

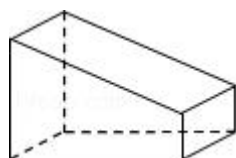
2014 年湖南省常德市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•常德) $|-2|$ 等于 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•常德) 如图的几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

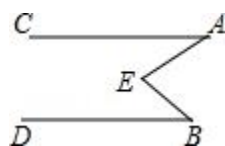
3. (3 分) (2014•常德) 下列各数: $\frac{1}{3}$, π , $\sqrt[3]{8}$, $\cos 60^\circ$, 0, $\sqrt{3}$, 其中无理数的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (3 分) (2014•常德) 下列各式与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{24}$ C. $\sqrt{125}$ D. $\sqrt{12}$

5. (3 分) (2014•常德) 如图, 已知 $AC \parallel BD$, $\angle CAE = 30^\circ$, $\angle DBE = 45^\circ$, 则 $\angle AEB$ 等于 ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

6. (3 分) (2014•常德) 某班体育委员记录了 7 位女生 1 分钟仰卧起坐的个数分别为 28, 38, 38, 35, 35, 38, 48, 这组数据的中位数和众数分别是 ()

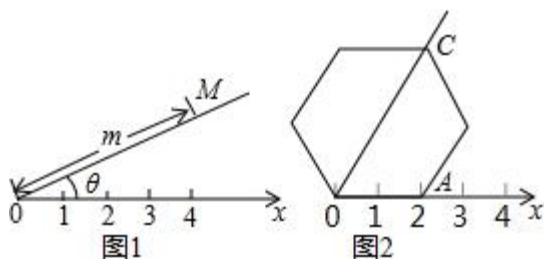
- A. 35, 38 B. 38, 35 C. 38, 38 D. 35, 35

7. (3 分) (2014•常德) 下面分解因式正确的是 ()

- A. $x^2 + 2x + 1 = x(x+2) + 1$ B. $(x^2 - 4)x = x^3 - 4x$
C. $ax + bx = (a+b)x$ D. $m^2 - 2mn + n^2 = (m+n)^2$

8. (3分) (2014•常德) 阅读理解: 如图1, 在平面内选一定点O, 引一条有方向的射线Ox, 再选定一个单位长度, 那么平面上任一点M的位置可由 $\angle MOx$ 的度数 θ 与OM的长度m确定, 有序数对 (θ, m) 称为M点的“极坐标”, 这样建立的坐标系称为“极坐标系”.

应用: 在图2的极坐标系下, 如果正六边形的边长为2, 有一边OA在射线Ox上, 则正六边形的顶点C的极坐标应记为()



- A. $(60^\circ, 4)$ B. $(45^\circ, 4)$ C. $(60^\circ, 2\sqrt{2})$ D. $(50^\circ, 2\sqrt{2})$

二、填空题 (本大题8个小题, 每小题3分, 满分24分)

9. (3分) (2014•常德) 要使式子 $\sqrt{2x-1}$ 在实数范围内有意义, 则x的取值范围是_____.

10. (3分) (2014•常德) 古生物学家发现350 000 000年前, 地球上每年大约是400天, 用科学记数法表示350 000 000=_____.

11. (3分) (2014•常德) 下列关于反比例函数 $y=\frac{21}{x}$ 的三个结论:

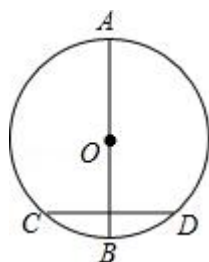
- ①它的图象经过点(7, 3);
- ②它的图象在每一个象限内, y随x的增大而减小;
- ③它的图象在二、四象限内.

其中正确的是_____.

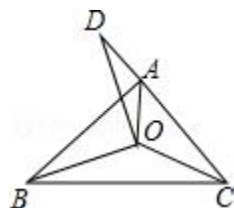
12. (3分) (2014•常德) 计算: $\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a^2-1} =$ _____.

13. (3分) (2014•常德) 一元二次方程 $2x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则k的取值范围是_____.

14. (3分) (2014•常德) 如图, AB为 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$, 若AB=10, CD=8, 则圆心O到弦CD的距离为_____.



15. (3分) (2014•常德) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个内角的平分线交于点O, 点D在CA的延长线上, 且 $DC=BC$, $AD=AO$, 若 $\angle BAC=80^\circ$, 则 $\angle BCA$ 的度数为_____.



16. (3分) (2014•常德) 已知: $\frac{2-1}{2^2-1^2}=\frac{1}{3}$; $\frac{4-3+2-1}{4^2-3^2+2^2-1^2}=\frac{1}{5}$;

计算: $\frac{6-5+4-3+2-1}{6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2}=\underline{\hspace{2cm}}$;

猜想:

$$\frac{[(2n+2)-(2n+1)]+\cdots+(6-5)+(4-3)+(2-1)}{[(2n+2)^2-(2n+1)^2]+\cdots+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2)}=\underline{\hspace{2cm}}$$

_____.

三、(本大题2个小题, 每小题5分, 满分10分)

17. (5分) (2014•常德) 计算: $(-2)^2-2^{-1}+(\sin 30^\circ-1)^0-\sqrt{16}$.

18. (5分) (2014•常德) 解方程: $\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x^2-4}$.

四、(本大题2个小题, 每小题6分, 满分12分)

19. (6分) (2014•常德) 求不等式组 $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4 \\ -\frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}-x \end{cases}$ 的解集.

20. (6分) (2014•常德) 小美周末来到公园, 发现在公园一角有一种“守株待兔”游戏. 游戏设计者提供了一只兔子和一个有 A、B、C、D、E 五个出入口的兔笼, 而且笼内的兔子从每个出入口走出兔笼的机会是均等的. 规定:

①玩家只能将小兔从 A、B 两个出入口放入;

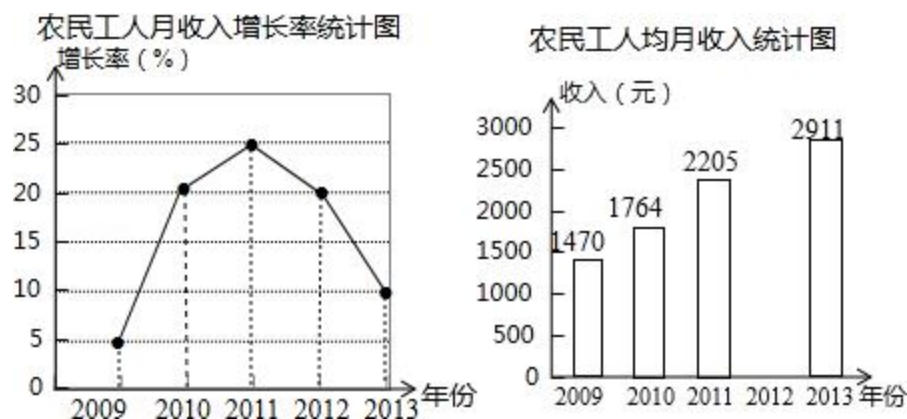
②如果小兔进入笼子后选择从开始进入的出入口离开, 则可获得一只价值 5 元小兔玩具, 否则应付费 3 元.

