

2014 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分）

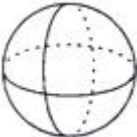
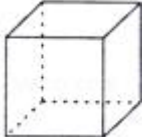
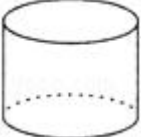
1. (3 分) (2014•岳阳) 实数 2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\pm\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•岳阳) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a+5a=7a$ B. $2x-x=1$ C. $3+a=3a$ D. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

3. (3 分) (2014•岳阳) 下列几何体中，主视图是三角形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2014•岳阳) 2014 年“五一”小长假，岳阳楼、君山岛景区接待游客约 120000 人次，将 120000 用科学记数法表示为 ()

- A. 12×10^4 B. 1.2×10^5 C. 1.2×10^6 D. 12 万

5. (3 分) (2014•岳阳) 不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > 2$ B. $x > 1$ C. $1 < x < 2$ D. 无解

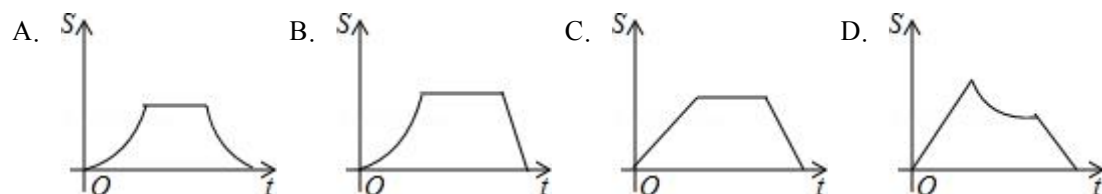
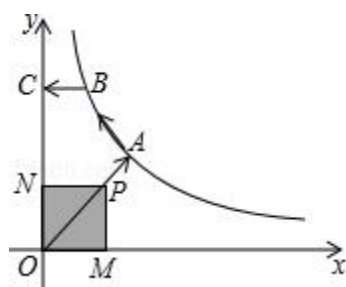
6. (3 分) (2014•岳阳) 已知扇形的圆心角为 60° ，半径为 1，则扇形的弧长为 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

7. (3 分) (2014•岳阳) 下列因式分解正确的是 ()

- A. $x^2 - y^2 = (x - y)^2$ B. $a^2 + a + 1 = (a + 1)^2$ C. $xy - x = x(y - 1)$ D. $2x + y = 2(x + y)$

8. (3 分) (2014•岳阳) 如图，已知点 A 是直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$, $x>0$) 的交点，B 是 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的另一点， $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C. 动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ (图中“ $\rightarrow$ ”所示路线) 匀速运动，终点为 C，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴， $PN \perp y$ 轴，垂足分别为 M, N. 设四边形 OMPN 的面积为 S, P 点运动时间为 t, 则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()



二、填空题 (本大题 8 道小题, 每小题 4 分, 满分 32 分)

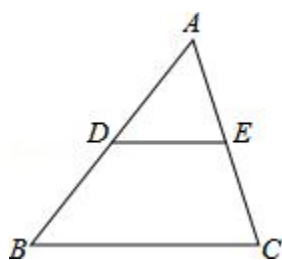
9. (4 分) (2014•岳阳) 计算: $-\sqrt{9}$ = _____.

10. (4 分) (2014•岳阳) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根是_____.

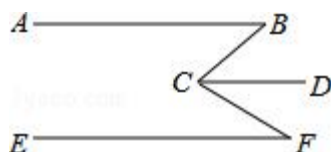
11. (4 分) (2014•岳阳) 体育测试中, 某班某一小组 1 分钟跳绳成绩如下: 176, 176, 168, 150, 190, 185, 180 (单位: 个), 则这组数据的中位数是_____.

12. (4 分) (2014•岳阳) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个自然数中, 任取一个数是奇数的概率是_____.

13. (4 分) (2014•岳阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E, F 分别是 AB, AC 的中点且 $EF=1$, 则 BC = _____.



14. (4 分) (2014•岳阳) 如图, 若 $AB \parallel CD \parallel EF$, $\angle B=40^\circ$, $\angle F=30^\circ$, 则 $\angle BCF$ = _____.

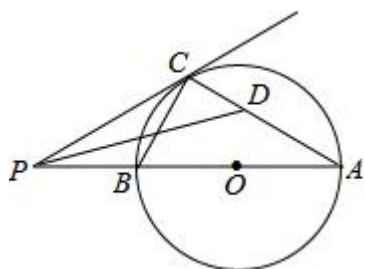


15. (4 分) (2014•岳阳) 观察下列一组数: $\frac{3}{2}$, 1, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{11}{26}$..., 它们是按一定规律排列的那么这组数的第 n 个数是_____ (n 为正整数)

16. (4分) (2014•岳阳) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, P 为 AB 延长线上的一个动点, 过点 P 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 C, 连接 AC, BC, 作 $\angle APC$ 的平分线交 AC 于点 D.

