

2015 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

1. (3 分) (2015•徐州) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2015•常德) 下列等式恒成立的是 ()

- A. $(a+b)^2=a^2+b^2$ B. $(ab)^2=a^2b^2$ C. $a^4+a^2=a^6$ D. $a^2+a^2=a^4$

3. (3 分) (2015•常德) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \leq 1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x \leq 2$ B. $x > -1$ C. $-1 < x \leq 2$ D. 无解

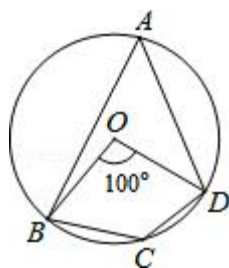
4. (3 分) (2015•常德) 某村引进甲乙两种水稻良种, 各选 6 块条件相同的实验田, 同时播种并核定亩产, 结果甲、乙两种水稻的平均产量均为 550kg/亩, 方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=141.7$, $S_{\text{乙}}^2=433.3$, 则产量稳定, 适合推广的品种为 ()

- A. 甲、乙均可 B. 甲 C. 乙 D. 无法确定

5. (3 分) (2015•常德) 一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 的图象不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. (3 分) (2015•常德) 如图, 四边形 ABCD 为 $\odot O$ 的内接四边形, 已知 $\angle BOD=100^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 80° C. 100° D. 130°

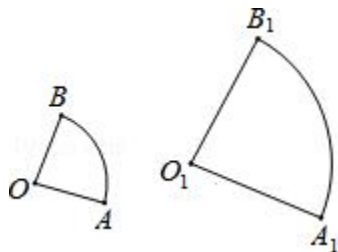
7. (3 分) (2015•常德) 分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{3x}{2-x} = 1$ 的解为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{3}$ D. 0

8. (3 分) (2015•常德) 若两个扇形满足弧长的比等于它们半径的比, 则称这两个扇形相似. 如图, 如果扇形 AOB 与扇形 $A_1O_1B_1$ 是相似扇形, 且半径 $OA:O_1A_1=k$ (k 为不等于 0 的常数). 那么下面四个结论:

① $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$; ② $\triangle AOB \sim \triangle A_1O_1B_1$; ③ $\frac{AB}{A_1B_1} = k$; ④ 扇形 AOB 与扇形 $A_1O_1B_1$ 的面积之比为 k^2 .

成立的个数为 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2015·常德) 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

10. (3 分) (2015·常德) 使分式 $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 的值为 0, 这时 $x =$ _____.

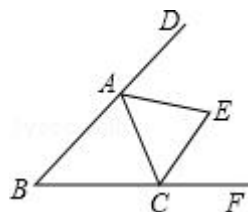
11. (3 分) (2015·常德) 计算: $b(2a + 5b) + a(3a - 2b) =$ _____.

12. (3 分) (2015·常德) 埃是表示极小长度的单位名称, 是为纪念瑞典物理学家埃基特朗而定的. 1 埃等于一亿分之一厘米, 请用科学记数法表示 1 埃等于_____厘米.

13. (3 分) (2015·常德) 一个圆锥的底面半径为 1 厘米, 母线长为 2 厘米, 则该圆锥的侧面积是_____厘米² (结果保留 π).

14. (3 分) (2015·常德) 已知 A 点的坐标为 $(-1, 3)$, 将 A 点绕坐标原点顺时针 90° , 则点 A 的对应点的坐标为_____.

15. (3 分) (2015·常德) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 40^\circ$, 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E, 则 $\angle AEC =$ _____.



16. (3 分) (2015·常德) 取一个自然数, 若它是奇数, 则乘以 3 加上 1, 若它是偶数, 则除以 2, 按此规则经过若干步的计算最终可得到 1. 这个结论在数学上还没有得到证明. 但举例验证都是正确的. 例如: 取自然数 5. 最少经过下面 5 步运算可得 1, 即:

$$5 \xrightarrow{\times 3 + 1} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{\div 2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1,$$

如果自然数 m 最少经过 7 步运算可得到 1, 则所有符合条件的 m 的值为_____.

三、(本大题 2 小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

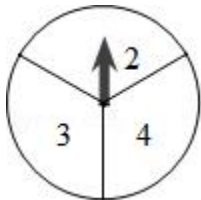
17. (5 分) (2015•常德) 计算 $(-5\sin 20^\circ)^0 - (-\frac{1}{3})^{-2} + |-2^4| + \sqrt[3]{-27}$.

18. (5 分) (2015•常德) 已知 $A(1, \sqrt{3})$ 是反比例函数图象上的一点, 直线 AC 经过点 A 及坐标原点且与反比例函数图象的另一支交于点 C , 求 C 的坐标及反比例函数的解析式.

四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6 分) (2015•常德) 先化简, 再求值: $[\frac{b}{a(b-a)} - \frac{1}{b-a}] + [1 + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{b(a-b)}]$, 其中 $a = \sqrt{2}$, $b = 2$.

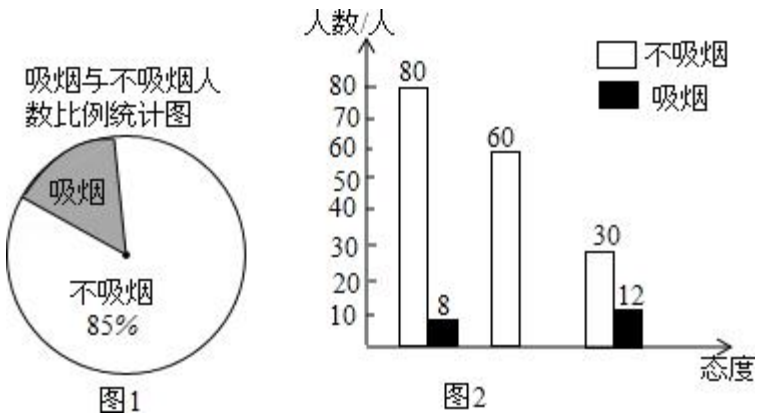
20. (6分) (2015•常德) 商场为了促销某件商品, 设置了如图的一个转盘, 它被分成了 3 个相同的扇形. 各扇形分别标有数字 2, 3, 4, 指针的位置固定, 该商品的价格由顾客自由转动此转盘两次来获取, 每次转动后让其自由停止, 记下指针所指的数字 (指针指向两个扇形的交线时, 当作右边的扇形), 先记的数字作为价格的十位数字, 后记的数字作为价格的个位数字, 则顾客购买商品的价格不超过 30 元的概率是多少?



