

2015 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1. (4 分) (2015•怀化) 某地一天的最高气温是 12°C ，最低气温是 2°C ，则该地这天的温差是 ()

A. -10°C B. 10°C C. 14°C D. -14°C

2. (4 分) (2015•怀化) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2+x^3=x^5$ B. $(x^3)^3=x^6$ C. $x \cdot x^2=x^2$ D. $x(2x)^2=4x^3$

3. (4 分) (2015•怀化) 体育课上，某班两名同学分别进行了 5 次短跑训练，要判断哪一位同学的成绩比较稳定，通常要比较两名同学成绩的 ()

A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

4. (4 分) (2015•怀化) 下列不等式变形正确的是 ()

A. 由 $a > b$ 得 $ac > bc$ B. 由 $a > b$ 得 $-2a > -2b$

C. 由 $a > b$ 得 $-a < -b$ D. 由 $a > b$ 得 $a-2 < b-2$

5. (4 分) (2015•怀化) 下列事件是必然事件的是 ()

A. 地球绕着太阳转 B. 抛一枚硬币，正面朝上

C. 明天会下雨 D. 打开电视，正在播放新闻

6. (4 分) (2015•怀化) 一个多边形的内角和是 360° ，这个多边形是 ()

A. 三角形 B. 四边形 C. 六边形 D. 不能确定

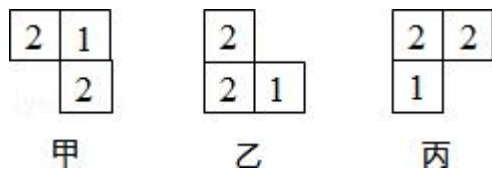
7. (4 分) (2015•怀化) 设 x_1, x_2 是方程 $x^2+5x-3=0$ 的两个根，则 $x_1^2+x_2^2$ 的值是 ()

A. 19 B. 25 C. 31 D. 30

8. (4 分) (2015•怀化) 下列各点中，在函数 $y=-\frac{8}{x}$ 图象上的是 ()

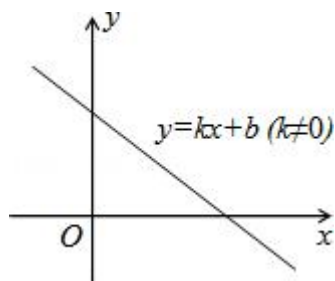
A. $(-2, 4)$ B. $(2, 4)$ C. $(-2, -4)$ D. $(8, 1)$

9. (4分) (2015•怀化) 如图, 甲、乙、丙图形都是由大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置小正方体的个数. 其中主视图相同的是 ()



- A. 仅有甲和乙相同 B. 仅有甲和丙相同
C. 仅有乙和丙相同 D. 甲、乙、丙都相同

10. (4分) (2015•怀化) 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 在平面直角坐标系内的图象如图所示, 则 k 和 b 的取值范围是 ()



- A. $k > 0$, $b > 0$ B. $k < 0$, $b < 0$ C. $k < 0$, $b > 0$ D. $k > 0$, $b < 0$

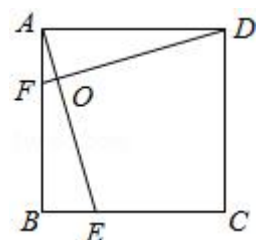
二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

11. (4分) (2015•怀化) 二次函数 $y=x^2+2x$ 的顶点坐标为_____, 对称轴是直线_____.

12. (4分) (2015•甘南州) 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

13. (4分) (2015•怀化) 方程 $\frac{2}{x} - \frac{1}{1+x} = 0$ 的解是_____.

14. (4分) (2015•怀化) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 如果 $AF=BE$, 那么 $\angle AOD$ 的度数是_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 64 分)

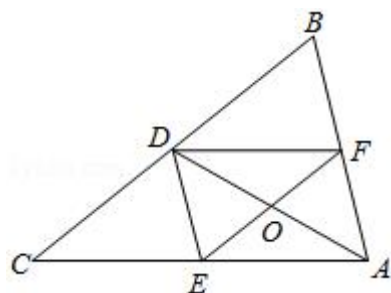
15. (8 分) (2015•怀化) 计算: $|\sqrt{2}-1|+4\sin 30^{\circ}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-(3-\pi)^0+\sqrt{9}$.

