

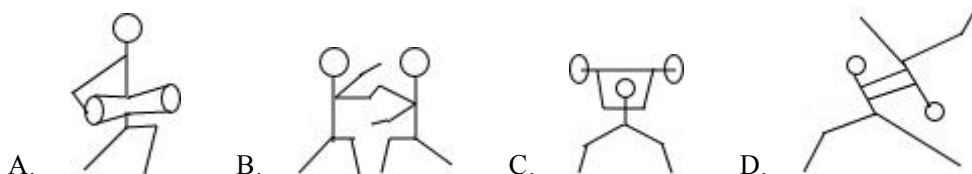
2014 年湖南省永州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，每小题只有一个正确的答案）

1. (3 分) (2014•永州) 据统计我国 2014 年前四月已开工建造 286 万套保障房，其中 286 万用科学记数法表示为 ()

- A. 2.86×10^6 B. 2.86×10^7 C. 28.6×10^5 D. 0.286×10^7

2. (3 分) (2014•永州) 永州的文化底蕴深厚，永州人民的生活健康向上，如瑶族长鼓舞，东安武术，宁远举重等，下面的四幅简笔画是从永州的文化活动中抽象出来的，其中是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) (2014•永州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $-2(a - b) = -2a - 2b$
C. $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$ D. $(-\frac{1}{2})^{-2} = 4$

4. (3 分) (2014•永州) 某小 7 名初中男生参加引体向上体育测试的成绩分别为：8, 5, 7, 5, 8, 6, 8, 则这组数据的众数和中位数分别为 ()

- A. 6, 7 B. 8, 7 C. 8, 6 D. 5, 7

5. (3 分) (2014•永州) 若用湘教版初中数学教材上使用的某种计算器进行计算，则按键的结果为 ()

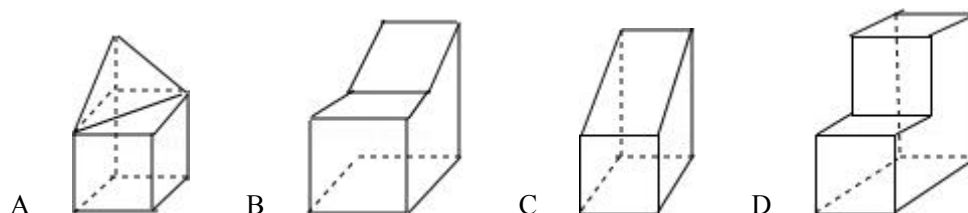


- A. 21 B. 15 C. 84 D. 67

6. (3 分) (2014•永州) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 不在同一直线上的三点确定一个圆
B. 矩形的对角线互相垂直且平分
C. 正六边形的内角和是 720°
D. 角平分线上的点到角两边的距离相等

7. (3 分) (2014•永州) 若某几何体的三视图如图，则这个几何体是 ()



8. (3分) (2014•永州) 在求 $1+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9$ 的值时, 小林发现: 从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的 6 倍, 于是她设:

$$S=1+6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9 \text{ ①}$$

然后在①式的两边都乘以 6, 得:

$$6S=6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9+6^{10} \text{ ②}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得 } 6S - S = 6^{10} - 1, \text{ 即 } 5S = 6^{10} - 1,$$

所以 $S = \frac{6^{10} - 1}{5}$, 得出答案后, 爱动脑筋的小林想:

如果把“6”换成字母“a” ($a \neq 0$ 且 $a \neq 1$), 能否求出 $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$ 的值? 你的答案是 ()

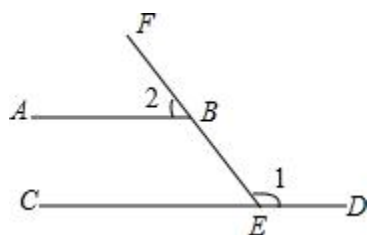
- A. $\frac{a^{2014} - 1}{a - 1}$ B. $\frac{a^{2015} - 1}{a - 1}$ C. $\frac{a^{2014} - 1}{a}$ D. $a^{2014} - 1$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) (2014•永州) $|-2014| =$ _____.

10. (3分) (2014•永州) 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的解为_____.

11. (3分) (2014•永州) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 130^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



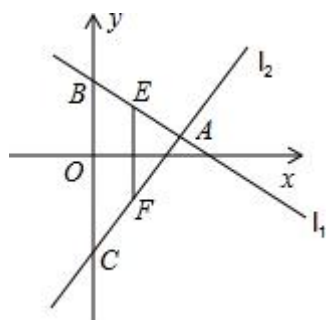
12. (3 分) (2014•永州) 不等式 $x+3 < -1$ 的解集是_____.

13. (3 分) (2014•永州) 已知点 A $(1, y_1)$, B $(-2, y_2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

14. (3 分) (2014•永州) 如图, 有五张背面完全相同的纸质卡片, 其正面分别标有数: 6, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, -2 , $\sqrt{5}$. 将它们背面朝上洗匀后, 从中随机抽取一张卡片, 则其正面的数比 3 小的概率是_____.



15. (3 分) (2014•永州) 如图, 已知直线 $l_1: y=k_1x+4$ 与直线 $l_2: y=k_2x-5$ 交于点 A, 它们与 y 轴的交点分别为点 B, C, 点 E, F 分别为线段 AB、AC 的中点, 则线段 EF 的长度为_____.