五、(本大题共 2 个小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

21. (7分) (2015•常德) 某校组织了一批学生随机对部分市民就是否吸烟以及吸烟和非吸烟人群对他人在公共场所吸烟的态度 (分三类: A 表示主动制止; B 表示反感但不制止, C 表示无所谓) 进行了问卷调查, 根据调查结果分别绘制了如下两个统计图. 请根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 图 1 中, “吸烟”类人数所占扇形的圆心角的度数是多少?
- (2) 这次被调查的市民有多少人?
- (3) 补全条形统计图.
- (4) 若该市共有市民 760 万人, 求该市大约有多少人吸烟?



22. (7 分) (2015•常德) 某物流公司承接 A、B 两种货物运输业务, 已知 5 月份 A 货物运费单价为 50 元/吨, B 货物运费单价为 30 元/吨, 共收取运费 9500 元; 6 月份由于油价上涨, 运费单价上涨为: A 货物 70 元/吨, B 货物 40 元/吨; 该物流公司 6 月承接的 A 种货物和 B 种数量与 5 月份相同, 6 月份共收取运费 13000 元.

(1) 该物流公司月运输两种货物各多少吨?

(2) 该物流公司预计 7 月份运输这两种货物 330 吨, 且 A 货物的数量不大于 B 货物的 2 倍, 在运费单价与 6 月份相同的情况下, 该物流公司 7 月份最多将收到多少运输费?

六、(本大题共 2 个小题, 满分 16 分)

23. (8 分) (2015•常德) 如图 1, 图 2, 分别是吊车在吊一物品时的实物图与示意图, 已知吊车底盘 CD 的高度为 2 米, 支架 BC 的长为 4 米, 且与地面成 30° 角, 吊绳 AB 与支架 BC 的夹角为 80° , 吊臂 AC 与地面成 70° 角, 求吊车的吊臂顶端 A 点距地面的高度是多少米?

(精确到 0.1 米)

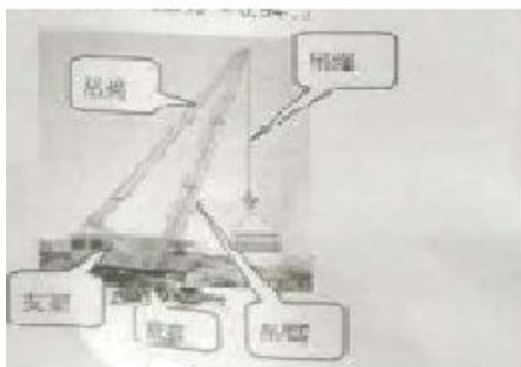


图1

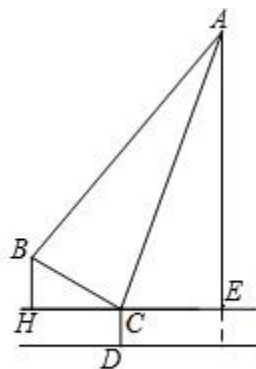


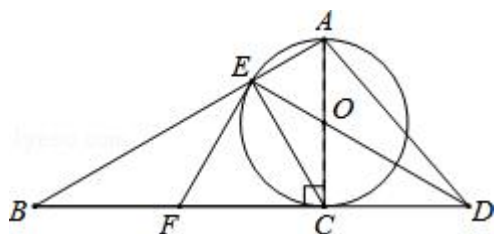
图2

(参考数据: $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ = 0.17$, $\cos 10^\circ = \sin 80^\circ = 0.98$, $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ = 0.34$, $\tan 70^\circ = 2.75$, $\sin 70^\circ = 0.94$)

24. (8 分) (2015•常德) 已知如图, 以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的 AC 边为直径作 $\odot O$ 交斜边 AB 于点 E , 连接 EO 并延长交 BC 的延长线于点 D , 点 F 为 BC 的中点, 连接 EF .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\angle EAC=60^\circ$, 求 AD 的长.



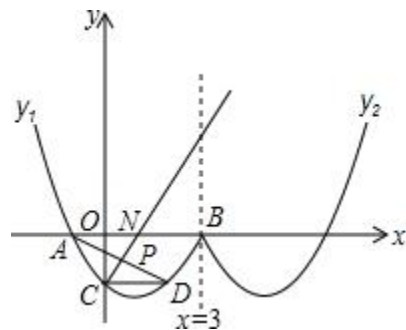
七、(本大题 2 个小题每小题 10 分，满分 20 分)

25. (10 分) (2015•常德) 如图，曲线 y_1 抛物线的一部分，且表达式为： $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x - 3)$ ($x \leq 3$) 曲线 y_2 与曲线 y_1 关于直线 $x=3$ 对称.

(1) 求 A、B、C 三点的坐标和曲线 y_2 的表达式；

(2) 过点 D 作 $CD \parallel x$ 轴交曲线 y_1 于点 D，连接 AD，在曲线 y_2 上有一点 M，使得四边形 ACDM 为筝形 (如果一个四边形的一条对角线被另一条对角线垂直平分，这样的四边形为筝形)，请求出点 M 的横坐标；

(3) 设直线 CM 与 x 轴交于点 N，试问在线段 MN 下方的曲线 y_2 上是否存在一点 P，使 $\triangle PMN$ 的面积最大？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



26. (10 分) (2015·常德) 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, E 是 CD 上的一点, 连接 BE 交 AC 于 O , 连接 DO 并延长交 BC 于 F .

(1) 求证: $\triangle FOC \cong \triangle EOC$.

(2) 将此图中的 AD 、 BE 分别延长交于点 N , 作 $EM \parallel BC$ 交 CN 于 M , 再连接 FM 即得到图 2.

求证: ① $\frac{CF}{CB} = \frac{BE}{BN}$; ② $FD = FM$.

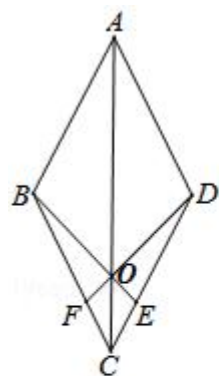


图1

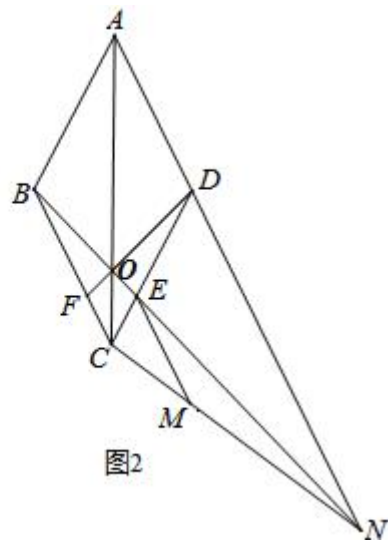


图2

2015 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2015•徐州) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的定义, 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

解答: 解: $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$,

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选 D.

