

2014 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题

1. (3 分) 下列各数中是无理数的是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. -2

C. 0

D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

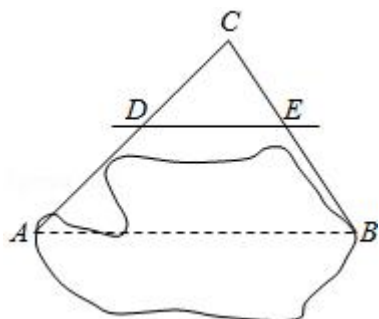
A. $a+a^2=a^3$

B. $2^{-1}=\frac{1}{2}$

C. $2a \cdot 3a = 6a$

D. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

3. (3 分) 如图, AB 是池塘两端, 设计一方法测量 AB 的距离, 取点 C , 连接 AC 、 BC , 再取它们的中点 D 、 E , 测得 $DE = 15$ 米, 则 $AB =$ () 米.



A. 7.5

B. 15

C. 22.5

D. 30

4. (3 分) 分式方程 $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

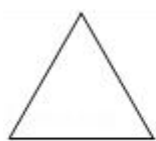
A. 1

B. 2

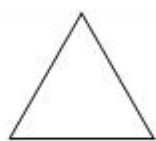
C. 3

D. 4

5. (3 分) 如图, 所给三视图的几何体是 ()



主视图



左视图



俯视图

A. 球

B. 圆柱

C. 圆锥

D. 三棱锥

6. (3 分) 式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x > 1$

B. $x < 1$

C. $x \geq 1$

D. $x \leq 1$

7. (3 分) 以下四个命题正确的是 ()

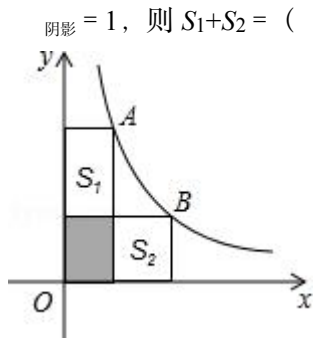
A. 任意三点可以确定一个圆

B. 菱形对角线相等

C. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

D. 平行四边形的四条边相等

8. (3分) 如图, A 、 B 两点在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上, 分别经过 A 、 B 两点向轴作垂线段, 已知 $S_{\text{阴影}} = 1$, 则 $S_1 + S_2 =$ ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

二、填空题

9. (3分) -3 的相反数是_____.

10. (3分) 分解因式: $ax - a =$ _____.

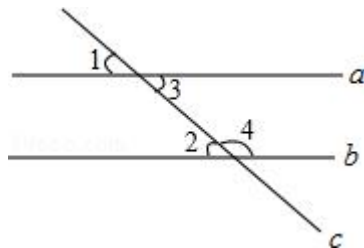
11. (3分) 未测试两种电子表的走时误差, 做了如下统计

	平均数	方差
甲	0.4	0.026
乙	0.4	0.137

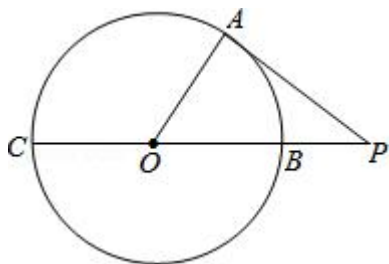
则这两种电子表走时稳定的是_____.

12. (3分) 计算: $(\sqrt{3})^2 - |-2| =$ _____.

13. (3分) 如图, 直线 a 、 b 被直线 c 所截, 若满足_____, 则 a 、 b 平行.



14. (3分) 如图, $\odot O$ 的半径为 3, P 是 CB 延长线上一点, $PO = 5$, PA 切 $\odot O$ 于 A 点, 则 $PA =$ _____.



15. (3分) 七、八年级学生分别到雷锋、毛泽东纪念馆参观, 共 589 人, 到毛泽东纪念馆的人数是到雷锋纪念馆人数的 2 倍多 56 人. 设到雷锋纪念馆的人数为 x 人, 可列方程为_____.

16. (3分) 如图, 按此规律, 第 6 行最后一个数字是_____, 第_____行最后一个数是 2014.

1
2 3 4
3 4 5 6 7
4 5 6 7 8 9 10
.....

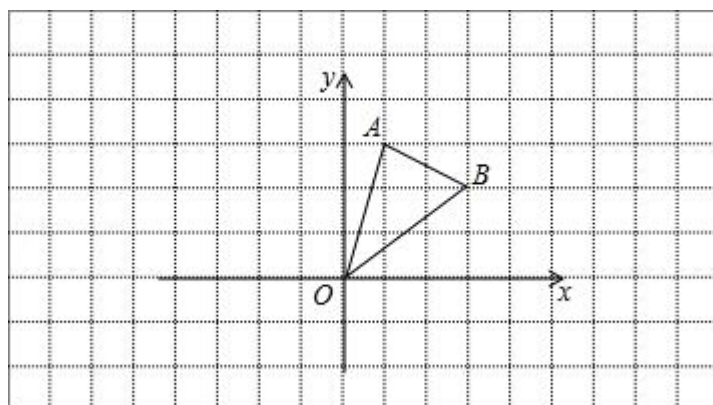
三、综合解答题

17. 在边长为 1 的小正方形网格中, $\triangle AOB$ 的顶点均在格点上,

(1) B 点关于 y 轴的对称点坐标为_____;

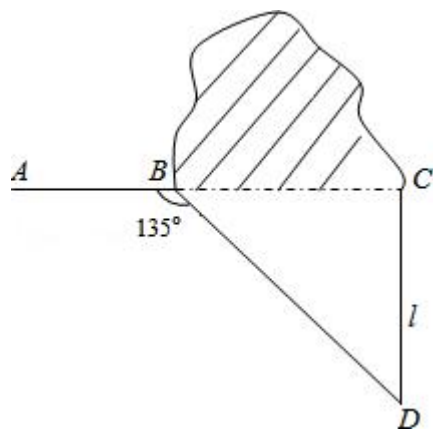
(2) 将 $\triangle AOB$ 向左平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1O_1B_1$, 请画出 $\triangle A_1O_1B_1$;

(3) 在 (2) 的条件下, A_1 的坐标为_____.



18. 先化简, 再求值: $(\frac{6}{x-1} + \frac{4}{x^2-1}) \div \frac{3x+2}{x-1}$, 其中 $x=2$.