下列结论正确的是_____ (写出所有正确结论的序号)

- ① $\triangle CPD \sim \triangle DPA$;
- ② 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $PC = \sqrt{3}BC$;
- ③ 若 $\angle CPA = 30^\circ$, 则 $PB = OB$;
- ④ 无论点 P 在 AB 延长线上的位置如何变化, $\angle CDP$ 为定值.



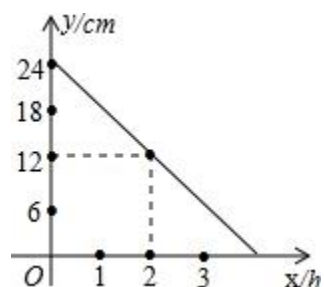
三、解答题 (本大题共 8 道小题, 满分 64 分)

17. (6分) (2014•岳阳) 计算: $|-1| + \sqrt{2} \times \sqrt{8} + 3^{-1} - 2^2$.

18. (6分) (2014•岳阳) 解分式方程: $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$.

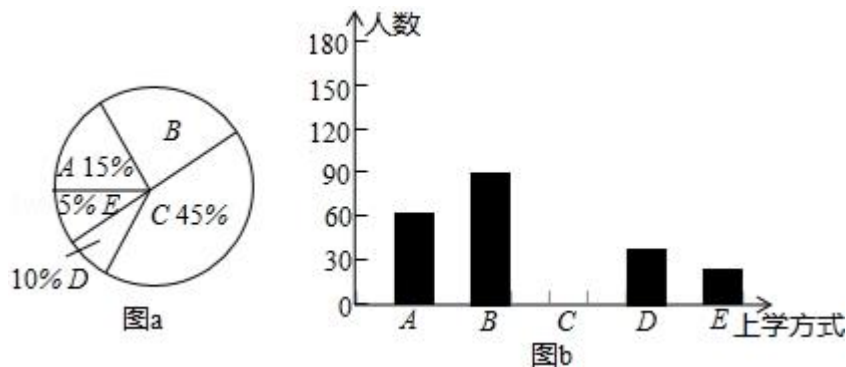
19. (8分) (2014•岳阳) 在一次蜡烛燃烧实验中, 蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y (cm) 与燃烧时间 x (h) 之间为一次函数关系. 根据图象提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 求出蜡烛燃烧时 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 求蜡烛从点燃到燃尽所用的时间.



20. (8 分) (2014•岳阳) 某项球类比赛，每场比赛必须分出胜负，其中胜 1 场得 2 分，负 1 场得 1 分. 某队在全部 16 场比赛中得到 25 分，求这个队胜、负场数分别是多少？

21. (8 分) (2014•岳阳) 为了响应岳阳市政府“低碳出行、绿色出行”的号召，某中学数学兴趣小组在全校 2000 名学生中就上学方式随机抽取了 400 名学生进行抽样调查，经统计整理绘制出图 a、图 b 两幅不完整的统计图：



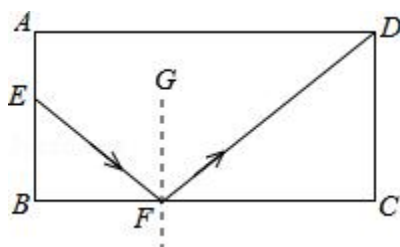
A: 步行; B: 骑自行车; C: 乘公共交通工具; D: 乘私家车; E: 其他.

请根据统计图提供的信息解答下列问题:

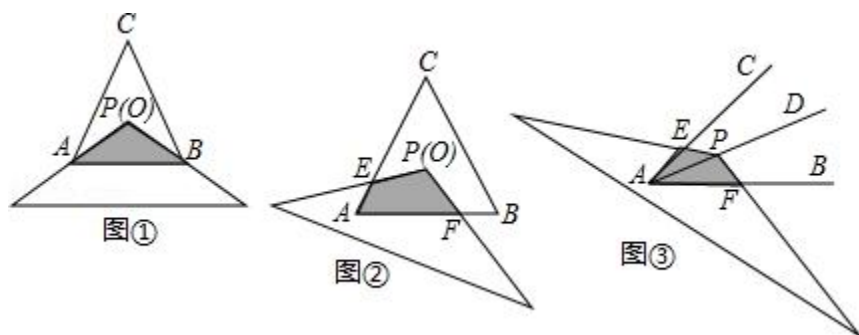
- (1) 图 a 中“B”所在扇形的圆心角为_____;
- (2) 请在图 b 中把条形统计图补充完整;
- (3) 请根据样本数据估计全校骑自行车上学的学生人数.