16. (3 分) (2014•永州) 小聪, 小玲, 小红三人参加“普法知识竞赛”, 其中前 5 题是选择题, 每题 10 分, 每题有 A、B 两个选项, 且只有一个选项是正确的, 三人的答案和得分如下表, 试问: 这五道题的正确答案 (按 1~5 题的顺序排列) 是_____.

题号	1	2	3	4	5	得分
答案						
选手						
小聪	B	A	A	B	A	40
小玲	B	A	B	A	A	40
小红	A	B	B	B	A	30

三、解答题（本大题共有 9 小题，共 72 分，解答题要求写出证明步骤或解答过程）

17. (6 分) (2014•永州) 计算: $-4\cos 30^\circ + (\pi - 3.14)^0 + \sqrt{12}$.

18. (6 分) (2014•永州) 解方程组:
$$\begin{cases} y=2x-3, & \textcircled{1} \\ 5x+y=11, & \textcircled{2} \end{cases}$$

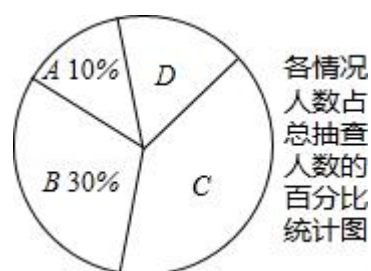
19. (6 分) (2014•永州) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{x}{x+1}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$, 其中 $x=3$.

20. (8 分) (2014•永州) 为了了解学生在一年中的课外阅读量, 九 (1) 班对九年级 800 名学生采用随机抽样的方式进行了问卷调查, 调查的结果分为四种情况: A. 10 本以下; B. 10 ~ 15 本; C. 16 ~ 20 本; D. 20 本以上. 根据调查结果统计整理并制作了如图所示的两幅统计图表:

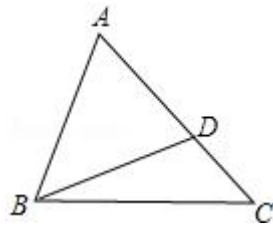
各种情况人数统计频数分布表

课外阅读情况	A	B	C	D
频数	20	x	y	40

- (1) 在这次调查中一共抽查了_____名学生;
- (2) 表中 x, y 的值分别为: $x=$ _____, $y=$ _____;
- (3) 在扇形统计图中, C 部分所对应的扇形的圆心角是_____度;
- (4) 根据抽样调查结果, 请估计九年级学生一年阅读课外书 20 本以上的学生人数.



21. (8 分) (2014•永州) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的一点, 连接 BD, 已知 $\angle ABD = \angle C$, $AB = 6$, $AD = 4$, 求线段 CD 的长.



22. (8 分) (2014•永州) 某校枇杷基地的枇杷成熟了, 准备请专业摘果队帮忙摘果, 现有甲、乙两支专业摘果队, 若由甲队单独摘果, 预计 6 天才能完成, 为了减少枇杷因气候变化等原因带来的损失, 现决定由甲、乙两队同时摘果, 则 2 天可以完成, 请问:

(1) 若单独由乙队摘果, 需要几天才能完成?

(2) 若有三种摘果方案, 方案 1: 单独请甲队; 方案 2: 同时请甲、乙两队; 方案 3: 单独请乙队. 甲队每摘果一天, 需支付给甲队 1000 元工资, 乙队每摘果一天, 须支付给乙队 1600 元工资, 你认为用哪种方案完成所有摘果任务需支付给摘果队的总工资最低? 最低总工资是多少元?

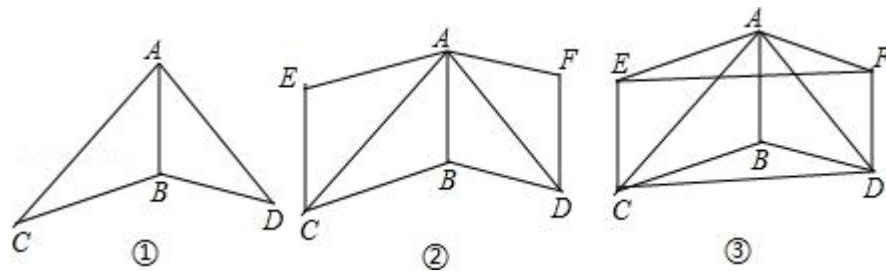
23. (10 分) (2014•永州) 在同一平面内, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 如图①放置, 其中 $AB=BD$.

小明做了如下操作:

将 $\triangle ABC$ 绕着边 AC 的中点旋转 180° 得到 $\triangle CEA$, 将 $\triangle ABD$ 绕着边 AD 的中点旋转 180°

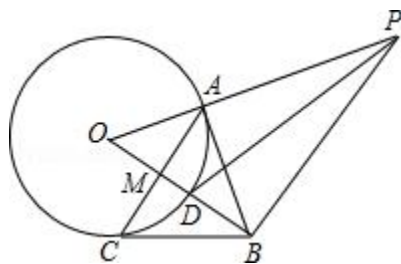
得到 $\triangle DFA$, 如图②, 请完成下列问题:

- (1) 试猜想四边形 $ABDF$ 是什么特殊四边形, 并说明理由;
- (2) 连接 EF , CD , 如图③, 求证: 四边形 $CDEF$ 是平行四边形.



