

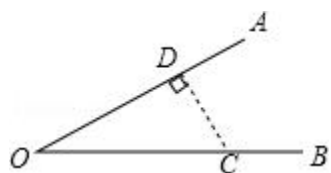
2015 年湖南省张家界市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. (3 分) (2015•张家界) -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2015•张家界) 如图, $\angle O=30^\circ$, C 为 OB 上一点, 且 $OC=6$, 以点 C 为圆心, 半径为 3 的圆与 OA 的位置关系是 ()



- A. 相离 B. 相交 C. 相切 D. 以上三种情况均有可能

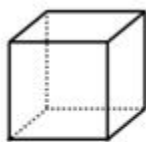
3. (3 分) (2015•张家界) 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $5x - 2x = 3x$ C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $(-2x)^2 = -4x^2$

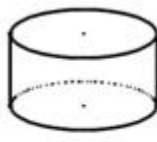
4. (3 分) (2015•张家界) 下列四个立体图形中, 它们各自的三视图有两个相同, 而另一个不同的是 ()



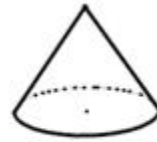
① 球



② 正方体



③ 圆柱



④ 圆锥

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

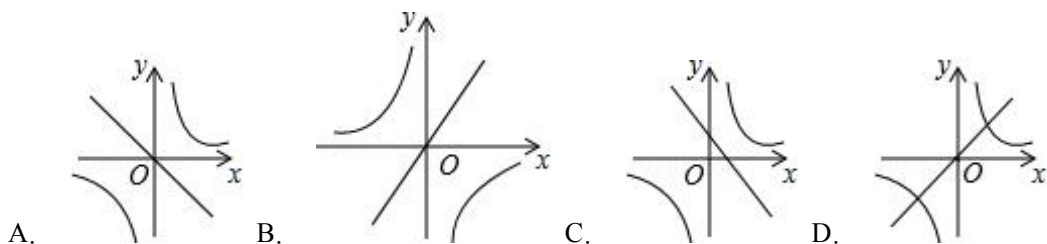
5. (3 分) (2015•张家界) 若一组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同, 则 a 不可能是下列选项中的 ()

- A. 0 B. 2.5 C. 3 D. 5

6. (3 分) (2015•张家界) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 4x + 3 = 0$ 有实数根, 则 k 的非负整数值是 ()

- A. 1 B. 0, 1 C. 1, 2 D. 1, 2, 3

7. (3 分) (2015•张家界) 函数 $y=ax$ ($a \neq 0$) 与 $y=\frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象是 ()



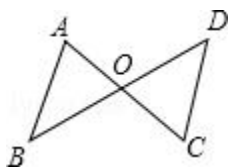
8. (3 分) (2015•张家界) 任意大于 1 的正整数 m 的三次幂均可“分裂”成 m 个连续奇数的和, 如: $2^3=3+5$, $3^3=7+9+11$, $4^3=13+15+17+19$, ... 按此规律, 若 m^3 分裂后其中有一个奇数是 2015, 则 m 的值是 ()

A. 46 B. 45 C. 44 D. 43

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

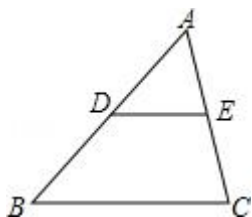
9. (3 分) (2015•张家界) 因式分解: $x^2 - 1 =$ _____.

10. (3 分) (2015•张家界) 如图, AC 与 BD 相交于点 O , 且 $AB=CD$, 请添加一个条件_____ , 使得 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$.

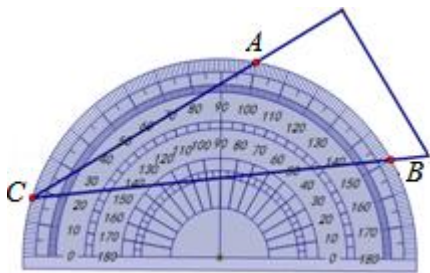


11. (3 分) (2015•张家界) 由中国发起创立的“亚洲基础设施投资银行”的法定资本金为 100 000 000 000 美元, 用科学记数法表示为_____美元.

12. (3 分) (2015•张家界) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $DE \parallel BC$, $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为_____.



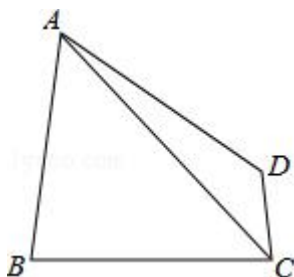
13. (3 分) (2015•张家界) 一个不透明的口袋中有 3 个红球, 2 个白球和 1 个黑球, 它们除颜色外完全相同, 从中任意摸出一个球, 则摸出的是黑球的概率是_____.
14. (3 分) (2015•张家界) 将量角器按如图所示的方式放置在三角形纸板上, 使顶点 C 在半圆上, 点 A 、 B 的读数分别为 100° 、 150° , 则 $\angle ACB$ 的大小为_____度.



15. (3分) (2015•张家界) 不等式组 $\begin{cases} 4x-2 \leq 3x \\ 2x+5 > 3 \end{cases}$ 的解集为_____.

16. (3分) (2015•张家界) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD=AB=BC$, 连接 AC , 且 $\angle ACD=30^\circ$,

$\tan \angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $CD=3$, 则 $AC=$ _____.

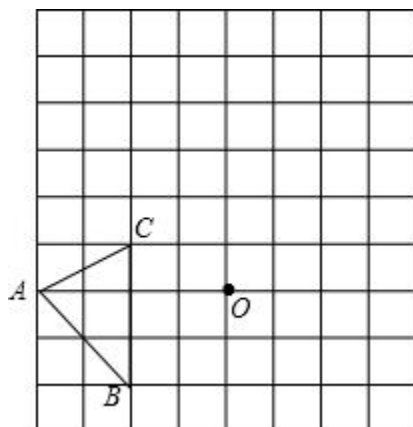


三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共计 72 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6分) (2015•张家界) 计算: $(\pi - 3.14)^0 + \sqrt{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 2\sin 30^\circ$.