22. (8 分) (2014•岳阳) 如图，矩形 ABCD 为台球桌面，AD=260cm，AB=130cm，球目前在 E 点位置，AE=60cm. 如果小丁瞄准 BC 边上的点 F 将球打过去，经过反弹后，球刚好弹到 D 点位置.

- (1) 求证: $\triangle BEF \sim \triangle CDF$;
- (2) 求 CF 的长.



23. (10 分) (2014•岳阳) 数学活动 – 求重叠部分的面积

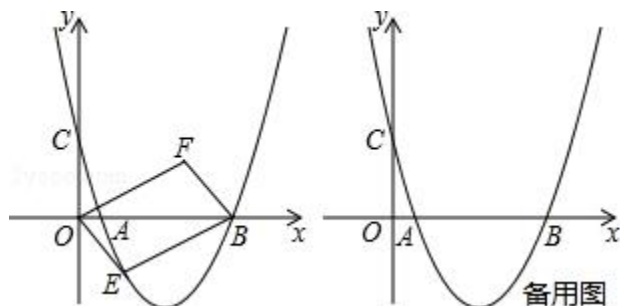


(1) 问题情境: 如图①, 将顶角为 120° 的等腰三角形纸片 (纸片足够大) 的顶点 P 与等边 $\triangle ABC$ 的内心 O 重合, 已知 $OA=2$, 则图中重叠部分 $\triangle PAB$ 的面积为 $\sqrt{3}$.

(2) 探究 1: 在 (1) 的条件下, 将纸片绕 P 点旋转至如图②所示位置, 纸片两边分别与 AC , AB 交于点 E , F , 图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积是否相等? 如果相等, 请给予证明; 如果不相等, 请说明理由.

(3) 探究 2: 如图③, 若 $\angle CAB=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), AD 为 $\angle CAB$ 的角平分线, 点 P 在射线 AD 上, 且 $AP=2$, 以 P 为顶点的等腰三角形纸片 (纸片足够大) 与 $\angle CAB$ 的两边 AC , AB 分别交于点 E , F , $\angle EPF=180^\circ - \alpha$, 求重叠部分的面积. (用 α 或 $\frac{\alpha}{2}$ 的三角函数值表示)

24. (10 分) (2014•岳阳) 如图, 抛物线经过点 A (1, 0), B (5, 0), C (0, $\frac{10}{3}$) 三点, 设点 E (x, y) 是抛物线上一动点, 且在 x 轴下方, 四边形 OEBF 是以 OB 为对角线的平行四边形.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当点 E (x, y) 运动时, 试求平行四边形 OEBF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式, 并求出面积 S 的最大值?
- (3) 是否存在这样的点 E, 使平行四边形 OEBF 为正方形? 若存在, 求 E 点, F 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2014 年湖南省岳阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2014•岳阳) 实数 2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\pm\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

考点: 实数的性质.

分析: 根据乘积是 1 的两个数叫做互为倒数求解即可.

解答: 解: $\because 2 \times \frac{1}{2} = 1$,
 $\therefore$ 实数 2 的倒数是 $\frac{1}{2}$.
故选: D.

点评: 本题考查了实数的性质, 主要利用了倒数的定义, 熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) (2014•岳阳) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a+5a=7a$ B. $2x-x=1$ C. $3+a=3a$ D. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

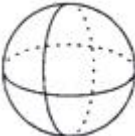
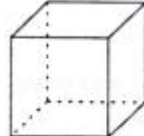
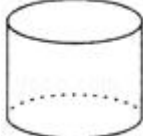
考点: 同底数幂的乘法; 合并同类项.

分析: 根据合并同类项、同底数幂的运算法则计算.

解答: 解: A、符合合并同类项法则, 故本选项正确;
B、 $2x-x=x \neq 1$, 故本选项错误;
C、3 和 a 不是同类项, 故本选项错误;
D、 $x^2 \cdot x^3 \neq x^6 = x^5$, 故本选项错误.
故选: A.

点评: 本题考查了同底数幂的乘法与合并同类项, 熟悉合并同类项法则是解题的关键.