24. (10 分) (2014•永州) 如图, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, $OA \perp AB$, 且 $OA=1$, $AB=\sqrt{3}$, OB 交 $\odot O$ 于点 D , 作 $AC \perp OB$, 垂足为 M , 并交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC .

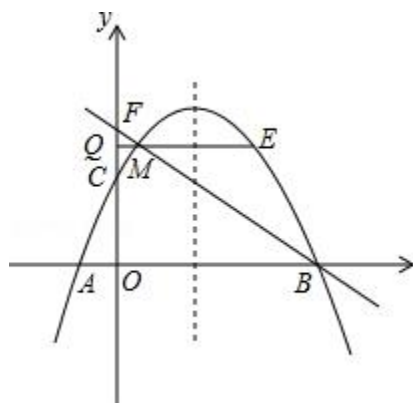
- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 过点 B 作 $BP \perp OB$, 交 OA 的延长线于点 P , 连接 PD , 求 $\sin \angle BPD$ 的值.



25. (10 分) (2014•永州) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 点 $M(m, n)$ 是抛物线上一动点, 位于对称轴的左侧, 并且不在坐标轴上, 过点 M 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 Q , 交抛物线于另一点 E , 直线 BM 交 y 轴于点 F .

(1) 求抛物线的解析式, 并写出其顶点坐标;

(2) 当 $S_{\triangle MFQ} : S_{\triangle MEB} = 1 : 3$ 时, 求点 M 的坐标.



2014 年湖南省永州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，每小题只有一个正确的答案）

1. (3 分) (2014•永州) 据统计我国 2014 年前四月已开工建造 286 万套保障房，其中 286 万用科学记数法表示为 ()

- A. 2.86×10^6 B. 2.86×10^7 C. 28.6×10^5 D. 0.286×10^7

考点： 科学记数法—表示较大的数.

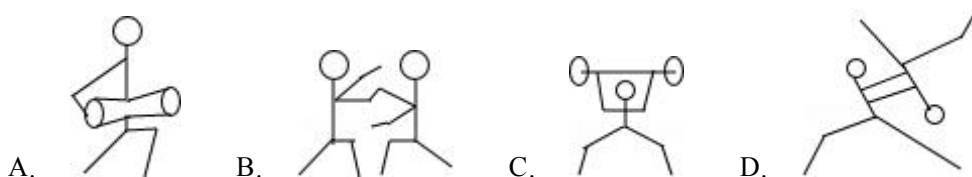
分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：286 万 $= 2.86 \times 10^6$.

故选：A.

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) (2014•永州) 永州的文化底蕴深厚，永州人民的生活健康向上，如瑶族长鼓舞，东安武术，宁远举重等，下面的四幅简笔画是从永州的文化活动中抽象出来的，其中是轴对称图形的是 ()



考点： 利用轴对称设计图案.

分析： 根据轴对称图形的定义：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，即可作出判断.

解答： 解：轴对称图形的只有 C.

故选 C.

点评： 本题考查了轴对称图形的定义，解答此题要明确：如果一个图形沿着一条直线对折，直线两侧的图形能够完全重合，这个图形就是轴对称图形，对称轴是折痕所在的这条直线叫做对称轴.

3. (3 分) (2014•永州) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $-2(a - b) = -2a - 2b$
C. $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$ D. $(-\frac{1}{2})^{-2} = 4$

考点： 同底数幂的乘法；合并同类项；去括号与添括号；负整数指数幂.

分析： 根据同底数幂的乘法，单项式乘以多项式法则，合并同类项法则，负整数指数幂分别求出每个式子的值，再判断即可.

解答： 解：A、结果是 a^5 ，故本选项错误；

B、结果是 $-2a+2b$ ，故本选项错误；

C、结果是 $5x^2$ ，故本选项错误；

D、结果是 4，故本选项正确；

故选 D.

点评： 本题考查了同底数幂的乘法，单项式乘以多项式法则，合并同类项法则，负整数指数幂的应用，主要考查学生的计算能力和判断能力.

4. (3 分) (2014•永州) 某小 7 名初中男生参加引体向上体育测试的成绩分别为：8, 5, 7, 5, 8, 6, 8, 则这组数据的众数和中位数分别为 ()

A. 6, 7 B. 8, 7 C. 8, 6 D. 5, 7

考点： 众数；中位数.

分析： 利用中位数和众数的定义求解.

解答： 解：将这组数据从小到大的顺序排列后，处于中间位置的那个数是 7，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 7；众数是一组数据中出现次数最多的数，在这一组数据中 8 是出现次数最多的，故众数是 8.

故选 B.

点评： 本题为统计题，考查众数与中位数的意义. 众数是一组数据中出现次数最多的数. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数.

5. (3 分) (2014•永州) 若用湘教版初中数学教材上使用的某种计算器进行计算，则按键的结果为 ()



A. 21 B. 15 C. 84 D. 67

考点： 计算器—数的开方.

分析： 根据 2ndf 键是功能转换键列式算式，然后解答即可.

解答： 解：由题意得，算式为：

$$\sqrt[3]{27}+4^3$$

$$=3+64$$

$$=67.$$

故选 D.

点评： 本题考查了利用计算器进行数的开方、平方计算，是基础题，要注意 2ndf 键的功能.