(1) 问小美得到小兔玩具的机会有多大?

(2) 假设有 100 人次玩此游戏, 估计游戏设计者可赚多少元?

五、(本大题 2 个小题, 每小题 7 分, 满分 14 分)

21. (7分) (2014•常德) 2014 年 5 月 12 日, 国家统计局公布了《2013 年农民工监测调查报告》, 报告显示: 我国农民工收入持续快速增长. 某地区农民工人均月收入增长率如图 1, 并将人均月收入绘制成如图 2 的不完整的条形统计图.



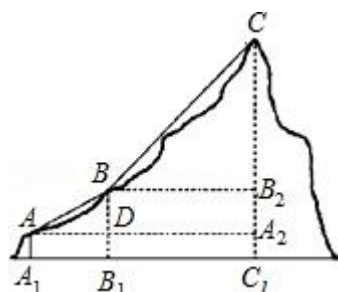
根据以上统计图解答下列问题:

(1) 2013 年农民工人均月收入的增长率是多少?

(2) 2011 年农民工人均月收入是多少?

(3) 小明看了统计图后说: “农民工 2012 年的人均月收入比 2011 年的少了.” 你认为小明的说法正确吗? 请说明理由.

22. (7分) (2014•常德) 如图, A, B, C 表示修建在一座山上的三个缆车站的位置, AB, BC 表示连接缆车站的钢缆. 已知 A, B, C 所处位置的海拔 AA_1 , BB_1 , CC_1 分别为 160 米, 400 米, 1000 米, 钢缆 AB, BC 分别与水平线 AA_2 , BB_2 所成的夹角为 30° , 45° , 求钢缆 AB 和 BC 的总长度. (结果精确到 1 米)

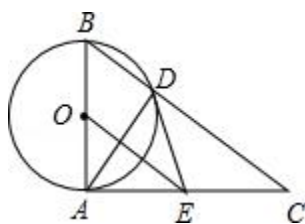


六、(本大题 2 个小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

23. (8分) (2014•常德) 如图, 已知 $\odot O$ 的直径为 AB, $AC \perp AB$ 于点 A, BC 与 $\odot O$ 相交于点 D, 在 AC 上取一点 E, 使得 $ED=EA$.

(1) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 当 $OA=3$, $AE=4$ 时, 求 BC 的长度.



24. (8分) (2014•常德) 在体育局的策划下, 市体育馆将组织明星篮球赛, 为此体育局推出两种购票方案 (设购票张数为 x , 购票总价为 y):

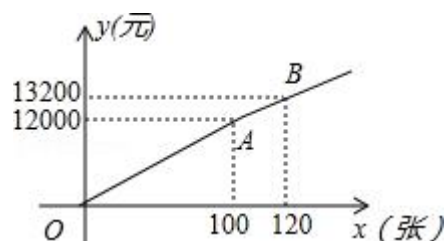
方案一: 提供 8000 元赞助后, 每张票的票价为 50 元;

方案二: 票价按图中的折线 OAB 所表示的函数关系确定.

(1) 若购买 120 张票时, 按方案一和方案二分别应付的购票款是多少?

(2) 求方案二中 y 与 x 的函数关系式;

(3) 至少买多少张票时选择方案一比较合算?



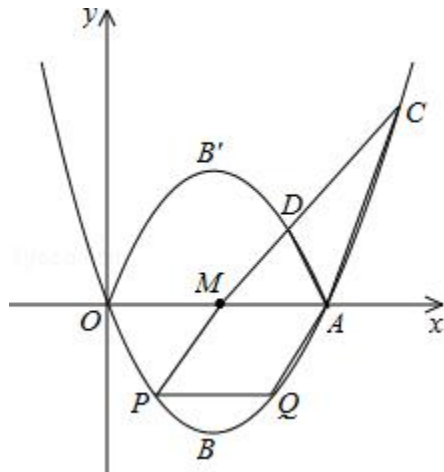
七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. (10 分) (2014·常德) 如图，已知二次函数的图象过点 $O(0, 0)$ ， $A(4, 0)$ ， $B(2, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$ ， M 是 OA 的中点.

(1) 求此二次函数的解析式；

(2) 设 P 是抛物线上的一点，过 P 作 x 轴的平行线与抛物线交于另一点 Q ，要使四边形 $PQAM$ 是菱形，求 P 点的坐标；

(3) 将抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴向上翻折，得曲线 $OB'A$ (B' 为 B 关于 x 轴的对称点)，在原抛物线 x 轴的上方部分取一点 C ，连接 CM ， CM 与翻折后的曲线 $OB'A$ 交于点 D . 若 $\triangle CDA$ 的面积是 $\triangle MDA$ 面积的 2 倍，这样的点 C 是否存在？若存在求出 C 点的坐标，若不存在，请说明理由.



26. (10 分) (2014•常德) 如图 1、2, 已知四边形 ABCD 为正方形, 在射线 AC 上有一动点 P, 作 $PE \perp AD$ (或延长线) 于 E, 作 $PF \perp DC$ (或延长线) 于 F, 作射线 BP 交 EF 于 G.

(1) 在图 1 中, 设正方形 ABCD 的边长为 2, 四边形 ABFE 的面积为 y , $AP=x$, 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 结论: $GB \perp EF$ 对图 1, 图 2 都是成立的, 请任选一图形给出证明;

(3) 请根据图 2 证明: $\triangle FGC \sim \triangle PFB$.