18. (6分) (2015•张家界) 如图, 在边长均为 1 的正方形网格纸上有一个 $\triangle ABC$, 顶点 A 、 B 、 C 及点 O 均在格点上, 请按要求完成以下操作或运算:

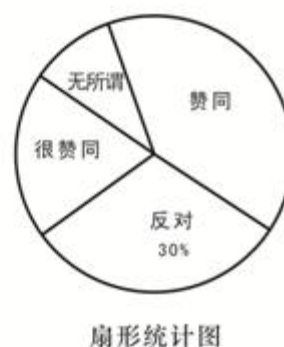
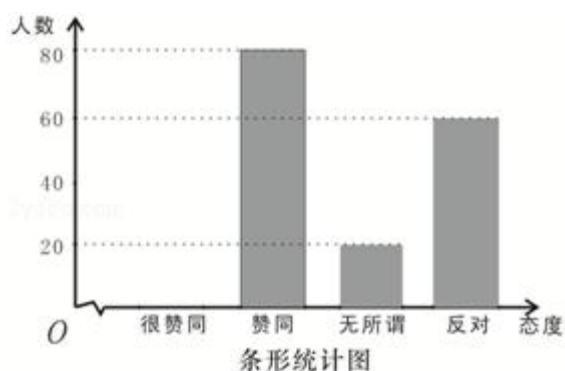
- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位, 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ (不写作法, 但要标出字母);
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° , 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ (不写作法, 但要标出字母);
- (3) 求点 A 绕着点 O 旋转到点 A_2 所经过的路径长.



19. (6分) (2015•张家界) 先化简, 再求值: $(a - \frac{2ab - b^2}{a}) \div \frac{a^2 - b^2}{a}$, 其中

$$a=1+\sqrt{2}, b=1-\sqrt{2}.$$

20. (8分) (2015•张家界) 随着人民生活水平不断提高, 我市“初中生带手机”现象也越来越多, 为了了解家长对此现象的态度, 某校数学课外活动小组随机调查了若干名学生家长, 并将调查结果进行统计, 得出如下所示的条形统计图和扇形统计图.

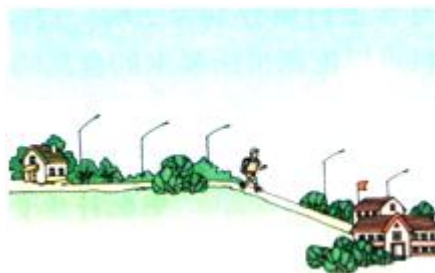


问: (1) 这次调查的学生家长总人数为_____.

(2) 请补全条形统计图, 并求出持“很赞同”态度的学生家长占被调查总人数的百分比.

(3) 求扇形统计图中表示学生家长持“无所谓”态度的扇形圆心角的度数.

21. (8分) (2015•张家界) 小华从家里到学校的路是一段平路和一段下坡路, 假设他始终保持平路每分钟走 $60m$, 下坡路每分钟走 $80m$, 上坡路每分钟走 $40m$, 则他从家里到学校需 $10min$, 从学校到家里需 $15min$. 问: 从小华家到学校的平路和下坡路各有多远?



22. (8分) (2015•张家界) 如图1是“东方之星”救援打捞现场图, 小红据此构造出一个如图2所示的数学模型, 已知: A 、 B 、 D 三点在同一水平线上, $CD \perp AD$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 75^\circ$, $AB = 60m$.

(1) 求点 B 到 AC 的距离;

(2) 求线段 CD 的长度.



图1

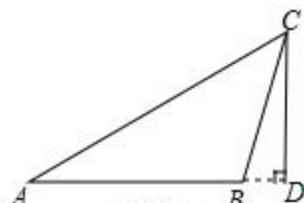


图2

23. (8分) (2015•张家界) 阅读下列材料, 并解决相关的问题.

按照一定顺序排列着的一列数称为数列, 排在第一位的数称为第1项, 记为 a_1 , 依此类推, 排在第 n 位的数称为第 n 项, 记为 a_n .

一般地, 如果一个数列从第二项起, 每一项与它前一项的比等于同一个常数, 那么这个数列叫做等比数列, 这个常数叫做等比数列的公比, 公比通常用字母 q 表示 ($q \neq 0$). 如: 数列 1, 3, 9, 27, ... 为等比数列, 其中 $a_1 = 1$, 公比为 $q = 3$.

则: (1) 等比数列 3, 6, 12, ... 的公比 q 为 _____, 第4项是 _____.

(2) 如果一个数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 是等比数列, 且公比为 q , 那么根据定义可得到: $\frac{a_2}{a_1} = q$,

$$\frac{a_3}{a_2} = q, \frac{a_4}{a_3} = q, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} = q.$$

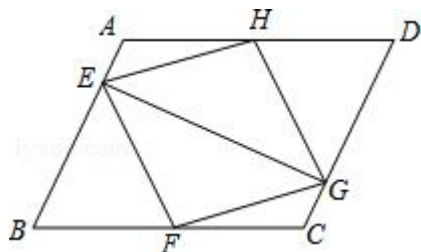
所以: $a_2 = a_1 \cdot q$, $a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$, $a_4 = a_3 \cdot q = (a_1 \cdot q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$, ...

由此可得: $a_n =$ _____ (用 a_1 和 q 的代数式表示).

(3) 若一等比数列的公比 $q = 2$, 第2项是10, 请求它的第1项与第4项.

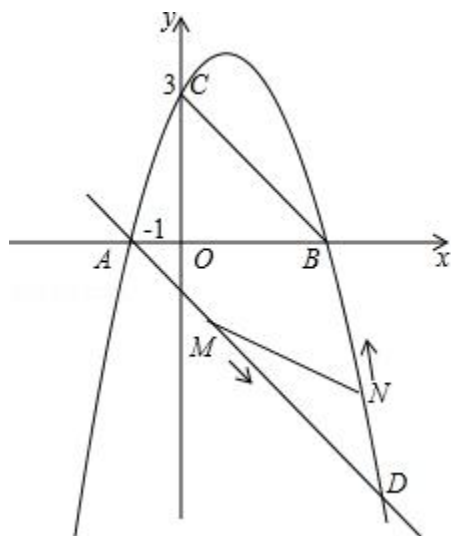
24. (10 分) (2015•张家界) 如图, 已知: 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上, $AE=CG$, $AH=CF$, 且 EG 平分 $\angle HEF$. 求证:

- (1) $\triangle AEH \cong \triangle CGF$;
- (2) 四边形 $EFGH$ 是菱形.



25. (12 分) (2015•张家界) 如图, 二次函数 $y=ax^2+2x+c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.