6. (3 分) (2014•永州) 下列命题是假命题的是 ()

A. 不在同一直线上的三点确定一个圆

B. 矩形的对角线互相垂直且平分

C. 正六边形的内角和是 720°

D. 角平分线上的点到角两边的距离相等

考点： 命题与定理.

分析： 根据确定圆的条件对 A 进行判断；根据矩形的性质对 B 进行判断；根据多边形的内角和定理对 C 进行判断；根据角平分线的性质对 D 进行判断.

解答： 解：A、不在同一直线上的三点确定一个圆，所以 A 选项为真命题；

B、矩形的对角线互相平分且相等，所以 B 选项为假命题；

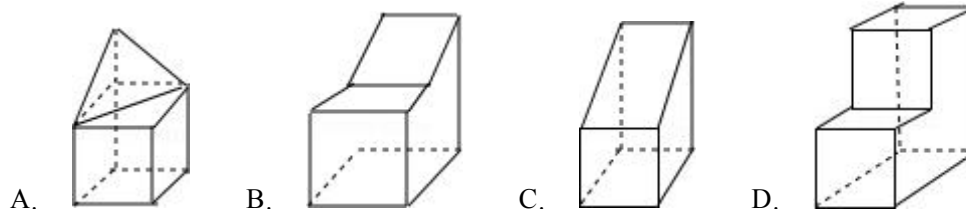
C、正六边形的内角和是 720° ，所以 C 选项为真命题；

D、角平分线上的点到角两边的距离相等，所以 D 选项为真命题.

故选 B.

点评： 本题考查了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理.

7. (3 分) (2014•永州) 若某几何体的三视图如图，则这个几何体是 ()



考点： 由三视图判断几何体.

分析： 如图：该几何体的正视图与俯视图均为矩形，侧视图为三角形和一个矩形，易得出该几何体的形状.

解答： 解：该几何体的正视图为矩形，俯视图亦为矩形，侧视图是一个三角形和一个矩形，故选 C.

点评： 本题是个简单题，主要考查的是三视图的相关知识.

8. (3 分) (2014•永州) 在求 $1+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9$ 的值时，小林发现：从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的 6 倍，于是她设：

$$S=1+6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9 \text{ ①}$$

然后在①式的两边都乘以 6，得：

$$6S=6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9+6^{10} \text{ ②}$$

② - ① 得 $6S - S = 6^{10} - 1$ ，即 $5S = 6^{10} - 1$ ，所以 $S = \frac{6^{10} - 1}{5}$ ，得出答案后，爱动脑筋的小林想：

如果把“6”换成字母“a” ($a \neq 0$ 且 $a \neq 1$), 能否求出 $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$ 的值? 你的答案是 ()

A. $\frac{a^{2014}-1}{a-1}$ B. $\frac{a^{2015}-1}{a-1}$ C. $\frac{a^{2014}-1}{a}$ D. $a^{2014}-1$

考点: 同底数幂的乘法; 有理数的乘方.

分析: 设 $S=1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$, 得出 $aS=a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}+a^{2015}$, 相减即可得出答案.

解答: 解: 设 $S=1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$, ①

则 $aS=a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}+a^{2015}$, ②,

②-①得: $(a-1)S=a^{2015}-1$,

$$\therefore S = \frac{a^{2015}-1}{a-1},$$

$$\text{即 } 1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014} = \frac{a^{2015}-1}{a-1},$$

故选 B.

点评: 本题考查了有理数的乘方, 同底数幂的乘法的应用, 主要考查学生的阅读能力和计算能力.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) (2014•永州) $|-2014| = \underline{2014}$.

考点: 绝对值.

分析: 根据负数的绝对值是它的相反数, 可得负数的绝对值表示的数,

解答: 解: $|-2014|=2014$.

故答案为: 2014.

点评: 本题考查了绝对值, 解题时注意符号.

10. (3 分) (2014•永州) 方程 $x^2-2x=0$ 的解为 $\underline{x_1=0, x_2=2}$.

考点: 解一元二次方程-因式分解法; 解一元一次方程.

专题: 计算题.

分析: 把方程的左边分解因式得 $x(x-2)=0$, 得到 $x=0$ 或 $x-2=0$, 求出方程的解即可.

解答: 解: $x^2-2x=0$,

$$x(x-2)=0,$$

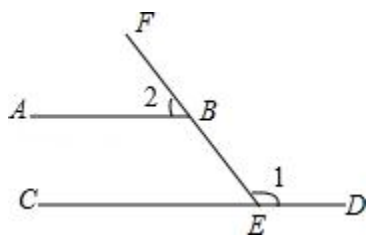
$$x=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

$$x_1=0 \text{ 或 } x_2=2.$$

故答案为: $x_1=0, x_2=2$.

点评: 本题主要考查对解一元二次方程-因式分解法, 解一元一次方程等知识点的理解和掌握, 把一元二次方程转化成一元一次方程是解此题的关键.

11. (3分) (2014•永州) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 130^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{50^\circ}$.



考点: 平行线的性质.

分析: 根据邻补角的定义求出 $\angle 3$, 再根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle 2 = \angle 3$.