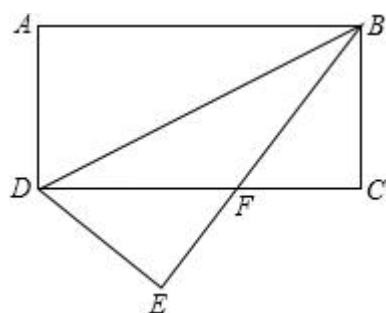
19. 如图，修公路遇到一座山，于是修一条隧道．为了加快施工进度，想在小山的另一侧同时施工．为了使山的另一侧的开挖点 C 在 AB 的延长线上，设想过 C 点作直线 AB 的垂线 L ，过点 B 作一直线（在山的旁边经过），与 L 相交于 D 点，经测量 $\angle ABD = 135^\circ$ ， $BD = 800$ 米，求直线 L 上距离 D 点多远的 C 处开挖？（ $\sqrt{2} \approx 1.414$ ，精确到 1 米）



20. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿 BD 对折，点 A 落在 E 处， BE 与 CD 相交于 F ，若 $AD = 3$ ， $BD = 6$ ．

(1) 求证： $\triangle EDF \cong \triangle CBF$ ；

(2) 求 $\angle EBC$ ．



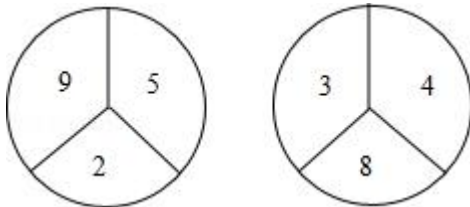
21. 某企业新增了一个化工项目，为了节约资源，保护环境，该企业决定购买 A 、 B 两种型号的污水处理设备共 8 台，具体情况如下表：

	A 型	B 型
价格（万元/台）	12	10
月污水处理能力（吨/月）	200	160

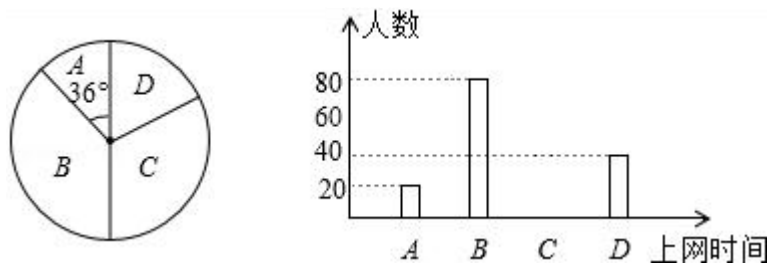
经预算，企业最多支出 89 万元购买设备，且要求月处理污水能力不低于 1380 吨．

- （1）该企业有几种购买方案？
- （2）哪种方案更省钱，说明理由．

22. 有两个构造完全相同（除所标数字外）的转盘 A 、 B ，游戏规定，转动两个转盘各一次，指向大的数字获胜．现由你和小明各选择一个转盘游戏，你会选择哪一个，为什么？



23. 从全校 1200 名学生中随机选取一部分学生进行调查，调查情况： A 、上网时间 ≤ 1 小时； B 、 1 小时 $<$ 上网时间 ≤ 4 小时； C 、 4 小时 $<$ 上网时间 ≤ 7 小时； D 、上网时间 > 7 小时．统计结果制成了如图统计图：



- (1) 参加调查的学生有_____人；
- (2) 请将条形统计图补全；
- (3) 请估计全校上网不超过 7 小时的学生人数.

24. 已知两直线 $L_1: y = k_1x + b_1$, $L_2: y = k_2x + b_2$, 若 $L_1 \perp L_2$, 则有 $k_1 \cdot k_2 = -1$.

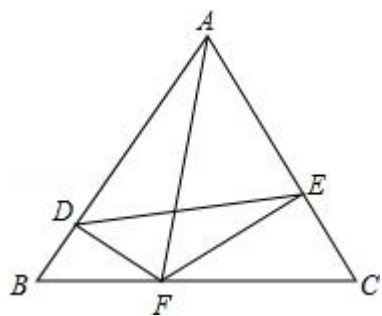
- (1) 应用: 已知 $y = 2x + 1$ 与 $y = kx - 1$ 垂直, 求 k ;
- (2) 直线经过 $A(2, 3)$, 且与 $y = -\frac{1}{3}x + 3$ 垂直, 求解析式.

25. $\triangle ABC$ 为等边三角形, 边长为 a , $DF \perp AB$, $EF \perp AC$,

(1) 求证: $\triangle BDF \sim \triangle CEF$;

(2) 若 $a = 4$, 设 $BF = m$, 四边形 $ADFE$ 面积为 S , 求出 S 与 m 之间的函数关系, 并探究当 m 为何值时 S 取最大值;

(3) 已知 A 、 D 、 F 、 E 四点共圆, 已知 $\tan \angle EDF = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求此圆直径.

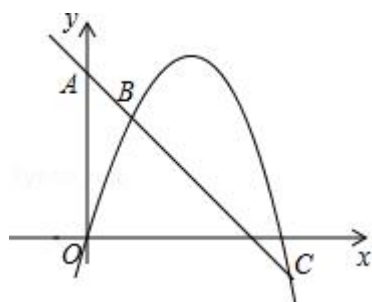


26. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 2$, 且经过原点, 直线 AC 解析式为 $y = kx + 4$,

(1) 求二次函数解析式;

(2) 若 $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3}$, 求 k ;

(3) 若以 BC 为直径的圆经过原点, 求 k .



2014 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (3 分) 下列各数中是无理数的是 ()

A. $\sqrt{2}$

B. -2

C. 0

D. $\frac{1}{3}$

【考点】26: 无理数.

【分析】无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

【解答】解: A、正确;

B、是整数, 是有理数, 选项错误;

C、是整数, 是有理数, 选项错误;

D、是分数, 是有理数, 选项错误.

故选: A.

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\cdots$, 等有这样规律的数.

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a+a^2=a^3$

B. $2^{-1}=\frac{1}{2}$

C. $2a\cdot 3a=6a$

D. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

【考点】2C: 实数的运算; 35: 合并同类项; 49: 单项式乘单项式; 6F: 负整数指数幂.

【专题】11: 计算题.

【分析】A、原式不能合并, 错误;

B、原式利用负指数幂法则计算得到结果, 即可做出判断;

C、原式利用单项式乘以单项式法则计算得到结果, 即可做出判断;

D、原式不能合并, 错误.