- (1) 求该二次函数的表达式;
- (2) 过点 A 的直线 $AD \parallel BC$ 且交抛物线于另一点 D , 求直线 AD 的函数表达式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 请解答下列问题:
 - ①在 x 轴上是否存在一点 P , 使得以 B 、 C 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
 - ②动点 M 以每秒 1 个单位的速度沿线段 AD 从点 A 向点 D 运动, 同时, 动点 N 以每秒 $\frac{\sqrt{13}}{5}$ 个单位的速度沿线段 DB 从点 D 向点 B 运动, 问: 在运动过程中, 当运动时间 t 为何值时, $\triangle DMN$ 的面积最大, 并求出这个最大值.



2015 年湖南省张家界市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. (3 分) (2015•张家界) -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

考点：相反数.

分析：根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可.

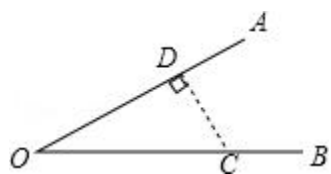
解答：解： -2 的相反数是： $-(-2)=2$,

故选 A

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

www.czsx.com.cn

2. (3 分) (2015•张家界) 如图， $\angle O=30^\circ$ ， C 为 OB 上一点，且 $OC=6$ ，以点 C 为圆心，半径为 3 的圆与 OA 的位置关系是 ()



- A. 相离 B. 相交
C. 相切 D. 以上三种情况均有可能

考点：直线与圆的位置关系.

分析：利用直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d=r$ ，进而判断得出即可.

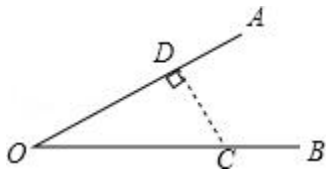
解答：解：过点 C 作 $CD \perp AO$ 于点 D ,

$\because \angle O=30^\circ$, $OC=6$,

$\therefore DC=3$,

$\therefore$ 以点 C 为圆心，半径为 3 的圆与 OA 的位置关系是：相切.

故选：C.



点评： 此题主要考查了直线与圆的位置，正确掌握直线与圆相切时 d 与 r 的关系是解题关键.

3. (3 分) (2015•张家界) 下列运算正确的是 ()

A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $5x - 2x = 3x$ C. $(x^2)^3 = x^5$ D. $(-2x)^2 = -4x^2$

考点： 幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

分析： 利用幂的有关性质及合并同类项的知识分别判断后即可确定正确的选项.

解答： 解：A、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故错误；

B、 $5x - 2x = 3x$ ，故正确；

C、 $(x^2)^3 = x^6$ ，故错误；

D、 $(-2x)^2 = 4x^2$ ，故错误，

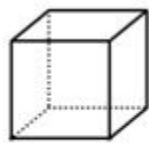
故选 B.

点评： 本题考查了幂的运算性质及合并同类项的知识，解题的关键是能够熟练掌握有关幂的运算性质，属于基本知识，比较简单.

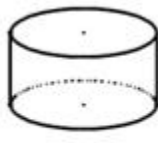
4. (3 分) (2015•张家界) 下列四个立体图形中，它们各自的三视图有两个相同，而另一个不同的是 ()



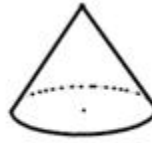
① 球



② 正方体



③ 圆柱



④ 圆锥

A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

考点： 简单几何体的三视图.

分析： 根据主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形解答即可.

解答： 解：球的三视图都是圆，①不正确；

正方体的三视图都是正方形，②不正确；

圆柱的主视图和左视图是矩形，俯视图是圆，③正确；

圆锥的主视图和左视图是三角形，俯视图是圆，④正确，

故选：D.

点评： 本题考查的是几何体的三视图，理解主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形是解题的关键.

5. (3分) (2015•张家界) 若一组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同，则 a 不可能是下列选项中的 ()

A. 0 B. 2.5 C. 3 D. 5

考点： 中位数；算术平均数.

分析： 首先求出这组数据的平均数是多少，再根据题意，分 5 种情况：(1) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 a ，1，2，3，4；(2) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 1， a ，2，3，4；(3) 将这组数据从小到大的顺序排列后 1，2， a ，3，4；(4) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 1，2，3， a ，4；(5) 将这组数据从小到大的顺序排列为 1，2，3，4， a ；然后根据这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同，求出 a 的值是多少，即可判断出 a 不可能是选项中的哪个数.

解答： 解：这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数为：

$$\begin{aligned} & (1+a+2+3+4) \div 5 \\ &= (a+10) \div 5 \\ &= 0.2a+2 \end{aligned}$$

(1) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 a ，1，2，3，4，
中位数是 2，平均数是 $0.2a+2$ ，

$\because$ 这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同，

$$\therefore 0.2a+2=2,$$

解得 $a=0$ ，符号排列顺序.

(2) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 1， a ，2，3，4，
中位数是 2，平均数是 $0.2a+2$ ，

$\because$ 这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同，

$$\therefore 0.2a+2=2,$$

解得 $a=0$ ，不符合排列顺序.

(3) 将这组数据从小到大的顺序排列后 1, 2, a , 3, 4,

中位数是 a ，平均数是 $0.2a+2$,

$\therefore$ 这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同,

$$\therefore 0.2a+2=a,$$

解得 $a=2.5$ ，符合排列顺序.

(4) 将这组数据从小到大的顺序排列后为 1, 2, 3, a , 4,

中位数是 3，平均数是 $0.2a+2$,

$\therefore$ 这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同,

$$\therefore 0.2a+2=3,$$

解得 $a=5$ ，不符合排列顺序.

(5) 将这组数据从小到大的顺序排列为 1, 2, 3, 4, a ,

中位数是 3，平均数是 $0.2a+2$,

$\therefore$ 这组数据 1、 a 、2、3、4 的平均数与中位数相同,

$$\therefore 0.2a+2=3,$$

解得 $a=5$ ；符合排列顺序；

综上，可得

$a=0$ 、2.5 或 5.

$\therefore a$ 不可能是 3.

故选：C.

点评：（1）此题主要考查了中位数的含义和求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

（2）此题还考查了算术平均数的含义和求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

6. (3分) (2015•张家界) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 4x + 3 = 0$ 有实数根, 则 k 的非负整数值是 ()

A. 1 B. 0, 1 C. 1, 2 D. 1, 2, 3

考点: 根的判别式; 一元二次方程的定义.

分析: 根据方程有实数根, 得到根的判别式的值大于等于 0 列出关于 k 的不等式, 求出不等式的解集得到 k 的范围, 即可确定出 k 的非负整数值.

