) (2015•邵阳) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=4$, $BC=3$, 矩形在直线 l 上绕其右下角的顶点 B 向右旋转 90° 至图①位置, 再绕右下角的顶点继续向右旋转 90° 至图②位置, ..., 以此类推, 这样连续旋转 2015 次后, 顶点 A 在整个旋转过程中所经过的路程之和是 ()

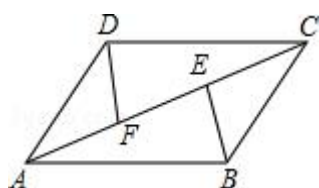


- A. 2015π B. 3019.5π C. 3018π D. 3024π

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. (3 分) (2015•邵阳) 多项式 $a^2 - 4$ 因式分解的结果是_____.

12. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E、F 为对角线 AC 上两点, 且 $BE \parallel DF$, 请从图中找出一对全等三角形: _____.



13. (3 分) (2015•邵阳) 下列计算中正确的序号是_____.

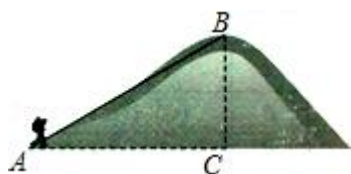
① $2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2$; ② $\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; ③ $|-2| = 2$.

14. (3 分) (2015•邵阳) 某同学遇到一道不会做的选择题, 在四个选项中有且只有一个是正确的, 则他选对的概率是_____.

15. (3 分) (2015•邵阳) 某正 n 边形的一个内角为 108° , 则 $n =$ _____.

16. (3 分) (2015•邵阳) 关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m =$ _____.

17. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 某登山运动员从营地 A 沿坡角为 30° 的斜坡 AB 到达山顶 B, 如果 $AB = 2000$ 米, 则他实际上升了_____米.



18. (3 分) (2015•邵阳) 抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$ 的顶点坐标是_____.

三、解答题 (共 3 小题, 满分 24 分)

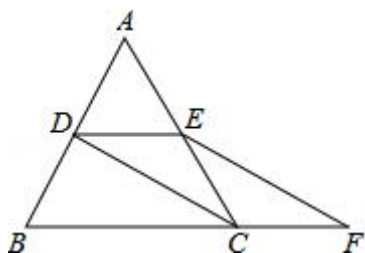
19. (8 分) (2015•邵阳) 解方程组:
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

20. (8 分) (2015•邵阳) 先化简 $(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x}) \cdot \frac{x^2 - 2x}{2}$, 再从 0, 1, 2 中选一个合适的 x 的值代入求值.

21. (8 分) (2015•邵阳) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2, D、E 分别为 AB、AC 的中点, 延长 BC 至点 F, 使 $CF = \frac{1}{2}BC$, 连接 CD 和 EF.

(1) 求证: $DE = CF$;

(2) 求 EF 的长.



四、应用题 (共 3 个小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

22. (8 分) (2015•邵阳) 亚健康是时下社会热门话题, 进行体育锻炼是远离亚健康的一种重要方式, 为了解某市初中学生每天进行体育锻炼的时间情况, 随机抽样调查了 100 名初中学生, 根据调查结果得到如图所示的统计图表.

类别	时间 t (小时)	人数
A	$t \leq 0.5$	5
B	$0.5 < t \leq 1$	20
C	$1 < t \leq 1.5$	a
D	$1.5 < t \leq 2$	30
E	$t > 2$	10

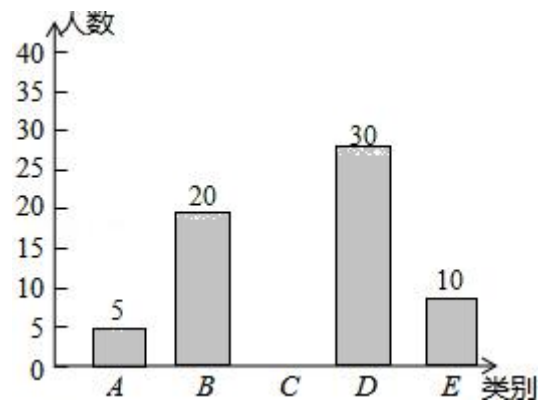
请根据图表信息解答下列问题:

(1) $a=$ _____;

(2) 补全条形统计图;

(3) 小王说:“我每天的锻炼时间是调查所得数据的中位数”,问小王每天进行体育锻炼的时间在什么范围内?

(4) 据了解该市大约有 30 万名初中学生,请估计该市初中学生每天进行体育锻炼时间在 1 小时以上的人数.

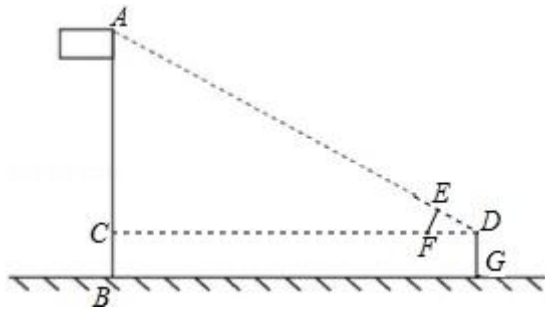


23. (8 分) (2015•邵阳) 为了响应政府提出的由中国制造向中国创造转型的号召, 某公司自主设计了一款成本为 40 元的可控温杯, 并投放市场进行试销售, 经过调查发现该产品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系: $y = -10x + 1200$.