16. (8 分) (2015•怀化) 解不等式组: $\begin{cases} x-2 \leq 0 \\ 2(x-1)+(3-x) > 0 \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.

17. (8 分) (2015•怀化) 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 、 DF 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 连接 EF 、 AD , 其交点为 O . 求证:

(1) $\triangle CDE \cong \triangle DBF$;

(2) $OA=OD$.

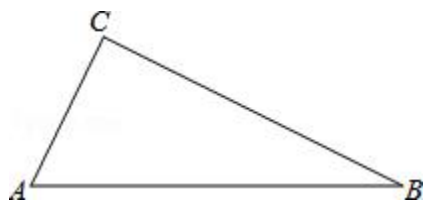


18. (8 分) (2015•怀化) 小明从今年 1 月初起刻苦练习跳远, 每个月的跳远成绩都比上一个月有所增加, 而且增加的距离相同. 2 月份, 5 月份他的跳远成绩分别为 4.1m, 4.7m. 请你算出小明 1 月份的跳远成绩以及每个月增加的距离.

19. (8 分) (2015•怀化) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=1$, $AB=2$

(1) 求作 $\odot O$, 使它过点 A 、 B 、 C (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 在 (1) 所作的圆中, 求出劣弧 $\widehat{BC}$ 的长 1.



20. (8 分) (2015•怀化) 甲乙两人玩一种游戏: 三张大小、质地都相同的卡片上分别标有数字 1, 2, 3, 现将标有数字的一面朝下, 洗匀后甲从中任意抽取一张, 记下数字后放回; 又将卡片洗匀, 乙也从中任意抽取一张, 计算甲乙两人抽得的两个数字之积, 如果积为奇数则甲胜, 若积为偶数则乙胜.

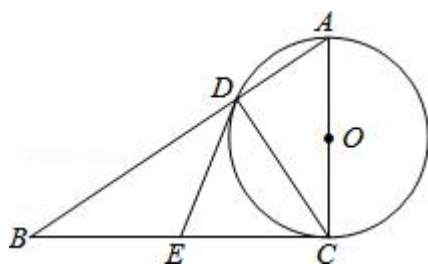
(1) 用列表或画树状图等方法, 列出甲乙两人抽得的数字之积所有可能出现的情况;

(2) 请判断该游戏对甲乙双方是否公平? 并说明理由.

21. (8分) (2015•怀化) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, E 是 BC 的中点, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 与 AB 边交于点 D , 连接 DE

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$;

(2) 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线.

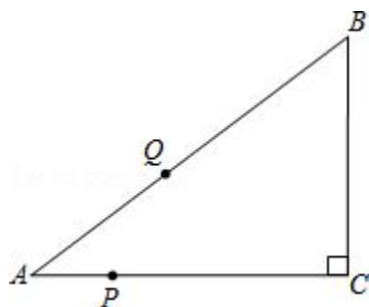


22. (8分) (2015•怀化) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=8$, $BC=6$, 点 P 以每秒 1 个单位的速度从 A 向 C 运动, 同时点 Q 以每秒 2 个单位的速度从 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 方向运动, 它们到 C 点后都停止运动, 设点 P , Q 运动的时间为 t 秒.

(1) 在运动过程中, 求 P , Q 两点间距离的最大值;

(2) 经过 t 秒的运动, 求 $\triangle ABC$ 被直线 PQ 扫过的面积 S 与时间 t 的函数关系式;

(3) P , Q 两点在运动过程中, 是否存在时间 t , 使得 $\triangle PQC$ 为等腰三角形? 若存在, 求出此时的 t 值; 若不存在, 请说明理由 ($\sqrt{5} \approx 2.24$, 结果保留一位小数)



2015 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1. (4 分) (2015•怀化) 某地一天的最高气温是 12°C ，最低气温是 2°C ，则该地这天的温差是 ()

A. -10°C B. 10°C C. 14°C D. -14°C

考点：有理数的减法.

专题：应用题.

分析：用最高气温减去最低气温，然后根据有理数的减法运算法则减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

解答：解： $12 - 2 = 10^{\circ}\text{C}$.

故选：B.