解答: 解: 根据题意得: $\Delta = 16 - 12k \geq 0$, 且 $k \neq 0$,

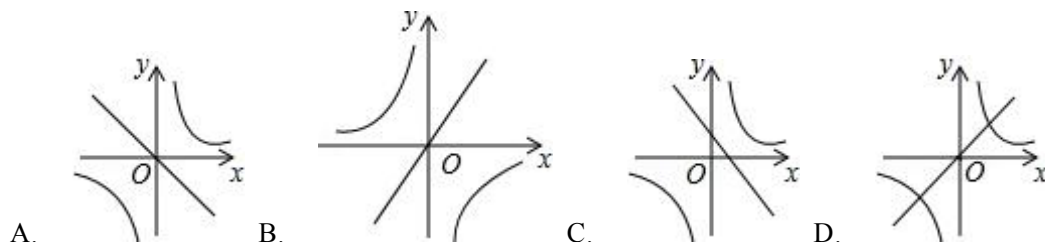
解得: $k \leq \frac{4}{3}$,

则 k 的非负整数值为 1.

故选: A.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$. 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根

7. (3分) (2015•张家界) 函数 $y = ax$ ($a \neq 0$) 与 $y = \frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象是 ()



考点: 反比例函数的图象; 正比例函数的图象.

分析: 根据正比例函数与反比例函数的性质对各选项进行逐一分析即可.

解答: 解: A、由反比例函数的图象可知 $a > 0$, 由正比例函数的图象可知 $a < 0$, 二者相矛盾, 故本选项错误;

B、由反比例函数的图象可知 $a < 0$, 由正比例函数的图象可知 $a > 0$, 二者相矛盾, 故本选项错误;

C、由反比例函数的图象可知 $a > 0$, 由正比例函数的图象可知 $a < 0$, 二者相矛盾, 故本选项错误;

D、由反比例函数的图象可知 $a > 0$ ，由正比例函数的图象可知 $a > 0$ ，二者一致，故本选项正确.

故选 D.

点评： 本题考查的是反比例函数的性质，熟知一次函数与反比例函数的图象与系数的关系是解答此题的关键.

8. (3 分) (2015•张家界) 任意大于 1 的正整数 m 的三次幂均可“分裂”成 m 个连续奇数的和，如： $2^3=3+5$ ， $3^3=7+9+11$ ， $4^3=13+15+17+19$ ，...按此规律，若 m^3 分裂后其中有一个奇数是 2015，则 m 的值是 ()

A. 46 B. 45 C. 44 D. 43

考点： 规律型：数字的变化类.

分析： 观察可知，分裂成的奇数的个数与底数相同，然后求出到 m^3 的所有奇数的个数的表达式，再求出奇数 2015 的是从 3 开始的第 1007 个数，然后确定出 1007 所在的范围即可得解.

解答： 解： $\because$ 底数是 2 的分裂成 2 个奇数，底数为 3 的分裂成 3 个奇数，底数为 4 的分裂成 4 个奇数，

$\therefore m^3$ 有 m 个奇数，

所以，到 m^3 的奇数的个数为： $2+3+4+\dots+m=\frac{(m+2)(m-1)}{2}$ ，

$\because 2n+1=2015$ ， $n=1007$ ，

$\therefore$ 奇数 2015 是从 3 开始的第 1007 个奇数，

$\therefore \frac{(44+2)(44-2)}{2}=966$ ， $\frac{(45+2)(45-2)}{2}=1015$ ，

$\therefore$ 第 1007 个奇数是底数为 45 的数的立方分裂的奇数的其中一个，

即 $m=45$.

故选 B.

点评： 本题是对数字变化规律的考查，观察出分裂的奇数的个数与底数相同是解题的关键，还要熟练掌握求和公式.

二、填空题 (本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分)

9. (3 分) (2015•张家界) 因式分解: $x^2 - 1 = \underline{(x+1)(x-1)}$.

考点: 因式分解-运用公式法.

专题: 因式分解.

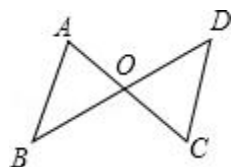
分析: 方程利用平方差公式分解即可.

解答: 解: 原式 = $(x+1)(x-1)$.

故答案为: $(x+1)(x-1)$.

点评: 此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

10. (3 分) (2015•张家界) 如图, AC 与 BD 相交于点 O , 且 $AB=CD$, 请添加一个条件 $\angle A = \angle C$, 使得 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$.



考点: 全等三角形的判定.

专题: 开放型.

分析: 首先根据对顶角相等, 可得 $\angle AOB = \angle COD$; 然后根据两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等, 要使得 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$, 则只需 $\angle A = \angle C$ 即可.

解答: 解: $\because \angle AOB$ 、 $\angle COD$ 是对顶角,

$\therefore \angle AOB = \angle COD$,

又 $\because AB = CD$,

$\therefore$ 要使得 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$,

则只需添加条件: $\angle A = \angle C$.

故答案为: $\angle A = \angle C$.

点评: 此题主要考查了全等三角形的判定, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: (1) 判定定理 1: SSS - 三条边分别对应相等的两个三角形全等. (2) 判定定理 2: SAS - 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等. (3) 判定定理 3: ASA - 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等. (4) 判定定理 4: AAS - 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等. (5) 判定定理 5: HL - 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

11. (3 分) (2015•张家界) 由中国发起创立的“亚洲基础设施投资银行”的法定资本金为 100 000 000 000 美元, 用科学记数法表示为 1.0×10^{11} 美元.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

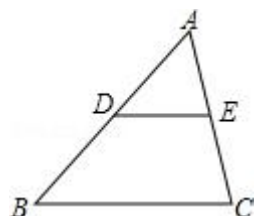
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: $100\ 000\ 000\ 000 = 1.0 \times 10^{11}$.

故答案为: 1.0×10^{11} .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2015•张家界) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $DE \parallel BC$, $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 4: 25.



考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: 根据题意可得 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 然后根据面积比为相似比的平方求解.

解答: 解: 在 $\triangle ABC$ 中,

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 4 : 25.$$

故答案为: 4: 25.

点评: 本题考查了相似三角形的判定与性质, 解答本题的关键是掌握相似三角形的面积比为相似比的平方.

13. (3 分) (2015•张家界) 一个不透明的口袋中有 3 个红球, 2 个白球和 1 个黑球, 它们除颜色外完全相同, 从中任意摸出一个球, 则摸出的是黑球的概率是 $\frac{1}{6}$.

考点: 概率公式.

分析: 由在不透明的布袋中装有 3 个红球, 2 个白球, 1 个黑球, 利用概率公式直接求解即可求得答案.

