

## 2015 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

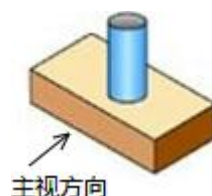
1. (3 分) (2015•衡阳) 计算  $(-1)^0 + |-2|$  的结果是 ( )

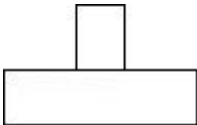
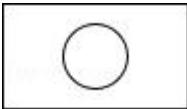
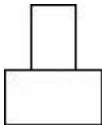
- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

2. (3 分) (2015•衡阳) 下列计算正确的是 ( )

- A.  $a+a=2a$  B.  $b^3 \cdot b^3=2b^3$  C.  $a^3 \div a=a^3$  D.  $(a^5)^2=a^7$

3. (3 分) (2015•衡阳) 如图所示的几何体是由一个圆柱体和一个长方形组成的，则这个几何体的俯视图是 ( )



- A.  B.  C.  D. 

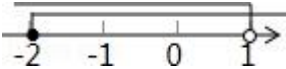
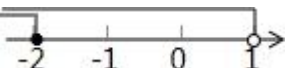
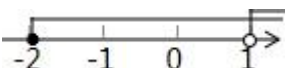
4. (3 分) (2015•衡阳) 若分式  $\frac{x-2}{x+1}$  的值为 0，则 x 的值为 ( )

- A. 2 或 -1 B. 0 C. 2 D. -1

5. (3 分) (2015•衡阳) 函数  $y=\sqrt{x+1}$  中自变量 x 的取值范围为 ( )

- A.  $x \geq 0$  B.  $x \geq -1$  C.  $x > -1$  D.  $x \geq 1$

6. (3 分) (2015•衡阳) 不等式组  $\begin{cases} x \geq -2 \\ x < 1 \end{cases}$  的解集在数轴上表示为 ( )

- A.  B.   
C.  D. 

7. (3 分) (2015•衡阳) 已知等腰三角形的两边长分别为 5 和 6，则这个等腰三角形的周长为 ( )

- A. 11 B. 16 C. 17 D. 16 或 17

8. (3 分) (2015•衡阳) 若关于  $x$  的方程  $x^2+3x+a=0$  有一个根为  $-1$ , 则另一个根为 ( )

- A.  $-2$  B.  $2$  C.  $4$  D.  $-3$

9. (3 分) (2015•衡阳) 下列命题是真命题的是 ( )

- A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形  
B. 对角线相等的四边形是矩形  
C. 对角线互相垂直的四边形是菱形  
D. 对角线互相垂直的四边形是正方形

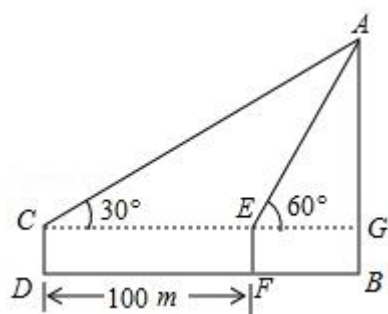
10. (3 分) (2015•衡阳) 在今年“全国助残日”捐款活动中, 某班级第一小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱, 奉献自己的爱心, 他们捐款的数额分别是 (单位: 元) 50、20、50、30、25、50、55, 这组数据的众数和中位数分别是 ( )

- A. 50 元, 30 元 B. 50 元, 40 元 C. 50 元, 50 元 D. 55 元, 50 元

11. (3 分) (2015•衡阳) 绿苑小区在规划设计时, 准备在两幢楼房之间, 设置一块面积为 900 平方米的矩形绿地, 并且长比宽多 10 米. 设绿地的宽为  $x$  米, 根据题意, 可列方程为 ( )

- A.  $x(x-10)=900$  B.  $x(x+10)=900$   
C.  $10(x+10)=900$  D.  $2[x+(x+10)]=900$

12. (3 分) (2015•衡阳) 如图, 为了测得电视塔的高度  $AB$ , 在  $D$  处用高为 1 米的测角仪  $CD$ , 测得电视塔顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ , 再向电视塔方向前进 100 米达到  $F$  处, 又测得电视塔顶端  $A$  的仰角为  $60^\circ$ , 则这个电视塔的高度  $AB$  (单位: 米) 为 ( )

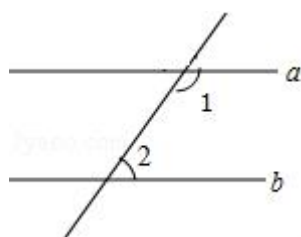


- A.  $50\sqrt{3}$  B. 51 C.  $50\sqrt{3}+1$  D. 101

二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。

13. (3 分) (2015•衡阳) 在  $-1$ ,  $0$ ,  $-2$  这三个数中，最小的数是\_\_\_\_\_.

14. (3 分) (2015•衡阳) 如图，已知直线  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 120^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数是\_\_\_\_\_.

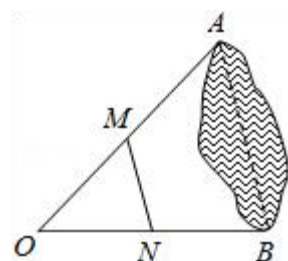


15. (3 分) (2015•衡阳) 计算:  $\sqrt{8} - \sqrt{2} =$ \_\_\_\_\_.

16. (3 分) (2015•衡阳) 方程  $\frac{1}{x} = \frac{3}{x-2}$  的解为\_\_\_\_\_.

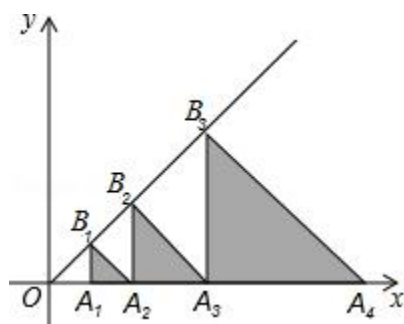
17. (3 分) (2015•衡阳) 圆心角为  $120^\circ$  的扇形的半径为 3, 则这个扇形的面积为 (结果保留  $\pi$ ).

18. (3 分) (2015•衡阳) 如图所示, 小明为了测量学校里一池塘的宽度  $AB$ , 选取可以直达  $A$ 、 $B$  两点的点  $O$  处, 再分别取  $OA$ 、 $OB$  的中点  $M$ 、 $N$ , 量得  $MN = 20\text{m}$ , 则池塘的宽度  $AB$  为\_\_\_\_\_m.



19. (3 分) (2015•衡阳) 已知  $a+b=3$ ,  $a-b=-1$ , 则  $a^2-b^2$  的值为\_\_\_\_\_.