(1) 求出利润 S (元) 与销售单价 x (元) 之间的关系式 (利润=销售额 - 成本);

(2) 当销售单价定为多少时, 该公司每天获取的利润最大? 最大利润是多少元?

24. (8分) (2015•邵阳) 如图, 某校数学兴趣小组利用自制的直角三角形硬纸板 DEF 来测量操场旗杆 AB 的高度, 他们通过调整测量位置, 使斜边 DF 与地面保持平行, 并使边 DE 与旗杆顶点 A 在同一直线上, 已知 DE=0.5 米, EF=0.25 米, 目测点 D 到地面的距离 DG=1.5 米, 到旗杆的水平距离 DC=20 米, 求旗杆的高度.



五、综合题 (共 2 个小题, 25 题 8 分, 26 题 10 分, 共 18 分)

25. (8分) (2015•邵阳) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 现按如下步骤作图:

①分别以 A, C 为圆心, a 为半径 ($a > \frac{1}{2}AC$) 作弧, 两弧分别交于 M, N 两点;

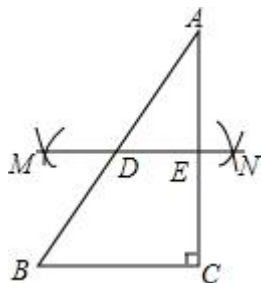
②过 M, N 两点作直线 MN 交 AB 于点 D, 交 AC 于点 E;

③将 $\triangle ADE$ 绕点 E 顺时针旋转 180° , 设点 D 的像为点 F.

(1) 请在图中直线标出点 F 并连接 CF;

(2) 求证: 四边形 BCFD 是平行四边形;

(3) 当 $\angle B$ 为多少度时, 四边形 BCFD 是菱形.

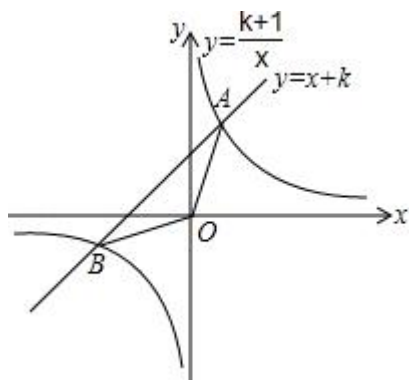


26. (10 分) (2015•邵阳) 如图, 已知直线 $y=x+k$ 和双曲线 $y=\frac{k+1}{x}$ (k 为正整数) 交于 A, B 两点.

(1) 当 $k=1$ 时, 求 A、B 两点的坐标;

(2) 当 $k=2$ 时, 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 当 $k=1$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_1 , 当 $k=2$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_2 , ..., 依此类推, 当 $k=n$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_n , 若 $S_1+S_2+\dots+S_n=\frac{133}{2}$, 求 n 的值.



2015 年湖南省邵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•邵阳) 计算 $(-3) + (-9)$ 的结果是 ()

- A. -12 B. -6 C. $+6$ D. 12

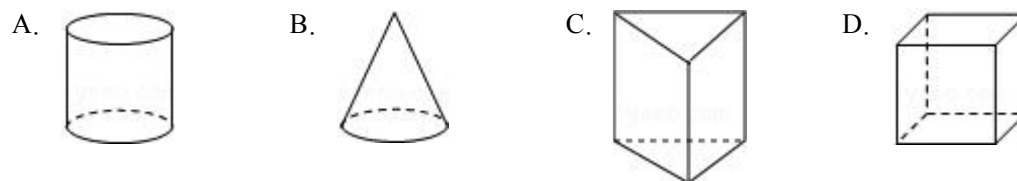
考点: 有理数的加法.

分析: 根据有理数的加法运算法则计算即可得解.

解答: 解: $(-3) + (-9) = -(3+9) = -12$, 故选: A.

点评: 本题考查了有理数的加法运算, 是基础题, 熟记运算法则是解题的关键.

2. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 下列几何体的左视图不是矩形的是 ()



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 根据左视图是从物体左面看所得到的图形, 分别得出四个几何体的左视图, 即可解答.

解答: 解: A、圆柱的左视图是矩形, 不符合题意;

B、圆锥的左视图是等腰三角形, 符合题意;

C、三棱柱的左视图是矩形, 不符合题意;

D、长方体的左视图是矩形, 不符合题意.

故选: B.

点评: 本题主要考查简单几何体的三视图; 考查了学生的空间想象能力, 属于基础题.

3. (3 分) (2015•邵阳) 2011 年 3 月, 英国和新加坡研究人员制造出观测极限为 $0.000\ 000\ 05$ 米的光学显微镜, 其中 $0.000\ 000\ 05$ 米用科学记数法表示正确的是 ()



- A. 0.5×10^{-9} 米 B. 5×10^{-8} 米 C. 5×10^{-9} 米 D. 5×10^{-7} 米

考点：科学记数法—表示较小的数.

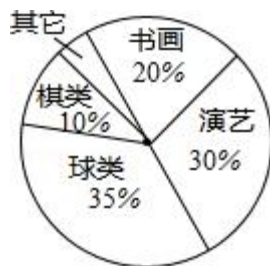
分析：绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

解答：解：0.000 000 05 米用科学记数法表示为 5×10^{-8} 米.