点评: 主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数, 属于基础题.

2. (3 分) (2015•常德) 下列等式恒成立的是 ()

- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $(ab)^2 = a^2 b^2$ C. $a^4 + a^2 = a^6$ D. $a^2 + a^2 = a^4$

考点: 完全平方公式; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

分析: 原式各项计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式 $= a^2 + b^2 + 2ab$, 错误;

B、原式 $= a^2 b^2$, 正确;

C、原式不能合并, 错误;

D、原式 $= 2a^2$, 错误,

故选 B.

点评: 此题考查了完全平方公式, 合并同类项, 以及幂的乘方与积的乘方, 熟练掌握运算法则及公式是解本题的关键.

3. (3 分) (2015•常德) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \leq 1 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x \leq 2$ B. $x > -1$ C. $-1 < x \leq 2$ D. 无解

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

解答:

$$\text{解: } \begin{cases} x+1 > 0 \text{ ①} \\ x-1 \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得: $x > -1$,

由②得: $x \leq 2$,

则不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$,

故选 C.

点评: 此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4. (3 分) (2015•常德) 某村引进甲乙两种水稻良种, 各选 6 块条件相同的实验田, 同时播种并核定亩产, 结果甲、乙两种水稻的平均产量均为 550kg/亩, 方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=141.7$, $S_{\text{乙}}^2=433.3$, 则产量稳定, 适合推广的品种为 ()

A. 甲、乙均可 B. 甲 C. 乙 D. 无法确定

考点: 方差.

分析: 首先根据题意, 可得甲、乙两种水稻的平均产量相同, 然后比较出它们的方差的大小, 再根据方差越小, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好, 判断出产量稳定, 适合推广的品种为哪种即可.

解答: 解: 根据题意, 可得甲、乙两种水稻的平均产量相同,

$$\therefore 141.7 < 433.3,$$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

即甲种水稻的产量稳定,

$\therefore$ 产量稳定, 适合推广的品种为甲种水稻.

故选: B.

点评: 此题主要考查了方差的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

5. (3 分) (2015•常德) 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 的图象不经过的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点: 一次函数图象与系数的关系.

分析: 根据一次函数 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 中 $k = -\frac{1}{2} < 0$, $b = 1 > 0$, 判断出函数图象经过的象限, 即可

判断出一次函数 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 的图象不经过的象限是哪个.

解答: 解: $\therefore$ 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 中 $k = -\frac{1}{2} < 0$, $b = 1 > 0$,

$\therefore$ 此函数的图象经过第一、二、四象限,

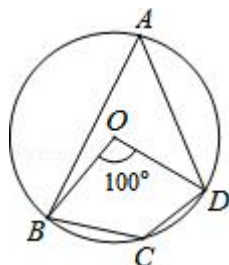
$\therefore$ 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 的图象不经过的象限是第三象限.

故选: C.

点评: 此题主要考查了一次函数的图象与系数的关系, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明

确：① $k > 0$, $b > 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、二、三象限；② $k > 0$, $b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、三、四象限；③ $k < 0$, $b > 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、二、四象限；④ $k < 0$, $b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在二、三、四象限。

6. (3分) (2015•常德) 如图，四边形 ABCD 为 $\odot O$ 的内接四边形，已知 $\angle BOD = 100^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 80° C. 100° D. 130°

考点：圆周角定理；圆内接四边形的性质.

分析：首先根据圆周角与圆心角的关系，求出 $\angle BAD$ 的度数；然后根据圆内接四边形的对角互补，用 180° 减去 $\angle BAD$ 的度数，求出 $\angle BCD$ 的度数是多少即可.

解答：解： $\because \angle BOD = 100^\circ$,
 $\therefore \angle BAD = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle BAD$
 $= 180^\circ - 50^\circ$
 $= 130^\circ$

故选：D.

点评： (1) 此题主要考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半，要熟练掌握.

(2) 此题还考查了圆内接四边形的性质，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：

①圆内接四边形的对角互补. ②圆内接四边形的任意一个外角等于它的内对角 (就是和它相邻的内角的对角).

7. (3分) (2015•常德) 分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{3x}{2-x} = 1$ 的解为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{3}$ D. 0

考点：解分式方程.

专题：计算题.

分析：分式方程变形后，去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

解答：解：去分母得： $2 - 3x = x - 2$,
 解得： $x = 1$,
 经检验 $x = 1$ 是分式方程的解.
 故选 A.

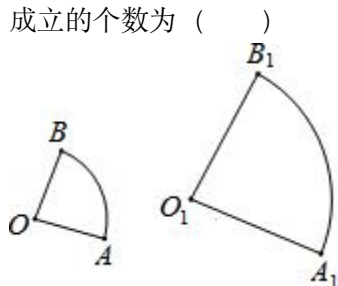
点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整

式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

8. (3分) (2015•常德) 若两个扇形满足弧长的比等于它们半径的比, 则称这两个扇形相似. 如图, 如果扇形 AOB 与扇形 $A_1O_1B_1$ 是相似扇形, 且半径 $OA:O_1A_1=k$ (k 为不等于 0 的常数). 那么下面四个结论:

① $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$; ② $\triangle AOB \sim \triangle A_1O_1B_1$; ③ $\frac{AB}{A_1B_1} = k$; ④ 扇形 AOB 与扇形 $A_1O_1B_1$ 的面积之比为 k^2 .

成立的个数为 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

考点: 相似三角形的判定与性质; 弧长的计算; 扇形面积的计算.

专题: 新定义.

分析: 根据扇形相似的定义, 由弧长公式 $\frac{n\pi r}{180}$ 可以得到①②③正确; 由扇形面积公式

$\frac{n}{360} \cdot \pi r^2$ 可得到④正确.

解答:

解: 由扇形相似的定义可得: $\frac{\frac{n\pi r}{180}}{\frac{n_1\pi r_1}{180}} = \frac{r}{r_1}$, 所以 $n=n_1$ 故①正确;

因为 $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$, $OA:O_1A_1=k$, 所以 $\triangle AOB \sim \triangle A_1O_1B_1$, 故②正确;

因为 $\triangle AOB \sim \triangle A_1O_1B_1$, 故 $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{OA}{O_1A_1} = k$, 故③正确;

由扇形面积公式 $\frac{n}{360} \cdot \pi r^2$ 可得到④正确.

故选: D.

点评: 本题主要考查了新定义题型, 相似的判定与性质, 弧长和扇形面积公式, 题型新颖, 有一定难度.

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) (2015•常德) 分解因式: $ax^2 - ay^2 = \underline{a(x+y)(x-y)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题: 计算题.

分析: 原式提取 a , 再利用平方差公式分解即可.