点评：本题考查了有理数的减法，熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

2. (4 分) (2015•怀化) 下列计算正确的是 ()

A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $(x^3)^3 = x^6$ C. $x \cdot x^2 = x^2$ D. $x(2x)^2 = 4x^3$

考点：单项式乘单项式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

专题：计算题.

分析：原式各项计算得到结果，即可做出判断.

解答：解：A、原式不能合并，错误；

B、原式 $= x^9$ ，错误；

C、原式 $= x^3$ ，错误；

D、原式= $4x^3$ ，正确，

故选 D

点评：此题考查了单项式乘以单项式，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算是解本题的关键.

3. (4 分) (2015•怀化) 体育课上，某班两名同学分别进行了 5 次短跑训练，要判断哪一位同学的成绩比较稳定，通常要比较两名同学成绩的 ()

A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

考点：统计量的选择.

分析：根据方差的意义：是反映一组数据波动大小，稳定程度的量；方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，反之也成立. 故要判断哪一名学生的成绩比较稳定，通常需要比较这两名学生的 5 次短跑训练成绩的方差.

解答：解：由于方差能反映数据的稳定性，需要比较这两名学生的 5 次短跑训练成绩的方差.

故选 B.

点评：此题主要考查了方差，关键是掌握方差所表示的意义.

4. (4 分) (2015•怀化) 下列不等式变形正确的是 ()

A. 由 $a > b$ 得 $ac > bc$ B. 由 $a > b$ 得 $-2a > -2b$

C. 由 $a > b$ 得 $-a < -b$ D. 由 $a > b$ 得 $a - 2 < b - 2$

考点：不等式的性质.

分析：A: 因为 c 的正负不确定，所以由 $a > b$ 得 $ac > bc$ 不正确，据此判断即可.

B: 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个负数，不等号的方向改变，据此判断即可.

C: 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个负数，不等号的方向改变，据此判断即可.

D: 不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变，据此判断即可.

解答： 解： $\because a > b$,

$\therefore$ ① $c > 0$ 时， $ac > bc$; ② $c = 0$ 时， $ac = bc$; ③ $c < 0$ 时， $ac < bc$,

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because a > b$,

$\therefore -2a < -2b$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because a > b$,

$\therefore -a < -b$,

$\therefore$ 选项 C 正确;

$\because a > b$,

$\therefore a - 2 > b - 2$,

$\therefore$ 选项 D 不正确.

故选： C.

点评： 此题主要考查了不等式的基本性质： (1) 不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变； (2) 不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变； (3) 不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变.

5. (4 分) (2015•怀化) 下列事件是必然事件的是 ()

- A. 地球绕着太阳转 B. 抛一枚硬币，正面朝上
C. 明天会下雨 D. 打开电视，正在播放新闻

考点： 随机事件.

分析： 根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念可区别各类事件.

解答： 解：A、地球绕着太阳转是必然事件，故 A 符合题意；

B、抛一枚硬币，正面朝上是随机事件，故 B 不符合题意；

C、明天会下雨是随机事件，故 C 不符合题意；

D、打开电视，正在播放新闻是随机事件，故 D 不符合题意；

故选：A.

点评： 本题考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

6. (4 分) (2015•怀化) 一个多边形的内角和是 360° ，这个多边形是 ()

A. 三角形 B. 四边形 C. 六边形 D. 不能确定

考点： 多边形内角与外角.

分析： 本题根据多边形的内角和定理和多边形的内角和等于 360° ，列出方程，解出即可.

解答： 解：设这个多边形的边数为 n ,

则有 $(n - 2) 180^\circ = 360^\circ$,

解得： $n = 4$,

故这个多边形是四边形.

故选：B.

点评： 本题主要考查多边形的内角和定理，解题的关键是根据已知等量关系列出方程从而解决问题.

7. (4 分) (2015•怀化) 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 的两个根，则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值是 ()

A. 19 B. 25 C. 31 D. 30

考点：根与系数的关系.

分析：根据一元二次方程的根与系数的关系，即可求得 x_1 与 x_2 的和与积，所求的代数式可以用两根的和与积表示出来，即可求解.

解答：解：∵ x_1, x_2 是方程 $x^2+5x-3=0$ 的两个根，

$$\therefore x_1+x_2=-5, \quad x_1x_2=-3,$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25+6=31.$$

故选：C.

点评：此题主要考查了根与系数的关系，将根与系数的关系与代数式变形相结合解题是一种经常使用的解题方法.