3. (3 分) (2014•岳阳) 下列几何体中, 主视图是三角形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 找到从正面看所得到的图形即可.

解答: 解: A、主视图为圆, 故选项错误;
B、主视图为正方形, 故选项错误;
C、主视图为三角形, 故选项正确;
D、主视图为长方形, 故选项错误.
故选: C.

点评: 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

4. (3分) (2014•岳阳) 2014年“五一”小长假, 岳阳楼、君山岛景区接待游客约120000人次, 将120000用科学记数法表示为 ()
- A. 12×10^4 B. 1.2×10^5 C. 1.2×10^6 D. 12万

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于120000有6位, 所以可以确定 $n=6-1=5$.

解答: 解: $120\,000=1.2 \times 10^5$.

故选: B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

5. (3分) (2014•岳阳) 不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > 2$ B. $x > 1$ C. $1 < x < 2$ D. 无解

考点: 不等式的解集.

分析: 根据不等式组解集的四种情况, 进行选择即可.

解答: 解: 根据同大取较大的原则,

不等式组的解集为 $x > 2$,

故选: A.

点评: 本题考查了不等式的解集, 是基础题比较简单. 解答此题要根据不等式组解集的求法解答. 求不等式组的解集, 应注意: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

6. (3分) (2014•岳阳) 已知扇形的圆心角为 60° , 半径为1, 则扇形的弧长为 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$

考点: 弧长的计算.

分析: 利用弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 即可直接求解.

解答: 解: 弧长是: $\frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$.

故选: D.

点评: 本题考查了弧长公式, 正确记忆公式是关键.

7. (3分) (2014•岳阳) 下列因式分解正确的是 ()

- A. $x^2 - y^2 = (x - y)^2$ B. $a^2 + a + 1 = (a + 1)^2$ C. $xy - x = x(y - 1)$ D. $2x + y = 2(x + y)$

考点: 因式分解-运用公式法; 因式分解-提公因式法.

分析: 分别利用公式法以及提取公因式法分解因式进而判断得出即可.

解答: 解: A、 $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, 故此选项错误;

B、 $a^2 + a + 1$ 无法因式分解, 故此选项错误;

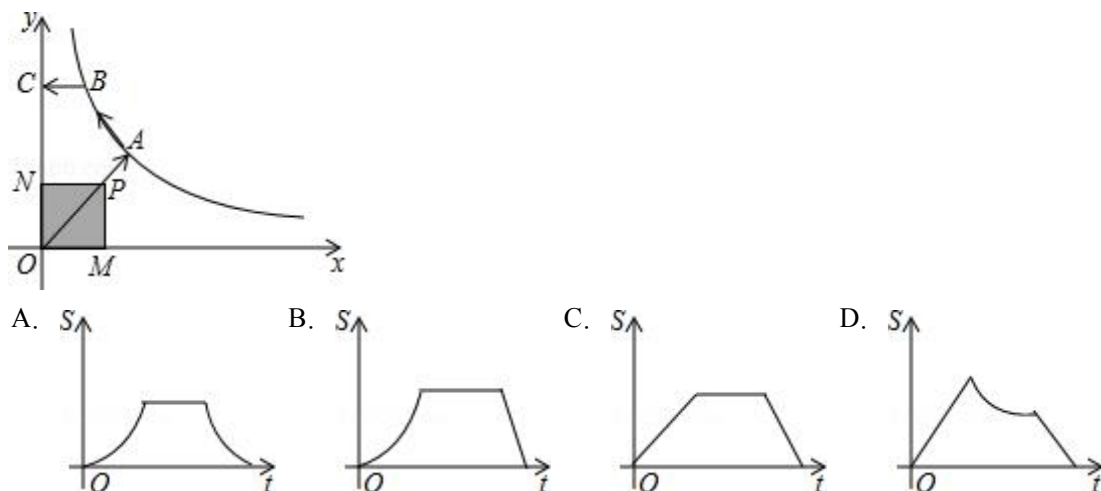
C、 $xy - x = x(y - 1)$ ，正确；

D、 $2x + y$ 无法因式分解，故此选项错误；

故选：C.

点评：此题主要考查了公式法以及提取公因式法分解因式，熟练掌握乘法公式是解题关键.

8. (3分) (2014•岳阳) 如图，已知点 A 是直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=$ ($k>0, x>0$) 的交点，B 是 $y=$ 图象上的另一点， $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C. 动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ (图中“ $\rightarrow$ ”所示路线) 匀速运动，终点为 C，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴， $PN \perp y$ 轴，垂足分别为 M, N. 设四边形 OMPN 的面积为 S, P 点运动时间为 t, 则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()



考点：动点问题的函数图象.