20. (3 分) (2015•衡阳) 如图,  $\triangle A_1B_1A_2$ ,  $\triangle A_2B_2A_3$ ,  $\triangle A_3B_3A_4$ , ...,  $\triangle A_nB_nA_{n+1}$  都是等腰直角三角形, 其中点  $A_1$ 、 $A_2$ 、...、 $A_n$  在  $x$  轴上, 点  $B_1$ 、 $B_2$ 、...、 $B_n$  在直线  $y=x$  上, 已知  $OA_2=1$ , 则  $OA_{2015}$  的长为\_\_\_\_\_.

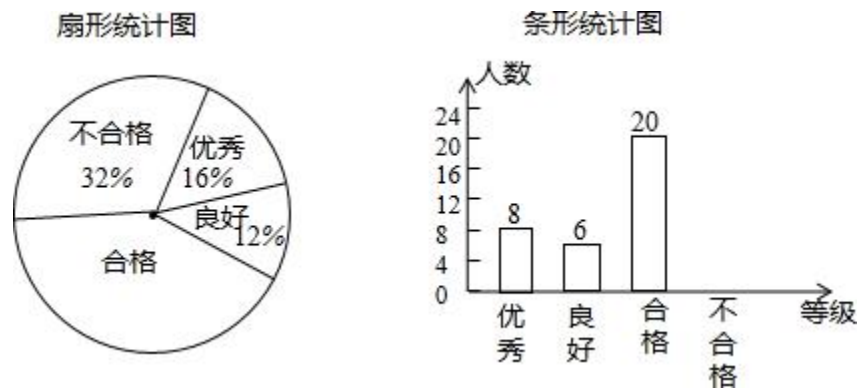


三、解答题：本大题共 8 个小题，满分 60 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

21. (6 分) (2015•衡阳) 先化简，再求值：  $a(a - 2b) + (a+b)^2$ ，其中  $a = -1$ ， $b = \sqrt{2}$ .

22. (6 分) (2015•衡阳) 为了进一步了解义务教育阶段学生的体质健康状况，教育部对我市某中学九年级的部分学生进行了体质抽测，体质抽测的结果分为四个等级：优秀、良好、合格、不合格，根据调查结果绘制了下列两幅不完整的统计图，请你根据统计图提供的信息回答以下问题：

- (1) 在扇形统计图中，“合格”的百分比为\_\_\_\_\_；
- (2) 本次体质抽测中，抽测结果为“不合格”等级的学生有\_\_\_\_\_人；
- (3) 若该校九年级有 400 名学生，估计该校九年级体质为“不合格”等级的学生约有\_\_\_\_\_人.



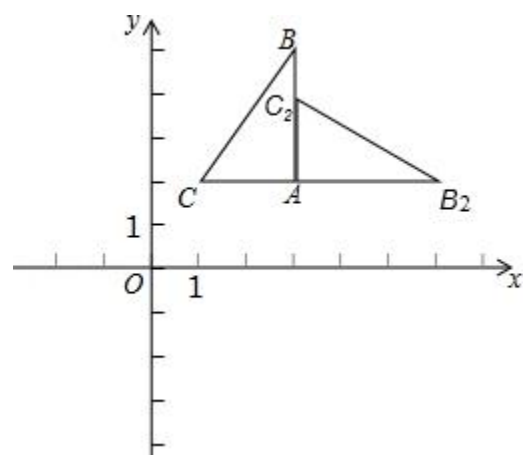
23. (6分) (2015·衡阳) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(3, 2)$ 、 $B(3, 5)$ 、 $C(1, 2)$ .

(1) 在平面直角坐标系中画出  $\triangle ABC$  关于  $x$  轴对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2) 把  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转一定的角度, 得图中的  $\triangle AB_2C_2$ , 点  $C_2$  在  $AB$  上.

①旋转角为多少度?

②写出点  $B_2$  的坐标.

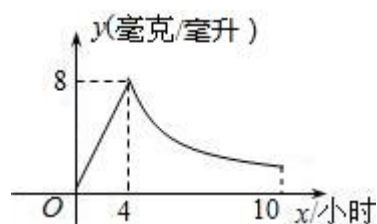


24. (6 分) (2015•衡阳) 某校学生会正筹备一个“庆毕业”文艺汇演活动, 现准备从 4 名 (其中两男两女) 节目主持候选人中, 随机选取两人担任节目主持人, 请用列表法或画树状图求选出的两名主持人“恰好为一男一女”的概率.

25. (8 分) (2015•衡阳) 某药品研究所开发一种抗菌新药, 经多年动物实验, 首次用于临床人体试验, 测得成人服药后血液中药物浓度  $y$  (微克/毫升) 与服药时间  $x$  小时之间函数关系如图所示 (当  $4 \leq x \leq 10$  时,  $y$  与  $x$  成反比例).

(1) 根据图象分别求出血液中药物浓度上升和下降阶段  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.

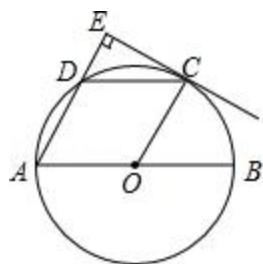
(2) 问血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间多少小时?



26. (8 分) (2015•衡阳) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$ 、 $D$  为半圆  $O$  的三等分点, 过点  $C$  作  $CE \perp AD$ , 交  $AD$  的延长线于点  $E$ .

(1) 求证:  $CE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 判断四边形 AOCD 是否为菱形？并说明理由.

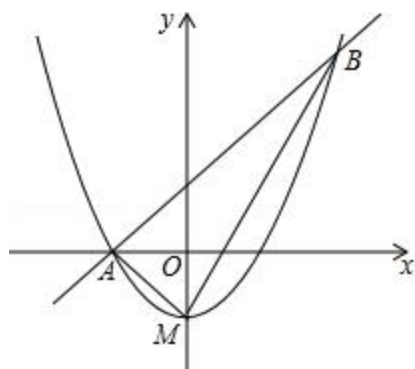


27. (10 分) (2015•衡阳) 如图，顶点 M 在 y 轴上的抛物线与直线  $y=x+1$  相交于 A、B 两点，且点 A 在 x 轴上，点 B 的横坐标为 2，连结 AM、BM.

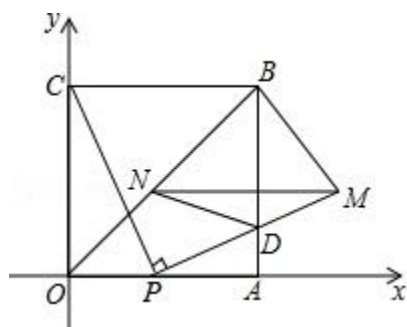
(1) 求抛物线的函数关系式；

(2) 判断  $\triangle ABM$  的形状，并说明理由；

(3) 把抛物线与直线  $y=x$  的交点称为抛物线的不动点. 若将 (1) 中抛物线平移，使其顶点为  $(m, 2m)$ ，当  $m$  满足什么条件时，平移后的抛物线总有不动点.