解答: 解: 原式 $= a(x^2 - y^2) = a(x+y)(x-y)$,

答案为: $a(x+y)(x-y)$.

点评: 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

10. (3 分) (2015•常德) 使分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, 这时 $x=\underline{1}$.

考点: 分式的值为零的条件.

专题: 计算题.

分析: 让分子为 0, 分母不为 0 列式求值即可.

解答:
解: 由题意得:
$$\begin{cases} x^2-1=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases},$$

解得 $x=1$,

故答案为 1.

点评: 考查分式值为 0 的条件; 需考虑两方面的情况: 分子为 0, 分母不为 0.

11. (3 分) (2015•常德) 计算: $b(2a+5b) + a(3a-2b) = \underline{5b^2+3a^2}$.

考点: 整式的混合运算.

分析: 先去括号, 再合并同类项即可求解.

解答: 解: $b(2a+5b) + a(3a-2b)$
 $= 2ab + 5b^2 + 3a^2 - 2ab$
 $= 5b^2 + 3a^2$.
故答案为: $5b^2 + 3a^2$.

点评: 考查了整式的混合运算, 涉及了乘法运算与加法运算, 难度不大.

12. (3 分) (2015•常德) 埃是表示极小长度的单位名称, 是为纪念瑞典物理学家埃基特朗而定的. 1 埃等于一亿分之一厘米, 请用科学记数法表示 1 埃等于 $\underline{1 \times 10^{-8}}$ 厘米.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

解答: 解: $1 \text{ 埃} = \frac{1}{10^8} = (10^8)^{-1} = 10^{-8}$ 厘米,

用科学计数法表示为: 1×10^{-8} ,

故答案为: 1×10^{-8} .

点评: 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定是解答此题的关键.

13. (3 分) (2015•常德) 一个圆锥的底面半径为 1 厘米, 母线长为 2 厘米, 则该圆锥的侧面积是 $\underline{2\pi}$ 厘米² (结果保留 π).

考点：圆锥的计算.

分析：根据圆锥侧面积的求法： $S_{\text{侧}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl$ ，把 $r=1$ 厘米， $l=2$ 厘米代入圆锥的侧面积公式，求出该圆锥的侧面积是多少即可.

解答：解：该圆锥的侧面积是：

$$S_{\text{侧}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl=\pi\times 1\times 2=2\pi \text{ (厘米}^2\text{)}.$$

故答案为： 2π .

点评：此题主要考查了圆锥的侧面积的计算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确： $S_{\text{侧}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl$.

14. (3 分) (2015•常德) 已知 A 点的坐标为 $(-1, 3)$ ，将 A 点绕坐标原点顺时针 90° ，则点 A 的对应点的坐标为 $(3, 1)$.

考点：坐标与图形变化-旋转.

分析：过 A 作 $AC\perp y$ 轴于 C，过 A' 作 $A'D\perp y$ 轴于 D，根据旋转求出 $\angle A=\angle A'OD$ ，证 $\triangle ACO\cong\triangle ODA'$ ，推出 $A'D=OC=1$ ， $OD=CA=3$ ，即可根据题意作出 A 点绕坐标原点顺时针 90° 后的点，然后写出坐标.

解答：解：过 A 作 $AC\perp y$ 轴于 C，过 A' 作 $A'D\perp y$ 轴于 D，

$$\because \angle AOA'=90^\circ, \angle ACO=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC+\angle A'OD=90^\circ, \angle A+\angle AOC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle A'OD,$$

在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle ODA'$ 中，

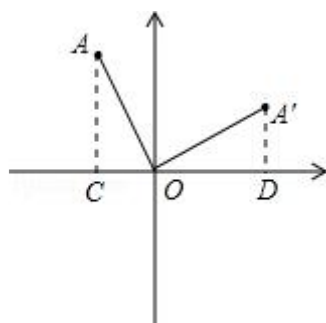
$$\begin{cases} \angle OCA=\angle ODA' \\ \angle CAO=\angle A'OD, \\ OA=OA' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACO\cong\triangle ODA' \text{ (AAS),}$$

$$\therefore A'D=OC=1, OD=CA=3,$$

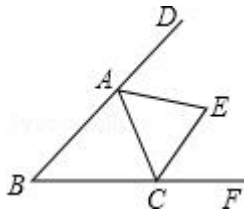
$$\therefore A' \text{ 的坐标是 } (3, 1).$$

故答案为： $(3, 1)$.



点评：本题主要考查对坐标与图形变换 - 旋转，全等三角形的性质和判定等知识点的理解和掌握，能正确画出图形并求出 $\triangle ACO\cong\triangle ODA'$ 是解此题的关键.

15. (3 分) (2015•常德) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=40^\circ$ ，三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E，则 $\angle AEC=$ 70° .



考点：三角形内角和定理；三角形的外角性质.

分析：根据三角形内角和定理、角平分线的定义以及三角形外角定理求得

$\frac{1}{2}\angle DAC + \frac{1}{2}\angle ACF = \frac{1}{2}(\angle B + \angle B + \angle 1 + \angle 2)$ ；最后在 $\triangle AEC$ 中利用三角形内角和定理可以求得 $\angle AEC$ 的度数.

解答：解： $\because$ 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点E,

$$\therefore \angle EAC = \frac{1}{2}\angle DAC, \quad \angle ECA = \frac{1}{2}\angle ACF;$$

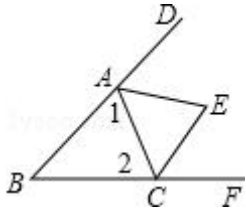
又 $\because \angle B = 40^\circ$ (已知), $\angle B + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (三角形内角和定理),

$$\therefore \frac{1}{2}\angle DAC + \frac{1}{2}\angle ACF = \frac{1}{2}(\angle B + \angle 2) + \frac{1}{2}(\angle B + \angle 1) = \frac{1}{2}(\angle B + \angle B + \angle 1 + \angle 2) = 110^\circ$$

(外角定理),

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - (\frac{1}{2}\angle DAC + \frac{1}{2}\angle ACF) = 70^\circ.$$

故答案为: 70° .



点评：此题主要考查了三角形内角和定理以及角平分线的性质，熟练应用角平分线的性质是解题关键.

16. (3分) (2015•常德) 取一个自然数，若它是奇数，则乘以3加上1，若它是偶数，则除以2，按此规则经过若干步的计算最终可得到1. 这个结论在数学上还没有得到证明. 但举例验证都是正确的. 例如：取自然数5. 最少经过下面5步运算可得1，即：

$$5 \xrightarrow{\times 3 + 1} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{\div 2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1,$$

如果自然数m最少经过7步运算可得到1，则所有符合条件的m的值为 128、21、20、3.