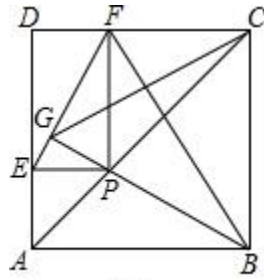


图1

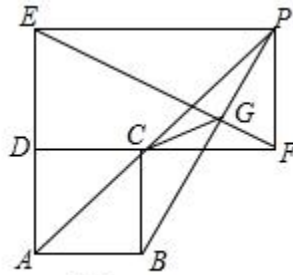


图2

2014 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•常德) $|-2|$ 等于 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

分析: 根据绝对值的性质可直接求出答案.

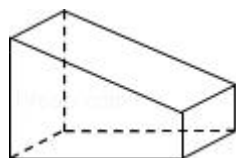
解答: 解: 根据绝对值的性质可知: $|-2|=2$.

故选: A.

点评: 此题考查了绝对值的性质, 要求掌握绝对值的性质及其定义, 并能熟练运用到实际运算当中.

绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2014•常德) 如图的几何体的主视图是 ()

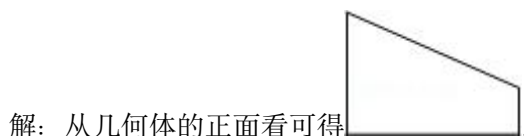


0

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 主视图是分别从物体正面看, 所得到的图形.

解答:



解: 从几何体的正面看可得

故选: B.

点评: 本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. (3 分) (2014•常德) 下列各数: $\frac{1}{3}$, π , $\sqrt[3]{8}$, $\cos 60^\circ$, 0, $\sqrt{3}$, 其中无理数的个数是

- ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 无理数.

分析: 无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数. 由此即可判定选择项.

解答: 解: 据无理数定义得有, π 和 $\sqrt{3}$ 是无理数.

故选: B.

点评: 此题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: π , 2π 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\dots$, 等有这样规律的数.

4. (3分) (2014•常德) 下列各式与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{24}$ C. $\sqrt{125}$ D. $\sqrt{12}$

考点: 同类二次根式.

分析: 利用同类二次根式的性质与定义分别化简二次根式进而判断得出即可.

解答: 解: A、 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, 故不与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故此选项错误;

B、 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$, 故不与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故此选项错误;

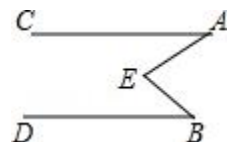
C、 $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$, 故不与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故此选项错误;

D、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, 故, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 故此选项正确;

故选: D.

点评: 此题主要考查了同类二次根式的定义, 正确化简二次根式是解题关键.

5. (3分) (2014•常德) 如图, 已知 $AC \parallel BD$, $\angle CAE=30^\circ$, $\angle DBE=45^\circ$, 则 $\angle AEB$ 等于 ()



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

考点: 平行线的性质.

分析: 过 E 作 $EF \parallel AC$, 然后根据平行线的传递性可得 $EF \parallel BD$, 再根据平行线的性质可得 $\angle B = \angle 2 = 45^\circ$, $\angle 1 = \angle A = 30^\circ$, 进而可得 $\angle AEB$ 的度数.

解答: 解: 过 E 作 $EF \parallel AC$,

$\because AC \parallel BD$,

$\therefore EF \parallel BD$,

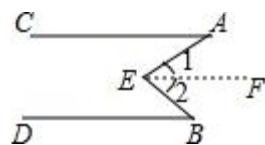
$\therefore \angle B = \angle 2 = 45^\circ$,

$\because AC \parallel EF$,

$\therefore \angle 1 = \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle AEB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$,

故选: D.



点评: 此题主要考查了平行线的性质, 关键是掌握两直线平行, 内错角相等.

6. (3分) (2014•常德) 某班体育委员记录了 7 位女生 1 分钟仰卧起坐的个数分别为 28, 38, 38, 35, 35, 38, 48, 这组数据的中位数和众数分别是 ()

- A. 35, 38 B. 38, 35 C. 38, 38 D. 35, 35

考点: 众数; 中位数.

分析: 出现次数最多的那个数, 称为这组数据的众数; 中位数一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

解答: 解: 38 出现的次数最多, 38 是众数.

排序后位于中间位置的数是 38, 所以中位数为 38.

故选 C.

点评: 本题考查了众数及中位数的知识, 掌握各部分的概念是解题关键.

7. (3 分) (2014•常德) 下面分解因式正确的是 ()

- A. $x^2+2x+1=x(x+2)+1$ B. $(x^2-4)x=x^3-4x$ C. $ax+bx=(a+b)x$ D. $m^2-2mn+n^2=(m+n)^2$

考点: 因式分解-运用公式法; 因式分解-提公因式法.

分析: 直接利用因式分解法的定义以及提取公因式法和公式法分解因式得出即可.

解答: 解: A、 $x^2+2x+1=x(x+2)+1$, 不是因式分解, 故此选项错误;

B、 $(x^2-4)x=x^3-4x$, 不是因式分解, 故此选项错误;

C、 $ax+bx=(a+b)x$, 是因式分解, 故此选项正确;

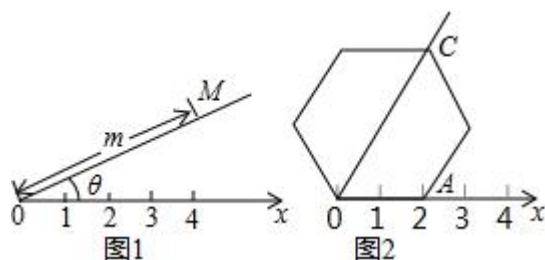
D、 $m^2-2mn+n^2=(m-n)^2$, 故此选项错误.

故选: C.

点评: 此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式等知识, 正确把握因式分解的方法是解题关键.

8. (3 分) (2014•常德) 阅读理解: 如图 1, 在平面内选一定点 O, 引一条有方向的射线 Ox, 再选定一个单位长度, 那么平面上任一点 M 的位置可由 $\angle MOx$ 的度数 θ 与 OM 的长度 m 确定, 有序数对 (θ, m) 称为 M 点的“极坐标”, 这样建立的坐标系称为“极坐标系”.

应用: 在图 2 的极坐标系下, 如果正六边形的边长为 2, 有一边 OA 在射线 Ox 上, 则正六边形的顶点 C 的极坐标应记为 ()



- A. $(60^\circ, 4)$ B. $(45^\circ, 4)$ C. $(60^\circ, 2\sqrt{2})$ D. $(50^\circ, 2\sqrt{2})$

考点: 正多边形和圆; 坐标确定位置.