28. (10 分) (2015•衡阳) 如图, 四边形  $OABC$  是边长为 4 的正方形, 点  $P$  为  $OA$  边上任意一点 (与点  $O$ 、 $A$  不重合), 连接  $CP$ , 过点  $P$  作  $PM \perp CP$  交  $AB$  于点  $D$ , 且  $PM=CP$ , 过点  $M$  作  $MN \parallel OA$ , 交  $BO$  于点  $N$ , 连接  $ND$ 、 $BM$ , 设  $OP=t$ .
- (1) 求点  $M$  的坐标 (用含  $t$  的代数式表示).
  - (2) 试判断线段  $MN$  的长度是否随点  $P$  的位置的变化而改变? 并说明理由.
  - (3) 当  $t$  为何值时, 四边形  $BNDM$  的面积最小.



# 2015 年湖南省衡阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (3 分) (2015•衡阳) 计算  $(-1)^0 + |-2|$  的结果是 ( )

A.  $-3$  B.  $-1$  C.  $-1$  D.  $3$

考点： 实数的运算；零指数幂.

专题： 计算题.

分析： 原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

解答： 解：原式  $= 1 + 2 = 3$ .

故选 D.

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. (3 分) (2015•衡阳) 下列计算正确的是 ( )

A.  $a+a=2a$  B.  $b^3 \cdot b^3=2b^3$  C.  $a^3 \div a=a^3$  D.  $(a^5)^2=a^7$

考点： 同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

分析： 根据合并同类项法则；同底数幂相乘，底数不变指数相加；同底数幂相除，底数不变指数相减；幂的乘方，底数不变指数相乘对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答： 解：A、 $a+a=2a$ ，故本选项正确；

B、 $b^3 \cdot b^3=b^{3+3}=b^6$ ，故本选项错误；

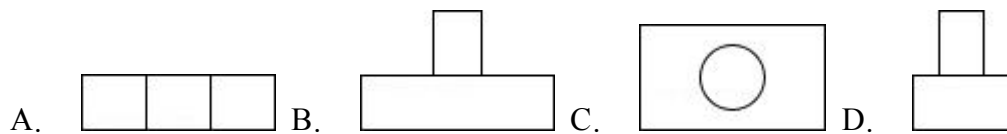
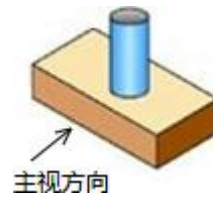
C、 $a^3 \div a=a^{3-1}=a^2$ ，故本选项错误；

D、 $(a^5)^2=a^{5 \times 2}=a^{10}$ ，故本选项错误.

故选 A.

**点评：** 本题考查了合并同类项，同底数幂的乘法，幂的乘方的性质，同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

3. (3 分) (2015•衡阳) 如图所示的几何体是由一个圆柱体和一个长方形组成的，则这个几何体的俯视图是 ( )



**考点：** 简单组合体的三视图.

**专题：** 常规题型.

**分析：** 根据俯视图是从上面看得到的图形，可得答案.

**解答：** 解：从上面看外边是一个矩形，里面是一个圆，

故选：C.

**点评：** 本题考查了简单组合体的三视图，俯视图是从上面看得到的图形.

4. (3 分) (2015•衡阳) 若分式  $\frac{x-2}{x+1}$  的值为 0，则 x 的值为 ( )

A. 2 或 -1 B. 0 C. 2 D. -1

**考点：** 分式的值为零的条件.

**分析：** 分式的值为 0 的条件是：(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0. 两个条件需同时具备，缺一不可. 据此可以解答本题.

**解答：** 解：由题意可得：  $x-2=0$  且  $x+1 \neq 0$ ,

解得  $x=2$ .

故选：C.

**点评：** 此题主要考查了分式值为零的条件，关键是掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零．注意：“分母不为零”这个条件不能少．

5. (3 分) (2015•衡阳) 函数  $y=\sqrt{x+1}$  中自变量  $x$  的取值范围为 ( )

A.  $x \geq 0$  B.  $x \geq -1$  C.  $x > -1$  D.  $x \geq 1$

**考点：** 函数自变量的取值范围.

**分析：** 根据二次根式的性质，被开方数大于或等于 0，可以求出  $x$  的范围.

**解答：** 解：根据题意得：  $x+1 \geq 0$ ,

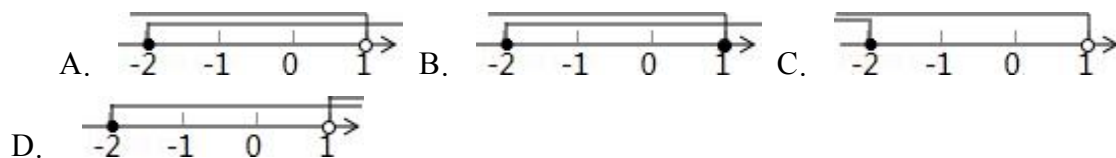
解得：  $x \geq -1$ .

故选：B.

**点评：** 考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的取值范围一般从三个方面考虑：

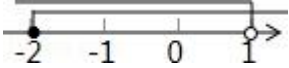
- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

6. (3 分) (2015•衡阳) 不等式组  $\begin{cases} x \geq -2 \\ x < 1 \end{cases}$  的解集在数轴上表示为 ( )



**考点：** 在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

**分析：** 根据不等式的基本性质来解不等式组，两个不等式的解集的交集，就是该不等式组的解集；然后把不等式的解集根据不等式解集在数轴上的表示方法画出图示.

**解答：**解：不等式组的解集为： $-2 \leq x < 1$ ，其数轴表示为：  
故选 A

**点评：**不等式组的解集：不等式组的解集可以先求这些个不等式各自的解，然后再找它们的相交的公共部分（最好先在数轴上画出它们的解），找它们的相交的公共部分可以用这个口诀记住：同小取小，同大取大；比大的小，比大的大，取中间；比大的大，比小的的小，无解.

7. (3 分) (2015•衡阳) 已知等腰三角形的两边长分别为 5 和 6，则这个等腰三角形的周长为 ( )

A. 11 B. 16 C. 17 D. 16 或 17

**考点：**等腰三角形的性质；三角形三边关系.

**专题：**分类讨论.

**分析：**分 6 是腰长和底边两种情况，利用三角形的三边关系判断，然后根据三角形的周长的定义列式计算即可得解.

**解答：**解：①6 是腰长时，三角形的三边分别为 6、6、5，

能组成三角形，

周长= $6+6+5=17$ ;

②6 是底边时，三角形的三边分别为 6、5、5，

能组成三角形，

周长= $6+5+5=16$ .

综上所述，三角形的周长为 16 或 17.

故选 D.