故选：B.

点评：本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

4. (3 分) (2015•邵阳) 如图是某校参加各兴趣小组的学生人数分布扇形统计图，则参加人数最多的兴趣小组是 ()



- A. 棋类 B. 书画 C. 球类 D. 演艺

考点：扇形统计图.

分析：根据扇形统计图中扇形的面积越大，参加的人数越多，可得答案.

解答：解： $35\% > 30\% > 20\% > 10\% > 5\%$,

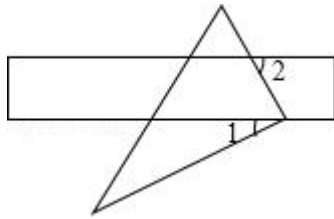
参加球类的人数最多，

故选：C.

点评：本题考查了扇形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关

- 键. 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

5. (3 分) (2015•邵阳) 将直尺和直角三角板按如图方式摆放, 已知 $\angle 1=30^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小是 ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 65°

考点: 平行线的性质.

分析: 先根据两角互余的性质求出 $\angle 3$ 的度数, 再由平行线的性质即可得出结论.

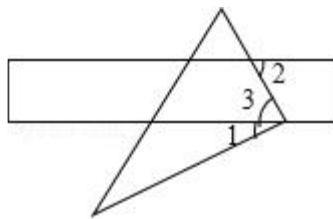
解答: 解: $\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 = 30^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 60^\circ.$$

$\because$ 直尺的两边互相平行,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 60^\circ.$$

故选 C.



点评: 本题考查的是平行线的性质, 用到的知识点为: 两直线平行, 内错角相等.

6. (3 分) (2015•邵阳) 已知 $a+b=3$, $ab=2$, 则 a^2+b^2 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点: 完全平方公式.

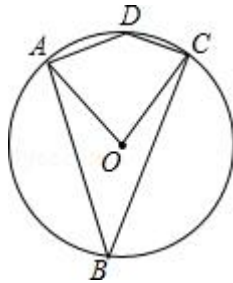
分析: 根据完全平方公式得出 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$, 代入求出即可.

解答: 解: $\because a+b=3$, $ab=2$,

$$\begin{aligned}
 &\therefore a^2+b^2 \\
 &= (a+b)^2 - 2ab \\
 &= 3^2 - 2 \times 2 \\
 &= 5, \\
 &\text{故选 C}
 \end{aligned}$$

点评: 本题考查了完全平方公式的应用, 注意: $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$.

7. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, 已知 $\angle ADC = 140^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的大小是 ()



- A. 80° B. 100° C. 60° D. 40°

考点: 圆内接四边形的性质; 圆周角定理.

分析: 根据圆内接四边形的性质求得 $\angle ABC = 40^\circ$, 利用圆周角定理, 得 $\angle AOC = 2\angle B = 80^\circ$.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ.$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC = 80^\circ.$$

故选 B.

点评: 此题主要考查了圆周角定理以及圆内接四边形的性质, 得出 $\angle B$ 的度数是解题关键.

8. (3 分) (2015•邵阳) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -3 \\ -x+3 \geq 0 \end{cases}$ 的整数解的个数是 ()

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 无数个

考点: 一元一次不等式组的整数解.

分析：先求出不等式组中每个不等式的解集，然后求出其公共解集，最后求其整数解即可．

解答：解：
$$\begin{cases} 2x+1 > -3 \text{ ①} \\ -x+3 \geq 0 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得： $x > -2$ ，

解②得： $x \leq 3$ ．

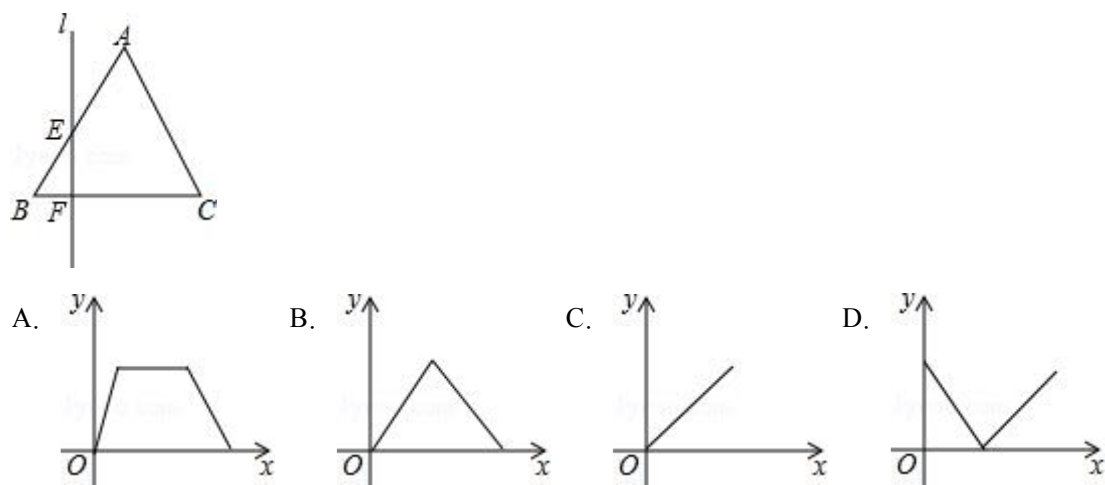
则不等式组的解集是： $-2 < x \leq 3$ ．

则整数解是： $-1, 0, 1, 2, 3$ 共 5 个．

故选 B．

点评：本题考查不等式组的解法及整数解的确定．求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了．

9. (3 分) (2015•邵阳) 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中，直线 l 垂直底边 BC ，现将直线 l 沿线段 BC 从 B 点匀速平移至 C 点，直线 l 与 $\triangle ABC$ 的边相交于 E 、 F 两点．设线段 EF 的长度为 y ，平移时间为 t ，则下图中能较好反映 y 与 t 的函数关系的图象是 ()