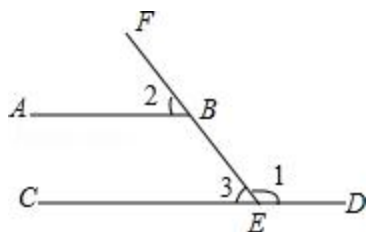
解答: 解: $\because \angle 1 = 130^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 50^\circ$.

故答案为: 50° .



点评: 本题考查了平行线的性质, 邻补角的定义, 是基础题, 熟记性质并准确识图是解题的关键.

12. (3分) (2014•永州) 不等式 $x+3 < -1$ 的解集是 $\underline{x < -4}$.

考点: 解一元一次不等式.

分析: 移项、合并同类项即可求解.

解答: 解: 移项, 得: $x < -1 - 3$,

合并同类项, 得: $x < -4$.

故答案是: $x < -4$.

点评: 本题考查了解简单不等式的能力, 解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质:

- (1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变;
- (2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变;
- (3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

13. (3分) (2014•永州) 已知点 A $(1, y_1)$, B $(-2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 则 $y_1 \underline{>} y_2$ (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”).

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析： 先根据反比例函数的性质判断出函数图象所在的象限，再判断出在每一象限内的增减性，根据点 A (1, y_1), B (-2, y_2) 即可得出结论.

解答： 解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, $k > 0$,

∴ 此函数的图象在一三象限,

∵ A (1, y_1), B (-2, y_2),

∴ 点 A 在第一象限, 点 B 在第三象限,

∴ $y_1 > 0$, $y_2 < 0$,

∴ $y_1 > y_2$.

故答案为: $>$.

点评： 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数图象上点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

14. (3 分) (2014•永州) 如图, 有五张背面完全相同的纸质卡片, 其正面分别标有数: 6, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, -2, $\sqrt{5}$. 将它们背面朝上洗匀后, 从中随机抽取一张卡片, 则其正面的数比 3 小的概率是 $\frac{3}{5}$.



考点： 概率公式; 估算无理数的大小.

分析： 根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

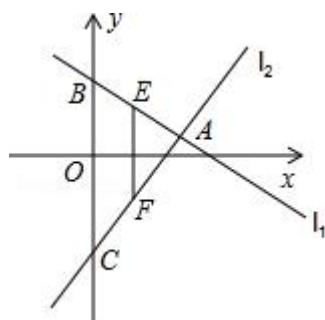
解答： 解: 根据题意可知, 共有 5 张卡片, 比 3 小的数有无理数有 3 个,

故抽到正面的数比 3 小的概率为 $\frac{3}{5}$,

故答案为: $\frac{3}{5}$.

点评： 本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (3 分) (2014•永州) 如图, 已知直线 $l_1: y = k_1x + 4$ 与直线 $l_2: y = k_2x - 5$ 交于点 A, 它们与 y 轴的交点分别为点 B, C, 点 E, F 分别为线段 AB、AC 的中点, 则线段 EF 的长度为 $\frac{9}{2}$.



考点： 三角形中位线定理；两条直线相交或平行问题.

分析： 根据直线方程易求点 B、C 的坐标，由两点间的距离得到 BC 的长度，所以根据三角形中位线定理来求 EF 的长度.

解答： 解：如图， $\because$ 直线 $l_1: y=k_1x+4$ ，直线 $l_2: y=k_2x-5$ ，

$\therefore B(0, 4), C(0, -5)$ ，

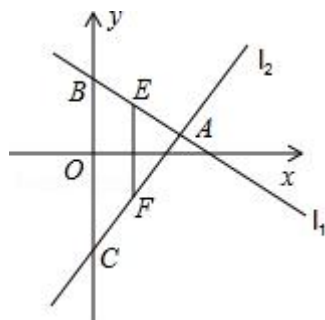
则 $BC=9$.

又 $\because$ 点 E、F 分别为线段 AB、AC 的中点，

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2}.$$

故答案是： $\frac{9}{2}$.



点评： 本题考查了三角形中位线定理、两条直线相交或平行问题，根据直线方程求得点 B、C 的坐标是解题的关键.

16. (3 分) (2014•永州) 小聪，小玲，小红三人参加“普法知识竞赛”，其中前 5 题是选择题，每题 10 分，每题有 A、B 两个选项，且只有一个选项是正确的，三人的答案和得分如下表，试问：这五道题的正确答案（按 1~5 题的顺序排列）是 BABBA .

题号	1	2	3	4	5	得分
答案						
选手						
小聪	B	A	A	B	A	40
小玲	B	A	B	A	A	40
小红	A	B	B	B	A	30

考点： 推理与论证.

分析： 根据得分可得小聪和小玲都是只有一个错，小红有 2 个错误，首先从三人答案相同入手分析，然后从小聪和小玲不同的题目入手即可分析.

解答： 解：根据得分可得小聪和小玲都是只有一个错，小红有 2 个错误.

第 5 题，三人选项相同，若不是选 A，则小聪和小玲的其它题目的答案一定相同，与已知矛盾，则第 5 题的答案是 A；

第 3 个第 4 题小聪和小玲都不同，则一定在这两题上其中一人有错误，则第 1，2 正确，则 1 的答案是：B，2 的答案是：A；

则小红的错题是 1 和 2，则 3 和 4 正确，则 3 的答案是：B，4 的答案是：B.

总之，正确答案（按 1~5 题的顺序排列）是 BABBA.

故答案是：BABBA.