专题: 新定义.

分析: 设正六边形的中心为 D, 连接 AD, 判断出 $\triangle AOD$ 是等边三角形, 根据等边三角形的性质可得 $OD=OA$, $\angle AOD=60^\circ$, 再求出 OC, 然后根据“极坐标”的定义写出即可.

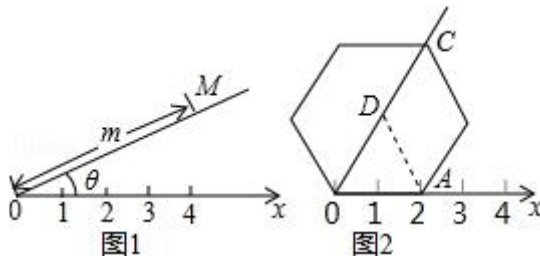
解答: 解: 如图, 设正六边形的中心为 D, 连接 AD,

$\therefore \angle ADO=360^\circ \div 6=60^\circ$, $OD=AD$,

$\therefore \triangle AOD$ 是等边三角形,

$\therefore OD=OA=2$, $\angle AOD=60^\circ$,

$\therefore OC=2OD=2 \times 2=4$,
 $\therefore$ 正六边形的顶点 C 的极坐标应记为 $(60^\circ, 4)$.
 故选 A.



点评: 本题考查了正多边形和圆, 坐标确定位置, 主要利用了正六边形的性质, 读懂题目信息, 理解“极坐标”的定义是解题的关键.

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2014•常德) 要使式子 $\sqrt{2x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $2x-1 \geq 0$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } x \geq \frac{1}{2}.$$

点评: 本题考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

10. (3 分) (2014•常德) 古生物学家发现 350 000 000 年前, 地球上每年大约是 400 天, 用科学记数法表示 350 000 000 = 3.5×10^8 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 350 000 000 用科学记数法表示为: 3.5×10^8 .

故答案为: 3.5×10^8 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. (3 分) (2014•常德) 下列关于反比例函数 $y = \frac{21}{x}$ 的三个结论:

- ①它的图象经过点 (7, 3);
- ②它的图象在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小;
- ③它的图象在二、四象限内.

其中正确的是 ①②.

考点: 反比例函数的性质.

分析: 根据反比例函数图象上点的坐标特点可得①正确;

根据反比例函数的性质: 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小可得②正确, ③错误.

解答: 解: ① $\because 7 \times 3 = 21$,

$\therefore$ 它的图象经过点 $(7, 3)$, 故①正确;

② $\because k = 21 > 0$,

$\therefore$ 它的图象在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小, 故②正确;

③ 它的图象应在第一三象限, 故③错误;

故答案为: ①②.

点评: 此题主要考查了反比例函数的性质, 关键是掌握反比例函数图象上的点的坐标特征: 横纵坐标之积 $= k$.

12. (3 分) (2014•常德) 计算: $\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a^2-1} = \frac{1}{a^2-1}$.

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 原式通分并利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= \frac{a+1}{(a+1)(a-1)} - \frac{a}{(a+1)(a-1)}$

$$= \frac{1}{(a+1)(a-1)}$$
$$= \frac{1}{a^2-1}.$$

故答案为: $\frac{1}{a^2-1}$.

点评: 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

13. (3 分) (2014•常德) 一元二次方程 $2x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 $k < \frac{9}{8}$.

考点: 根的判别式.

专题: 计算题.

分析: 根据判别式的意义得到 $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k > 0$, 然后解不等式即可.

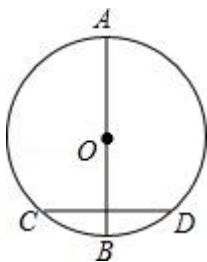
解答: 解: 根据题意得 $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k > 0$,

解得 $k < \frac{9}{8}$.

故答案为 $k < \frac{9}{8}$.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta=0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

14. (3 分) (2014•常德) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$, 若 $AB=10$, $CD=8$, 则圆心 O 到弦 CD 的距离为 3.



考点: 垂径定理; 勾股定理.

分析: 连接 OC, 由 $AB=10$ 得出 OC 的长, 再根据垂径定理求出 CE 的长, 根据勾股定理求出 OE 即可.

解答: 解: 连接 OC,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $AB=10$,

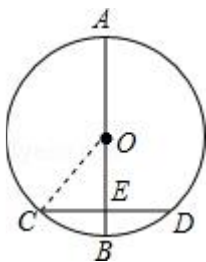
$\therefore OC=5$,

$\because CD \perp AB$, $CD=8$,

$\therefore CE=4$,

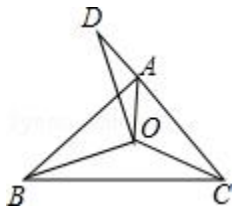
$\therefore OE = \sqrt{OC^2 - CE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

故答案为: 3.



点评: 本题考查了勾股定理和垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

15. (3 分) (2014•常德) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个内角的平分线交于点 O, 点 D 在 CA 的延长线上, 且 $DC=BC$, $AD=AO$, 若 $\angle BAC=80^\circ$, 则 $\angle BCA$ 的度数为 60° .



考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质.

分析: 可证明 $\triangle COD \cong \triangle COB$, 得出 $\angle D = \angle CBO$, 再根据 $\angle BAC = 80^\circ$, 得 $\angle BAD = 100^\circ$, 由角平分线可得 $\angle BAO = 40^\circ$, 从而得出 $\angle DAO = 140^\circ$, 根据 $AD = AO$, 可得出 $\angle D = 20^\circ$, 即可得出 $\angle CBO = 20^\circ$, 则 $\angle ABC = 40^\circ$, 最后算出 $\angle BCA = 60^\circ$

解答: 解: $\because \triangle ABC$ 三个内角的平分线交于点 O ,

$$\therefore \angle ACO = \angle BCO,$$

在 $\triangle COD$ 和 $\triangle COB$ 中,

$$\begin{cases} CD = CB \\ \angle OCD = \angle OCB, \\ CO = CO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COD \cong \triangle COB,$$

$$\therefore \angle D = \angle CBO,$$

$$\therefore \angle BAC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DAO = 140^\circ,$$

$$\because AD = AO, \therefore \angle D = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle CBO = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = 60^\circ,$$

故答案为 60° .