考点：动点问题的函数图象．

专题：数形结合．

分析：作 $AD \perp BC$ 于 D ，如图，设点 F 运动的速度为 1， $BD=m$ ，根据等腰三角形的性质得 $\angle B = \angle C$ ， $BD = CD = m$ ，当点 F 从点 B 运动到 D 时，如图 1，利用正切定义即可得到 $y = \tan B \cdot t$ ($0 \leq t \leq m$)；当点 F 从点 D 运动到 C 时，如图 2，利用正切定义可得 $y = \tan C \cdot CF = -\tan B \cdot t + 2m \tan B$ ($m \leq t \leq 2m$)，即 y 与 t 的函数关系为两个一次函数关系式，于是可对

四个选项进行判断.

解答: 解: 作 $AD \perp BC$ 于 D , 如图, 设点 F 运动的速度为 1, $BD=m$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形,

$\therefore \angle B = \angle C$, $BD = CD$,

当点 F 从点 B 运动到 D 时, 如图 1,

在 $Rt\triangle BEF$ 中, $\therefore \tan B = \frac{EF}{BF}$,

$\therefore y = \tan B \cdot t$ ($0 \leq t \leq m$);

当点 F 从点 D 运动到 C 时, 如图 2,

在 $Rt\triangle CEF$ 中, $\therefore \tan C = \frac{EF}{CF}$,

$\therefore y = \tan C \cdot CF$

$= \tan C \cdot (2m - t)$

$= -\tan B \cdot t + 2m \tan B$ ($m \leq t \leq 2m$).

故选 B.

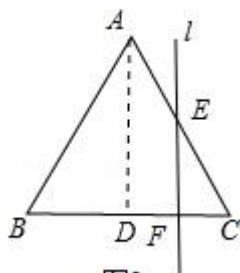


图2

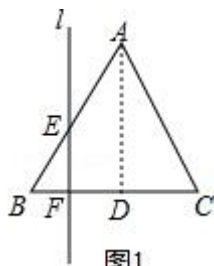
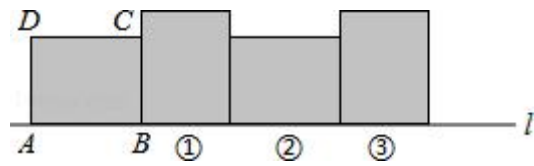


图1

点评: 本题考查了动点问题的函数图象: 利用三角函数关系得到两变量的函数关系, 再利用函数关系式画出对应的函数图象. 注意自变量的取值范围.

10. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=4$, $BC=3$, 矩形在直线 l 上绕其右下角的顶点 B 向右旋转 90° 至图①位置, 再绕右下角的顶点继续向右旋转 90° 至图②位

置，…，以此类推，这样连续旋转 2015 次后，顶点 A 在整个旋转过程中所经过的路程之和是（ ）



- A. 2015π B. 3019.5π C. 3018π D. 3024π

考点：旋转的性质；弧长的计算.

专题：规律型.

分析：首先求得每一次转动的路线的长，发现每 4 次循环，找到规律然后计算即可.

解答：解：转动一次 A 的路线长是： $\frac{90\pi \times 3}{180} = \frac{3\pi}{2}$,

转动第二次的路线长是： $\frac{90\pi \times 5}{180} = \frac{5\pi}{2}$,

转动第三次的路线长是： $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi$,

转动第四次的路线长是：0,

转动五次 A 的路线长是： $\frac{90\pi \times 3}{180} = \frac{3\pi}{2}$,

以此类推，每四次循环，

故顶点 A 转动四次经过的路线长为： $\frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + 2\pi = 6\pi$,

$2015 \div 4 = 503$ 余 3

顶点 A 转动四次经过的路线长为： $6\pi \times 504 = 3024\pi$.

故选：D.

点评：本题主要考查了探索规律问题和弧长公式的运用，发现规律是解决问题的关键.

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

11. (3 分) (2015•邵阳) 多项式 $a^2 - 4$ 因式分解的结果是 $(a+2)(a-2)$.

考点：因式分解-运用公式法.

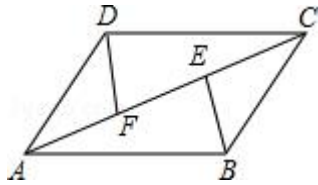
分析：直接利用平方差公式分解因式得出即可.

解答：解： $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$.

故答案为: $(a+2)(a-2)$.

点评: 此题主要考查了公式法分解因式, 熟练应用平方差公式是解题关键.

12. (3分) (2015•邵阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 、 F 为对角线 AC 上两点, 且 $BE \parallel DF$, 请从图中找出一对全等三角形: $\triangle ADF \cong \triangle BEC$.