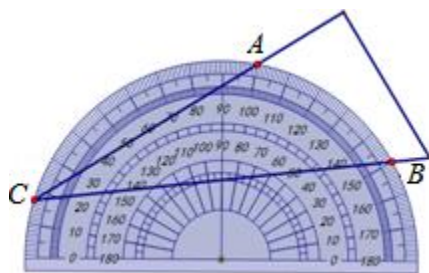
解答: 解: $\because$ 在不透明的布袋中装有 3 个红球, 2 个白球, 1 个黑球,

$\therefore$ 从袋中任意摸出一个球, 摸出的球是黑球的概率是: $\frac{1}{1+2+3} = \frac{1}{6}$.

故答案为: $\frac{1}{6}$.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (3 分) (2015•张家界) 将量角器按如图所示的方式放置在三角形纸板上, 使顶点 C 在半圆上, 点 A 、 B 的读数分别为 100° 、 150° , 则 $\angle ACB$ 的大小为 25 度.



考点: 圆周角定理.

专题: 计算题.

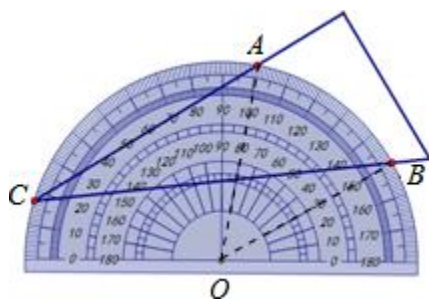
分析: 连接 OA , OB , 根据题意确定出 $\angle AOB$ 的度数, 利用圆周角定理即可求出 $\angle ACB$ 的度数.

解答: 解: 连接 OA , OB , 由题意得: $\angle AOB = 50^\circ$,

$\because \angle ACB$ 与 $\angle AOB$ 都对 $\widehat{AB}$,

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 25^\circ$,

故答案为: 25



点评： 此题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解本题的关键.

15. (3 分) (2015•张家界) 不等式组 $\begin{cases} 4x - 2 \leq 3x \\ 2x + 5 > 3 \end{cases}$ 的解集为 $-1 < x \leq 2$.

考点： 解一元一次不等式组.

分析： 先求出每个不等式的解集，再根据不等式的解集找出不等式组的解集即可.

解答： 解： $\begin{cases} 4x - 2 \leq 3x \text{ ①} \\ 2x + 5 > 3 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得： $x \leq 2$,

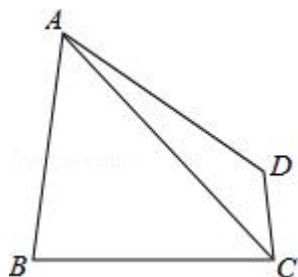
解不等式②得： $x > -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$,

故答案为： $-1 < x \leq 2$.

点评： 本题考查了解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集，难度适中.

16. (3 分) (2015•张家界) 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD=AB=BC$ ，连接 AC ，且 $\angle ACD=30^\circ$ ， $\tan \angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $CD=3$ ，则 $AC = 6\sqrt{3}$.

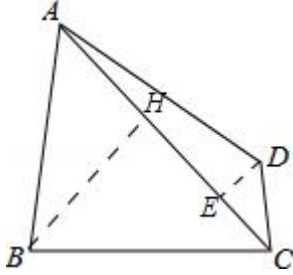


考点： 全等三角形的判定与性质；勾股定理；解直角三角形.

专题： 分类讨论.

分析： 过点 D 、 B 分别作 $DE \perp AC$ ， $BH \perp AC$ ，垂足分别为 E 、 H ，设 $AC=x$ ，先求得 AE （用含 x 的式子表示）和 DE 的长，根据勾股定理可表示出 AD^2 ，然后根据等腰三角形三线合一的性质可知： $AH=\frac{1}{2}x$ ，然后根据锐角三角函数的定义可求得 BH （用含 x 的式子表示）的长，根据勾股定理可表示出 AB^2 ，然后根据 $AB=CD$ ，列方程求解即可.

解答： 解： 过点 D 、 B 分别作 $DE \perp AC$ ， $BH \perp AC$ ，垂足分别为 E 、 H ，设 $AC=x$.



在 $Rt\triangle CDE$ 中， $DC=3$ ， $\angle DCE=30^\circ$ ，

$$\therefore \frac{DE}{DC} = \frac{1}{2}, \quad \frac{EC}{DC} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore DE = \frac{3}{2}, \quad CE = \frac{3}{2}\sqrt{3}.$$

$$\text{则 } AE = x - \frac{3}{2}\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle AED$ 中，由勾股定理得： $AD^2 = AE^2 + DE^2 = \left(x - \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \frac{9}{4}$,

$\because AB=BC$ ， $BH \perp AC$ ，

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}x,$$

$$\because \tan \angle BAC = \frac{BH}{AH} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BH = \frac{2\sqrt{3}}{3}AH = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

在 $Rt\triangle ABH$ 中，由勾股定理得： $AB^2 = BH^2 + AH^2$ ，

$$\therefore AB^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2 = \frac{7}{12}x^2.$$

$\because AB=AD$ ，

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \frac{9}{4} = \frac{7}{12}x^2$$

$$\text{解得： } x_1 = 6\sqrt{3}, \quad x_2 = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

当 $AC = \frac{6\sqrt{3}}{5}$ 时， $AC < DC$ ，与图形不符舍去.

$$\therefore AC=6\sqrt{3}.$$

点评： 本题主要考查的是勾股定理、锐角三角函数、等腰三角形的性质和一元二次方程的应用，利用锐角三角函数的定义和等腰三角形的性质求得 AH 、 BH 的长度是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 9 个小题，共计 72 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6 分) (2015•张家界) 计算: $(\pi - 3.14)^0 + \sqrt{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 2\sin 30^\circ$.

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

分析： 先根据二次根式的性质，零指数幂，特殊角的三角函数值，负整数指数幂求出每一部分的值，再代入求出即可.

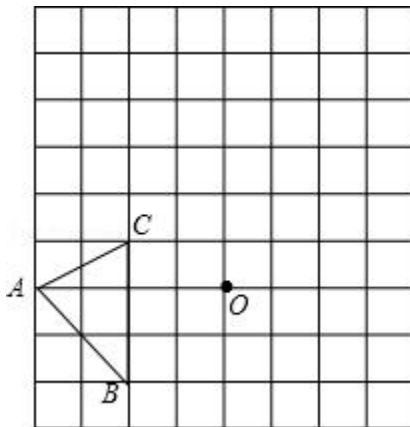
解答： 解：原式 $= 1 + 2 - 4 + 2 \times \frac{1}{2}$

$= 0.$

点评： 本题考查了二次根式的性质，零指数幂，特殊角的三角函数值，负整数指数幂的应用，能求出各个部分的值是解此题的关键，难度适中.