**点评：**本题考查了等腰三角形的性质，三角形的三边关系，难点在于分情况讨论.

8. (3 分) (2015•衡阳) 若关于  $x$  的方程  $x^2+3x+a=0$  有一个根为  $-1$ ，则另一个根为 ( )

A.  $-2$  B.  $2$  C.  $4$  D.  $-3$

**考点：**根与系数的关系.

**分析：**根据一元二次方程根与系数的关系，利用两根和，两根积，即可求出  $a$  的值和另一根.

**解答：**解：设一元二次方程的另一根为  $x_1$ ,

则根据一元二次方程根与系数的关系，

得  $-1+x_1=-3$ ,

解得：  $x_1=-2$ .

故选 A.

**点评：**本题考查了一元二次方程根与系数的关系，方程  $ax^2+bx+c=0$  的两根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ .

9. (3 分) (2015•衡阳) 下列命题是真命题的是 ( )

- A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
- B. 对角线相等的四边形是矩形
- C. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- D. 对角线互相垂直的四边形是正方形

**考点：**命题与定理.

**专题：**计算题.

**分析：**根据平行线四边形的判定方法对 A 进行判定；根据矩形的判定方法，对角线相等的平行四边形是矩形，则可对 B 进行判定；根据菱形的判定方法，对角线互相垂直的平行四边形是菱形，则可对 C 进行判定；根据正方形的判定方法，对角线互相垂直的矩形是正方形，则可对 D 进行判定.

**解答：**解：A、对角线互相平分的四边形是平行四边形，所以 A 选项为真命题；

B、对角线相等的平行四边形是矩形，所以 B 选项为假命题；

C、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，所以 C 选项为假命题；

D、对角线互相垂直的矩形是正方形，所以 D 选项为假命题.

故选 A.

**点评：** 本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题．许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果…那么…”形式．有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理．

10. (3 分) (2015•衡阳) 在今年“全国助残日”捐款活动中，某班级第一小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱，奉献自己的爱心，他们捐款的数额分别是（单位：元）50、20、50、30、25、50、55，这组数据的众数和中位数分别是（ ）

A. 50 元，30 元 B. 50 元，40 元 C. 50 元，50 元 D. 55 元，50 元

**考点：** 众数；中位数．

**分析：** 根据中位数的定义将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，找出最中间的那个数；根据众数的定义找出出现次数最多的数即可．

**解答：** 解：50 出现了 3 次，出现的次数最多，  
则众数是 50；

把这组数据从小到大排列为：20，25，30，50，50，50，55，

最中间的数是 50，

则中位数是 50．

故选 C．

**点评：** 此题考查了众数和中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）．

11. (3 分) (2015•衡阳) 绿苑小区在规划设计时，准备在两幢楼房之间，设置一块面积为 900 平方米的矩形绿地，并且长比宽多 10 米．设绿地的宽为  $x$  米，根据题意，可列方程为（ ）

A.  $x(x-10)=900$  B.  $x(x+10)=900$  C.  $10(x+10)=900$  D.  $2[x+(x+10)]=900$

**考点：**由实际问题抽象出一元二次方程.

**专题：**几何图形问题.

**分析：**首先用  $x$  表示出矩形的长，然后根据矩形面积=长 $\times$ 宽列出方程即可.

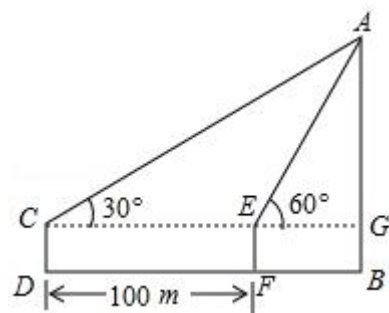
**解答：**解：设绿地的宽为  $x$ ，则长为  $10+x$ ；

根据长方形的面积公式可得： $x(x+10)=900$ .

故选 B.

**点评：**本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找到关键描述语，记住长方形面积=长 $\times$ 宽是解决本题的关键，此题难度不大.

12. (3 分) (2015•衡阳) 如图，为了测得电视塔的高度  $AB$ ，在  $D$  处用高为 1 米的测角仪  $CD$ ，测得电视塔顶端  $A$  的仰角为  $30^\circ$ ，再向电视塔方向前进 100 米达到  $F$  处，又测得电视塔顶端  $A$  的仰角为  $60^\circ$ ，则这个电视塔的高度  $AB$  (单位：米) 为 ( )



A.  $50\sqrt{3}$  B. 51 C.  $50\sqrt{3}+1$  D. 101

**考点：**解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

**分析：**设  $AG=x$ ，分别在  $Rt\triangle AEG$  和  $Rt\triangle ACG$  中，表示出  $CG$  和  $GE$  的长度，然后根据  $DF=100m$ ，求出  $x$  的值，继而可求出电视塔的高度  $AH$ .

**解答：**解：设  $AG=x$ ，

在  $Rt\triangle AEG$  中，

$$\therefore \tan \angle AEG = \frac{AG}{EG},$$

$$\therefore EG = \frac{AG}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACG$  中,

$$\therefore \tan \angle ACG = \frac{AG}{CG},$$

$$\therefore CG = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}x = 100,$$

$$\text{解得: } x = 50\sqrt{3}.$$

$$\text{则 } AH = 50\sqrt{3} + 1 \text{ (米).}$$

故选 C.

**点评:** 本题考查了解直角三角形的应用, 关键是根据仰角构造直角三角形, 利用三角函数求解, 注意利用两个直角三角形的公共边求解是解答此类题型的常用方法.

**二、填空题:** 本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

13. (3 分) (2015•衡阳) 在  $-1, 0, -2$  这三个数中, 最小的数是  $-2$ .

**考点:** 有理数大小比较.

**分析:** 有理数大小比较的法则: ①正数都大于 0; ②负数都小于 0; ③正数大于一切负数; ④两个负数, 绝对值大的其值反而小, 据此判断即可.

**解答:** 解: 根据有理数比较大小的方法, 可得

$$-2 < -1 < 0,$$

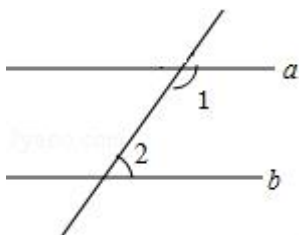
所以在  $-1, 0, -2$  这三个数中, 最小的数是  $-2$ .

故答案为:  $-2$ .

**点评:** 此题主要考查了有理数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①正数都大于 0; ②负数都小于 0; ③正数大于一切负数; ④两个负数, 绝对值大的其值反而小.

14. (3 分) (2015•衡阳) 如图, 已知直线  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 120^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数是     

$60^\circ$ .