分析：根据点 P 的位置，分①点 P 在 OA 上时，四边形 OMPN 为正方形；②点 P 在反比例函数图象 AB 段时，根据反比例函数系数的几何意义，四边形 OMPN 的面积不变；③点 P 在 BC 段，设点 P 运动到点 C 的总路程为 a, 然后表示出四边形 OMPN 的面积，最后判断出函数图象即可得解.

解答：解：设点 P 的运动速度为 v,

①由于点 A 在直线 $y=x$ 上，
故点 P 在 OA 上时，四边形 OMPN 为正方形，

四边形 OMPN 的面积 $S = (vt)^2$,

②点 P 在反比例函数图象 AB 时，

由反比例函数系数几何意义，四边形 OMPN 的面积 $S = k$;

③点 P 在 BC 段时，设点 P 运动到点 C 的总路程为 a,

则四边形 OMPN 的面积 $= OC \cdot (a - vt) = -\frac{OC \cdot v}{2}t + \frac{OC \cdot a}{2}$,

纵观各选项，只有 B 选项图形符合.

故选：B.

点评：本题考查了动点问题函数图象，读懂题目信息，根据点 P 的运动位置的不同，分三段表示出函数解析式是解题的关键.

二、填空题 (本大题 8 道小题，每小题 4 分，满分 32 分)

9. (4分) (2014•岳阳) 计算： $-\sqrt{9} = -3$.

考点: 算术平方根.

分析: 根据算术平方根的定义计算即可得解.

解答: 解: $-\sqrt{9} = -3$.

故答案为: -3 .

点评: 本题考查了算术平方根的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

10. (4 分) (2014•岳阳) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根是 1 或 2.

考点: 解一元二次方程-因式分解法.

专题: 因式分解.

分析: 由题已知的方程进行因式分解, 将原式化为两式相乘的形式, 再根据两式相乘值为 0, 这两式中至少有一式值为 0, 求出方程的解.

解答: 解: 因式分解得, $(x - 1)(x - 2) = 0$,

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

故答案为: 1 或 2

点评: 本题考查了因式分解法解一元二次方程, 当把方程通过移项把等式的右边化为 0 后方程的左边能因式分解时, 一般情况下是把左边的式子因式分解, 再利用积为 0 的特点解出方程的根, 因式分解法是解一元二次方程的一种简便方法, 要会灵活运用.

11. (4 分) (2014•岳阳) 体育测试中, 某班某一小组 1 分钟跳绳成绩如下: 176, 176, 168, 150, 190, 185, 180 (单位: 个), 则这组数据的中位数是 176.

考点: 中位数.

分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

解答: 解: 先对这组数据按从小到大的顺序重新排序: 150, 168, 176, 176, 180, 185, 190. 位于最中间的数是 176,

所以这组数据的中位数是 176.

故答案为: 176.

点评: 本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数的能力. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

12. (4 分) (2014•岳阳) 从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个自然数中, 任取一个数是奇数的概率是 .

考点: 概率公式.

分析: 根据随机事件概率大小的求法, 找准两点:

①符合条件的情况数目;

②全部情况的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小.

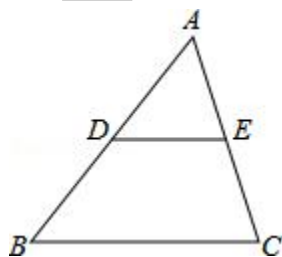
解答: 解: $\because$ 从 1 到 9 这九个自然数中一共有 5 个奇数,

∴任取一个，是奇数的概率是： $\frac{5}{9}$ ，

故答案为： $\frac{5}{9}$ ．

点评：本题考查概率的求法与运用，一般方法为：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ．

13. (4 分) (2014•岳阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E ， F 分别是 AB ， AC 的中点且 $EF=1$ ，则 $BC=$ 2．



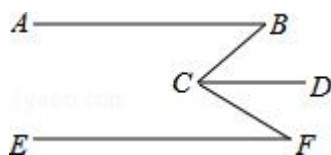
考点：三角形中位线定理．

分析：由 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点，可得 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，直接利用三角形中位线定理即可求 BC ．

解答：解：∵ $\triangle ABC$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点， $EF=1$ ，
∴ EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，
∴ $BC=2EF=2 \times 1=2$ ，
故答案为：2．