点评： 本题考查了命题的推理与论证，正确确定问题的入手点，理解题目中每个题目只有A和B两个答案是关键.

三、解答题（本大题共有9小题，共72分，解答题要求写出证明步骤或解答过程）

17. (6分) (2014•永州) 计算： $-4\cos 30^\circ + (\pi - 3.14)^0 + \sqrt{12}$.

考点： 实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

专题： 计算题.

分析： 原式第一项利用特殊角的三角函数值计算，第二项利用零指数幂法则计算，最后一项化为最简二次根式，计算即可得到结果.

解答： 解：原式 $= -4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 1$.

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2014•永州) 解方程组：
$$\begin{cases} y=2x-3, & \text{①} \\ 5x+y=11, & \text{②} \end{cases}$$

考点： 解二元一次方程组.

专题： 计算题.

分析： 方程组利用代入消元法求出解即可.

解答： 解：将①代入②得： $5x+2x-3=11$,

解得： $x=2$,

将 $x=2$ 代入①得： $y=1$,

则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

点评： 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

19. (6分) (2014•永州) 先化简，再求值： $(1 - \frac{x}{x+1}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ ，其中 $x=3$.

考点： 分式的化简求值.

分析： 先计算括号内的分式减法，然后把除法转化为乘法进行化简，最后代入求值.

解答： 解：原式 $= (\frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1}) \times \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}$
 $= \frac{1}{x+1} \times \frac{x+1}{x-1}$
 $= \frac{1}{x-1}$.

把 $x=3$ 代入, 得 $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$, 即原式 $= \frac{1}{2}$.

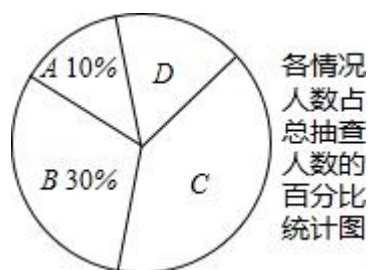
点评: 本题考查了分式的化简求值. 在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

20. (8分) (2014•永州) 为了了解学生在一年中的课外阅读量, 九(1)班对九年级 800 名学生采用随机抽样的方式进行了问卷调查, 调查的结果分为四种情况: A. 10 本以下; B. 10 ~ 15 本; C. 16 ~ 20 本; D. 20 本以上. 根据调查结果统计整理并制作了如图所示的两幅统计图表:

各种情况人数统计频数分布表

课外阅读情况	A	B	C	D
频数	20	x	y	40

- (1) 在这次调查中一共抽查了 200 名学生;
- (2) 表中 x, y 的值分别为: $x = \underline{60}$, $y = \underline{80}$;
- (3) 在扇形统计图中, C 部分所对应的扇形的圆心角是 144 度;
- (4) 根据抽样调查结果, 请估计九年级学生一年阅读课外书 20 本以上的学生人数.



考点: 频数 (率) 分布表; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 利用 A 部分的人数 ÷ A 部分人数所占百分比即可算出本次问卷调查共抽取的学生数;

(2) $x =$ 抽查的学生总数 $\times$ B 部分的学生所占百分比, $y =$ 抽查的学生总数 - A 部分的人数 - B 部分的人数 - D 部分的人数;

(3) C 部分所对应的扇形的圆心角的度数 $= 360^\circ \times$ 所占百分比;

(4) 利用样本估计总体的方法, 用 800 人 $\times$ 调查的学生中一年阅读课外书 20 本以上的学生人数所占百分比.

解答: 解: (1) $20 \div 10\% = 200$ (人),
在这次调查中一共抽查了 200 名学生,
故答案为: 200;

(2) $x = 200 \times 30\% = 60$, $y = 200 - 20 - 60 - 40 = 80$,
故答案为: 60, 80;

(3) $360 \times \frac{80}{200} = 144^\circ$,

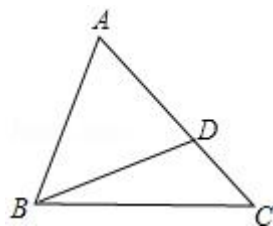
C 部分所对应的扇形的圆心角是 144 度,
故答案为: 144;

$$(4) 800 \times \frac{40}{200} = 160 \text{ (人)}.$$

答：九年级学生一年阅读课外书 20 本以上的学生人数为 160 人.

点评： 此题主要考查了扇形统计图，以及样本估计总体，关键是正确从扇形统计图和表中得到所用信息.

21. (8 分) (2014•永州) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的一点, 连接 BD, 已知 $\angle ABD = \angle C$, $AB = 6$, $AD = 4$, 求线段 CD 的长.



考点： 相似三角形的判定与性质.

专题： 计算题.

分析： 由已知角相等, 加上公共角, 得到三角形 ABD 与三角形 ACB 相似, 由相似得比例, 将 AB 与 AD 长代入即可求出 CD 的长.

解答： 解: 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACB$ 中, $\angle ABD = \angle C$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$\because AB = 6$, $AD = 4$,

$$\therefore AC = \frac{AB^2}{AD} = \frac{36}{4} = 9,$$

则 $CD = AC - AD = 9 - 4 = 5$.