点评: 本题考查了全等三角形的判定和性质以及等腰三角形的性质, 证明三角形全等是解决此题的关键.

16. (3 分) (2014·常德) 已知: $\frac{2-1}{2^2-1^2} = \frac{1}{3}; \frac{4-3+2-1}{4^2-3^2+2^2-1^2} = \frac{1}{5};$

计算: $\frac{6-5+4-3+2-1}{6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2} = \frac{1}{7};$

猜想: $\frac{[(2n+2) - (2n+1)] + \dots + (6-5) + (4-3) + (2-1)}{[(2n+2)^2 - (2n+1)^2] + \dots + (6^2 - 5^2) + (4^2 - 3^2) + (2^2 - 1^2)} = \frac{1}{2n+3}.$

考 规律型: 数字的变化类.

点:

分

析: 由 $\frac{2-1}{2^2-1^2} = \frac{1}{3}; \frac{4-3+2-1}{4^2-3^2+2^2-1^2} = \frac{1}{5}; \frac{6-5+4-3+2-1}{6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2} = \frac{1}{7}; \dots$

由此看出分子是从 n 个 1 相加, 结果等于 n ; 分母是 $(4n+3) + (4n-1)$

$$+...+11+7+3=\frac{n(4n+3+3)}{2}=n(2n+3), \text{ 故猜想}$$

$$\frac{[(2n+2)-(2n+1)]+\cdots+(6-5)+(4-3)+(2-1)}{[(2n+2)^2-(2n+1)^2]+\cdots+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2)}=\frac{1}{2n+3}.$$

解: 已 $\frac{2-1}{2^2-1^2}=\frac{1}{3};$

$$\frac{4-3+2-1}{4^2-3^2+2^2-1^2}=\frac{1}{5};$$

$$\frac{6-5+4-3+2-1}{6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2}=\frac{1}{7};$$

...

$$\frac{[(2n+2)-(2n+1)]+\cdots+(6-5)+(4-3)+(2-1)}{[(2n+2)^2-(2n+1)^2]+\cdots+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2)}$$

分子为 n 个 1 相加, 结果等于 n ;

$$\text{分母为 } n \text{ 项相加: } (4n+3) + (4n-1) + \cdots + 11+7+3=\frac{n(4n+3+3)}{2}=n(2n+3)$$

$\therefore$ 猜想

$$\frac{[(2n+2)-(2n+1)]+\cdots+(6-5)+(4-3)+(2-1)}{[(2n+2)^2-(2n+1)^2]+\cdots+(6^2-5^2)+(4^2-3^2)+(2^2-1^2)}=$$

$$\frac{n}{n(2n+3)}=\frac{1}{2n+3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{7}; \frac{1}{2n+3}.$$

点评: 此题考查数字的变化规律, 找出数字之间的运算规律, 利用规律解决问题.

三、(本大题 2 个小题, 每小题 5 分, 满分 10 分)

17. (5 分) (2014·常德) 计算: $(-2)^2 - 2^{-1} + (\sin 30^\circ - 1)^0 - \sqrt{16}.$

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 本题涉及乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简、负指数幂等四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: 原式 $= 4 - \frac{1}{2} + 1 - 4$

$$= \frac{1}{2}.$$

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟悉乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简、负指数幂等考点的运算.

18. (5 分) (2014•常德) 解方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{2}{x^2-4}$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $x+2=2$,

解得: $x=0$,

经检验 $x=0$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

四、(本大题 2 个小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6 分) (2014•常德) 求不等式组 $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4 \\ -\frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}-x \end{cases}$ 的解集.

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 要求不等式组的解, 只要求出这两个不等式得解, 然后根据不等式的解的公共部分确定不等式组的解.

解答: 解: $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4, & (1) \\ -\frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}-x, & (2) \end{cases}$

由 (1) 得: $x > -\frac{3}{2}$, (3 分)

由 (2) 得: $x \leq 1$, (3 分)

所以原不等式组的解集为 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$. (4 分)

点评: 本题考查了解一元一次不等式组, 要求学生熟练一元一次不等式组的解集确定的方法. 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小无处找.

20. (6 分) (2014•常德) 小美周末来到公园, 发现在公园一角有一种“守株待兔”游戏. 游戏设计者提供了一只兔子和一个有 A、B、C、D、E 五个出入口的兔笼, 而且笼内的兔子从每个出入口走出兔笼的机会是均等的. 规定:

①玩家只能将小兔从 A、B 两个出入口放入;

②如果小兔进入笼子后选择从开始进入的出入口离开, 则可获得一只价值 5 元小兔玩具, 否则应付费 3 元.

(1) 问小美得到小兔玩具的机会有多大?

(2) 假设有 100 人次玩此游戏, 估计游戏设计者可赚多少元?

考点：列表法与树状图法.

专题：计算题.

分析：（1）根据五个出入口的兔笼中一个出口得奖，确定出所求概率即可；
（2）求出获奖概率与没有获奖概率，确定出 100 人次玩此游戏，游戏设计者可赚的钱即可.

解答：解：（1）根据题意得：小美得到小兔玩具的机会是 $\frac{1}{5}$;

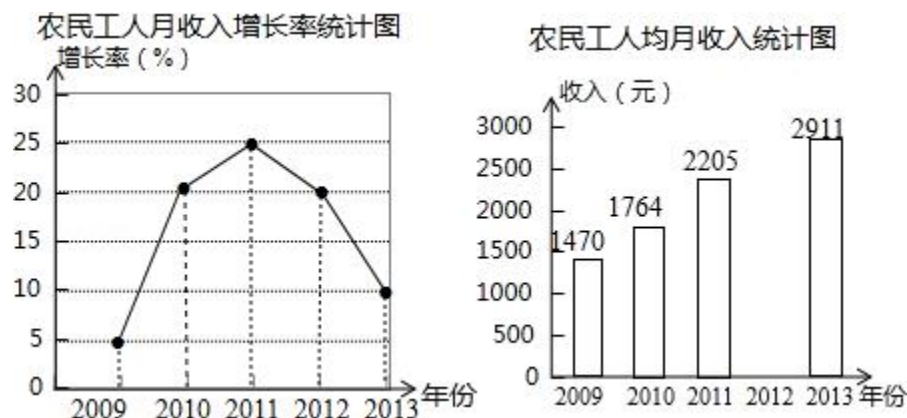
（2）根据题意得：一个人玩此游戏，游戏设计者可赚的钱为 $-\frac{1}{5} \times 5 + \frac{4}{5} \times 3 = \frac{7}{5}$ （元），

则有 100 人次玩此游戏，估计游戏设计者可赚 $100 \times \frac{7}{5} = 140$ （元）.