考点：规律型：数字的变化类；推理与论证.

分析：首先根据题意，应用逆推法，用1乘以2，得到2；用2乘以2，得到4；用4乘以2，得到8；用8乘以2，得到16；然后分类讨论，判断出所有符合条件的m的值为多少即可.

解答：解：根据分析，可得



则所有符合条件的 m 的值为: 128、21、20、3.

故答案为: 128、21、20、3.

点评: (1) 此题主要考查了探寻数列规律问题, 考查了逆推法的应用, 注意观察总结出规律, 并能正确的应用规律.

(2) 此题还考查了推理和论证问题, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①演绎推理是从一般规律出发, 运用逻辑证明或数学运算, 得出特殊事实应遵循的规律, 即从一般到特殊. ②归纳推理就是从许多个别的事物中概括出一般性概念、原则或结论, 即从特殊到一般.

三、(本大题 2 小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

17. (5 分) (2015•常德) 计算 $(-5\sin 20^\circ)^0 - (-\frac{1}{3})^{-2} + |-2^4| + \sqrt[3]{-27}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 本题涉及零指数幂、负整数指数幂、乘方、绝对值、三次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: $(-5\sin 20^\circ)^0 - (-\frac{1}{3})^{-2} + |-2^4| + \sqrt[3]{-27}$
 $= 1 - 9 + 16 - 3$
 $= 5.$

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、负整数指数幂、乘方、绝对值、三次根式化简等考点的运算.

18. (5 分) (2015•常德) 已知 A (1, $\sqrt{3}$) 是反比例函数图象上的一点, 直线 AC 经过点 A 及坐标原点且与反比例函数图象的另一支交于点 C, 求 C 的坐标及反比例函数的解析式.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 先设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k_1}{x}$, 正比例函数的解析式为 $y = k_2x$, 将 A 点的坐标代入求出两个函数解析式, 再通过解方程组就可求出两图象的交点坐标 C.

解答: 解: 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k_1}{x}$, 正比例函数的解析式为 $y = k_2x$

依题意得: $\sqrt{3}=k_1$, $\sqrt{3}=k_2$

故两个函数分别为: $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$, $y=\sqrt{3}x$,

$$\text{解} \begin{cases} y=\sqrt{3}x \\ y=\frac{\sqrt{3}}{x} \end{cases} \text{得: } \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=\sqrt{3} \end{cases} \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=-\sqrt{3} \end{cases}$$

故另一个交点坐标为 $(-1, -\sqrt{3})$,

点评: 本题主要考查了正、反比例函数的概念, 待定系数法, 和求交点的方法, 掌握概念是解题的关键.

四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6 分) (2015•常德) 先化简, 再求值: $[\frac{b}{a(b-a)} - \frac{1}{b-a}] + [1 + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{b(a-b)}]$, 其中 $a=\sqrt{2}$, $b=2$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 首先根据分式的混合运算法则化简此分式, 然后将 $a=\sqrt{2}$, $b=2$ 代入求值即可求得答案.

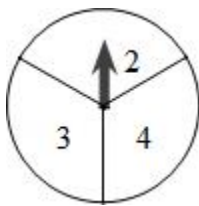
解答:

$$\begin{aligned} \text{解: } & [\frac{b}{a(b-a)} - \frac{1}{b-a}] + [1 + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{b(a-b)}] \\ & = [\frac{b}{a(b-a)} - \frac{a}{a(b-a)}] + [1 + \frac{(a-b)^2}{b(a-b)}] \\ & = \frac{b-a}{a(b-a)} + (1 + \frac{a-b}{b}) \\ & = \frac{1}{a} + \frac{a}{b}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } a=\sqrt{2}, b=2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值问题. 注意解答此题的关键是把分式化到最简, 然后代值计算.

20. (6 分) (2015•常德) 商场为了促销某件商品, 设置了如图的一个转盘, 它被分成了 3 个相同的扇形. 各扇形分别标有数字 2, 3, 4, 指针的位置固定, 该商品的价格由顾客自由转动此转盘两次来获取, 每次转动后让其自由停止, 记下指针所指的数字 (指针指向两个扇形的交线时, 当作右边的扇形), 先记的数字作为价格的十位数字, 后记的数字作为价格的个位数字, 则顾客购买商品的价格不超过 30 元的概率是多少?



考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出价格不超过 30 元的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: 列表如下:

	2	3	4
2	22	32	42
3	23	33	43
4	24	34	44

所有等可能的情况有 9 种, 其中价格不超过 30 元的情况有 3 种,

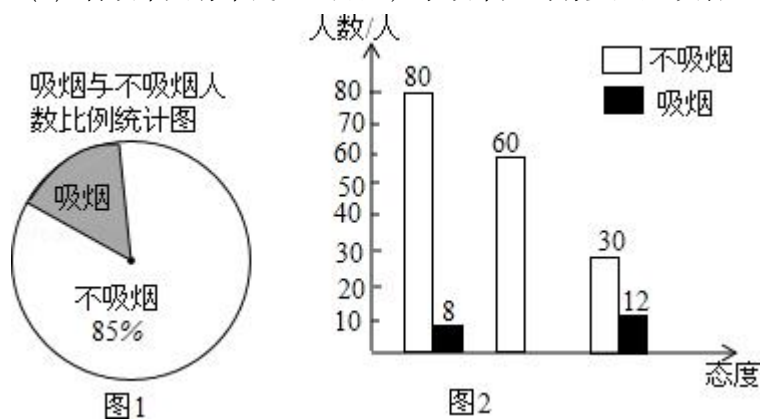
$$\text{则 } P = \frac{1}{3}.$$

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

五、(本大题共 2 个小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

21. (7 分) (2015·常德) 某校组织了一批学生随机对部分市民就是否吸烟以及吸烟和非吸烟人群对他人在公共场所吸烟的态度 (分三类: A 表示主动制止; B 表示反感但不制止, C 表示无所谓) 进行了问卷调查, 根据调查结果分别绘制了如下两个统计图. 请根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 图 1 中, “吸烟”类人数所占扇形的圆心角的度数是多少?
- (2) 这次被调查的市民有多少人?
- (3) 补全条形统计图.
- (4) 若该市共有市民 760 万人, 求该市大约有多少人吸烟?