点评： 此题考查了相似三角形的判定与性质, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

22. (8 分) (2014•永州) 某校枇杷基地的枇杷成熟了, 准备请专业摘果队帮忙摘果, 现有甲、乙两支专业摘果队, 若由甲队单独摘果, 预计 6 天才能完成, 为了减少枇杷因气候变化等原因带来的损失, 现决定由甲、乙两队同时摘果, 则 2 天可以完成, 请问:

(1) 若单独由乙队摘果, 需要几天才能完成?

(2) 若有三种摘果方案, 方案 1: 单独请甲队; 方案 2: 同时请甲、乙两队; 方案 3: 单独请乙队. 甲队每摘果一天, 需支付给甲队 1000 元工资, 乙队每摘果一天, 须支付给乙队 1600 元工资, 你认为用哪种方案完成所有摘果任务需支付给摘果队的总工资最低? 最低总工资是多少元?

考点： 分式方程的应用.

专题： 应用题.

分析： (1) 设单独由乙队摘果, 需要 x 天才能完成, 根据题意列出分式方程, 求出分式方程的解得到 x 的值, 检验即可;

(2) 分别求出三种方案得总工资, 比较即可.

解答：解：(1) 设单独由乙队摘果，需要 x 天才能完成，

根据题意得： $2\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{x}\right) = 1$,

解得： $x=3$,

经检验 $x=3$ 是分式方程的解，且符合题意，

则单独由乙队完成需要 3 天才能完成；

(2) 方案 1：总工资为 6000 元；

方案 2：总工资为 5200 元；

方案 3：总工资为 4800 元，

则方案 3 总工资最低，最低总工资为 4800 元.

点评：此题考查了分式方程的应用，找出题中的等量关系是解本题的关键.

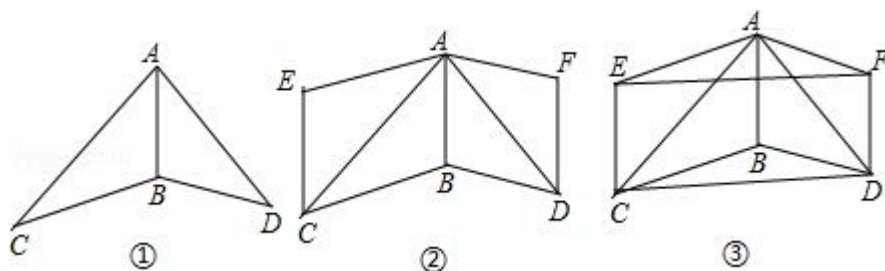
23. (10 分) (2014·永州) 在同一平面内， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 如图①放置，其中 $AB=BD$.

小明做了如下操作：

将 $\triangle ABC$ 绕着边 AC 的中点旋转 180° 得到 $\triangle CEA$ ，将 $\triangle ABD$ 绕着边 AD 的中点旋转 180° 得到 $\triangle DFA$ ，如图②，请完成下列问题：

(1) 试猜想四边形 $ABDF$ 是什么特殊四边形，并说明理由；

(2) 连接 EF ， CD ，如图③，求证：四边形 $CDEF$ 是平行四边形.



考点：旋转的性质；平行四边形的判定；菱形的判定.

分析：(1) 根据旋转的性质得 $AB=DF$ ， $BD=FA$ ，由于 $AB=BD$ ，所以 $AB=BD=DF=FA$ ，则可根据菱形的判定方法得到四边形 $ABDF$ 是菱形；

(2) 由于四边形 $ABDF$ 是菱形，则 $AB \parallel DF$ ，且 $AB=DF$ ，再根据旋转的性质易得四边形 $ABCE$ 为平行四边形，根据平行四边形的性质得 $AB \parallel CE$ ，且 $AB=CE$ ，所以 $CE \parallel FD$ ， $CE=FD$ ，所以可判断四边形 $CDEF$ 是平行四边形.

解答：(1) 解：四边形 $ABDF$ 是菱形. 理由如下：

$\because \triangle ABD$ 绕着边 AD 的中点旋转 180° 得到 $\triangle DFA$,

$\therefore AB=DF$ ， $BD=FA$,

$\because AB=BD$,

$\therefore AB=BD=DF=FA$,

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是菱形；

(2) 证明： $\because$ 四边形 $ABDF$ 是菱形，

$\therefore AB \parallel DF$ ，且 $AB=DF$ ，

$\because \triangle ABC$ 绕着边 AC 的中点旋转 180° 得到 $\triangle CEA$,

$\therefore AB=CE$ ， $BC=EA$,

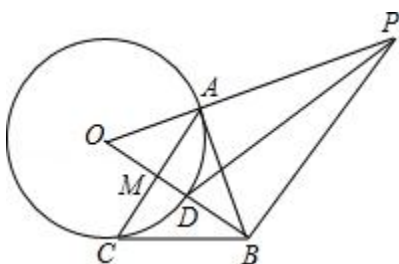
$\therefore$ 四边形 ABCE 为平行四边形,
 $\therefore AB \parallel CE$, 且 $AB=CE$,
 $\therefore CE \parallel FD$, $CE=FD$,
 $\therefore$ 四边形 CDEF 是平行四边形.

点评: 本题考查了旋转的性质: 旋转前后两图形全等; 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角. 也考查了平行四边形的判定和菱形的判定.