【解答】解: A、原式不能合并, 故选项错误;

B、原式 $=\frac{1}{2}$, 故选项正确;

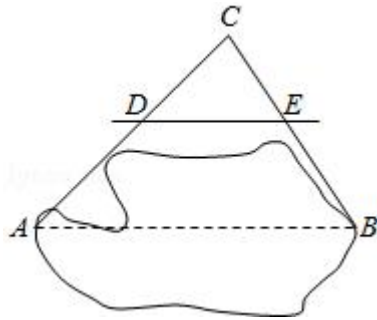
C、原式 $=6a^2$, 故选项错误;

D、原式不能合并，故选项错误.

故选：B.

【点评】此题考查了单项式乘单项式，熟练掌握运算是解本题的关键.

3. (3分) 如图， AB 是池塘两端，设计一方法测量 AB 的距离，取点 C ，连接 AC 、 BC ，再取它们的中点 D 、 E ，测得 $DE = 15$ 米，则 $AB =$ () 米.



- A. 7.5 B. 15 C. 22.5 D. 30

【考点】KX：三角形中位线定理.

【专题】12：应用题.

【分析】根据三角形的中位线得出 $AB = 2DE$ ，代入即可求出答案.

【解答】解：∵ D 、 E 分别是 AC 、 BC 的中点， $DE = 15$ 米，

∴ $AB = 2DE = 30$ 米，

故选：D.

【点评】本题考查了三角形的中位线的应用，注意：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

4. (3分) 分式方程 $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】B3：解分式方程.

【专题】11：计算题.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：去分母得： $5x = 3x + 6$ ，

移项合并得： $2x = 6$ ，

解得： $x = 3$ ，

经检验 $x = 3$ 是分式方程的解.

故选：C.

【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．

5. (3分) 如图，所给三视图的几何体是 ()



- A. 球 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 三棱锥

【考点】 U3: 由三视图判断几何体.

【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

【解答】解：主视图和左视图都是等腰三角形，那么此几何体为锥体，由俯视图为圆，可得此几何体为圆锥.

故选：C.

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，解题的关键是了解主视图和左视图的大致轮廓为长方形的几何体为锥体.

6. (3分) 式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq 1$

【考点】 72: 二次根式有意义的条件.

【专题】 11: 计算题.

【分析】根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式 $x - 1 \geq 0$ ，通过解该不等式即可求得 x 的取值范围.

【解答】解：根据题意，得 $x - 1 \geq 0$,

解得， $x \geq 1$.

故选：C.

【点评】此题考查了二次根式的意义和性质．概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式．性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

7. (3分) 以下四个命题正确的是 ()

- A. 任意三点可以确定一个圆
B. 菱形对角线相等

C. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

D. 平行四边形的四条边相等

【考点】O1：命题与定理．

【分析】利用确定圆的条件、菱形的性质、直角三角形的性质及平行四边形的性质分别对每个选项判断后即可确定答案．

【解答】解： A 、不在同一直线上的三点确定一个圆，故错误；

B 、菱形的对角线垂直但不一定相等，故错误；

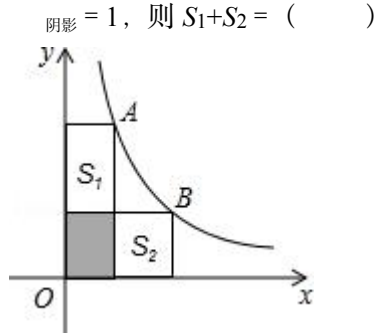
C 、正确；

D 、平行四边形的四条边不一定相等．

故选： C ．

【点评】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解确定圆的条件、菱形的性质、直角三角形的性质及平行四边形的性质，难度一般．

8. (3分) 如图， A 、 B 两点在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上，分别经过 A 、 B 两点向轴作垂线段，已知 $S_{\text{阴影}} = 1$ ，则 $S_1 + S_2 =$ ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义．

【专题】121：几何图形问题．

【分析】欲求 $S_1 + S_2$ ，只要求出过 A 、 B 两点向 x 轴、 y 轴作垂线段与坐标轴所形成的矩形的面积即可，而矩形面积为双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 的系数 k ，由此即可求出 $S_1 + S_2$ ．

【解答】解： $\because$ 点 A 、 B 是双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上的点，分别经过 A 、 B 两点向 x 轴、 y 轴作垂线段，则根据反比例函数的图象的性质得两个矩形的面积都等于 $|k| = 4$ ，

$\therefore S_1 + S_2 = 4 + 4 - 1 \times 2 = 6$ ．

故选： D ．

【点评】本题主要考查了反比例函数的图象和性质及任一点坐标的意义，有一定的难度．

二、填空题

9. (3分) -3 的相反数是 3 .

【考点】14: 相反数.

【分析】一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号.

【解答】解: $-(-3) = 3$,

故 -3 的相反数是 3.

故答案为: 3.

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号. 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0. 学生易把相反数的意义与倒数的意义混淆.

10. (3分) 分解因式: $ax - a =$ $a(x - 1)$.

【考点】53: 因式分解 - 提公因式法.

【专题】44: 因式分解.

【分析】提公因式法的直接应用. 观察原式 $ax - a$, 找到公因式 a , 提出即可得出答案.

【解答】解: $ax - a = a(x - 1)$.

故答案为: $a(x - 1)$

【点评】考查了对一个多项式因式分解的能力. 一般地, 因式分解有两种方法, 提公因式法, 公式法, 能提公因式先提公因式, 然后再考虑公式法. 要求灵活运用各种方法进行因式分解. 该题是直接提公因式法的运用.

11. (3分) 未测试两种电子表的走时误差, 做了如下统计

	平均数	方差
甲	0.4	0.026
乙	0.4	0.137

则这两种电子表走时稳定的是 甲 .

【考点】W1: 算术平均数; W7: 方差.

【专题】27: 图表型.

【分析】根据方差的意义判断, 方差反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立, 找出方差较小的即可.