18. (6 分) (2015•张家界) 如图，在边长均为 1 的正方形网格纸上有一个 $\triangle ABC$ ，顶点 A 、 B 、 C 及点 O 均在格点上，请按要求完成以下操作或运算：

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ (不写作法，但要标出字母)；
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° ，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ (不写作法，但要标出字母)；
- (3) 求点 A 绕着点 O 旋转到点 A_2 所经过的路径长.



考点： 作图-旋转变换；弧长的计算；作图-平移变换.

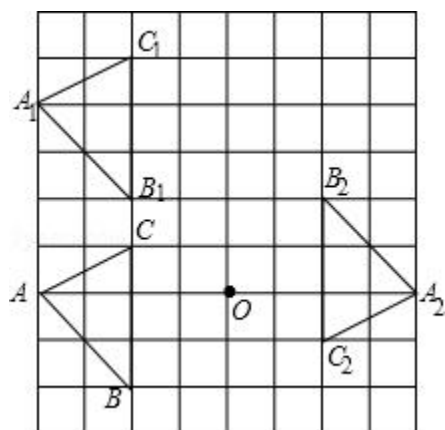
- 分析：** (1) 根据图形平移的性质画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ 即可；
- (2) 根据图形旋转的性质画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 根据弧长的计算公式列式即可求解.

解答： 解：(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示；

(2) $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示：

(3) $\because OA=4, \angle AOA_2=180^\circ,$

$\therefore$ 点 A 绕着点 O 旋转到点 A_2 所经过的路径长为 $\frac{180\pi \times 4}{180}=4\pi$.



点评： 本题考查了利用旋转变换作图，利用平移变换作图，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键，也考查了弧长的计算.

19. (6分) (2015•张家界) 先化简，再求值： $(a - \frac{2ab - b^2}{a}) \div \frac{a^2 - b^2}{a}$ ，其中

$$a=1+\sqrt{2}, b=1-\sqrt{2}.$$

考点： 分式的化简求值.

专题： 计算题.

分析： 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

解答： 解：原式 $=\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a} \cdot \frac{a}{(a+b)(a-b)}$

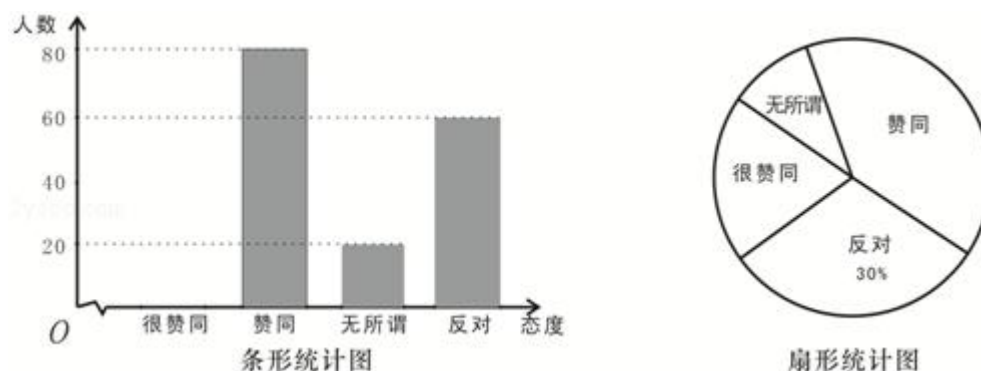
$$= \frac{(a-b)^2}{a} \cdot \frac{a}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{a-b}{a+b},$$

$$\text{当 } a=1+\sqrt{2}, b=1-\sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{(1+\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2}) + (1-\sqrt{2})} = \sqrt{2}.$$

点评： 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8分) (2015•张家界) 随着人民生活水平不断提高，我市“初中生带手机”现象也越来越多，为了了解家长对此现象的态度，某校数学课外活动小组随机调查了若干名学生家长，并将调查结果进行统计，得出如下所示的条形统计图和扇形统计图.



问：(1) 这次调查的学生家长总人数为 200 .

(2) 请补全条形统计图，并求出持“很赞同”态度的学生家长占被调查总人数的百分比.

(3) 求扇形统计图中表示学生家长持“无所谓”态度的扇形圆心角的度数.

考点： 条形统计图；扇形统计图.

分析： (1) 利用持反对态度的人数和所占百分比进而求出总人数；

(2) 利用 (1) 中所求得持很赞同态度的人数进而求出所占百分比；

(3) 利用 (1) 中所求得学生家长持“无所谓”态度的扇形圆心角的度数.

解答： 解：(1) 这次调查的家长总人数为： $60 \div 30\% = 200$ (人)；

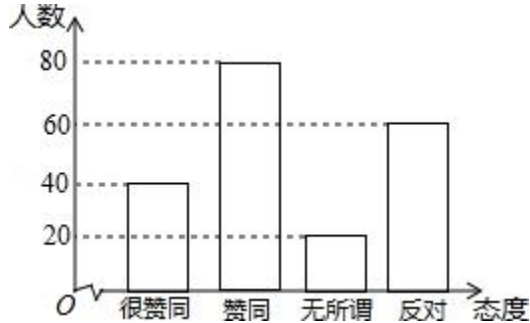
故答案为：200；

(2) 如图所示：

持“很赞同”态度的学生家长占被调查总人数的百分比为：

$$(200 - 80 - 20 - 60) \div 200 \times 100\% = 20\%;$$

(3) 学生家长持“无所谓”态度的扇形圆心角的度数为: $\frac{20}{200} \times 360^\circ = 36^\circ$.



点评: 此题主要考查了扇形统计图和条形统计图的综合应用, 利用图形得出正确信息是解题关键.

21. (8分) (2015•张家界) 小华从家里到学校的路是一段平路和一段下坡路, 假设他始终保持平路每分钟走 $60m$, 下坡路每分钟走 $80m$, 上坡路每分钟走 $40m$, 则他从家里到学校需 $10min$, 从学校到家里需 $15min$. 问: 从小华家到学校的平路和下坡路各有多远?



考点: 二元一次方程组的应用.