8. (4 分) (2015•怀化) 下列各点中，在函数 $y=-\frac{8}{x}$ 图象上的是 ()

A. $(-2, 4)$ B. $(2, 4)$ C. $(-2, -4)$ D. $(8, 1)$

考点：反比例函数图象上点的坐标特征.

分析：只需把所给点的横纵坐标相乘，结果是 -8 的，就在此函数图象上.

解答：解：∵反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ 中， $k=-8$,

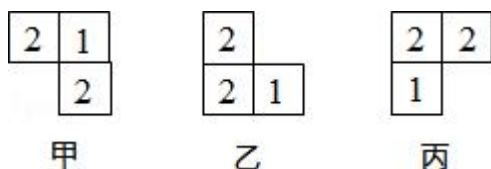
∴只需把各点横纵坐标相乘，结果为 -8 的点在函数图象上，

四个选项中只有 A 选项符合.

故选 A.

点评：本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数.

9. (4 分) (2015•怀化) 如图，甲、乙、丙图形都是由大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示该位置小正方体的个数. 其中主视图相同的是 ()



- A. 仅有甲和乙相同 B. 仅有甲和丙相同
C. 仅有乙和丙相同 D. 甲、乙、丙都相同

考点： 由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

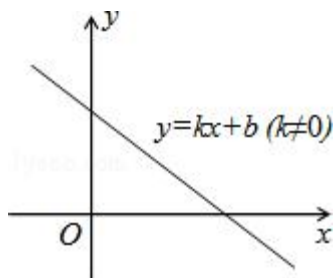
分析： 由已知条件可知，甲的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，2；乙的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，1；丙的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，2. 据此可即可求解.

解答： 解：根据分析可知，甲的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，2；乙的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，1；丙的主视图有 2 列，每列小正方数形数目分别为 2，2；
则主视图相同的是甲和丙.

故选： B.

点评： 本题考查几何体的三视图画法. 由几何体的俯视图及小正方形内的数字，可知主视图的列数与俯视图的列数相同，且每列小正方形数目为俯视图中该列小正方形数字中的最大数字. 左视图的列数与俯视图的行数相同，且每列小正方形数目为俯视图中相应行中正方形数字中的最大数字.

10. (4 分) (2015•怀化) 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 在平面直角坐标系内的图象如图所示，则 k 和 b 的取值范围是 ().



- A. $k > 0$, $b > 0$ B. $k < 0$, $b < 0$ C. $k < 0$, $b > 0$ D. $k > 0$, $b < 0$

考点： 一次函数图象与系数的关系.

分析： 根据一次函数的图象与系数的关系进行解答即可.

解答： 解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、二、四象限，

$\therefore k < 0, b > 0$.

故选 C.

点评： 本题考查的是一次函数的图象与系数的关系，即一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中，当 $k < 0, b > 0$ 时图象在一、二、四象限.

二、填空题 (每小题 4 分，共 16 分)

11. (4 分) (2015•怀化) 二次函数 $y=x^2+2x$ 的顶点坐标为 $(-1, -1)$ ，对称轴是直线 $x=-1$.

考点： 二次函数的性质.

分析： 先把该二次函数化为顶点式的形式，再根据其顶点式进行解答即可.

解答： 解： $\because y=x^2+2x = (x+1)^2 - 1$,

$\therefore$ 二次函数 $y=x^2+2x$ 的顶点坐标是： $(-1, -1)$ ，对称轴是直线 $x=-1$.

故答案为： $(-1, -1)$ ， $x=-1$.

点评： 此题主要考查了二次函数的性质和求抛物线的顶点坐标、对称轴的方法，熟练配方是解题关键.

12. (4 分) (2015•甘南州) 分解因式： $ax^2 - ay^2 =$ $a(x+y)(x-y)$.

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

分析： 应先提取公因式 a ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

解答： 解： $ax^2 - ay^2$,

$=a(x^2 - y^2)$,

$=a(x+y)(x-y)$.

故答案为： $a(x+y)(x-y)$.

点评： 本题主要考查提公因式法分解因式和平方差公式分解因式，需要注意分解因式一定要彻底.

13. (4 分) (2015•怀化) 方程 $\frac{2}{x} - \frac{1}{1+x} = 0$ 的解是 $x = -2$.