**考点：** 平行线的性质.

**分析：** 两直线平行，同旁内角互补，据此进行解答.

**解答：** 解：  $\because a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ,

故答案为：  $60^\circ$

**点评：** 本题考查了平行线的性质. 注意两直线平行，同旁内角互补.

15. (3 分) (2015•衡阳) 计算：  $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \underline{\sqrt{2}}$ .

**考点：** 二次根式的加减法.

**分析：** 运用二次根式的加减法运算的顺序，先将二次根式化成最简二次根式，再合并同类二次根式即可.

**解答：** 解： 原式  $= 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ .

故答案为：  $\sqrt{2}$ .

**点评：** 合并同类二次根式实际是把同类二次根式的系数相加，而根指数与被开方数都不变.

16. (3 分) (2015•衡阳) 方程  $\frac{1}{x} = \frac{3}{x-2}$  的解为  $\underline{x = -1}$ .

**考点：** 解分式方程.

**专题：** 计算题；压轴题.

**分析：** 本题考查解分式方程的能力，观察可得方程最简公分母为：  $x(x-2)$ ，去分母，化为整式方程求解.

**解答：** 解：方程两边同乘  $x(x-2)$ ，得  $x-2=3x$ ，

解得：  $x=-1$ ，

经检验  $x=-1$  是方程的解.

**点评：** (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解；

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

17. (3 分) (2015•衡阳) 圆心角为  $120^\circ$  的扇形的半径为 3，则这个扇形的面积为  $3\pi$  (结果保留 $\pi$ ).

**考点：** 扇形面积的计算.

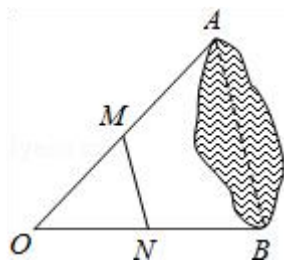
**分析：** 根据扇形的面积公式即可求解.

**解答：** 解：扇形的面积  $= \frac{120 \pi 3^2}{360} = 3\pi \text{cm}^2$ .

故答案是：  $3\pi$ .

**点评：** 本题主要考查了扇形的面积公式，正确理解公式是解题关键.

18. (3 分) (2015•衡阳) 如图所示，小明为了测量学校里一池塘的宽度 AB，选取可以直达 A、B 两点的点 O 处，再分别取 OA、OB 的中点 M、N，量得  $MN=20\text{m}$ ，则池塘的宽度 AB 为 40 m.



**考点：** 三角形中位线定理.

**专题：** 应用题.

**分析：** 根据题意知 MN 是  $\triangle ABO$  的中位线，所以由三角形中位线定理来求 AB 的长度即可.

**解答：** 解：  $\because$  点 M、N 是 OA、OB 的中点，

$\therefore$  MN 是  $\triangle ABO$  的中位线，

$\therefore AB=2MN$ .

又  $\because MN=20m$ ,

$\therefore AB=40m$ .

故答案是： 40.

**点评：** 此题考查的是三角形中位线的性质，即三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

19. (3 分) (2015•衡阳) 已知  $a+b=3$ ,  $a-b=-1$ , 则  $a^2-b^2$  的值为 -3.

**考点：** 平方差公式.

**专题：** 计算题.

**分析：** 原式利用平方差公式化简，将已知等式代入计算即可求出值.

**解答：** 解：  $\because a+b=3$ ,  $a-b=-1$ ,

$\therefore$  原式  $= (a+b)(a-b) = -3$ ,

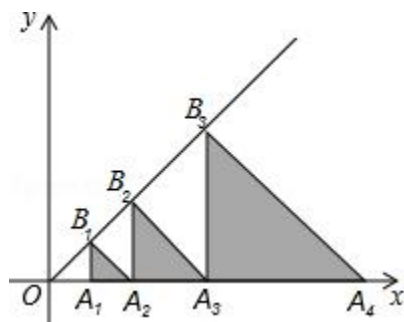
故答案为： -3.

**点评：** 此题考查了平方差公式，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

20. (3 分) (2015•衡阳) 如图，  $\triangle A_1B_1A_2$ ,  $\triangle A_2B_2A_3$ ,  $\triangle A_3B_3A_4$ , ...,  $\triangle A_nB_nA_{n+1}$

都是等腰直角三角形，其中点  $A_1$ 、 $A_2$ 、...、 $A_n$  在 x 轴上，点  $B_1$ 、 $B_2$ 、...、 $B_n$

在直线  $y=x$  上，已知  $OA_2=1$ , 则  $OA_{2015}$  的长为  $2^{2013}$ .



**考点：** 一次函数图象上点的坐标特征； 等腰直角三角形.

**专题：** 规律型.

**分析：** 根据规律得出  $OA_1=\frac{1}{2}$ ,  $OA_2=1$ ,  $OA_3=2$ ,  $OA_4=4$ ,  $OA_5=8$ , 所以可得  $OA_n=2^{n-2}$ , 进而解答即可.

**解答：** 解： 因为  $OA_2=1$ , 所以可得：  $OA_1=\frac{1}{2}$ ,

进而得出  $OA_3=2$ ,  $OA_4=4$ ,  $OA_5=8$ ,

由此得出  $OA_n=2^{n-2}$ ,

所以  $OA_{2015}=2^{2013}$ ,

故答案为：  $2^{2013}$

**点评：** 此题考查一次函数图象上点的坐标，关键是根据规律得出  $OA_n=2^{n-2}$  进行解答.

**三、解答题：** 本大题共 8 个小题， 满分 60 分。 解答应写出文字说明、 证明过程或演算步骤。

21. (6 分) (2015•衡阳) 先化简， 再求值：  $a(a-2b) + (a+b)^2$ ， 其中  $a=-1$ ,  $b=\sqrt{2}$ .

**考点：** 整式的混合运算—化简求值.

**专题：** 计算题.

**分析：** 原式利用单项式乘以多项式， 以及完全平方公式化简， 去括号合并得到最简结果， 把  $a$  与  $b$  的值代入计算即可求出值.

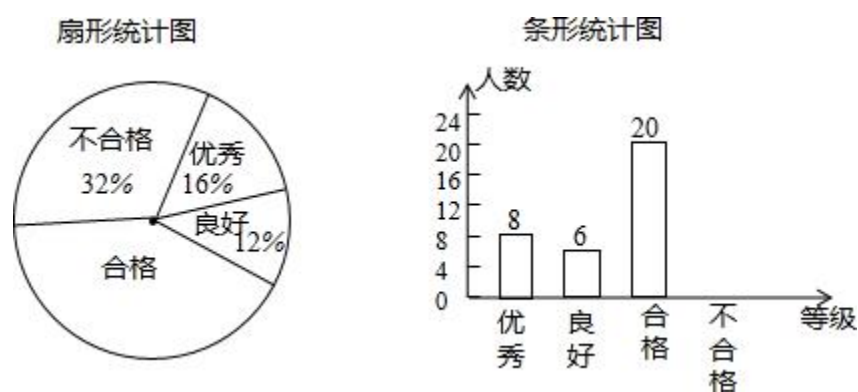
**解答：** 解： 原式= $a^2 - 2ab + a^2 + 2ab + b^2 = 2a^2 + b^2$ ,

当  $a = -1$ ,  $b = \sqrt{2}$  时, 原式  $= 2 + 2 = 4$ .