【解答】解: $\because$ 甲的方差是 0.026, 乙的方差是 0.137,

$$0.026 < 0.137,$$

∴这两种电子表走时稳定的是甲；

故答案为：甲．

【点评】本题考查方差的意义．它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立．

12. (3分) 计算： $(\sqrt{3})^2 - |-2| = \underline{1}$ ．

【考点】2C：实数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】原式第一项利用平方根定义化简，第二项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果．

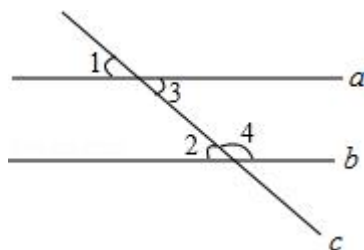
【解答】解：原式 $= 3 - 2$

$$= 1.$$

故答案为：1．

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键．

13. (3分) 如图，直线 a 、 b 被直线 c 所截，若满足 $\angle 1 = \angle 2$ 或 $\angle 2 = \angle 3$ 或 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，
则 a 、 b 平行．



【考点】J9：平行线的判定．

【专题】26：开放型．

【分析】根据同位角或内错角相等以及同旁内角互补，两直线平行可得 $a \parallel b$ ．

【解答】解：∵ $\angle 1 = \angle 2$ ，

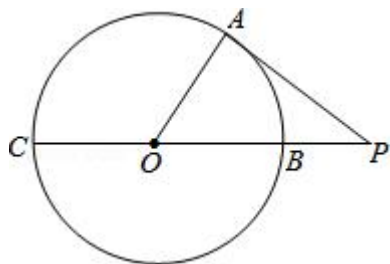
∴ $a \parallel b$ （同位角相等两直线平行），

同理可得： $\angle 2 = \angle 3$ 或 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ 时， $a \parallel b$ ，

故答案为： $\angle 1 = \angle 2$ 或 $\angle 2 = \angle 3$ 或 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ．

【点评】此题主要考查了平行线的判定，关键是掌握同位角相等两直线平行．

14. (3分) 如图， $\odot O$ 的半径为 3， P 是 CB 延长线上一点， $PO = 5$ ， PA 切 $\odot O$ 于 A 点，则
 $PA = \underline{4}$ ．



【考点】KQ：勾股定理；MC：切线的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】先根据切线的性质得到 $OA \perp PA$ ，然后利用勾股定理计算 PA 的长．

【解答】解：∵ PA 切 $\odot O$ 于 A 点，

∴ $OA \perp PA$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OPA$ 中， $OP = 5$ ， $OA = 3$ ，

$$\therefore PA = \sqrt{OP^2 - OA^2} = 4.$$

故答案为：4．

【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了勾股定理．

15. (3 分) 七、八年级学生分别到雷锋、毛泽东纪念馆参观，共 589 人，到毛泽东纪念馆的人数是到雷锋纪念馆人数的 2 倍多 56 人．设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，可列方程为 $2x+56=589-x$ ．

【考点】89：由实际问题抽象出一元一次方程．

【专题】12：应用题．

【分析】设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，则到毛泽东纪念馆的人数为 $(589 - x)$ 人，根据到毛泽东纪念馆的人数是到雷锋纪念馆人数的 2 倍多 56 人．列方程即可．

【解答】解：设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，则到毛泽东纪念馆的人数为 $(589 - x)$ 人，

由题意得， $2x+56=589-x$ ．

故答案为： $2x+56=589-x$ ．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，列出方程．

16. (3 分) 如图，按此规律，第 6 行最后一个数字是 16，第 672 行最后一个数是 2014．

1
 2 3 4
 3 4 5 6 7
 4 5 6 7 8 9 10

【考点】37：规律型：数字的变化类．

【专题】2A：规律型．

【分析】每一行的最后一个数字分别是 1，4，7，10…，易得第 n 行的最后一个数字为 $1+3(n-1)=3n-2$ ，由此求得第 6 行最后一个数字，建立方程求得最后一个数是 2014 在哪一行．

【解答】解：每一行的最后一个数分别是 1，4，7，10…，

第 n 行的最后一个数字为 $1+3(n-1)=3n-2$ ，

∴第 6 行最后一个数字是 $3 \times 6 - 2 = 16$ ；

$3n - 2 = 2014$

解得 $n = 672$ ．

因此第 6 行最后一个数字是 16，第 672 行最后一个数是 2014．

故答案为：16，672．

【点评】此题考查数字的排列规律，找出数字之间的联系，得出运算规律解决问题．

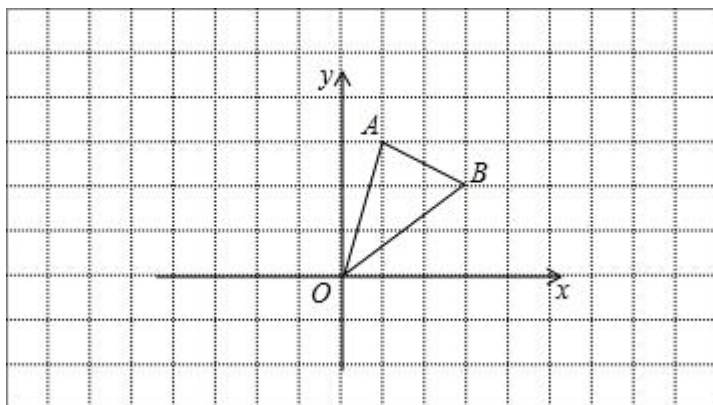
三、综合解答题

17．在边长为 1 的小正方形网格中， $\triangle AOB$ 的顶点均在格点上，

(1) B 点关于 y 轴的对称点坐标为 $(-3, 2)$ ；

(2) 将 $\triangle AOB$ 向左平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1O_1B_1$ ，请画出 $\triangle A_1O_1B_1$ ；

(3) 在 (2) 的条件下， A_1 的坐标为 $(-2, 3)$ ．



【考点】P5：关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标；Q4：作图 - 平移变换．

【专题】13：作图题．

【分析】（1）根据关于 y 轴对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标相等解答；

（2）根据网格结构找出点 A 、 O 、 B 向左平移后的对应点 A_1 、 O_1 、 B_1 的位置，然后顺次连接即可；

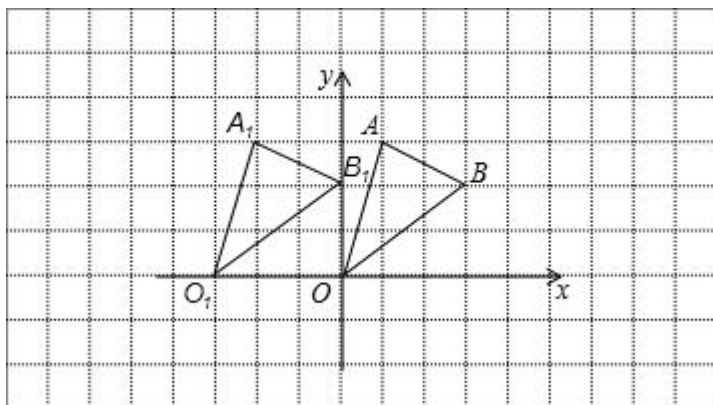
（3）根据平面直角坐标系写出坐标即可．

【解答】解：（1） B 点关于 y 轴的对称点坐标为 $(-3, 2)$ ；

（2） $\triangle A_1O_1B_1$ 如图所示；

（3） A_1 的坐标为 $(-2, 3)$ ．

故答案为：（1） $(-3, 2)$ ；（3） $(-2, 3)$ ．



【点评】本题考查了利用平移变换作图，关于 y 轴对称点的坐标，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键．