考点： 解分式方程.

专题： 计算题.

分析： 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

解答： 解：去分母得： $2+2x - x=0$,

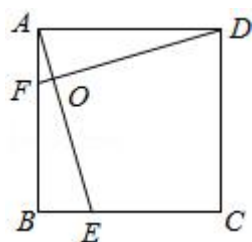
解得： $x = -2$,

经检验 $x = -2$ 是分式方程的解.

故答案为： $x = -2$.

点评： 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

14. (4 分) (2015•怀化) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，如果 $AF=BE$ ，那么 $\angle AOD$ 的度数是 90° .



考点： 全等三角形的判定与性质；正方形的性质.

分析： 根据全等三角形的判定与性质，可得 $\angle ODA$ 与 $\angle BAE$ 的关系，根据余角的性质，可得 $\angle ODA$ 与 $\angle OAD$ 的关系，根据直角三角形的判定，可得答案.

解答： 解：由 $ABCD$ 是正方形，得

$$AD=AB, \angle DAB=\angle B=90^\circ.$$

$$\text{在} \triangle ABE \text{ 和 } \triangle DAF \text{ 中} \begin{cases} AB=AD \\ \angle ABE=\angle DAF, \\ BE=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ADF.$$

$$\because \angle BAE + \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD + \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ,$$

故答案为： 90° .

点评： 本题考查了全等三角形的判定与性质，利用了全等三角形的判定与性质，余角的性质，直角三角形的判定.

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 64 分)

$$15. (8 \text{ 分}) (2015 \cdot \text{怀化}) \text{ 计算: } |\sqrt{2}-1| + 4\sin 30^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (3-\pi)^0 + \sqrt{9}.$$

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

专题： 计算题.

分析： 原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用特殊角的三角函数值计算，第三项利用负整数指数幂法则计算，第四项利用零指数幂法则计算，最后一项利用算术平方根的定义计算即可得到结果.

$$\text{解答： 解： 原式} = \sqrt{2} - 1 + 4 \times \frac{1}{2} - 2 - 1 + 3 = \sqrt{2} + 1.$$

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

$$16. (8 \text{ 分}) (2015 \cdot \text{怀化}) \text{ 解不等式组: } \begin{cases} x-2 \leq 0 \\ 2(x-1) + (3-x) > 0 \end{cases}, \text{ 并把它的解}$$

集在数轴上表示出来.

考点：解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

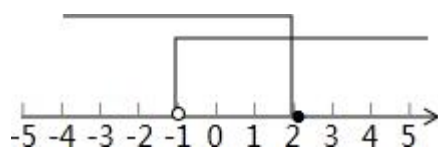
分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集并在数轴上表示出来即可.

解答：解：由①得， $x \leq 2$,

由②得， $x > -1$,

故此不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$.

在数轴上表示为：

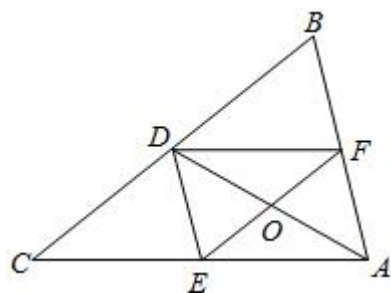


点评： 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了”的原则是解答此题的关键.

17. (8分) (2015•怀化) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，DE、DF是 $\triangle ABC$ 的中位线，连接EF、AD，其交点为O. 求证：

(1) $\triangle CDE \cong \triangle DBF$;

(2) $OA = OD$.



考点：全等三角形的判定与性质；三角形中位线定理.

专题：证明题.

分析： (1) 根据三角形中位线，可得DF与CE的关系，DB与DC的关系，根据SAS，可得答案；

(2) 根据三角形的中位线，可得DF与AE的关系，根据平行四边形的判定与性质，可得答案.