考点: 全等三角形的判定; 平行四边形的性质.

专题: 开放型.

分析: 由平行四边形的性质, 可得到等边或等角, 从而判定全等的三角形.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, \angle DAC=\angle BCA,$$

$$\because BE \parallel DF,$$

$$\therefore \angle DFC=\angle BEA,$$

$$\therefore \angle AFD=\angle BEC,$$

在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAC=\angle BCA \\ \angle AFD=\angle BEC, \\ AD=BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BEC \text{ (AAS),}$$

故答案为: $\triangle ADF \cong \triangle BEC$.

点评: 本题考查了三角形全等的判定, 平行四边形的性质, 平行线的性质, 根据平行四边形的性质对边平行和角相等从而得到三角形全等的条件是解题的关键.

13. (3分) (2015•邵阳) 下列计算中正确的序号是 ③.

$$\text{① } 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2; \text{ ② } \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ ③ } |-2| = 2.$$

考点: 二次根式的加减法; 绝对值; 特殊角的三角函数值.

分析：根据二次根式的加减法、三角函数值、绝对值，即可解答.

解答：解：① $2\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}$ ，故错误；

② $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ，故错误；

③ $|-2|=2$ ，正确.

故答案为：③.

点评：本题考查了二次根式的加减法、三角函数值、绝对值，解决本题的关键是熟记相关法则.

14. (3 分) (2015•邵阳) 某同学遇到一道不会做的选择题，在四个选项中有且只有一个是正确的，则他选对的概率是 $\frac{1}{4}$.

考点：概率公式.

分析：用正确的个数除以选项的总数即可求得选对的概率.

解答：解：∵四个选项中有且只有一个是正确的，

∴他选对的概率是 $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$.

点评：本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (3 分) (2015•邵阳) 某正 n 边形的一个内角为 108° ，则 $n = 5$.

考点：多边形内角与外角.

分析：易得正 n 边形的一个外角的度数，正 n 边形有 n 个外角，外角和为 360° ，那么，边数 $n = 360^\circ \div$ 一个外角的度数.

解答：解：∵正 n 边形的一个内角为 108° ，

∴正 n 边形的一个外角为 $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ ，

∴ $n = 360^\circ \div 72^\circ = 5$.

故答案为：5.

点评: 考查了多边形内角与外角, 用到的知识点为: 多边形一个顶点处的内角与外角的和为 180° ; 正多边形的边数等于 $360 \div$ 正多边形的一个外角度数.

16. (3 分) (2015•邵阳) 关于 x 的方程 $x^2+2x-m=0$ 有两个相等的实数根, 则 $m=$ -1.

考点: 根的判别式.

分析: 根据方程有两个相等的实数根, 判断出根的判别式为 0, 据此求出 m 的值即可.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的方程 $x^2+2x-m=0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta=0,$$

$$\therefore 2^2-4 \times 1 \times (-m)=0,$$

$$\text{解得 } m=-1.$$

故答案为: -1.

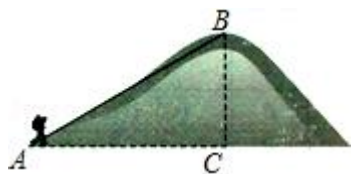
点评: 本题考查了一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

17. (3 分) (2015•邵阳) 如图, 某登山运动员从营地 A 沿坡角为 30° 的斜坡 AB 到达山顶 B, 如果 $AB=2000$ 米, 则他实际上升了 1000 米.



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 过点 B 作 $BC \perp$ 水平面于点 C, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 根据 $AB=200$ 米, $\angle A=30^\circ$, 求出 BC 的长度即可.

解答: 解: 过点 B 作 $BC \perp$ 水平面于点 C,

在 $Rt\triangle ABC$ 中,

$$\because AB=2000 \text{ 米}, \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore BC=AB\sin 30^{\circ}=2000\times\frac{1}{2}=1000.$$

故答案为：1000.

点评：本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是根据坡角构造直角三角形，利用三角函数的知识进行求解.

18. (3 分) (2015•邵阳) 抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的顶点坐标是 $(-1, 2)$.

考点：二次函数的性质.

分析：已知抛物线的解析式是一般式，用配方法转化为顶点式，根据顶点式的坐标特点，直接写出顶点坐标.

解答：解： $\because y=x^2+2x+3=x^2+2x+1-1+3=(x+1)^2+2$,
 $\therefore$ 抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的顶点坐标是 $(-1, 2)$.

故答案为： $(-1, 2)$.

点评：此题考查了二次函数的性质，二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 (h, k) ，对称轴为 $x=h$ ，此题还考查了配方法求顶点式.

三、解答题 (共 3 小题，满分 24 分)

19. (8 分) (2015•邵阳) 解方程组：
$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=-1 \end{cases}$$
.

考点：解二元一次方程组.

专题：计算题.

分析：方程组利用加减消元法求出解即可.

解答：解：
$$\begin{cases} 2x+y=4 \text{ ①} \\ x-y=-1 \text{ ②} \end{cases}$$
,

①+②得： $3x=3$ ，即 $x=1$ ，

把 $x=1$ 代入①得： $y=2$ ，

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$
.

点评：此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加

减消元法.