点评：此题考查了列表法与树状图法，弄清题意是解本题的关键.

五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21. (7 分) (2014•常德) 2014 年 5 月 12 日，国家统计局公布了《2013 年农民工监测调查报告》，报告显示：我国农民工收入持续快速增长. 某地区农民工人均月收入增长率如图 1，并将人均月收入绘制成如图 2 的不完整的条形统计图.



根据以上统计图解答下列问题:

- (1) 2013 年农民工人均月收入的增长率是多少?
- (2) 2011 年农民工人均月收入是多少?
- (3) 小明看了统计图后说: “农民工 2012 年的人均月收入比 2011 年的少了.” 你认为小明的说法正确吗? 请说明理由.

考点：折线统计图；条形统计图.

分析：（1）直接利用折线统计图得出答案即可；
（2）直接利用条形统计图得出答案即可；
（3）利用 2012 年农民工人均月收入增长率进而求出 2012 年的月平均收入，进而得出答案.

解答：解：（1）由折线统计图可得出：
2013 年农民工人均月收入的增长率是：10%;

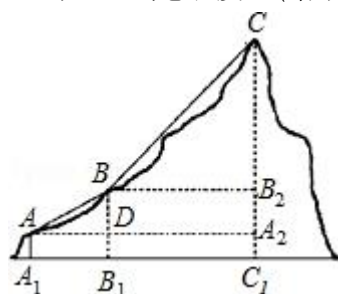
（2）由条形统计图可得出：
2011 年农民工人均月收入是：2205 元;

(3) 不正确,

理由: $\because$ 2012 年农民工人均月收入是: $2205 \times (1+20\%) = 2646$ (元) > 2205 元,
 $\therefore$ 农民工 2012 年的人均月收入比 2011 年的少了, 是错误的.

点评: 此题主要考查了条形统计图以及折线统计图的应用, 利用图形获取正确信息是解题关键.

22. (7 分) (2014•常德) 如图, A, B, C 表示修建在一座山上的三个缆车站的位置, AB, BC 表示连接缆车站的钢缆. 已知 A, B, C 所处位置的海拔 AA_1 , BB_1 , CC_1 分别为 160 米, 400 米, 1000 米, 钢缆 AB, BC 分别与水平线 AA_2 , BB_2 所成的夹角为 30° , 45° , 求钢缆 AB 和 BC 的总长度. (结果精确到 1 米)



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 先根据题意得到 BD, CB_2 的长, 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 由三角函数可得 AB 的长度, 在 $Rt\triangle BCB_2$ 中, 由三角函数可得 BC 的长度, 再相加即可得到答案.

解答: 解: $BD = 400 - 160 = 240$ 米,

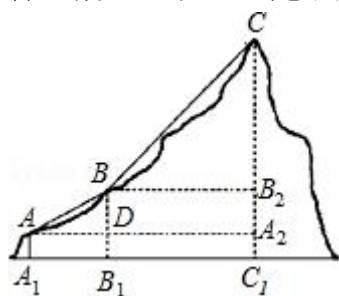
$CB_2 = 1000 - 400 = 600$ 米,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $AB = \frac{BD}{\sin 30^\circ} = 480$ 米,

在 $Rt\triangle BCB_2$ 中, $BC = \frac{CB_2}{\sin 45^\circ} = 600\sqrt{2}$ 米,

$AB + BC = 480 + 600\sqrt{2} \approx 1328$ 米.

答: 钢缆 AB 和 BC 的总长度大约是 1328 米.



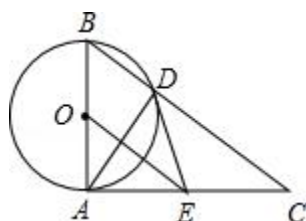
点评: 考查了解直角三角形的应用, 关键是根据三角函数得到 AB 和 BC 的长度.

六、(本大题 2 个小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

23. (8 分) (2014•常德) 如图, 已知 $\odot O$ 的直径为 AB, $AC \perp AB$ 于点 A, BC 与 $\odot O$ 相交于点 D, 在 AC 上取一点 E, 使得 $ED = EA$.

(1) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 当 $OA = 3$, $AE = 4$ 时, 求 BC 的长度.



考点：切线的判定.

分析： (1) 如图，连接 OD. 通过证明 $\triangle AOE \cong \triangle DOE$ 得到 $\angle OAE = \angle ODE = 90^\circ$ ，易证得结论；

(2) 利用圆周角定理和垂径定理推知 $OE \parallel BC$ ，所以根据平行线分线段成比例求得 BC 的长度即可.

解答： (1) 证明：如图，连接 OD.

$\because AC \perp AB$,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ，即 $\angle OAE = 90^\circ$.

在 $\triangle AOE$ 与 $\triangle DOE$ 中，

$$\begin{cases} OA = OD \\ AE = DE, \\ OE = OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle DOE$ (SSS),

$\therefore \angle OAE = \angle ODE = 90^\circ$ ，即 $OD \perp ED$.

又 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径，

$\therefore ED$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解：如图，在 $\triangle OAE$ 中， $\angle OAE = 90^\circ$ ， $OA = 3$ ， $AE = 4$ ，

$\therefore$ 由勾股定理易求 $OE = 5$.

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，即 $AD \perp BC$.

又 $\because$ 由 (1) 知， $\triangle AOE \cong \triangle DOE$ ，

$\therefore \angle AEO = \angle DEO$ ，

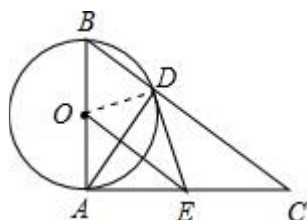
又 $\because AE = DE$ ，

$\therefore OE \perp AD$ ，

$\therefore OE \parallel BC$ ，

$$\therefore \frac{OA}{AB} = \frac{OE}{BC} = \frac{1}{2}.$$

$BC = 2OE = 10$ ，即 BC 的长度是 10.