分析: 设出平路和坡路的路程, 从家里到学校走平路和下坡路一共用 10 分钟, 从学校到家里走上坡路和平路一共用 15 分钟, 利用这两个关系式列出方程组解答即可.

解答: 解: 设平路有 xm , 下坡路有 ym ,

$$\text{根据题意得} \begin{cases} \frac{x}{60} + \frac{y}{80} = 10 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{40} = 15 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=300 \\ y=400 \end{cases},$$

答: 小华家到学校的平路和下坡路各为 $300m$, $400m$.

点评： 本题考查了二元一次方程的应用，此题主要利用时间、速度、路程三者之间的关系解答，注意来回坡路的变化是解题的关键.

22. (8 分) (2015•张家界) 如图 1 是“东方之星”救援打捞现场图，小红据此构造出一个如图 2 所示的数学模型，已知： A 、 B 、 D 三点在同一水平线上， $CD \perp AD$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 75^\circ$ ， $AB = 60m$.

(1) 求点 B 到 AC 的距离；

(2) 求线段 CD 的长度.



图1

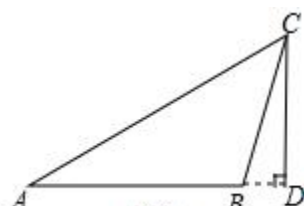


图2

考点： 解直角三角形的应用.

专题： 应用题.

分析： 过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E ，在直角三角形 AEB 中，利用锐角三角函数定义求出 AE 的长，在直角三角形 CEB 中，利用锐角三角函数定义求出 BE 与 CE 的长，由 $AE + CE$ 求出 AC 的长，即可求出 CD 的长.

解答： 解：过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E ，

在 $Rt\triangle AEB$ 中， $AB = 60m$ ， $\sin A = \frac{BE}{AB}$ ， $BE = 60 \times \frac{1}{2} = 30$ ， $\cos A = \frac{AE}{AB}$ ，

$$\therefore AE = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}m,$$

在 $Rt\triangle CEB$ 中， $\angle ACB = \angle CBD - \angle A = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ ，

$$\therefore BE = CE = 30m,$$

$$\therefore AC = AE + CE = (30 + 30\sqrt{3}) m,$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\sin A = \frac{CD}{AC}$ ，

$$\text{则 } CD = (30 + 30\sqrt{3}) \times \frac{1}{2} = (15 + 15\sqrt{3}) m.$$



图1

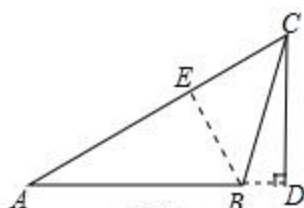


图2

点评： 此题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

23. (8分) (2015•张家界) 阅读下列材料，并解决相关的问题.

按照一定顺序排列着的一列数称为数列，排在第一位的数称为第1项，记为 a_1 ，依此类推，排在第 n 位的数称为第 n 项，记为 a_n .

一般地，如果一个数列从第二项起，每一项与它前一项的比等于同一个常数，那么这个数列叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示($q \neq 0$). 如：数列1, 3, 9, 27, ...为等比数列，其中 $a_1=1$ ，公比为 $q=3$.

则：(1) 等比数列3, 6, 12, ...的公比 q 为 2，第4项是 24.

(2) 如果一个数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 是等比数列，且公比为 q ，那么根据定义可得到： $\frac{a_2}{a_1}=q$,

$$\frac{a_3}{a_2}=q, \frac{a_4}{a_3}=q, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}=q.$$

所以： $a_2=a_1 \cdot q$, $a_3=a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q^2$, $a_4=a_3 \cdot q = (a_1 \cdot q^2) \cdot q = a_1 \cdot q^3$, ...

由此可得： $a_n = \underline{a_1 \cdot q^{n-1}}$ (用 a_1 和 q 的代数式表示).

(3) 若一等比数列的公比 $q=2$ ，第2项是10，请求它的第1项与第4项.

考点： 规律型：数字的变化类.

专题： 阅读型.

分析： (1) 由第二项除以第一项求出公比 q 的值，确定出第4项即可；

(2) 根据题中的定义归纳总结得到通项公式即可；

(3) 由公比 q 与第二项的值求出第一项的值，进而确定出第4项的值.

解答： 解：(1) $q = \frac{6}{3} = 2$ ，第4项是24；

(2) 归纳总结得： $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ；

(3) $\because$ 等比数列的公比 $q=2$ ，第二项为10，

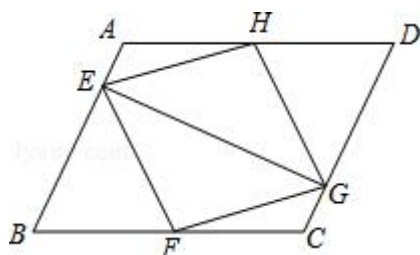
$$\therefore a_1 = \frac{a_2}{q} = 5, \quad a_4 = a_1 \cdot q^3 = 5 \times 2^3 = 40.$$

故答案为：(1) 2; 24; (2) $a_1 \cdot q^{n-1}$

点评： 此题考查了规律型：数字的变化类，弄清题中的规律是解本题的关键.

24. (10 分) (2015•张家界) 如图，已知：在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上， $AE=CG$ ， $AH=CF$ ，且 EG 平分 $\angle HEF$ 。求证：

- (1) $\triangle AEH \cong \triangle CGF$;
- (2) 四边形 $EFGH$ 是菱形.



考点： 平行四边形的性质；全等三角形的判定与性质；菱形的判定.

分析： (1) 由全等三角形的判定定理 SAS 证得结论；

(2) 易证四边形 $EFGH$ 是平行四边形，那么 $EF \parallel GH$ ，那么 $\angle HGE = \angle FEG$ ，而 EG 是角平分线，易得 $\angle HEG = \angle FEG$ ，根据等量代换可得 $\angle HEG = \angle HGE$ ，从而有 $HE = HG$ ，易证四边形 $EFGH$ 是菱形.

解答： (1) 证明：如图， $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

在 $\triangle AEH$ 与 $\triangle CGF$ 中，

$$\begin{cases} AE=CG \\ \angle A=\angle C, \\ AH=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle CGF \text{ (SAS)};$$

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB=CD, \quad AD=BC, \quad \angle B=\angle D.$$

又 $\because AE=CG, \quad AH=CF,$

$$\therefore BE=DG, \quad BF=DH,$$

在 $\triangle BEF$ 与 $\triangle DGH$ 中,

$$\begin{cases} BE=DG \\ \angle B=\angle D \\ BF=DH \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle DGH$ (SAS),

$\therefore EF=GH$.