点评：本题考查了三角形中位线的性质，三角形的中位线是指连接三角形两边中点的线段，中位线的特征是平行于第三边且等于第三边的一半．

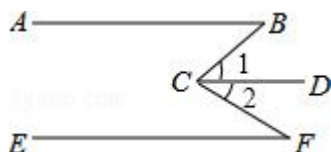
14. (4 分) (2014•岳阳) 如图，若 $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $\angle B=40^\circ$ ， $\angle F=30^\circ$ ，则 $\angle BCF=$ 70° ．



考点：平行线的性质．

分析：由“两直线平行，内错角相等”、结合图形解题．

解答：解：如图，∵ $AB \parallel CD \parallel EF$ ，
∴ $\angle B = \angle 1$ ， $\angle F = \angle 2$ ．
又 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle F = 30^\circ$ ，
∴ $\angle BCF = \angle 1 + \angle 2 = 70^\circ$ ．
故答案是： 70° ．



点评: 本题考查了平行线的性质. 平行线性定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

15. (4 分) (2014•岳阳) 观察下列一组数: $\frac{3}{2}$ 、1、 $\frac{7}{10}$ 、 $\frac{9}{17}$ 、 $\frac{11}{26}$..., 它们是按一定规律排列的那么这组数的第 n 个数是 $\frac{2n+1}{n^2+1}$. (n 为正整数)

考点: 规律型: 数字的变化类.

分析: 根据题中所给出的数据找出规律, 根据此规律即可得出结论.

解答:

解: $\because$ 第一个数 $\frac{3}{2} = \frac{2 \times 1 + 1}{1^2 + 1}$;

第一个数 $1 = \frac{2 \times 2 + 1}{2^2 + 1}$;

第三个数 $\frac{7}{10} = \frac{2 \times 3 + 1}{3^2 + 1}$;

第四个数 $\frac{9}{17} = \frac{2 \times 4 + 1}{4^2 + 1}$;

第五个数 $\frac{11}{26} = \frac{2 \times 5 + 1}{5^2 + 1}$;

...,

$\therefore$ 第 n 个数为: $\frac{2n+1}{n^2+1}$.

故答案为: $\frac{2n+1}{n^2+1}$.

点评: 本题考查的是数字的变化类, 根据题意找出规律是解答此题的关键.

16. (4 分) (2014•岳阳) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, P 为 AB 延长线上的一个动点, 过点 P 作 $\odot O$ 的切线, 切点为 C , 连接 AC , BC , 作 $\angle APC$ 的平分线交 AC 于点 D .

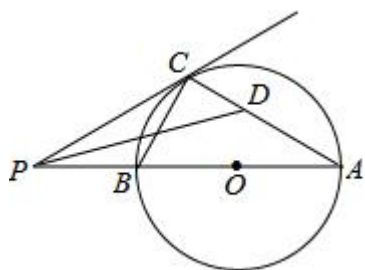
下列结论正确的是 ②③④ (写出所有正确结论的序号)

① $\triangle CPD \sim \triangle DPA$;

② 若 $\angle A = 30^\circ$, 则 $PC = \sqrt{3}BC$;

③ 若 $\angle CPA = 30^\circ$, 则 $PB = OB$;

④ 无论点 P 在 AB 延长线上的位置如何变化, $\angle CDP$ 为定值.



考点: 切线的性质；三角形的角平分线、中线和高三；三角形的外角性质；相似三角形的判定与性质.

分析: ①只有一组对应边相等，所以错误；

②根据切线的性质可得 $\angle PCB = \angle A = 30^\circ$ ，在直角三角形 ABC 中 $\angle ABC = 60^\circ$ 得出 $OB = BC$ ， $\angle BPC = 30^\circ$ ，解直角三角形可得 $PB = \sqrt{3}OC = \sqrt{3}BC$ ；

③根据切线的性质和三角形的外角的性质即可求得 $\angle A = \angle PCB = 30^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，进而求得 $PB = BC = OB$ ；

④连接 OC，根据题意，可知 $OC \perp PC$ ， $\angle CPD + \angle DPA + \angle A + \angle ACO = 90^\circ$ ，可推出 $\angle DPA + \angle A = 45^\circ$ ，即 $\angle CDP = 45^\circ$ ．

解答: 解：① $\because \angle CPD = \angle DPA$ ， $\angle CDP = \angle DAP + \angle DPA \neq \angle DAP \neq \angle PDA$ ，
 $\therefore \triangle CPD \not\sim \triangle DPA$ 错误；