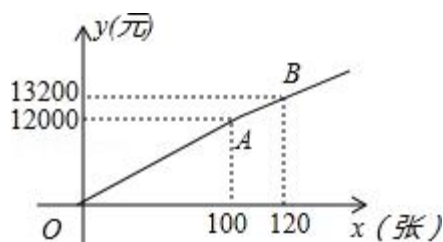
点评： 本题考查了切线的判定与性质. 解答 (2) 题时，也可以根据三角形中位线定理来求线段 BC 的长度.

24. (8分) (2014•常德) 在体育局的策划下, 市体育馆将组织明星篮球赛, 为此体育局推出两种购票方案 (设购票张数为 x , 购票总价为 y):

方案一: 提供 8000 元赞助后, 每张票的票价为 50 元;

方案二: 票价按图中的折线 OAB 所表示的函数关系确定.

- (1) 若购买 120 张票时, 按方案一和方案二分别应付的购票款是多少?
- (2) 求方案二中 y 与 x 的函数关系式;
- (3) 至少买多少张票时选择方案一比较合算?



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 方案一中, 总费用 $y=8000+50x$, 代入 $x=120$ 求得答案; 由图可知方案二中, 当 $x=120$ 时, 对应的购票总价为 13200 元;

(2) 分段考虑当 $x \leq 100$ 时, 当 $x \geq 100$ 时, 设出一次函数解析式, 把其中两点的坐标代入即可求得相应的函数解析式;

(3) 由 (1) (2) 的解析式建立不等式, 求得答案即可.

解答: 解: (1) 若购买 120 张票时,

方案一购票总价: $y=8000+50x=14000$ 元,

方案二购票总价: $y=13200$ 元.

(2) 当 $0 < x \leq 100$ 时,

设 $y=kx$, 代入 $(100, 12000)$ 得

$$12000=100k,$$

解得 $k=120$,

$$\therefore y=120x;$$

当 $x > 100$ 时,

设 $y=kx+b$, 代入 $(100, 12000)$ 、 $(120, 13200)$ 得

$$\begin{cases} 100k+b=12000 \\ 120k+b=13200 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=60 \\ b=6000 \end{cases},$$

$$\therefore y=60x+6000.$$

(3) 由 (1) 可知, 要选择方案一比较合算, 必须超过 120 张, 由此得

$$8000+50x \leq 60x+6000,$$

解得 $x \geq 200$,

所以至少买 200 张票时选择方案一比较合算.

点评: 此题考查了一次函数的应用, 一元一次不等式的运用; 根据自变量不同的取值分情况进行探讨是解决本题的关键.

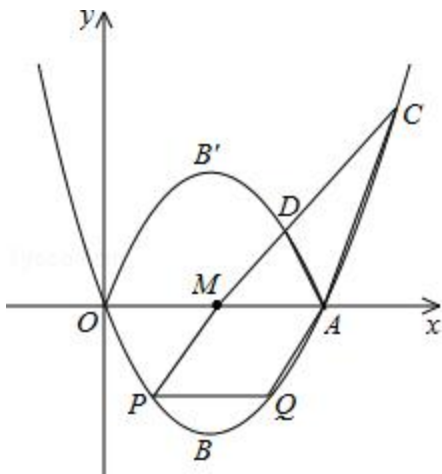
七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. (10 分) (2014·常德) 如图，已知二次函数的图象过点 $O(0, 0)$ ， $A(4, 0)$ ， $B(2, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$ ， M 是 OA 的中点.

(1) 求此二次函数的解析式；

(2) 设 P 是抛物线上的一点，过 P 作 x 轴的平行线与抛物线交于另一点 Q ，要使四边形 $PQAM$ 是菱形，求 P 点的坐标；

(3) 将抛物线在 x 轴下方的部分沿 x 轴向上翻折，得曲线 $OB'A$ (B' 为 B 关于 x 轴的对称点)，在原抛物线 x 轴的上方部分取一点 C ，连接 CM ， CM 与翻折后的曲线 $OB'A$ 交于点 D 。若 $\triangle CDA$ 的面积是 $\triangle MDA$ 面积的 2 倍，这样的点 C 是否存在？若存在求出 C 点的坐标，若不存在，请说明理由。



考点：二次函数综合题.

分析：(1) 利用待定系数法求出二次函数的解析式；

(2) 由四边形 $PQAM$ 是菱形，可知 $PQ=2$ 且 $PQ \parallel x$ 轴，因此点 P 、 Q 关于对称轴 $x=2$ 对称，可得点 P 横坐标为 1，从而求出点 P 的坐标；

(3) 假设存在满足条件的点 C 。由 $\triangle CDA$ 的面积是 $\triangle MDA$ 面积的 2 倍，可得点 C 纵坐标是点 D 纵坐标的 3 倍，由此列方程求出点 C 的坐标。

解答：解：(1) $\because$ 抛物线过原点， $\therefore$ 设其解析式为： $y=ax^2+bx$ 。

$\because$ 抛物线经过点 $A(4, 0)$ ， $B(2, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$ ，

$$\therefore \begin{cases} 16a+4b=0 \\ 4a+2b=-\frac{4\sqrt{3}}{3} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-\frac{4\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数解析式为： $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}x$ 。

$$(2) \because y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}x=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)^2-\frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore$ 抛物线对称轴为直线： $x=2$ 。

$\therefore$ 四边形 PQAM 是菱形,
 $\therefore PQ=MA=2$, $PQ \parallel x$ 轴.
 $\therefore$ 点 P、Q 关于对称轴 $x=2$ 对称,
 $\therefore$ 点 P 横坐标为 1.