18. 先化简，再求值： $(\frac{6}{x-1} + \frac{4}{x^2-1}) \div \frac{3x+2}{x-1}$ ，其中 $x=2$ ．

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】11：计算题．

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，

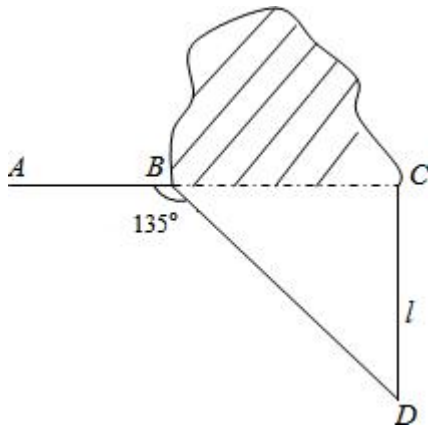
约分即可得到结果.

【解答】 解：原式 = $\left[\frac{6(x+1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{4}{(x+1)(x-1)} \right] \cdot \frac{x-1}{3x+2} = \frac{6x+10}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{3x+2} = \frac{6x+10}{(x+1)(3x+2)},$

当 $x=2$ 时，原式 = $\frac{12+10}{24} = \frac{11}{12}.$

【点评】 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. 如图，修公路遇到一座山，于是要修一条隧道. 为了加快施工进度，想在小山的另一侧同时施工. 为了使山的另一侧的开挖点 C 在 AB 的延长线上，设想过 C 点作直线 AB 的垂线 L ，过点 B 作一直线（在山的旁边经过），与 L 相交于 D 点，经测量 $\angle ABD = 135^\circ$ ， $BD = 800$ 米，求直线 L 上距离 D 点多远的 C 处开挖？（ $\sqrt{2} \approx 1.414$ ，精确到 1 米）



【考点】 KU：勾股定理的应用.

【专题】 121：几何图形问题.

【分析】 首先证明 $\triangle BCD$ 是等腰直角三角形，再根据勾股定理可得 $CD^2 + BC^2 = BD^2$ ，然后再代入 $BD = 800$ 米进行计算即可.

【解答】 解： $\because CD \perp AC$,

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABD = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 45^\circ,$$

$$\therefore CB = CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中： $CD^2 + BC^2 = BD^2$,

$$2CD^2 = 800^2,$$

$$CD = 400\sqrt{2} \approx 566 \text{ (米)},$$

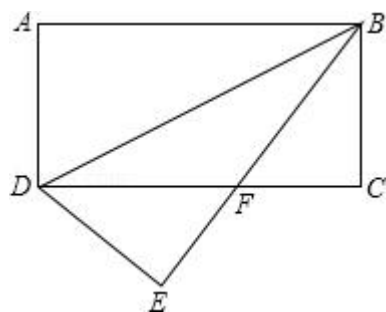
答：直线 L 上距离 D 点 566 米的 C 处开挖。

【点评】 此题主要考查了勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图．领会数形结合的思想的应用．

20. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿 BD 对折，点 A 落在 E 处， BE 与 CD 相交于 F ，若 $AD = 3$ ， $BD = 6$ ．

(1) 求证： $\triangle EDF \cong \triangle CBF$ ；

(2) 求 $\angle EBC$ ．



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；LB：矩形的性质；PB：翻折变换（折叠问题）．

【专题】 14：证明题．

【分析】 (1) 首先根据矩形的性质和折叠的性质可得 $DE = BC$ ， $\angle E = \angle C = 90^\circ$ ，对顶角 $\angle DFE = \angle BFC$ ，利用 AAS 可判定 $\triangle DEF \cong \triangle BCF$ ；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，根据 $AD = 3$ ， $BD = 6$ ，可得出 $\angle ABD = 30^\circ$ ，然后利用折叠的性质可得 $\angle DBE = 30^\circ$ ，继而可求得 $\angle EBC$ 的度数．

【解答】 (1) 证明：由折叠的性质可得： $DE = BC$ ， $\angle E = \angle C = 90^\circ$ ，

在 $\triangle DEF$ 和 $\triangle BCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DFE = \angle BFC \\ \angle E = \angle C \\ DE = BC \end{cases},$$

$\therefore \triangle DEF \cong \triangle BCF$ (AAS);

(2) 解：在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，

$$\because AD = 3, BD = 6,$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$$

由折叠的性质可得； $\angle DBE = \angle ABD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle EBC = 90^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ ．

【点评】 本题考查了折叠的性质、矩形的性质，以及全等三角形的判定与性质，正确证明三角形全等是关键．

21. 某企业新增了一个化工项目，为了节约资源，保护环境，该企业决定购买 A 、 B 两种型号的污水处理设备共 8 台，具体情况如下表：

	A 型	B 型
价格（万元/台）	12	10
月污水处理能力（吨/月）	200	160

经预算，企业最多支出 89 万元购买设备，且要求月处理污水能力不低于 1380 吨．

（1）该企业有几种购买方案？

（2）哪种方案更省钱，说明理由．

【考点】 CE：一元一次不等式组的应用．

【专题】 12：应用题．

【分析】（1）设购买污水处理设备 A 型号 x 台，则购买 B 型号 $(8 - x)$ 台，根据企业最多支出 89 万元购买设备，要求月处理污水能力不低于 1380 吨，列出不等式组，然后找出最合适的方案即可．

（2）计算出每一方案的花费，通过比较即可得到答案．

【解答】 解：设购买污水处理设备 A 型号 x 台，则购买 B 型号 $(8 - x)$ 台，
根据题意，得

$$\begin{cases} 12x + 10(8 - x) \leq 89 \\ 200x + 160(8 - x) \geq 1380 \end{cases}$$

解这个不等式组，得： $2.5 \leq x \leq 4.5$ ．

$\because x$ 是整数，

$\therefore x = 3$ 或 $x = 4$ ．

当 $x = 3$ 时， $8 - x = 5$ ；

当 $x = 4$ 时， $8 - x = 4$ ．

答：有 2 种购买方案：第一种是购买 3 台 A 型污水处理设备，5 台 B 型污水处理设备；

第二种是购买 4 台 A 型污水处理设备，4 台 B 型污水处理设备；

(2) 当 $x = 3$ 时, 购买资金为 $12 \times 3 + 10 \times 5 = 86$ (万元),

当 $x = 4$ 时, 购买资金为 $12 \times 4 + 10 \times 4 = 88$ (万元).