②连接 OC，

$\because AB$ 是直径， $\angle A = 30^\circ$

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore OB = OC = BC$ ，

$\because PC$ 是切线，

$\therefore \angle PCB = \angle A = 30^\circ$ ， $\angle OGP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle APC = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $RT\triangle POC$ 中， $\cot \angle APC = \cot 30^\circ = \frac{PC}{OC} = \frac{PC}{BC}$ ，

$\therefore PC = \sqrt{3}BC$ ，正确；

③ $\because \angle ABC = \angle APC + \angle PCB$ ， $\angle PCB = \angle A$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle APC + \angle A$ ，

$\because \angle ABC + \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle APC + 2\angle A = 90^\circ$ ，

$\because \angle APC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle PCB = 30^\circ$ ，

$\therefore PB = BC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore OB = BC = OC$ ，

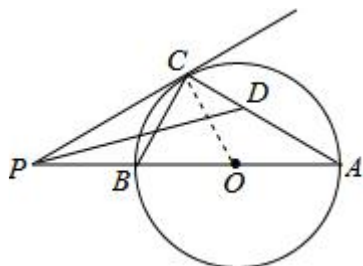
$\therefore PB = OB$ ；正确；

④解：如图，连接 OC，

$\because OC = OA$ ，PD 平分 $\angle APC$ ，

$\therefore \angle CPD = \angle DPA$ ， $\angle A = \angle ACO$ ，

$\because PC$ 为 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore OC \perp PC$,
 $\therefore \angle CPO + \angle COP = 90^\circ$,
 $\therefore (\angle CPD + \angle DPA) + (\angle A + \angle ACO) = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DPA + \angle A = 45^\circ$,
 即 $\angle CDP = 45^\circ$; 正确;
 故答案为: ②③④;



点评: 本题主要考查切线的性质、等边三角形的性质、角平分线的性质、外角的性质, 解题的关键在于作好辅助线构建直角三角形和等腰三角形.

三、解答题 (本大题共 8 道小题, 满分 64 分)

17. (6 分) (2014•岳阳) 计算: $|-1| + \sqrt{2} \times \sqrt{8} + 3^{-1} - 2^2$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二项利用二次根式的乘法法则计算, 第三项利用负指数幂法则计算, 最后一项利用乘方的意义化简, 计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= +1 + 4 - 4 = 1$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6 分) (2014•岳阳) 解分式方程: $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $5x = 3x - 6$,

解得: $x = -3$,

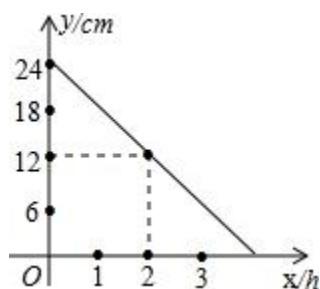
经检验 $x = -3$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

19. (8 分) (2014•岳阳) 在一次蜡烛燃烧实验中, 蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y (cm) 与燃烧时间 x (h) 之间为一次函数关系. 根据图象提供的信息, 解答下列问题:

(1) 求出蜡烛燃烧时 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 求蜡烛从点燃到燃尽所用的时间.



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 根据图象知, 该函数是一次函数, 且该函数图象经过点 $(0, 24)$, $(2, 12)$. 所以利用待定系数法进行解答即可;

(2) 由 (1) 中的函数解析式, 令 $y=0$, 求得 x 的值即可.

解答: 解: (1) 由于蜡烛燃烧时剩余部分的高度 y (cm) 与燃烧时间 x (h) 之间为一次函数关系.

故设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$).

由图示知, 该函数图象经过点 $(0, 24)$, $(2, 12)$, 则

$$\begin{cases} 2k+b=12 \\ b=24 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-6 \\ b=24 \end{cases}.$$

故函数表达式是 $y=-6x+24$.

(2) 当 $y=0$ 时,

$$-6x+24=0$$

解得 $x=4$,

即蜡烛从点燃到燃尽所用的时间是 4 小时.

点评: 此题考查一次函数的实际运用, 理解题意, 结合图象, 利用待定系数法求一次函数解析式是关键.

20. (8 分) (2014·岳阳) 某项球类比赛, 每场比赛必须分出胜负, 其中胜 1 场得 2 分, 负 1 场得 1 分. 某队在全部 16 场比赛中得到 25 分, 求这个队胜、负场数分别是多少?

考点: 二元一次方程的应用.

分析: 设该队胜 x 场, 负 y 场, 就有 $x+y=16$, $2x+y=25$ 两个方程, 由两个方程建立方程组求出其解就可以了.