考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 利用 360° 乘以对应的百分比即可求得圆心角的度数;

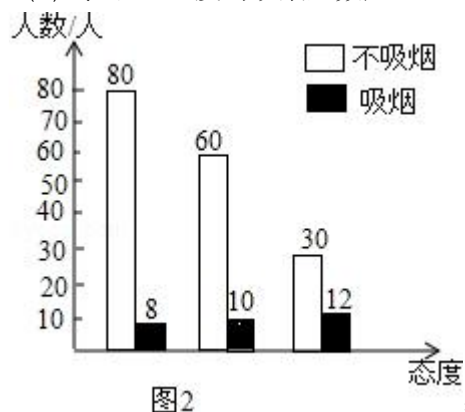
(2) 利用吸烟的人数除以对应的百分比即可;

(3) 利用总人数乘以对应的比例即可求解.

解答: 解: (1) 吸烟”类人数所占扇形的圆心角的度数是: $360^\circ \times (1 - 85\%) = 54^\circ$

(2) 这次被调查的市民人数是: $(80+60+30) \div 85\% = 200$ (人);

(3) 表示 B 态度的吸烟人数是: $200 - (80+60+30+8+12) = 10$ (人).



(4) 利用总人数乘以对应的百分比: $760 \times (1 - 85\%) = 114$ (万人)

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

22. (7 分) (2015•常德) 某物流公司承接 A、B 两种货物运输业务, 已知 5 月份 A 货物运费单价为 50 元/吨, B 货物运费单价为 30 元/吨, 共收取运费 9500 元; 6 月份由于油价上涨, 运费单价上涨为: A 货物 70 元/吨, B 货物 40 元/吨; 该物流公司 6 月承接的 A 种货物和 B 种数量与 5 月份相同, 6 月份共收取运费 13000 元.

(1) 该物流公司月运输两种货物各多少吨?

(2) 该物流公司预计 7 月份运输这两种货物 330 吨, 且 A 货物的数量不大于 B 货物的 2 倍, 在运费单价与 6 月份相同的情况下, 该物流公司 7 月份最多将收到多少运输费?

考点: 一次函数的应用; 二元一次方程组的应用; 一元一次不等式的应用.

分析: (1) 设 A 种货物运输了 x 吨, 设 B 种货物运输了 y 吨, 根据题意可得到一个关于 x 的不等式组, 解方程组求解即可;

(2) 运费可以表示为 x 的函数, 根据函数的性质, 即可求解.

解答: 解: (1) 设 A 种货物运输了 x 吨, 设 B 种货物运输了 y 吨,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 50x+30y=9500 \\ 70x+40y=13000 \end{cases},$$

$$\text{解之得: } \begin{cases} x=100 \\ y=150 \end{cases}.$$

答: 物流公司月运输 A 种货物 100 吨, B 种货物 150 吨.

(2) 设 A 种货物为 a 吨, 则 B 种货物为 $(330 - a)$ 吨,

依题意得: $a \leq (330 - a) \times 2$,

解得: $a \leq 220$,

设获得的利润为 W 元, 则 $W = 70a + 40(330 - a) = 30a + 13200$,

根据一次函数的性质, 可知 W 随着 a 的增大而增大

当 W 取最大值时 $a = 220$,

即 $W = 19800$ 元.

所以该物流公司 7 月份最多将收到 19800 元运输费.

点评: 本题考查二元一次方程组的应用和一元一次不等式组以及一次函数性质的应用, 将现实生活中的事件与数学思想联系起来, 读懂题意列出方程组和不等式即可求解.

六、(本大题共 2 个小题, 满分 16 分)

23. (8 分) (2015•常德) 如图 1, 图 2, 分别是吊车在吊一物品时的实物图与示意图, 已知吊车底盘 CD 的高度为 2 米, 支架 BC 的长为 4 米, 且与地面成 30° 角, 吊绳 AB 与支架 BC 的夹角为 80° , 吊臂 AC 与地面成 70° 角, 求吊车的吊臂顶端 A 点距地面的高度是多少米? (精确到 0.1 米)



图1

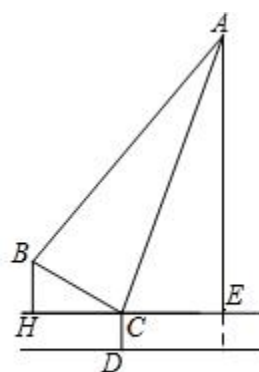


图2

(参考数据: $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ = 0.17$, $\cos 10^\circ = \sin 80^\circ = 0.98$, $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ = 0.34$, $\tan 70^\circ = 2.75$, $\sin 70^\circ = 0.94$)

考点: 解直角三角形的应用.

分析: 先求得 $AC=BC$ 然后利用解直接三角形的方法求出 AC , 再在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中解出 AE 的长, 从而求出 A 到地面的高度为 $AE+2$.

解答: 解: 由题可知: 如图, $BH \perp HE$, $AE \perp HE$, $CD=2$, $BC=4$

$$\angle BCH=30^\circ, \angle ABC=80^\circ, \angle ACE=70^\circ$$

$$\because \angle BCH + \angle ACB + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 80^\circ$$

$$\because \angle ABC = 80^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore AC = BC = 4$$

过点 A 作 $AM \perp BC$ 于 M,

$$\therefore CM = BM = 2$$

$$\because \text{在 } \text{Rt}\triangle ACM \text{ 中, } CM=2, \angle ACB=80^\circ$$

$$\therefore \frac{CM}{AC} = \cos \angle ACB = \cos 80^\circ = 0.17$$

$$\therefore AC = \frac{CM}{0.17} = \frac{200}{17}$$

$$\because \text{在 } \text{Rt}\triangle ACE \text{ 中, } AC = \frac{200}{17}, \angle ACE = 70^\circ$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \sin \angle ACE = \sin 70^\circ = 0.94$$

$$\therefore AE = \frac{200}{17} \times 0.94 = \frac{188}{17} \approx 11.1$$

故可得点 A 到地面的距离为 13.1 米.

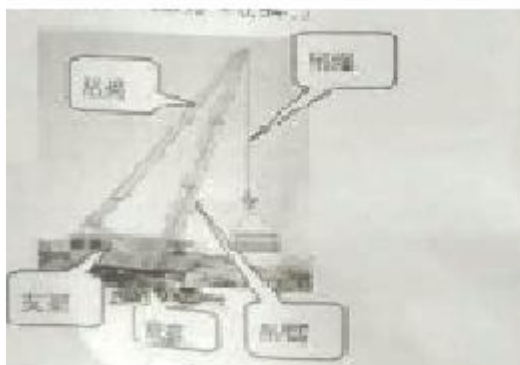


图1

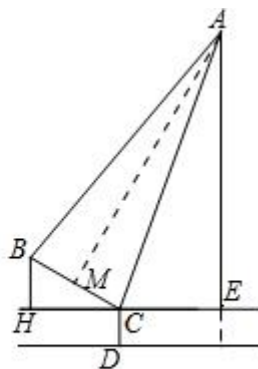
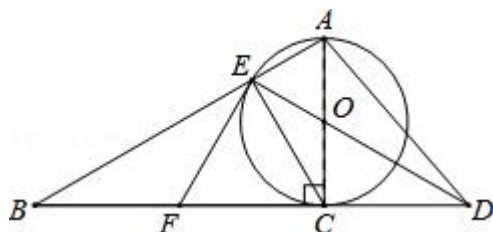


图2

点评: 本题考查了解直角三角形的应用，正确求得 AE 的长是关键.