20. (8分) (2015•邵阳) 先化简 $(\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x}) \cdot \frac{x^2 - 2x}{2}$, 再从 0, 1, 2 中选一个合适的 x 的值代入求值.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 约分得到最简结果, 把 $x=1$ 代入计算即可求出值.

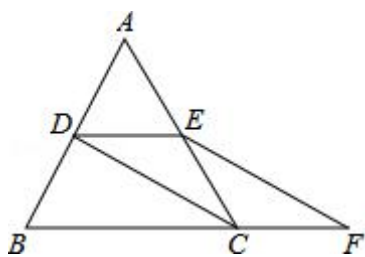
解答: 解: 原式 $= \frac{x - 2x + 4}{x(x-2)} \cdot \frac{x(x-2)}{2} = \frac{4-x}{2}$,
当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{3}{2}$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (8分) (2015•邵阳) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2, D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点, 延长 BC 至点 F , 使 $CF = \frac{1}{2}BC$, 连接 CD 和 EF .

(1) 求证: $DE=CF$;

(2) 求 EF 的长.



考点: 三角形中位线定理; 等边三角形的性质; 平行四边形的判定与性质.

分析: (1) 直接利用三角形中位线定理得出 $DE = \frac{1}{2}BC$, 进而得出 $DE=CF$;

(2) 利用平行四边形的判定与性质得出 $DC=EF$, 进而利用等边三角形的性质以及勾股定理得出 EF 的长.

解答: (1) 证明: $\because D$ 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点,

$$\therefore DE \parallel \frac{1}{2}BC,$$

$\therefore$ 延长 BC 至点 F, 使 $CF = \frac{1}{2}BC$,

$$\therefore DE \parallel FC,$$

即 $DE = CF$;

(2) 解: $\because DE \parallel FC$,

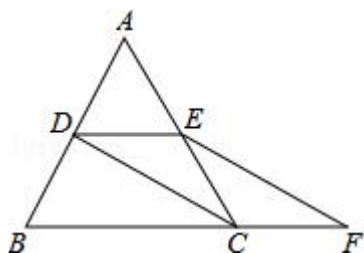
$\therefore$ 四边形 DEFC 是平行四边形,

$$\therefore DC = EF,$$

$\because$ D 为 AB 的中点, 等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2,

$$\therefore AD = BD = 1, CD \perp AB, BC = 2,$$

$$\therefore DC = EF = \sqrt{3}.$$



点评: 此题主要考查了等边三角形的性质以及平行四边形的判定与性质和三角形中位线定

理等知识, 得出 $DE \parallel \frac{1}{2}BC$ 是解题关键.

四、应用题 (共 3 个小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

22. (8 分) (2015•邵阳) 亚健康是时下社会热门话题, 进行体育锻炼是远离亚健康的一种重要方式, 为了解某市初中学生每天进行体育锻炼的时间情况, 随机抽样调查了 100 名初中学生, 根据调查结果得到如图所示的统计图表.

类别	时间 t (小时)	人数
A	$t \leq 0.5$	5
B	$0.5 < t \leq 1$	20
C	$1 < t \leq 1.5$	a
D	$1.5 < t \leq 2$	30
E	$t > 2$	10

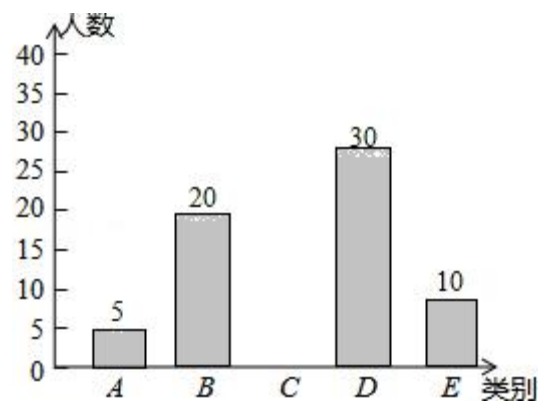
请根据图表信息解答下列问题：

(1) $a = \underline{35}$ ；

(2) 补全条形统计图；

(3) 小王说：“我每天的锻炼时间是调查所得数据的中位数”，问小王每天进行体育锻炼的时间在什么范围内？

(4) 据了解该市大约有 30 万名初中学生，请估计该市初中学生每天进行体育锻炼时间在 1 小时以上的人数.



考点：条形统计图；用样本估计总体；频数（率）分布表；中位数.

分析：（1）用样本总数 100 减去 A、B、D、E 类的人数即可求出 a 的值；

（2）由（1）中所求 a 的值得到 C 类别的人数，即可补全条形统计图；

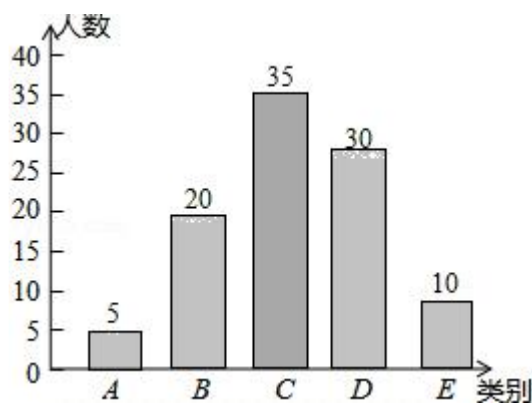
（3）根据中位数的定义，将这组数据按从小到大的顺序排列，求出第 50 与第 51 个数的平均数得到中位数，进而求解即可；

（4）用 30 万乘以样本中每天进行体育锻炼时间在 1 小时以上的人数所占的百分比即可.