解答： 证明：(1) $\because$ DE、DF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DF=CE$ ， $DF \parallel CE$ ， $DB=DC$ 。

$\because DF \parallel CE$ ，

$\therefore \angle C=\angle BDF$ 。

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle DBF$ 中 $\begin{cases} DC=BD \\ \angle C=\angle BDF, \\ CE=DF \end{cases}$

$\therefore \triangle CDE \cong \triangle DBF$ (SAS)；

(2) $\because$ DE、DF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DF=AE$ ， $DF \parallel AE$ ，

$\therefore$ 四边形 DEAF 是平行四边形，

$\because$ EF 与 AD 交于 O 点，

$\therefore AO=OD$

点评： 本题考查了全等三角形的判定与性质，(1) 利用了三角形中位线的性质，全等三角形的判定；(2) 利用了三角形中位线的性质，平行四边形的判定与性质。

18. (8 分) (2015•怀化) 小明从今年 1 月初起刻苦练习跳远，每个月的跳远成绩都比上一个月有所增加，而且增加的距离相同。2 月份，5 月份他的跳远成绩分别为 4.1m，4.7m。请你算出小明 1 月份的跳远成绩以及每个月增加的距离。

考点： 一元一次方程的应用。

分析： 设小明 1 月份的跳远成绩为 x m，则 5 月份 - 2 月份 = 3 (2 月份 - 1 月份)，据此列出方程并解答。

解答： 解：设小明 1 月份的跳远成绩为 x m，则

$4.7 - 4.1 = 3(4.1 - x)$ ，

解得 $x=3.9$ 。

则每个月的增加距离是 $4.1 - 3.9 = 0.2$ (m).

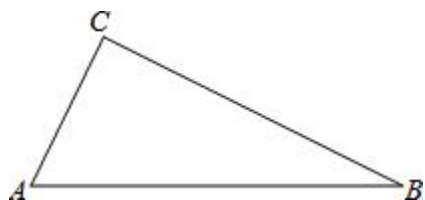
答：小明 1 月份的跳远成绩是 3.9m，每个月增加的距离是 0.2m.

点评： 本题考查了一元一次方程的应用. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解.

19. (8 分) (2015•怀化) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=2$

(1) 求作 $\odot O$ ，使它过点 A、B、C (要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)；

(2) 在 (1) 所作的圆中，求出劣弧 $\widehat{BC}$ 的长 l .



考点： 作图—复杂作图；弧长的计算.

分析： (1) 使以 O 为圆心的圆经过 A、B、C 三点，即做三角形的外接圆，即三条边的垂直平分线的交点；

(2) 由， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=2$ ，易得 $\angle B=30^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $\angle BOC=120^\circ$ ，由弧长计算公式得出结论.

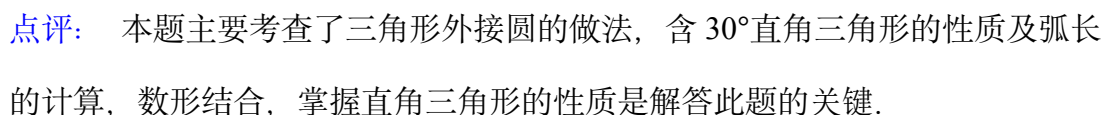
解答： 解：(1) 如图所示：

(2) $\because AC=1$ ， $AB=2$ ，

$\therefore \angle B=30^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC=120^\circ$ ，

$$\therefore l = \frac{120^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}$$



(1) 用列表或画树状图等方法, 列出甲乙两人抽得的数字之积所有可能出现的情况;

(2) 请判断该游戏对甲乙双方是否公平? 并说明理由.

$$1 \quad (1, 1) \quad (2, 1) \quad (3, 1)$$

2 (1, 2) (2, 2) (3, 2)

3 (1, 3) (2, 3) (3, 3)

所有等可能的情况有 9 种，分别为 (1, 1); (1, 2); (1, 3); (2, 1); (2, 2); (2, 3); (3, 1); (3, 2); (3, 3),

则甲乙两人抽得的数字之积所有可能出现的情况有 1, 2, 3, 2, 4, 6, 3, 6, 9, 共 9 种;

(2) 该游戏对甲乙双方不公平，理由为:

其中积为奇数的情况有 4 种，偶数有 5 种，

$\therefore P(\text{甲}) < P(\text{乙})$,

则该游戏对甲乙双方不公平.

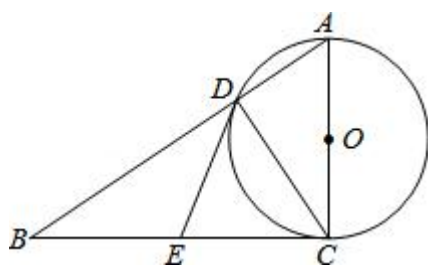
点评: 此题考查了游戏的公平性，以及列表法与树状图法，判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平.