24. (8 分) (2015•常德) 已知如图，以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的 AC 边为直径作 $\odot O$ 交斜边 AB 于点 E，连接 EO 并延长交 BC 的延长线于点 D，点 F 为 BC 的中点，连接 EF.

- (1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\angle EAC = 60^\circ$, 求 AD 的长.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 连接 FO, 由 F 为 BC 的中点, $AO = CO$, 得到 $OF \parallel AB$, 由于 AC 是 $\odot O$ 的直径, 得出 $CE \perp AE$, 根据 $OF \parallel AB$, 得出 $OF \perp CE$, 于是得到 OF 所在直线垂直平分 CE, 推出 $FC = FE$, $OE = OC$, 再由 $\angle ACB = 90^\circ$, 即可得到结论.

(2) 证出 $\triangle AOE$ 是等边三角形, 得到 $\angle EOA = 60^\circ$, 再由直角三角形的性质即可得到结果.

解答: 证明: (1) 如图 1, 连接 FO,

$\because$ F 为 BC 的中点, $AO = CO$,

$\therefore OF \parallel AB$,

$\because$ AC 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore CE \perp AE$,

$\because OF \parallel AB$,

$\therefore OF \perp CE$,

$\therefore OF$ 所在直线垂直平分 CE,

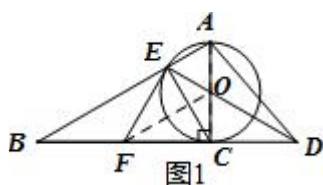
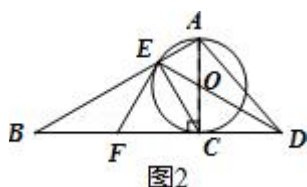
$\therefore FC = FE$, $OE = OC$,

$\therefore \angle FEC = \angle FCE$, $\angle OEC = \angle OCE$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

即: $\angle OCE + \angle FCE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OEC + \angle FEC = 90^\circ$,
 即: $\angle FEO = 90^\circ$,
 $\therefore FE$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图 2, $\because \odot O$ 的半径为 3,
 $\therefore AO = CO = EO = 3$,
 $\because \angle EAC = 60^\circ$, $OA = OE$,
 $\therefore \angle EOA = 60^\circ$,
 $\therefore \angle COD = \angle EOA = 60^\circ$,
 $\because$ 在 $Rt\triangle OCD$ 中, $\angle COD = 60^\circ$, $OC = 3$,
 $\therefore CD = 3\sqrt{3}$,
 $\because$ 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 90^\circ$,
 $CD = 3\sqrt{3}$, $AC = 6$,
 $\therefore AD = 3\sqrt{7}$.



点评: 本题考查了切线的判定和性质, 三角形的中位线的性质, 勾股定理, 线段垂直平分线的性质, 直角三角形的性质, 熟练掌握定理是解题的关键.

七、(本大题 2 个小题每小题 10 分, 满分 20 分)

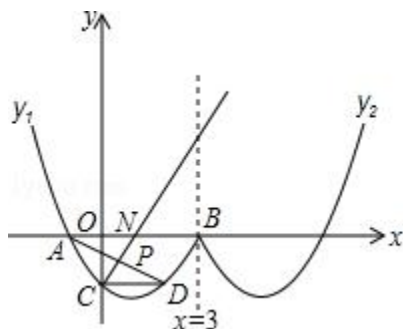
25. (10 分) (2015·常德) 如图, 曲线 y_1 抛物线的一部分, 且表达式为: $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x -$

3) ($x \leq 3$) 曲线 y_2 与曲线 y_1 关于直线 $x = 3$ 对称.

(1) 求 A、B、C 三点的坐标和曲线 y_2 的表达式;

(2) 过点 D 作 $CD \parallel x$ 轴交曲线 y_1 于点 D, 连接 AD, 在曲线 y_2 上有一点 M, 使得四边形 ACDM 为筝形 (如果一个四边形的一条对角线被另一条对角线垂直平分, 这样的四边形为筝形), 请求出点 M 的横坐标;

(3) 设直线 CM 与 x 轴交于点 N, 试问在线段 MN 下方的曲线 y_2 上是否存在一点 P, 使 $\triangle PMN$ 的面积最大? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 对点 A、B、C 坐标的意义要明白, 点 A 与点 B 是二次函数与横轴的交点, 点 C

是纵轴的交点, 关于 $x=3$ 意义的理解, 就是将 $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x - 3)$ ($x \leq 3$) 进行了平移, 从而可求得抛物线 y_2 的解析式;

(2) 要理解, 只有当 CM 垂直平分 AD 时, 才能在 y_2 找到点 M, 故点 M 即为直线 (C 与 AD 的中点 P 连线) 的交点;

(3) 显然 MN 的值固定, 即在 y_2 上的点, 到 CM 的距离最大的点, 即与 CM 平行的直线与 y_2 只有一个交点时, 即为所求.

解答: 解: (1) 在 $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x - 3)$ 中, 令 $y_1 = 0$, 则有 $0 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 2x - 3)$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 3$,

$\therefore A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,

又 $\because C$ 为与 y 轴的交点,

$\therefore C(0, -\sqrt{3})$,

又曲线 y_2 与曲线 y_1 关于直线 $x=3$ 对称,

$\therefore$ 曲线 y_2 可由曲线 y_1 关向右平移 3 个单位得到,

$\therefore y_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 10x + 21)$ ($x \geq 3$);

(2) 若 AD 垂直平分 CM, 则可知 CDMA 为菱形, 此时点 M $(1, 0)$, 显然不在 y_2 上;

故直线 CM 垂直平分 AD, 取 AD 中点 P, 易求其坐标为 $(1, -\frac{\sqrt{3}}{2})$,

故直线 CN 的解析式为: $y_{CN} = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$,

求其与 y_2 的交点坐标:
$$\begin{cases} y = \sqrt{3}x - \sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x^2 - 10x + 21) \end{cases}$$

解得: $x_1 = \frac{13 + \sqrt{73}}{2}$, $x_2 = \frac{13 - \sqrt{73}}{2}$ (不合舍去),

$\therefore x = \frac{13 + \sqrt{73}}{2}$;

(3) 因为 MN 的长度固定, 故点 P 到 MN 的距离最大时, $\triangle PMN$ 的面积最大,

$\therefore$ 可设另一直线 $y = \sqrt{3}x + b$ 与 y_2 相交于点 P, 很显然它们只有一个交点时, 满足条件.