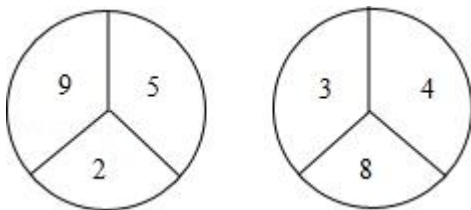
因为 $88 > 86$,

所以为了节约资金, 应购污水处理设备 A 型号 3 台, B 型号 5 台.

答: 购买 3 台 A 型污水处理设备, 5 台 B 型污水处理设备更省钱.

【点评】 本题考查了一元一次不等式组的应用, 本题是“方案设计”问题, 一般可把它转化为求不等式组的整数解问题, 通过表格获取相关信息, 在实际问题中抽象出不等式组是解决这类问题的关键.

22. 有两个构造完全相同 (除所标数字外) 的转盘 A 、 B , 游戏规定, 转动两个转盘各一次, 指向大的数字获胜. 现由你和小明各选择一个转盘游戏, 你会选择哪一个, 为什么?

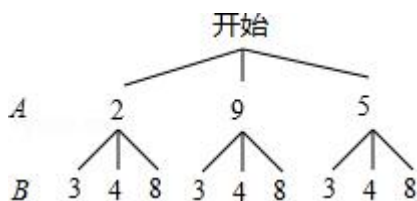


【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与 A 大于 B 的有 5 种情况, A 小于 B 的有 4 种情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: 选择 A 转盘.

画树状图得:



$\therefore$ 共有 9 种等可能的结果, A 大于 B 的有 5 种情况, A 小于 B 的有 4 种情况,

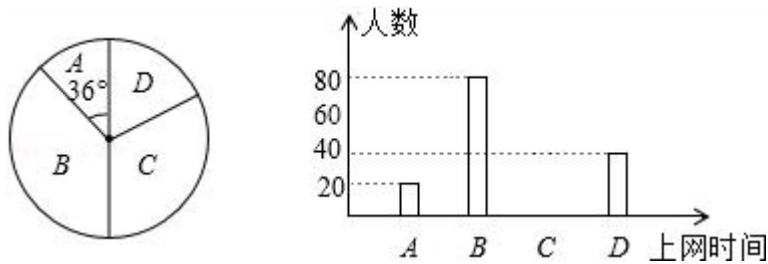
$$\therefore P(A \text{ 大于 } B) = \frac{5}{9}, P(A \text{ 小于 } B) = \frac{4}{9},$$

$\therefore$ 选择 A 转盘.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

23. 从全校 1200 名学生中随机选取一部分学生进行调查, 调查情况: A 、上网时间 ≤ 1 小时; B 、 $1 \text{ 小时} < \text{上网时间} \leq 4$ 小时; C 、 $4 \text{ 小时} < \text{上网时间} \leq 7$ 小时; D 、上网时间 > 7 小时. 统

计结果制成了如图统计图：



- (1) 参加调查的学生有 200 人；
- (2) 请将条形统计图补全；
- (3) 请估计全校上网不超过 7 小时的学生人数．

【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

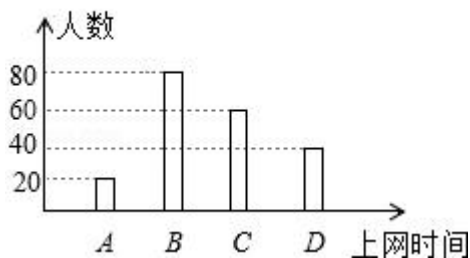
【专题】 27：图表型．

- 【分析】** (1) 用 A 的人数除以所占的百分比求出总人数；
- (2) 用总人数减去 A、B、D 的人数，再画出即可；
- (3) 用总人数乘以全校上网不超过 7 小时的学生人数所占的百分比即可．

【解答】 解：(1) 参加调查的学生有 $20 \div \frac{36}{360} = 200$ (人)；

故答案为：200；

- (2) C 的人数是： $200 - 20 - 80 - 40 = 60$ (人)，补图如下：



- (3) 根据题意得：

$$1200 \times \frac{20+80+60}{200} = 960 \text{ (人)},$$

答：全校上网不超过 7 小时的学生人数是 960 人．

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

24. 已知两直线 $L_1: y = k_1x + b_1$, $L_2: y = k_2x + b_2$, 若 $L_1 \perp L_2$, 则有 $k_1 \cdot k_2 = -1$.

(1) 应用: 已知 $y = 2x + 1$ 与 $y = kx - 1$ 垂直, 求 k ;

(2) 直线经过 $A(2, 3)$, 且与 $y = -\frac{1}{3}x + 3$ 垂直, 求解析式.

【考点】FF: 两条直线相交或平行问题.

【专题】151: 代数综合题.

【分析】(1) 根据 $L_1 \perp L_2$, 则 $k_1 \cdot k_2 = -1$, 可得出 k 的值即可;

(2) 根据直线互相垂直, 则 $k_1 \cdot k_2 = -1$, 可得出过点 A 直线的 k 等于 3, 得出所求的解析式即可.

【解答】解: (1) $\because L_1 \perp L_2$, 则 $k_1 \cdot k_2 = -1$,

$$\therefore 2k = -1,$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2};$$

(2) $\because$ 过点 A 直线与 $y = -\frac{1}{3}x + 3$ 垂直,

$\therefore$ 设过点 A 直线的直线解析式为 $y = 3x + b$,

把 $A(2, 3)$ 代入得, $b = -3$,

$\therefore$ 解析式为 $y = 3x - 3$.

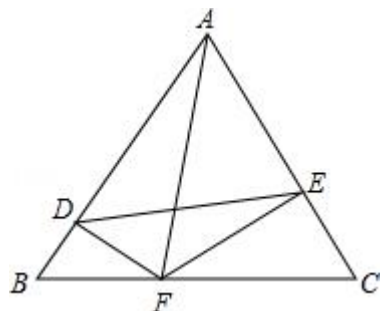
【点评】本题考查了两直线相交或平行问题, 是基础题, 当两直线垂直时, 两个 k 值的乘积为 -1 .