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } y = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}.$$

$$\therefore P(1, -\sqrt{3}).$$

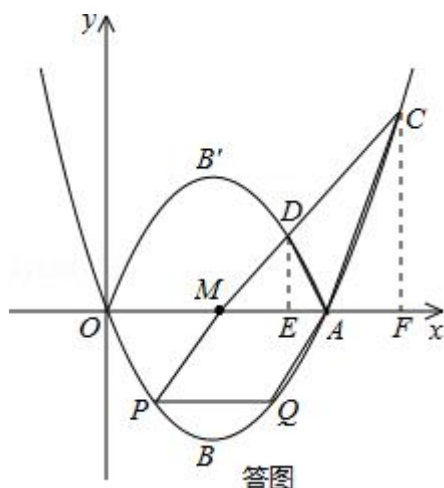
$$(3) \text{ 依题意, 翻折之后的抛物线解析式为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x.$$

假设存在这样的点 C,

$\therefore \triangle CDA$ 的面积是 $\triangle MDA$ 面积的 2 倍,

$$\therefore CD=2MD, \therefore CM=3MD.$$

如答图所示, 分别过点 D、C 作 x 轴的垂线, 垂足分别为点 E、点 F, 则有 $DE \parallel CF$.



$$\therefore \frac{DE}{CF} = \frac{ME}{MF} = \frac{MD}{MC},$$

$$\therefore CF=3DE, MF=3ME.$$

$$\text{设 } C(x, \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x),$$

$$\text{则 } MF=x-2, ME=\frac{1}{3}MF=\frac{1}{3}(x-2), OE=ME+OM=\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$$

$$\therefore D(\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{3}x+\frac{4}{3})^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{3}x+\frac{4}{3})).$$

$$\therefore CF=3DE,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x = 3[-\frac{\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{3}x+\frac{4}{3})^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}(\frac{1}{3}x+\frac{4}{3})],$$

$$\text{整理得: } x^2 - 4x - 8 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1=2+2\sqrt{3}, x_2=2-2\sqrt{3}.$$

$$\therefore y_1 = \frac{8\sqrt{3}}{3}, y_2 = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{存在满足条件的点 C, 点 C 的坐标为 } (2+2\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3}) \text{ 或 } (2-2\sqrt{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3}).$$

点评: 本题为二次函数综合题型, 考查了二次函数的图象与性质、解方程、相似三角形、菱形、翻折变换等知识点. 第 (2) 问中, 解题关键是紧扣菱形的定义及二次函数的对称性; 第 (3) 问是存在型问题, 解题关键得到点 C 纵坐标是点 D 的 3 倍.

26. (10 分) (2014•常德) 如图 1、2, 已知四边形 ABCD 为正方形, 在射线 AC 上有一动点 P, 作 $PE \perp AD$ (或延长线) 于 E, 作 $PF \perp DC$ (或延长线) 于 F, 作射线 BP 交 EF 于 G.

(1) 在图 1 中, 设正方形 ABCD 的边长为 2, 四边形 ABFE 的面积为 y, $AP=x$, 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 结论: $GB \perp EF$ 对图 1, 图 2 都是成立的, 请任选一图形给出证明;

(3) 请根据图 2 证明: $\triangle FGC \sim \triangle PFB$.

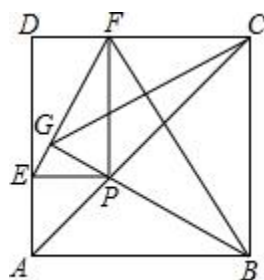


图1

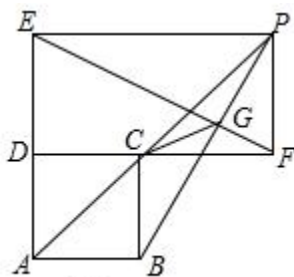


图2

考点: 四边形综合题.

分析: (1) 根据题意得出 $S_{\text{四边形 ABFE}} = 4 - \frac{1}{2}ED \times DF - \frac{1}{2}BC \times FC$ 进而得出答案;

(2) 首先利用正方形的性质进而证明 $\triangle FPE \cong \triangle BHP$ (SAS), 即可得出 $\triangle FPG \sim \triangle BPH$, 求出即可;

(3) 首先得出 $\triangle DPC \cong \triangle BPC$ (SAS), 进而利用相似三角形的判定得出 $\triangle FGC \sim \triangle PFB$.

解答: (1) 解: $\because PE \perp AD, PF \perp DC,$

$\therefore$ 四边形 EPFD 是矩形,

$\therefore AP=x,$

$$\therefore AE=EP=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$DE=PF=FC=2-\frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 ABFE}} = 4 - \frac{1}{2}ED \cdot DF - \frac{1}{2}BC \cdot FC$$

$$= 4 - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}x \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x\right) - \frac{1}{2} \times 2 \times \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x\right)$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + 2;$$

(2) 证明: 如图 1, 延长 FP 交 AB 于 H,

$\because PF \perp DC, PE \perp AD,$

$\therefore PF \perp PE, PH \perp HB,$

即 $\angle BHP = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,
 $\therefore$ AC 平分 $\angle DAB$,
 $\therefore$ 可得 $PF=FC=HB$, $EP=PH$,
 在 $\triangle FPE$ 与 $\triangle BHP$ 中

$$\begin{cases} PF=BH \\ \angle FPE=\angle BHP, \\ PE=HP \end{cases}$$
 $\therefore \triangle FPE \cong \triangle BHP$ (SAS),
 $\therefore \angle PFE=\angle PBH$,
 又 $\therefore \angle FPG=\angle BPH$,
 $\therefore \triangle FPG \sim \triangle BPH$,
 $\therefore \angle FGP=\angle BHP=90^\circ$,
 即 $GB \perp EF$;

(3) 证明: 如图 2, 连接 PD, $\therefore GB \perp EF$,
 $\therefore \angle BPF=\angle CFG$ ①,
 在 $\triangle DPC$ 和 $\triangle BPC$ 中

$$\begin{cases} DC=BC \\ \angle DCP=\angle BCP=135^\circ, \\ PC=PC \end{cases}$$
 $\therefore \triangle DPC \cong \triangle BPC$ (SAS),
 $\therefore PD=PB$,
 而 $PD=EF$, $\therefore EF=PB$,
 又 $\therefore GB \perp EF$,
 $\therefore PF^2=FG \cdot EF$,
 $\therefore PF^2=FG \cdot PB$,
 而 $PF=FC$,
 $\therefore PF \cdot FC=FG \cdot PB$,
 $\therefore \frac{PF}{PB} = \frac{FG}{FC}$ ②,
 $\therefore$ 由 ①② 得 $\triangle FGC \sim \triangle PFB$.

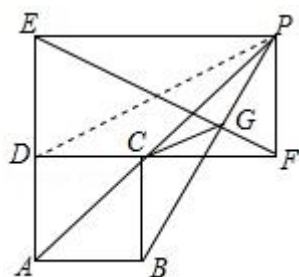


图2



点评: 此题主要考查了正方形的性质以及全等三角形的判定和相似三角形的判定与性质等知识, 熟练应用正方形的性质得出对应角以及对应边的关系是解题关键.