又由 (1) 知, $\triangle AEH \cong \triangle CGF$,

$\therefore EH=GF$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

$\therefore HG \parallel EF$,

$\therefore \angle HGE = \angle FEG$,

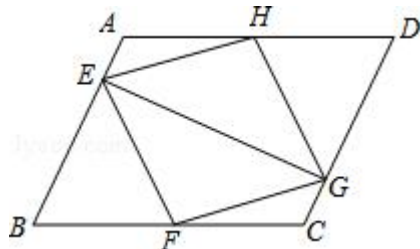
$\because EG$ 平分 $\angle HEF$,

$\therefore \angle HEG = \angle FEG$,

$\therefore \angle HEG = \angle HGE$,

$\therefore HE=HG$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.



点评: 本题考查了全等三角形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、菱形的判定. 解题的关键是掌握两组对边相等的四边形是平行四边形, 一组邻边相等的平行四边形是菱形.

25. (12 分) (2015•张家界) 如图, 二次函数 $y=ax^2+2x+c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.

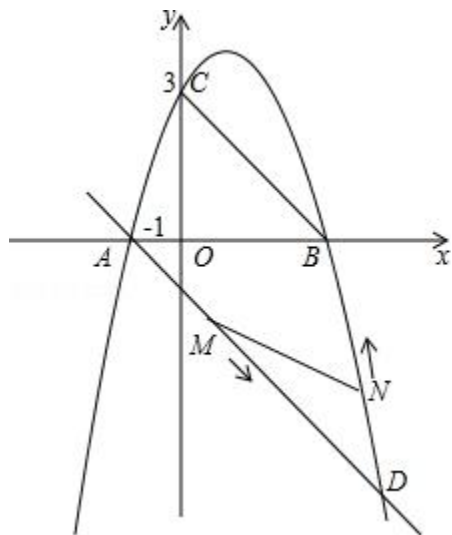
(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 过点 A 的直线 $AD \parallel BC$ 且交抛物线于另一点 D , 求直线 AD 的函数表达式;

(3) 在 (2) 的条件下, 请解答下列问题:

①在 x 轴上是否存在一点 P , 使得以 B 、 C 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

②动点 M 以每秒 1 个单位的速度沿线段 AD 从点 A 向点 D 运动, 同时, 动点 N 以每秒 $\frac{\sqrt{13}}{5}$ 个单位的速度沿线段 DB 从点 D 向点 B 运动, 问: 在运动过程中, 当运动时间 t 为何值时, $\triangle DMN$ 的面积最大, 并求出这个最大值.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 把 $A(-1, 0)$, $C(0, 3)$ 代入 $y = ax^2 + 2x + c$ 即可得到结果;

(2) 在 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中, 令 $y = 0$, 则 $-x^2 + 2x + 3 = 0$, 得到 $B(3, 0)$, 由已知条件得直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$, 由于 $AD \parallel BC$, 设直线 AD 的解析式为 $y = -x + b$, 即可得到结论;

(3) ①由 $BC \parallel AD$, 得到 $\angle DAB = \angle CBA$, 全等只要当 $\frac{BC}{AD} = \frac{PB}{AB}$ 或 $\frac{BC}{AB} = \frac{PB}{AD}$ 时, $\triangle PBC \sim \triangle ABD$,

解方程组 $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -x - 1 \end{cases}$ 得 $D(4, -5)$, 求出 $AD = 5\sqrt{2}$, $AB = 4$, $BC = 3\sqrt{2}$, 设 P 的坐标

为 $(x, 0)$, 代入比例式解得 $x = \frac{3}{5}$ 或 $x = -4.5$ 即可得到 $P(\frac{3}{5}, 0)$ 或 $P(-4.5, 0)$;

②过点 B 作 $BF \perp AD$ 于 F , 过点 N 作 $NE \perp AD$ 于 E , 在 $Rt\triangle AFB$ 中, $\angle BAF = 45^\circ$, 于是得到 $\sin \angle BAF = \frac{BF}{AB}$, 求得 $BF = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$, $BD = \sqrt{26}$, 求得 $\sin \angle ADB = \frac{BF}{BD} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{26}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$,

由于 $DM = 5\sqrt{2} - t$, $DN = \frac{\sqrt{13}}{5}t$, 于是得到

$$S_{\triangle MDN} = \frac{1}{2} DM \cdot NE = \frac{1}{2} (5\sqrt{2} - t) \cdot \frac{2}{5} t = -\frac{1}{5} t^2 + \sqrt{2} t = -\frac{1}{5} (t^2 - 5\sqrt{2} t) = -\frac{1}{5} (t - \frac{5\sqrt{2}}{2})^2 + \frac{5}{2}, \text{ 即可得到结果.}$$

解答: 解: (1) 由题意知: $\begin{cases} 0 = a - 2 + c \\ 3 = c \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) 在 $y = -x^2 + 2x + 3$ 中, 令 $y = 0$, 则 $-x^2 + 2x + 3 = 0$,

解得: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$\therefore B(3, 0)$,

由已知条件得直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 设直线 AD 的解析式为 $y = -x + b$,

$\therefore 0 = 1 + b$,

$\therefore b = -1$,

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y = -x - 1$;

(3) ① $\because BC \parallel AD$,

$\therefore \angle DAB = \angle CBA$,

$\therefore$ 只要当: $\frac{BC}{AD} = \frac{PB}{AB}$ 或 $\frac{BC}{AB} = \frac{PB}{AD}$ 时, $\triangle PBC \sim \triangle ABD$,

$$\text{解} \begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = -x - 1 \end{cases} \text{ 得 } D(4, -5),$$

$\therefore AD = 5\sqrt{2}$, $AB = 4$, $BC = 3\sqrt{2}$.

设 P 的坐标为 $(x, 0)$,

$$\text{即 } \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{3-x}{4} \text{ 或 } \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{3-x}{5\sqrt{2}},$$

解得 $x = \frac{3}{5}$ 或 $x = -4.5$,

$\therefore P(\frac{3}{5}, 0)$ 或 $P(-4.5, 0)$,

② 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于 F , 过点 N 作 $NE \perp AD$ 于 E ,

在 $Rt\triangle AFB$ 中, $\angle BAF = 45^\circ$,

$$\therefore \sin \angle BAF = \frac{BF}{AB},$$

$$\therefore BF = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}, \quad BD = \sqrt{26},$$