25. $\triangle ABC$ 为等边三角形, 边长为 a , $DF \perp AB$, $EF \perp AC$,

(1) 求证: $\triangle BDF \sim \triangle CEF$;

(2) 若 $a = 4$, 设 $BF = m$, 四边形 $ADFE$ 面积为 S , 求出 S 与 m 之间的函数关系, 并探究当 m 为何值时 S 取最大值;

(3) 已知 A 、 D 、 F 、 E 四点共圆, 已知 $\tan \angle EDF = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求此圆直径.



【考点】H7：二次函数的最值；KK：等边三角形的性质；M5：圆周角定理；SO：相似形综合题；T7：解直角三角形．

【专题】15：综合题；2B：探究型．

【分析】（1）只需找到两组对应角相等即可．

（2）四边形 $ADFE$ 面积 S 可以看成 $\triangle ADF$ 与 $\triangle AEF$ 的面积之和，借助三角函数用 m 表示出 AD 、 DF 、 AE 、 EF 的长，进而可以用含 m 的代数式表示 S ，然后通过配方，转化为二次函数的最值问题，就可以解决问题．

（3）易知 AF 就是圆的直径，利用圆周角定理将 $\angle EDF$ 转化为 $\angle EAF$ ．在 $\triangle AFC$ 中，知道 $\tan \angle EAF$ 、 $\angle C$ 、 AC ，通过解直角三角形就可求出 AF 长．

【解答】解：（1） $\because DF \perp AB$ ， $EF \perp AC$ ，

$$\therefore \angle BDF = \angle CEF = 90^\circ .$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ .$$

$$\therefore \angle BDF = \angle CEF, \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle BDF \sim \triangle CEF.$$

$$(2) \because \angle BDF = 90^\circ, \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{DF}{BF} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{BD}{BF} = \frac{1}{2}.$$

$$\because BF = m,$$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{3}}{2}m, BD = \frac{m}{2}.$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore AD = 4 - \frac{m}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2}AD \cdot DF$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{m}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2}m$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{8}m^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}m.$$

$$\text{同理：} S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot EF$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{4-m}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2}(4-m)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{8}m^2 + 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore S = S_{\triangle ADF} + S_{\triangle AEF}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{4}m^2 + \sqrt{3}m + 2\sqrt{3}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{4}(m^2 - 4m - 8)$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{4}(m-2)^2 + 3\sqrt{3}. \text{ 其中 } 0 < m < 4.$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{3}}{4} < 0, \quad 0 < 2 < 4,$$

$$\therefore \text{当 } m=2 \text{ 时, } S \text{ 取最大值, 最大值为 } 3\sqrt{3}.$$

$\therefore S$ 与 m 之间的函数关系为:

$$S = -\frac{\sqrt{3}}{4}(m-2)^2 + 3\sqrt{3} \quad (\text{其中 } 0 < m < 4).$$

当 $m=2$ 时, S 取到最大值, 最大值为 $3\sqrt{3}$.

(3) 如图 2,

$\because A、D、F、E$ 四点共圆,

$$\therefore \angle EDF = \angle EAF.$$

$$\because \angle ADF = \angle AEF = 90^\circ,$$

$\therefore AF$ 是此圆的直径.

$$\because \tan \angle EDF = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \tan \angle EAF = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore \frac{EF}{EA} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\because \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \frac{EF}{EC} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

设 $EC = x$, 则 $EF = \sqrt{3}x$, $EA = 2x$.

$$\because AC = a,$$

$$\therefore 2x + x = a.$$

$$\therefore x = \frac{a}{3}.$$

$$\therefore EF = \frac{\sqrt{3}}{3}a, \quad AE = \frac{2}{3}a.$$

$$\because \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore AF = \sqrt{AE^2 + EF^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}a.$$

$$\therefore \text{此圆直径长为 } \frac{\sqrt{7}}{3}a.$$

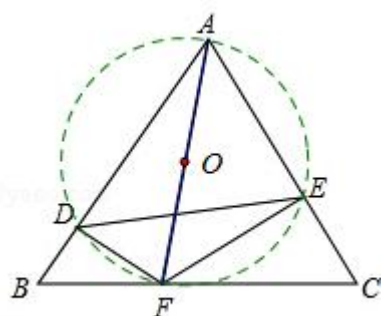


图2

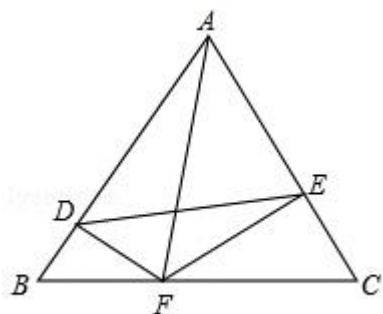


图1

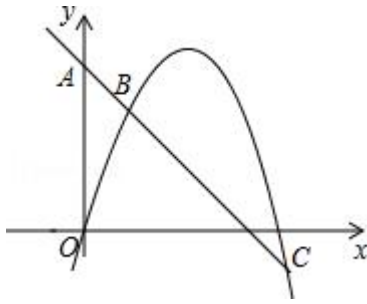
【点评】 本题考查了相似三角形的判定、二次函数的最值、三角函数、解直角三角形、圆周角定理、等边三角形的性质等知识，综合性强．利用圆周角定理将条件中的圆周角转化到合适的位置是解决最后一小题的关键．

26. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 2$ ，且经过原点，直线 AC 解析式为 $y = kx + 4$ ，

(1) 求二次函数解析式；

(2) 若 $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3}$ ，求 k ；

(3) 若以 BC 为直径的圆经过原点，求 k ．



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】153：代数几何综合题．

【分析】方法一：

(1) 由对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，且函数过 $(0, 0)$ ，则可推出 b, c ，进而得函数解析式．

(2) $\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3}$ ，且两三角形为同高不同底的三角形，易得 $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3}$ ，考虑计算方便可作 B, C 对 x 轴的垂线，进而有 B, C 横坐标的比为 $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{4}$ ．由 B, C 为直线与二次函数的交点，则联立可求得 B, C 坐标．由上述倍数关系，则 k 易得．

(3) 以 BC 为直径的圆经过原点，即 $\angle BOC = 90^\circ$ ，一般考虑表示边长，再用勾股定理构造方程求解 k ．可是这个思路计算量异常复杂，基本不考虑，再考虑 (2) 的思路，发现 B, C 横纵坐标恰好可表示出 EB, EO, OF, OC ．而由 $\angle BOC = 90^\circ$ ，易证 $\triangle EBO \sim \triangle FOC$ ，即 $EB \cdot FC = EO \cdot FO$ ．有此构造方程发现 k 值大多可约去，进而可得 k 值．