**点评:** 此题考查了整式的混合运算 - 化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (6 分) (2015·衡阳) 为了进一步了解义务教育阶段学生的体质健康状况, 教育部对我市某中学九年级的部分学生进行了体质抽测, 体质抽测的结果分为四个等级: 优秀、良好、合格、不合格, 根据调查结果绘制了下列两幅不完整的统计图, 请你根据统计图提供的信息回答以下问题:

- (1) 在扇形统计图中, “合格”的百分比为 40%;
- (2) 本次体质抽测中, 抽测结果为“不合格”等级的学生有 16 人;
- (3) 若该校九年级有 400 名学生, 估计该校九年级体质为“不合格”等级的学生约有 128 人.



**考点:** 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

**分析:** (1) 用 1 减去其它各组的百分比, 据此即可求解;

(2) 根据优秀的人数是 8, 所占的百分比是 16% 即可求得调查的总人数, 利用总人数乘以对应的百分比即可求解;

(3) 利用总人数 400 乘以对应的百分比即可求解.

**解答:** 解: (1) “合格”的百分比为  $1 - 12\% - 16\% - 32\% = 40\%$ , 故答案是: 40%;

(2) 抽测的总人数是:  $8 \div 16\% = 50$  (人),

则抽测结果为“不合格”等级的学生有:  $50 \times 32\% = 16$  (人).

故答案是：16；

(3) 该校九年级体质为“不合格”等级的学生约有  $400 \times 32\% = 128$  (人)。

故答案是：128.

**点评：** 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

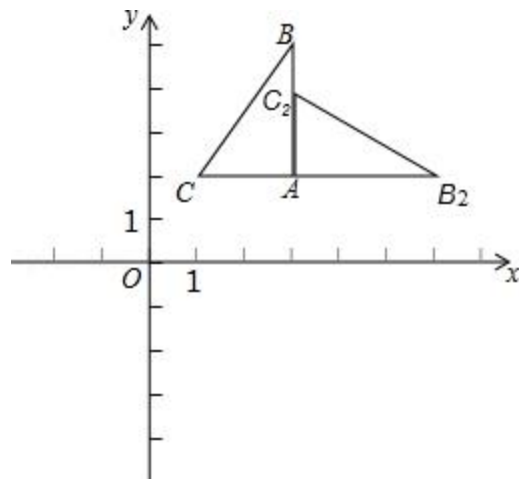
23. (6分) (2015•衡阳) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为 A (3, 2)、B (3, 5)、C (1, 2)。

(1) 在平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$  关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 把 $\triangle ABC$  绕点 A 顺时针旋转一定的角度，得图中的 $\triangle AB_2C_2$ ，点  $C_2$  在 AB 上。

①旋转角为多少度？

②写出点  $B_2$  的坐标。



**考点：** 作图-旋转变换；作图-轴对称变换.

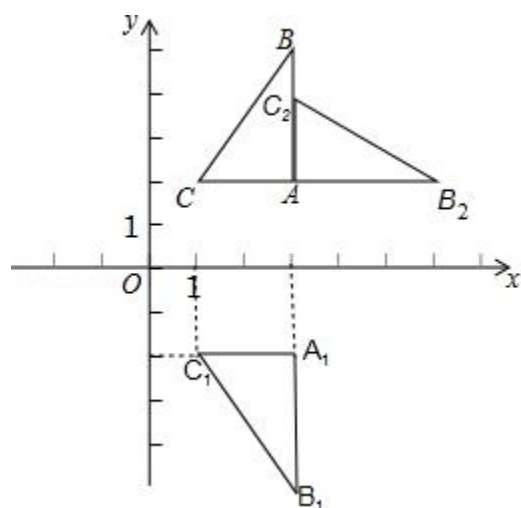
**分析：** (1) 分别得到点 A、B、C 关于 x 轴的对称点，连接点  $A_1$ ， $B_1$ ， $C_1$ ，即可解答；

(2) ①根据点 A，B，C 的坐标分别求出 AC，BC，AC 的长度，根据勾股定理逆定理得到 $\angle CAB=90^\circ$ ，即可得到旋转角；

②根据旋转的性质可知  $AB=AB_2=3$ , 所以  $CB_2=AC+AB_2=5$ , 所以  $B_2$  的坐标为 (6, 2).

**解答:** 解: (1)  $A(3, 2)$ 、 $B(3, 5)$ 、 $C(1, 2)$  关于  $x$  轴的对称点分别为  $A_1(3, -2)$ ,  $B_1(3, -5)$ ,  $C_1(1, -2)$ ,

如图所示,



(2) ① $\because A(3, 2)$ 、 $B(3, 5)$ 、 $C(1, 2)$ ,

$$\therefore AB=3, AC=2, BC=\sqrt{(3-1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{13},$$

$$\therefore AB^2+AC^2=13, BC^2=(\sqrt{13})^2=13,$$

$$\therefore AB^2+AC^2=BC^2,$$

$$\therefore \angle CAB=90^\circ,$$

$\therefore AC$  与  $AC_2$  的夹角为  $\angle CAC_2$ ,

$\therefore$  旋转角为  $90^\circ$ ;

② $\because AB=AB_2=3$ ,

$$\therefore CB_2=AC+AB_2=5,$$

$\therefore B_2$  的坐标为 (6, 2).

**点评:** 本题考查轴对称及旋转的性质, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握两种几何变换的特点, 根据题意找到各点的对应点.

24. (6 分) (2015•衡阳) 某校学生会正筹备一个“庆毕业”文艺汇演活动, 现准备从 4 名 (其中两男两女) 节目主持候选人中, 随机选取两人担任节目主持人, 请用列表法或画树状图求选出的两名主持人“恰好为一男一女”的概率.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出选出的两名主持人“恰好为一男一女”的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: 列表如下:

|   |                      |         |               |
|---|----------------------|---------|---------------|
| 男 | 男                    | 女       | 女             |
| 男 | - - -                | (男, 男)  | (女, 男) (女, 男) |
| 男 | (男, 男)               | - - - - | (女, 男) (女, 男) |
| 女 | (男, 女) (男, 女)        | - - -   | (女, 女)        |
| 女 | (男, 女) (男, 女) (女, 女) | - - -   |               |

所有等可能的情况有 12 种, 其中选出的两名主持人“恰好为一男一女”的情况有 8 种,

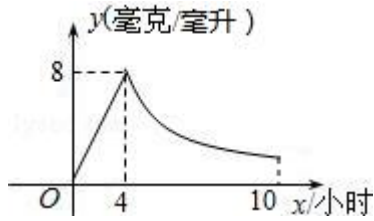
$$\text{则 } P(\text{选出的两名主持人“恰好为一男一女”}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

25. (8 分) (2015•衡阳) 某药品研究所开发一种抗菌新药, 经多年动物实验, 首次用于临床人体试验, 测得成人服药后血液中药物浓度  $y$  (微克/毫升) 与服药时间  $x$  小时之间函数关系如图所示 (当  $4 \leq x \leq 10$  时,  $y$  与  $x$  成反比例).