即: $\begin{cases} y=\sqrt{3}x+b \\ y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-10x+21) \end{cases}$ 只有唯一一个解的时候, 这个点就是点 P,

即方程 $\sqrt{3}x+b=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-10x+21)$ 有唯一一个解,

解得: $x=\frac{13}{2}$,

将 $x=\frac{13}{2}$ 代入 $y_2=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-10x+21)$, 解得 $y=-\frac{7\sqrt{3}}{12}$

故点 P 的坐标为 $(\frac{13}{2}, -\frac{7\sqrt{3}}{12})$.

点评: 本题主要考查二次函数的综合应用, 涉及二次函数与一元二次方程的关系、图象的平移、菱形的性质等知识点. 在 (1) 中确定出曲线 y_2 可由曲线 y_1 关向右平移 3 个单位得到是解题的关键, 在 (2) 中确定出直线 CM 垂直平分 AD 是解题的关键, 在 (3) 中确定出 P 点的位置是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性质较强, 难度较大.

26. (10 分) (2015·常德) 如图 1, 在菱形 ABCD 中, E 是 CD 上的一点, 连接 BE 交 AC 于 O, 连接 DO 并延长交 BC 于 E.

(1) 求证: $\triangle FOC \cong \triangle EOC$.

(2) 将此图中的 AD、BE 分别延长交于点 N, 作 $EM \parallel BC$ 交 CN 于 M, 再连接 FM 即得到图 2.

求证: ① $\frac{CF}{CB} = \frac{BE}{BN}$; ② $FD = FM$.

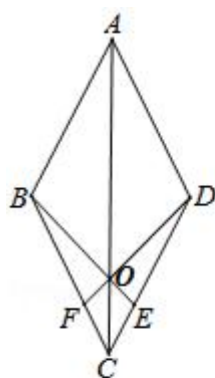


图1

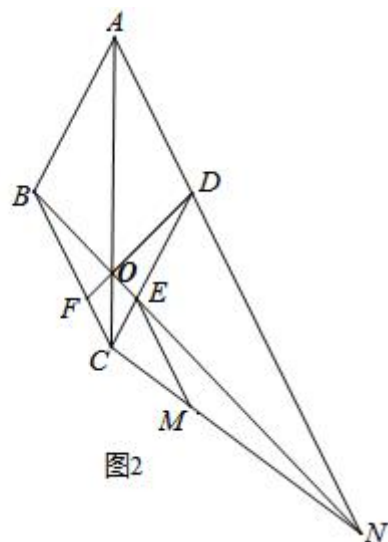


图2

考点: 相似形综合题.

分析: (1) 可以通过多组三角形全等证得, 先根据 SAS 证明 $\triangle BCO \cong \triangle DCO$, 得到 $\angle CBO = \angle CDO$, 然后根据 ASA 证明 $\triangle BEC \cong \triangle DFC$, 进而可得 $CF = CE$, 然后根据 SAS 即可证明 $\triangle FOC \cong \triangle EOC$;

(2) 利用 $EM \parallel BC$ 来转化比: $\frac{BE}{BN} = \frac{CM}{CN}$, 由 $BC \parallel AD$, 可得 $EM \parallel AD$, 可得 $\frac{CM}{CN} = \frac{CE}{CD}$,

进而可得: $\frac{CE}{CD} = \frac{BE}{BN}$, 再利用 $CE=CF$, $CD=CB$, 即可得证 $\frac{CF}{CB} = \frac{BE}{BN}$;

由 $\frac{CM}{CN} = \frac{CF}{CB}$, 得到 $FM \parallel BN$, 再利用 $EM \parallel BC$, 得到四边形 $FMEB$ 为平行四边形, 从而 $FM=BE=FD$.

解答: (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore BC=CD$, $\angle BCA=\angle DCA$, $BC \parallel AD$,
 在 $\triangle BCO$ 和 $\triangle DCO$ 中,

$$\begin{cases} BC=CD \\ \angle BCA=\angle DCA, \\ OC=OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCO \cong \triangle DCO$ (SAS),

$\therefore \angle CBO=\angle CDO$,

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle DFC$ 中,

$$\begin{cases} \angle CBO=\angle CDO \\ BC=CD \\ \angle BCE=\angle DCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DFC$ (ASA),

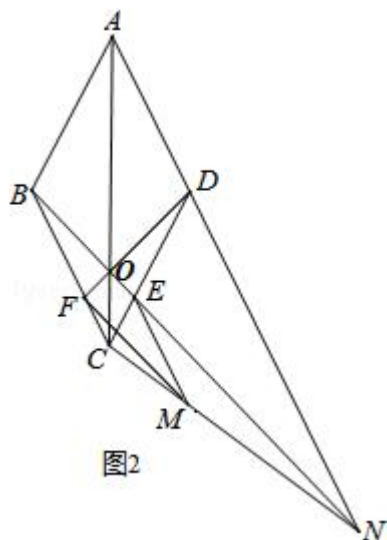
$\therefore EC=FC$,

在 $\triangle FOC$ 和 $\triangle EOC$ 中,

$$\begin{cases} FC=EC \\ \angle BCA=\angle DCA, \\ OC=OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle FOC \cong \triangle EOC$ (SAS);

(2) 如图 2 所示,



$\because EM \parallel BC$, $BC \parallel AD$,

$\therefore EM \parallel BC \parallel AD$

$$\therefore \frac{BE}{BN} = \frac{CM}{CN}, \quad \frac{CM}{CN} = \frac{CE}{CD},$$

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{BE}{BN}.$$

$$\because CE=CF, CD=CB$$

$$\therefore \frac{CM}{CN} = \frac{CF}{CB},$$

$$\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{BE}{BN};$$

$$\therefore \frac{CM}{CN} = \frac{CF}{CB}$$

$$\therefore FM \parallel BN$$

$$\therefore EM \parallel BC$$

$\therefore$ 四边形 FMEB 为平行四边形

$$\therefore FM=BE$$

$$\therefore BE=DF$$

$$\therefore FD=FM.$$

点评: 此题考查了全等三角形判定与性质及平行线分线段成比例定理，解题的关键是：利用

$EM \parallel BC \parallel AD$ 来转化比： $\frac{BE}{BN} = \frac{CM}{CN}$, $\frac{CM}{CN} = \frac{CE}{CD}$, 进而可得： $\frac{CE}{CD} = \frac{BE}{BN}$.