24. (10 分) (2014·永州) 如图, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, $OA \perp AB$, 且 $OA=1$, $AB=\sqrt{3}$, OB 交 $\odot O$ 于点 D, 作 $AC \perp OB$, 垂足为 M, 并交 $\odot O$ 于点 C, 连接 BC.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 B 作 $BP \perp OB$, 交 OA 的延长线于点 P, 连接 PD, 求 $\sin \angle BPD$ 的值.



考点: 切线的判定; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 连结 OC, 根据垂径定理由 $AC \perp OB$ 得 $AM=CM$, 于是可判断 OB 为线段 AC 的垂直平分线, 所以 $BA=BC$, 然后利用“SSS”证明 $\triangle OAB \cong \triangle OCB$, 得到 $\angle OAB = \angle OCB$, 由于 $\angle OAB = 90^\circ$, 则 $\angle OCB = 90^\circ$, 于是可根据切线的判定定理得 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 在 $\text{Rt} \triangle OAB$ 中, 根据勾股定理计算出 $OB=2$, 根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$, 在 $\text{Rt} \triangle PBO$ 中, 由 $\angle BPO = 30^\circ$ 得到 $PB = \sqrt{3}OB = 2\sqrt{3}$; 在 $\text{Rt} \triangle PBD$ 中, $BD = OB - OD = 1$, 根据勾股定理计算出 $PD = \sqrt{13}$, 然后利用正弦的定义求 $\sin \angle BPD$ 的值.

解答: (1) 证明: 连结 OC, 如图,

$\because AC \perp OB$,

$\therefore AM = CM$,

$\therefore OB$ 为线段 AC 的垂直平分线,

$\therefore BA = BC$,

在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCB$ 中

$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OB \\ BA = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAB \cong \triangle OCB$,

$\therefore \angle OAB = \angle OCB$,

$\because OA \perp AB$,

$\therefore \angle OAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCB = 90^\circ$,

$\therefore OC \perp BC$,

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

专题： 压轴题.

分析: (1) 把点 A、B、C 的坐标代入抛物线解析式得到关于 a、b、c 的三元一次方程组, 然后求解即可, 再把函数解析式整理成顶点式形式, 然后写出顶点坐标;

(2) 根据点 M 的坐标表示出点 Q、E 的坐标, 再设直线 BM 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 然后利用待定系数法求出一函数解析式, 再求出点 F 的坐标, 然后求出 MQ、FQ、ME, 再表示出 $\triangle MFQ$ 和 $\triangle MEB$ 的面积, 然后列出方程并根据 m 的取值范围整理并求解得到 m 的值, 再根据点 M 在抛物线上求出 n 的值, 然后写出点 M 的坐标即可.

解答: 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 A (-1, 0), B (4, 0), C (0, 2),

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 16a+4b+c=0 \\ c=2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}\left(x - 3x + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{8} + 2 = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{8},$$

$$\therefore \text{顶点坐标为} \left(\frac{3}{2}, \frac{25}{8}\right);$$

$$(2) \because M(m, n),$$

$$\therefore Q(0, n), E(3-m, n),$$

设直线 BM 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$$\text{把 } B(4, 0), M(m, n) \text{ 代入得} \begin{cases} 4k+b=0 \\ mk+b=n \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=\frac{n}{m-4} \\ b=\frac{4n}{4-m} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{n}{m-4}x + \frac{4n}{4-m},$$

$$\text{令 } x=0, \text{ 则 } y = \frac{4n}{4-m},$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 的坐标为 } \left(0, \frac{4n}{4-m}\right),$$

$$\therefore MQ=|m|, FQ=\left|\frac{4n}{4-m}-n\right|=\left|\frac{mn}{4-m}\right|, ME=|3-m-m|=|3-2m|,$$

$$\therefore S_{\triangle MFQ} = \frac{1}{2}MQ \cdot FQ = \frac{1}{2}|m| \cdot \left|\frac{mn}{4-m}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{m^2n}{4-m}\right|,$$

$$S_{\triangle MEB} = \frac{1}{2}ME \cdot |n| = \frac{1}{2} \cdot |3 - 2m| \cdot |n|,$$

$$\because S_{\triangle MFQ} : S_{\triangle MEB} = 1 : 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left| \frac{m^2 n}{4 - \pi} \right| \times 3 = \frac{1}{2} \cdot |3 - 2m| \cdot |n|,$$

$$\text{即} \left| \frac{3m^2}{4 - \pi} \right| = |3 - 2m|,$$

$\because$ 点 M (m, n) 在对称轴左侧,

$$\therefore m < \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{3m^2}{4 - \pi} = 3 - 2m,$$

整理得, $m^2 + 11m - 12 = 0$,

解得 $m_1 = 1$, $m_2 = -12$,

$$\text{当 } m_1 = 1 \text{ 时, } n_1 = -\frac{1}{2} \times 1^2 + \frac{3}{2} \times 1 + 2 = 3,$$

$$\text{当 } m_2 = -12 \text{ 时, } n_2 = -\frac{1}{2} \times (-12)^2 + \frac{3}{2} \times (-12) + 2 = -88,$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 (1, 3) 或 (-12, -88).

点评: 本题是二次函数综合题型, 主要利用了待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, 三角形的面积, 此题运算较为复杂, 用 m、n 表示出 $\triangle MFQ$ 和 $\triangle MEB$ 的相应的边长, 然后根据两个三角形的面积的关系列出方程是解题的关键.