解答：解：（1） $a = 100 - (5 + 20 + 30 + 10) = 35$.

故答案为 35；

（2）补全条形统计图如下所示：



(3) 根据中位数的定义可知，这组数据的中位数落在 C 类别，所以小王每天进行体育锻炼的时间范围是 $1 < t \leq 1.5$ ；

$$(4) 30 \times \frac{35+30+10}{100} = 22.5 \text{ (万人)}.$$

即估计该市初中学生每天进行体育锻炼时间在 1 小时以上的人数是 22.5 万人.

点评： 本题考查的是条形统计图和频数分布表的综合运用. 读懂统计图表，从不同的统计图表中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据. 也考查了中位数的定义以及利用样本估计总体.

23. (8 分) (2015•邵阳) 为了响应政府提出的由中国制造向中国创造转型的号召，某公司自主设计了一款成本为 40 元的可控温杯，并投放市场进行试销售，经过调查发现该产品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系: $y = -10x + 1200$.

(1) 求出利润 S (元) 与销售单价 x (元) 之间的关系式 (利润=销售额-成本);

(2) 当销售单价定为多少时，该公司每天获取的利润最大? 最大利润是多少元?

考点： 二次函数的应用.

分析： (1) 根据“总利润=单件的利润×销售量”列出二次函数关系式即可；

(2) 将得到的二次函数配方后即可确定最大利润.

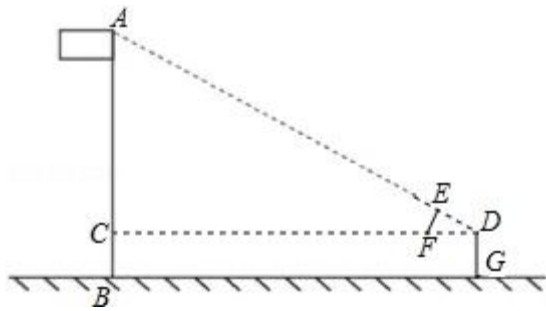
解答： 解: (1) $S = y(x - 40) = (-10x + 1200)(x - 40) = -10x^2 + 1600x - 48000$;

$$(2) S = -10x^2 + 1600x - 48000 = -10(x - 80)^2 + 16000,$$

则当销售单价定为 80 元时，工厂每天获得的利润最大，最大利润是 16000 元.

点评：此题主要考查了二次函数的性质在实际生活中的应用，最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答，要注意应该在自变量的取值范围内求最大值（或最小值）.

24. (8 分) (2015•邵阳) 如图，某校数学兴趣小组利用自制的直角三角形硬纸板 DEF 来测量操场旗杆 AB 的高度，他们通过调整测量位置，使斜边 DF 与地面保持平行，并使边 DE 与旗杆顶点 A 在同一直线上，已知 DE=0.5 米，EF=0.25 米，目测点 D 到地面的距离 DG=1.5 米，到旗杆的水平距离 DC=20 米，求旗杆的高度.



考点：相似三角形的应用.

分析：根据题意可得： $\triangle DEF \sim \triangle DCA$ ，进而利用相似三角形的性质得出 AC 的长，即可得出答案.

解答：解：由题意可得： $\triangle DEF \sim \triangle DCA$ ，

$$\text{则 } \frac{DE}{DC} = \frac{EF}{AC},$$

$$\because DE=0.5 \text{ 米}, EF=0.25 \text{ 米}, DG=1.5\text{m}, DC=20\text{m},$$

$$\therefore \frac{0.5}{20} = \frac{0.25}{AC},$$

$$\text{解得：} AC=10,$$

$$\text{故 } AB=AC+BC=10+1.5=11.5 \text{ (m)},$$

答：旗杆的高度为 11.5m.

点评：此题主要考查了相似三角形的应用，得出 $\triangle DEF \sim \triangle DCA$ 是解题关键.

五、综合题（共 2 个小题，25 题 8 分，26 题 10 分，共 18 分）

25. (8 分) (2015•邵阳) 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，现按如下步骤作图：

①分别以 A, C 为圆心, a 为半径 ($a > \frac{1}{2}AC$) 作弧, 两弧分别交于 M, N 两点;

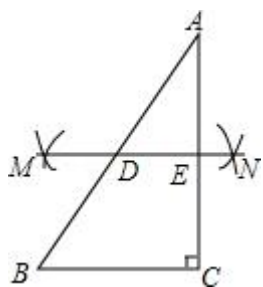
②过 M, N 两点作直线 MN 交 AB 于点 D, 交 AC 于点 E;

③将 $\triangle ADE$ 绕点 E 顺时针旋转 180° , 设点 D 的像为点 F.

(1) 请在图中直线标出点 F 并连接 CF;

(2) 求证: 四边形 BCFD 是平行四边形;

(3) 当 $\angle B$ 为多少度时, 四边形 BCFD 是菱形.