21. (8 分) (2015•怀化) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，E 是 BC 的中点，

以 AC 为直径的 $\odot O$ 与 AB 边交于点 D，连接 DE

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle CBD$;

(2) 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线.



考点: 切线的判定; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 根据 AC 为 $\odot O$ 的直径，得出 $\triangle BCD$ 为 $Rt\triangle$ ，通过已知条件证明 $\triangle BCD \sim \triangle BAC$ 即可;

(2) 连结 DO, 如图, 根据直角三角形斜边上的中线性质, 由 $\angle BDC=90^\circ$, E 为 BC 的中点得到 $DE=CE=BE$, 则利用等腰三角形的性质得 $\angle EDC=\angle ECD$, $\angle ODC=\angle OCD$, 由于 $\angle OCD+\angle DCE=\angle ACB=90^\circ$, 所以 $\angle EDC+\angle ODC=90^\circ$, 即 $\angle EDO=90^\circ$, 于是根据切线的判定定理即可得到 DE 与 $\odot O$ 相切.

解答: (1) 证明: $\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC=90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle BDC,$$

$$\text{又} \because \angle B=\angle B,$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle BAC;$$

(2) 连结 DO, 如图,

$$\because \angle BDC=90^\circ, E \text{ 为 } BC \text{ 的中点},$$

$$\therefore DE=CE=BE,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle ECD,$$

$$\text{又} \because OD=OC,$$

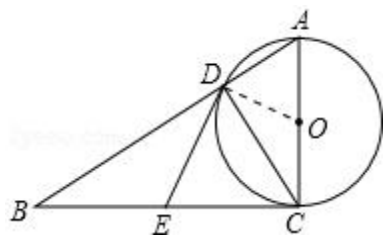
$$\therefore \angle ODC=\angle OCD,$$

$$\text{而 } \angle OCD+\angle DCE=\angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC+\angle ODC=90^\circ, \text{ 即 } \angle EDO=90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp OD,$$

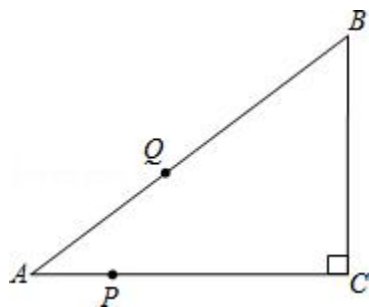
$$\therefore DE \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}.$$



点评： 本题考查了切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．也考查了直角三角形斜边上的中线性质的判定与性质．

22. (8分) (2015•怀化) 如图，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，点 P 以每秒 1 个单位的速度从 A 向 C 运动，同时点 Q 以每秒 2 个单位的速度从 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 方向运动，它们到 C 点后都停止运动，设点 P ， Q 运动的时间为 t 秒．

- (1) 在运动过程中，求 P ， Q 两点间距离的最大值；
- (2) 经过 t 秒的运动，求 $\triangle ABC$ 被直线 PQ 扫过的面积 S 与时间 t 的函数关系式；
- (3) P ， Q 两点在运动过程中，是否存在时间 t ，使得 $\triangle PQC$ 为等腰三角形？若存在，求出此时的 t 值；若不存在，请说明理由 ($\sqrt{5} \approx 2.24$ ，结果保留一位小数)



考点： 相似形综合题．

分析： (1) 如图 1，过 Q 作 $QE \perp AC$ 于 E ，连接 PQ ，由 $\triangle ABC \sim \triangle AQE$ ，得到比例式 $\frac{AQ}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{QE}{BC}$ ，求得 $PE = \frac{3}{5}t$ ， $QE = \frac{6}{5}t$ ，根据勾股定理得到 $PQ^2 = QE^2 + PE^2$ ，求出 $PQ = \frac{3\sqrt{5}}{5}t$ ，当 Q 与 B 重合时， PQ 的值最大，于是得到当 $t=5$ 时， PQ 的最大值 $= 3\sqrt{5}$ ；

(2) 由三角形的面积公式即可求得;

(3) 存在, 如图 2, 连接 CQ, PQ, 分三种情况①当 CQ=CP 时, ②当 PQ=CQ 时, ③当 PQ=PC 时, 列方程求解即可.