方法二：

(1) 略．

(2) 求出两个三角形面积表达式，

利用面积比得出等式，并求出 K 的值．

(3) 由 BC 为直径，得出 OB 垂直 OC ，

求出点 B, C 参数坐标利用黄金法则二

列出等式，并求出 K 的值．

【解答】方法一：

解：(1) $\because$ 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 2$ ，且经过原点，

$$\therefore -\frac{b}{2 \cdot (-1)} = 2, \quad 0 = 0 + 0 + c,$$

$$\therefore b = 4, \quad c = 0,$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x.$$

(2) 如图1, 连接 OB , OC , 过点 B 作 $BE \perp y$ 轴于 E , 过点 C 作 $CF \perp y$ 轴于 F ,

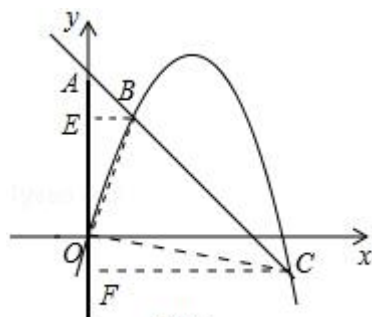


图1

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore EB \parallel FC,$$

$$\therefore \frac{EB}{FC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{4}.$$

$$\because y = kx + 4 \text{ 交 } y = -x^2 + 4x \text{ 于 } B, C,$$

$$\therefore kx + 4 = -x^2 + 4x, \text{ 即 } x^2 + (k - 4)x + 4 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (k - 4)^2 - 4 \cdot 4 = k^2 - 8k,$$

$$\therefore x = \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2}, \text{ 或 } x = \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$\because x_B < x_C,$$

$$\therefore EB = x_B = \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2}, \quad FC = x_C = \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$\therefore 4 \cdot \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2} = \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

解得 $k = 9$ (交点不在 y 轴右边, 不符题意, 舍去) 或 $k = -1$.

$$\therefore k = -1.$$

(3) $\because \angle BOC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EOB + \angle FOC = 90^\circ,$$

$$\because \angle EOB + \angle EBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBO = \angle FOC,$$

$$\because \angle BEO = \angle OFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBO \sim \triangle FOC,$$

$$\therefore \frac{EB}{EO} = \frac{FO}{FC},$$

$$\therefore EB \cdot FC = EO \cdot FO.$$

$$\therefore x_B = \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2}, x_C = \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2}, \text{ 即 } x^2 + (k-4)x + 4 = 0,$$

$$\therefore x_B \cdot x_C = 4, x_B + x_C = 4 - k,$$

$$\because B、C \text{ 过 } y = kx + 4, y_B = kx_B + 4, y_C = kx_C + 4,$$

$$\therefore EO = y_B = kx_B + 4, OF = -y_C = -(kx_C + 4)$$

$$\therefore y_B = k \cdot \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2} + 4, y_C = k \cdot \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2} + 4,$$

$$\therefore EO = y_B = k \cdot \frac{(4-k) - \sqrt{k^2 - 8k}}{2} + 4, OF = -y_C = -k \cdot \frac{(4-k) + \sqrt{k^2 - 8k}}{2} - 4,$$

$$\therefore 4 = -(kx_B + 4)(kx_C + 4) = -[k^2 \cdot x_B \cdot x_C + k(k_B + k_C) + 16],$$

$$\therefore 4k^2 + k(4 - k) + 16 = -4,$$

$$\therefore k = -\frac{5}{4}.$$

方法二:

(1) 略.

(2) 过点 B 作 y 轴垂线, 垂足为 E , 设直线 AC 与 x 轴交点为 H ,

$$\because l_{AC}: y = kx + 4, \text{ 当 } y = 0 \text{ 时, } x = -\frac{4}{k}, \text{ 即 } H(-\frac{4}{k}, 0),$$

$$\begin{cases} y = kx + 4 \\ y = -x^2 + 4x \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4-k \pm \sqrt{k^2 - 8k}}{2} \text{ 或 } \frac{4-k - \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$\therefore B_X = \frac{4-k - \sqrt{k^2 - 8k}}{2}, C_X = \frac{4-k + \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$B_Y = \frac{4k - k^2 + 8 - k\sqrt{k^2 - 8k}}{2}, C_Y = \frac{4k - k^2 + 8 + k\sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}AO \times BE = \frac{1}{2} \times 4 \times B_x, \quad S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}OH \times (B_y - C_y)$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle BOC}} = \frac{1}{3}, \quad \therefore OH \times (B_y - C_y) = 3 \times 4 \times B_x,$$

$$\therefore -\frac{4}{k} \times (-k\sqrt{k^2 - 8k}) = 6 \times \frac{4 - k - \sqrt{k^2 - 8k}}{2},$$

$$\therefore k^2 - 8k - 9 = 0, \quad \therefore k_1 = -1, \quad k_2 = 9,$$

由图象可知 $k < 0$, $\therefore k = -1$.

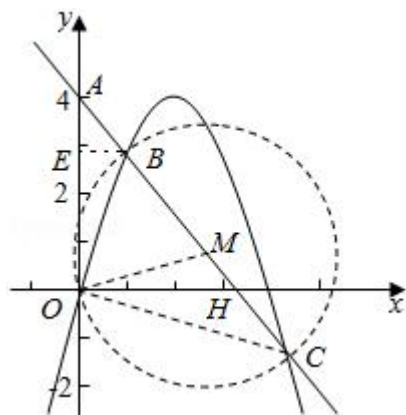
(3) $\because$ 以 BC 为直径的圆经过原点,

$$\therefore OB \perp OC,$$

$$\therefore K_{OB} \times K_{OC} = -1,$$

$$\therefore \frac{4k - k^2 + 8 - k\sqrt{k^2 - 8k}}{4 - k - \sqrt{k^2 - 8k}} \times \frac{4k - k^2 + 8 + k\sqrt{k^2 - 8k}}{4 - k + \sqrt{k^2 - 8k}} = -1,$$

$$\therefore k = -\frac{5}{4}.$$



【点评】 本题考查了函数图象交点的性质、相似三角形性质、一元二次方程及圆的基本知识. 题目特殊, 貌似思路不难, 但若思路不对, 计算异常复杂, 题目所折射出来的思想, 考生应好好理解掌握.