(1) 根据图象分别求出血液中药物浓度上升和下降阶段  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.

(2) 问血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间多少小时?



**考点：**反比例函数的应用；一次函数的应用.

**分析：**（1）分别利用正比例函数以及反比例函数解析式求法得出即可；

（2）利用  $y=4$  分别得出  $x$  的值，进而得出答案.

**解答：**解：（1）当  $0 \leq x \leq 4$  时，设直线解析式为：  $y=kx$ ,

将  $(4, 8)$  代入得：  $8=4k$ ,

解得：  $k=2$ ,

故直线解析式为：  $y=2x$ ,

当  $4 \leq x \leq 10$  时，设反比例函数解析式为：  $y=\frac{a}{x}$ ,

将  $(4, 8)$  代入得：  $8=\frac{a}{4}$ ,

解得：  $a=32$ ,

故反比例函数解析式为：  $y=\frac{32}{x}$ ;

（2）当  $y=4$ ，则  $4=2x$ ，解得：  $x=2$ ,

当  $y=4$ ，则  $4=\frac{32}{x}$ ，解得：  $x=8$ ,

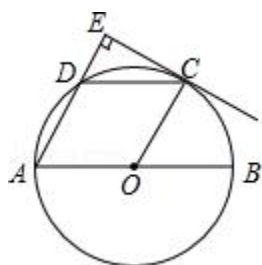
$\therefore 8-2=6$ （小时），

$\therefore$  血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间 6 小时.

**点评：**此题主要考查了反比例函数的应用，根据题意得出函数解析式是解题关键.

26. (8 分) (2015•衡阳) 如图，AB 是  $\odot O$  的直径，点 C、D 为半圆 O 的三等分点，过点 C 作  $CE \perp AD$ ，交 AD 的延长线于点 E.

- (1) 求证：CE 是  $\odot O$  的切线；
- (2) 判断四边形 AOCD 是否为菱形？并说明理由．



**考点：**切线的判定；菱形的判定．

**分析：** (1) 连接 AC，由题意得  $\widehat{AD} = \widehat{CD} = \widehat{CB}$ ， $\angle DAC = \angle CAB$ ，即可证明  $AE \parallel OC$ ，从而得出  $\angle OCE = 90^\circ$ ，即可证得结论；

(2) 四边形 AOCD 为菱形．由  $\widehat{AD} = \widehat{CB}$ ，则  $\angle DCA = \angle CAB$  可证明四边形 AOCD 是平行四边形，再由  $OA = OC$ ，即可证明平行四边形 AOCD 是菱形（一组邻边相等的平行四边形是菱形）；

**解答：** 解：(1) 连接 AC，

$\because$  点 CD 是半圆 O 的三等分点，

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD} = \widehat{CB},$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CAB,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle OCA,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OCA,$$

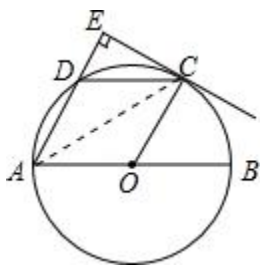
$$\therefore AE \parallel OC \text{ (内错角相等，两直线平行)}$$

$$\therefore \angle OCE = \angle E,$$

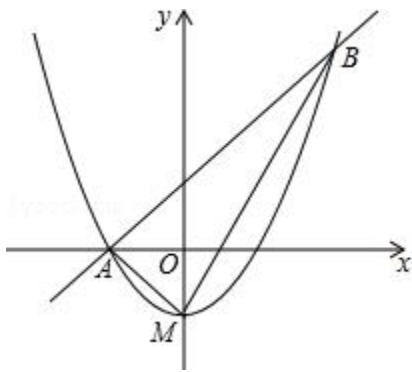
$$\because CE \perp AD,$$

$$\therefore \angle OCE = 90^\circ,$$

$\therefore$  平行四边形  $AOCD$  是菱形.



(3) 把抛物线与直线  $y=x$  的交点称为抛物线的不动点. 若将 (1) 中抛物线平移, 使其顶点为  $(m, 2m)$ , 当  $m$  满足什么条件时, 平移后的抛物线总有不动点.



**考点：** 二次函数综合题.

**分析：** (1) 由条件可分别求得 A、B 的坐标，设出抛物线解析式，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2) 结合 (1) 中 A、B、C 的坐标，根据勾股定理可分别求得 AB、AM、BM，可得到  $AB^2+AM^2=BM^2$ ，可判定  $\triangle ABM$  为直角三角形；

(3) 由条件可写出平移后的抛物线的解析式，联立  $y=x$ ，可得到关于 x 的一元二次方程，根据根的判别式可求得 m 的范围.

**解答：** 解：(1)  $\because$  A 点为直线  $y=x+1$  与 x 轴的交点，

$\therefore A(-1, 0)$ ,

又 B 点横坐标为 2，代入  $y=x+1$  可求得  $y=3$ ,

$\therefore B(2, 3)$ ,

$\because$  抛物线顶点在 y 轴上，

$\therefore$  可设抛物线解析式为  $y=ax^2+c$ ,

把 A、B 两点坐标代入可得  $\begin{cases} a+c=0 \\ 4a+c=3 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} a=1 \\ c=-1 \end{cases}$ ，

$\therefore$  抛物线解析式为  $y=x^2-1$ ；

(2)  $\triangle ABM$  为直角三角形. 理由如：

由 (1) 抛物线解析式为  $y=x^2-1$  可知 M 点坐标为  $(0, -1)$ ，

$\therefore AM=\sqrt{2}$ ,  $AB=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ,  $BM=\sqrt{2^2+[3-(-1)]^2}=2\sqrt{5}$ ,

$\therefore AM^2+AB^2=2+18=20=BM^2$ ,

∴△ABM 为直角三角形;

(3) 当抛物线  $y=x^2-1$  平移后顶点坐标为  $(m, 2m)$  时, 其解析式为  $y=(x-m)^2+2m$ , 即  $y=x^2-2mx+m^2+2m$ ,

联立  $y=x$ , 可得  $\begin{cases} y=x \\ y=x^2-2mx+m^2+2m \end{cases}$ , 消去  $y$  整理可得  $x^2-(2m+1)x+m^2+2m=0$ ,

∴平移后的抛物线总有不动点,

∴方程  $x^2-(2m+1)x+m^2+2m=0$  总有实数根,

∴ $\Delta \geq 0$ , 即  $(2m+1)^2-4(m^2+2m) \geq 0$ ,

解得  $m \leq \frac{1}{4}$ ,

即当  $m \leq \frac{1}{4}$  时, 平移后的抛物线总有不动点.