解答: 解: (1) 如图 1, 过 Q 作 $QE \perp AC$ 于 E, 连接 PQ,

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore QE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AQE,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{QE}{BC},$$

$$\because AQ = 2t, AP = t,$$

$$\because \angle C = 90^\circ, AC = 8, BC = 6,$$

$$\therefore AB = 10,$$

$$\therefore \frac{2t}{10} = \frac{t+PE}{8} = \frac{QE}{6},$$

$$\therefore PE = \frac{3}{5}t, QE = \frac{6}{5}t,$$

$$\therefore PQ^2 = QE^2 + PE^2,$$

$$\therefore PQ = \frac{3\sqrt{5}}{5}t,$$

当 Q 与 B 重合时, PQ 的值最大,

$$\therefore \text{当 } t=5 \text{ 时, PQ 的最大值} = 3\sqrt{5};$$

(2) 如图 1, $\triangle ABC$ 被直线 PQ 扫过的面积 $= S_{\triangle AQP}$,

$$\text{当 Q 在 AB 边上时, } S = \frac{1}{2}AP \cdot QE = \frac{1}{2}t \cdot \frac{6}{5}t = \frac{3}{5}t^2, \quad (0 < t \leq 5)$$

当 Q 在 BC 边上时, $\triangle ABC$ 被直线 PQ 扫过的面积 $= S_{\text{四边形 ABQP}}$,

$$\therefore S_{\text{四边形 ABQP}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle PQC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 - \frac{1}{2} (8-t) \cdot (16-2t) = -t^2 + 16t - 40, \quad (5 <$$

$t \leq 8)$;

∴经过 t 秒的运动, $\triangle ABC$ 被直线 PQ 扫过的面积 S 与时间 t 的函数关系式: $S = \frac{3}{5}t^2$
或 $S = -t^2 + 16t - 40$.

(3) 存在, 如图 2, 连接 CQ , PQ ,

由 (1) 知 $QE = \frac{6}{5}t$, $CE = AC - AE = 8 - \frac{8}{5}t$, $PQ = \frac{3\sqrt{5}}{5}t$,

$$\therefore CQ = \sqrt{QE^2 + CE^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{5}t\right)^2 + \left(8 - \frac{8}{5}t\right)^2} = \sqrt{4t^2 - \frac{128}{5}t + 64} = 2\sqrt{t^2 - \frac{32}{5}t + 16},$$

①当 $CQ = CP$ 时,

$$\text{即: } 2\sqrt{t^2 - \frac{32}{5}t + 16} = 8 - t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{48}{15},$$

②当 $PQ = CQ$ 时,

$$\text{即: } \frac{3\sqrt{5}}{5}t = 2\sqrt{t^2 - \frac{32}{5}t + 16},$$

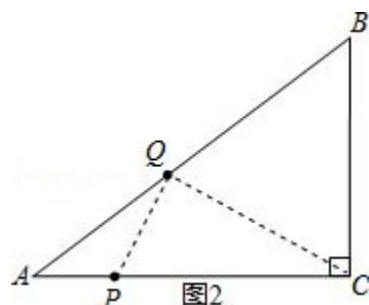
$$\text{解得: } t = \frac{40}{11}, \quad t = \frac{88}{11} \text{ (不合题意舍去),}$$

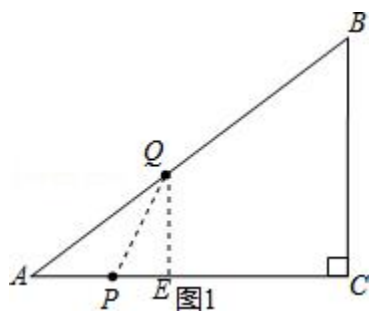
③当 $PQ = PC$ 时,

$$\text{即 } \frac{3\sqrt{5}}{5}t = 8 - t,$$

$$\text{解得: } t = 3\sqrt{5} - 5 \approx 1.7;$$

综上所述: 当 $t = \frac{48}{15}$, $t = \frac{40}{11}$, $t = 1.7$ 时, $\triangle PQC$ 为等腰三角形.





点评： 本题考查了动点问题，相似三角形的判定和性质，三角形的面积，勾股定理，等腰三角形的性质，特别是（3）要分类讨论，不要漏解.