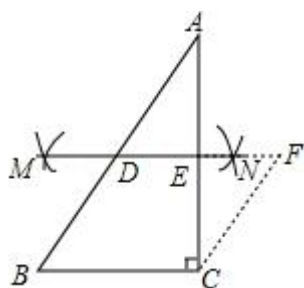
考点: 菱形的判定; 平行四边形的判定; 作图-旋转变换.

分析: (1) 根据题意作出图形即可;

(2) 首先根据作图得到 MN 是 AC 的垂直平分线, 然后得到 DE 等于 BC 的一半, 从而得到 $DE=EF$, 即 $DF=BC$, 然后利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形进行判定即可;

(3) 得到 $BD=CB$ 后利用邻边相等的平行四边形是菱形进行判定即可.

解答: 解: (1) 如图所示:



(2) $\because$ 根据作图可知: MN 垂直平分线段 AC,

$\therefore$ D、E 为线段 AB 和 AC 的中点,

$\therefore$ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore DE = \frac{1}{2}BC$,

∴ 将 $\triangle ADE$ 绕点 E 顺时针旋转 180° , 点 D 的像为点 F ,

$$\therefore EF=ED,$$

$$\therefore DF=BC,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

∴ 四边形 $BCFD$ 是平行四边形;

(3) 当 $\angle B=60^\circ$ 时, 四边形 $BCFD$ 是菱形;

$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

$$\therefore BC=\frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DB=\frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore DB=CB,$$

∴ 四边形 $BCFD$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $BCFD$ 是菱形.

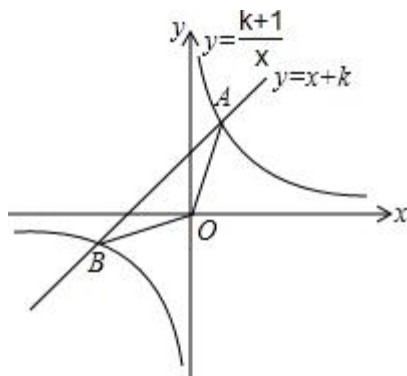
点评: 本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定及基本作图的知识, 解题的关键是能够了解各种特殊四边形的判定定理, 难度不大.

26. (10 分) (2015•邵阳) 如图, 已知直线 $y=x+k$ 和双曲线 $y=\frac{k+1}{x}$ (k 为正整数) 交于 A , B 两点.

(1) 当 $k=1$ 时, 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 当 $k=2$ 时, 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 当 $k=1$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_1 , 当 $k=2$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_2 , ..., 依此类推, 当 $k=n$ 时, $\triangle OAB$ 的面积记为 S_n , 若 $S_1+S_2+\dots+S_n=\frac{133}{2}$, 求 n 的值.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 由 $k=1$ 得到直线和双曲线的解析式, 组成方程组, 求出方程组的解, 即可得到 A、B 两点的坐标;

(2) 先由 $k=2$ 得到直线和双曲线的解析式, 组成方程组, 求出方程组的解, 即可得到 A、B 两点的坐标; 再求出直线 AB 的解析式, 得到直线 AB 与 y 轴的交点 (0, 2), 利用三角形的面积公式, 即可解答.

(3) 根据当 $k=1$ 时, $S_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (1+2) = \frac{3}{2}$, 当 $k=2$ 时, $S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (1+3) = 4$, ... 得到当 $k=n$ 时, $S_n = \frac{1}{2}n(1+n+1) = \frac{1}{2}n^2 + n$, 根据若 $S_1 + S_2 + \dots + S_n = \frac{133}{2}$, 列出等式, 即可解答.

解答: 解: (1) 当 $k=1$ 时, 直线 $y=x+k$ 和双曲线 $y=\frac{k+1}{x}$ 化为: $y=x+1$ 和 $y=\frac{2}{x}$,

$$\text{解} \begin{cases} y=x+1 \\ y=\frac{2}{x} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases},$$

$\therefore A(1, 2), B(-2, -1),$

(2) 当 $k=2$ 时, 直线 $y=x+k$ 和双曲线 $y=\frac{k+1}{x}$ 化为: $y=x+2$ 和 $y=\frac{3}{x}$,

$$\text{解} \begin{cases} y=x+2 \\ y=\frac{3}{x} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore A(1, 3), B(-3, -1)$

设直线 AB 的解析式为: $y=mx+n$,

$$\begin{aligned} \therefore \begin{cases} 3=m+n \\ -1=-3m+n \end{cases} \\ \therefore \begin{cases} m=1 \\ n=2 \end{cases}, \end{aligned}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为: $y=x+2$

$\therefore$ 直线 AB 与 y 轴的交点 (0, 2),

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4;$$

(3) 当 $k=1$ 时, $S_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times (1+2) = \frac{3}{2}$,

当 $k=2$ 时, $S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (1+3) = 4$,

...

$$\text{当 } k=n \text{ 时, } S_n = \frac{1}{2}n(1+n+1) = \frac{1}{2}n^2+n,$$

$$\therefore S_1+S_2+\dots+S_n = \frac{133}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (1^2+2^2+3^2+\dots+n^2) + (1+2+3+\dots+n) = \frac{133}{2},$$

$$\text{整理得: } \frac{1}{2} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{133}{2},$$

解得: $n=6$.

点评: 本题考查了一次函数与反比例函数的交点, 解决本题的关键是联立函数解析式, 组成方程组, 求交点坐标. 在 (3) 中注意找到三角形面积的规律是关键.