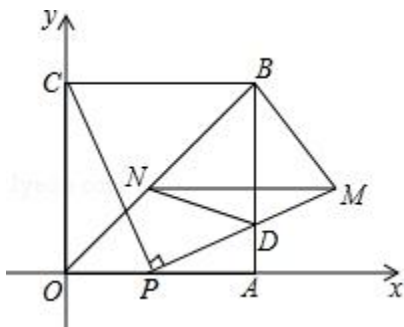
**点评:** 本题主要考查二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数的性质、勾股定理及其逆定理、一元二次方程等知识点. 在 (1) 中确定出 A、B 两点的坐标是解题的关键, 在 (2) 中分别求得 AB、AM、BM 的长是解题的关键, 在 (3) 中确定出抛物线有不动点的条件是解题的关键. 本题考查知识点较为基础, 难度适中.

28. (10 分) (2015•衡阳) 如图, 四边形 OABC 是边长为 4 的正方形, 点 P 为 OA 边上任意一点 (与点 O、A 不重合), 连接 CP, 过点 P 作  $PM \perp CP$  交 AB 于点 D, 且  $PM=CP$ , 过点 M 作  $MN \parallel OA$ , 交 BO 于点 N, 连接 ND、BM, 设  $OP=t$ .

(1) 求点 M 的坐标 (用含 t 的代数式表示).

(2) 试判断线段 MN 的长度是否随点 P 的位置的变化而改变? 并说明理由.

(3) 当 t 为何值时, 四边形 BNDM 的面积最小.



**考点：** 四边形综合题.

**分析：** (1) 作  $ME \perp x$  轴于 E, 则  $\angle MEP = 90^\circ$ , 先证出  $\angle PME = \angle CPO$ , 再证明  $\triangle MPE \cong \triangle PCO$ , 得出  $ME = PO = t$ ,  $EP = OC = 4$ , 求出 OE, 即可得出点 M 的坐标;

(2) 连接 AM, 先证明四边形 AEMF 是正方形, 得出  $\angle MAE = 45^\circ = \angle BOA$ ,  $AM \parallel OB$ , 证出四边形 OAMN 是平行四边形, 即可得出  $MN = OA = 4$ ;

(3) 先证明  $\triangle PAD \sim \triangle PEM$ , 得出比例式  $\frac{AD}{ME} = \frac{AP}{EP}$ , 得出 AD, 求出 BD, 求出四边形 BNDM 的面积 S 是关于 t 的二次函数, 即可得出结果.

**解答：** 解: (1) 作  $ME \perp x$  轴于 E, 如图 1 所示:

则  $\angle MEP = 90^\circ$ ,  $ME \parallel AB$ ,

$\therefore \angle MPE + \angle PME = 90^\circ$ ,

$\because$  四边形 OABC 是正方形,

$\therefore \angle POC = 90^\circ$ ,  $OA = OC = AB = BC = 4$ ,  $\angle BOA = 45^\circ$ ,

$\because PM \perp CP$ ,

$\therefore \angle CPM = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle MPE + \angle CPO = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle PME = \angle CPO$ ,

在  $\triangle MPE$  和  $\triangle PCO$  中, 
$$\begin{cases} \angle MEP = \angle POC = 90^\circ \\ \angle PME = \angle CPO \\ PM = CP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle MPE \cong \triangle PCO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore ME = PO = t, \quad EP = OC = 4,$$

$$\therefore OE = t + 4,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为: } (t+4, t);$$

(2) 线段 MN 的长度不发生改变; 理由如下:

连接 AM, 如图 2 所示:

$$\because MN \parallel OA, \quad ME \parallel AB, \quad \angle MEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 AEMF 是矩形},$$

$$\text{又} \because EP = OC = OA,$$

$$\therefore AE = PO = t = ME,$$

$$\therefore \text{四边形 AEMF 是正方形},$$

$$\therefore \angle MAE = 45^\circ = \angle BOA,$$

$$\therefore AM \parallel OB,$$

$$\therefore \text{四边形 OAMN 是平行四边形},$$

$$\therefore MN = OA = 4;$$

$$(3) \because ME \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle PAD \sim \triangle PEM,$$

$$\therefore \frac{AD}{ME} = \frac{AP}{EP},$$

$$\text{即} \frac{AD}{t} = \frac{4-t}{4},$$

$$\therefore AD = -\frac{1}{4}t^2 + t,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 4 - \left(-\frac{1}{4}t^2 + t\right) = \frac{1}{4}t^2 - t + 4,$$

$$\because MN \parallel OA, \quad AB \perp OA,$$

$$\therefore MN \perp AB,$$

∴ 四边形 BNDM 的面积  $S = \frac{1}{2}MN \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4 \left( \frac{1}{4}t^2 - t + 4 \right) = \frac{1}{2}(t-2)^2 + 6$ ,

∴ S 是 t 的二次函数,

∵  $\frac{1}{2} > 0$ ,

∴ S 有最小值,

当  $t=2$  时, S 的值最小;

∴ 当  $t=2$  时, 四边形 BNDM 的面积最小.

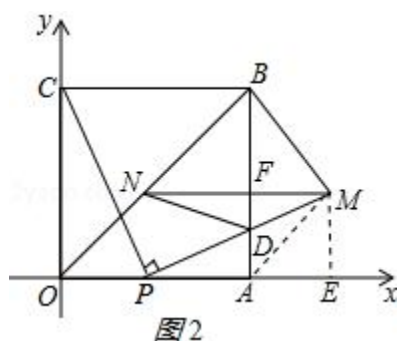


图2

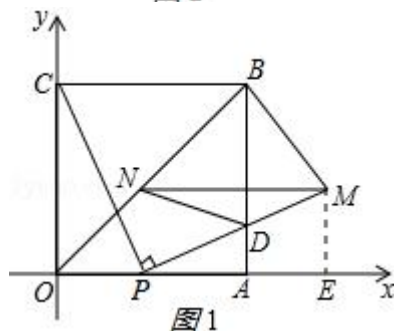


图1

**点评:** 本题是四边形综合题目, 考查了正方形的性质与判定、全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、四边形面积的计算以及二次函数的最值等知识; 本题难度较大, 综合性强, 特别是 (2) (3) 中, 需要证明四边形是正方形、平行四边形、三角形相似以及运用二次函数才能得出结果.