解答: 解: 设该队胜 x 场, 负 y 场, 则

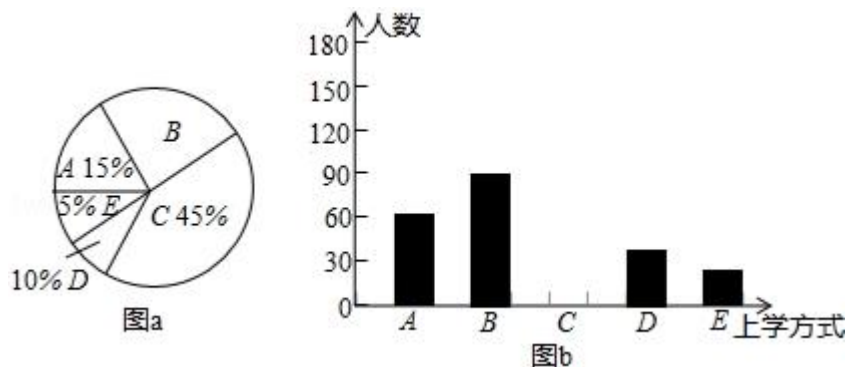
$$\begin{cases} x+y=16 \\ 2x+y=25 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=9 \\ y=7 \end{cases}.$$

答: 这个队胜 9 场, 负 7 场.

点评: 本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用及二元一次方程组的解法, 在解答时找到反映整个题意的等量关系建立方程时关键.

21. (8分) (2014•岳阳) 为了响应岳阳市政府“低碳出行、绿色出行”的号召, 某中学数学兴趣小组在全校 2000 名学生中就上学方式随机抽取了 400 名学生进行抽样调查, 经统计整理绘制出图 a、图 b 两幅不完整的统计图:



A: 步行; B: 骑自行车; C: 乘公共交通工具; D: 乘私家车; E: 其他.

请根据统计图提供的信息解答下列问题:

- (1) 图 a 中“B”所在扇形的圆心角为 90° ;
- (2) 请在图 b 中把条形统计图补充完整;
- (3) 请根据样本数据估计全校骑自行车上学的学生人数.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 先求出“B”所在扇形的百分比, 再乘 360° 就是“B”所在扇形的圆心角.

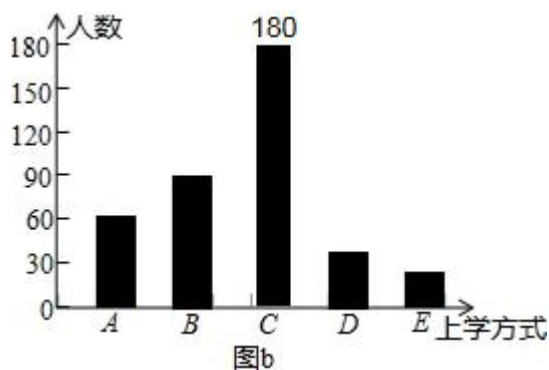
(2) 先求出 C 的学生数, 再绘图.

(3) 用全校人数乘骑自行车上学的学生人数的百分比即可.

解答: 解: (1) 图 a 中“B”所在扇形的百分比为: $1 - 45\% - 10\% - 5\% - 15\% = 25\%$,
图 a 中“B”所在扇形的圆心角为: $25\% \times 360^\circ = 90^\circ$.

故答案为: 90° .

(2) C 的学生数为: $400 \times 45\% = 180$ (人)



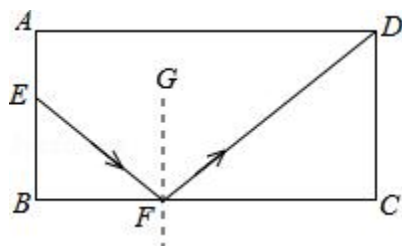
(3) 根据样本数据估计全校骑自行车上学的学生人数为: $2000 \times 25\% = 500$ (人).

点评: 本题主要考查了条形统计图, 扇形统计图和用样本估计总体, 解题的关键是把条形统计图和扇形统计图的数据相结合求解.

22. (8分) (2014•岳阳) 如图, 矩形 ABCD 为台球桌面, $AD=260\text{cm}$, $AB=130\text{cm}$, 球目前在 E 点位置, $AE=60\text{cm}$. 如果小丁瞄准 BC 边上的点 F 将球打过去, 经过反弹后, 球刚好弹到 D 点位置.

- (1) 求证: $\triangle BEF \sim \triangle CDF$;

(2) 求 CF 的长.



考点: 相似三角形的应用.

分析: (1) 利用“两角法”证得这两个三角形相似;

(2) 由 (1) 中相似三角形的对应边成比例来求线段 CF 的长度.

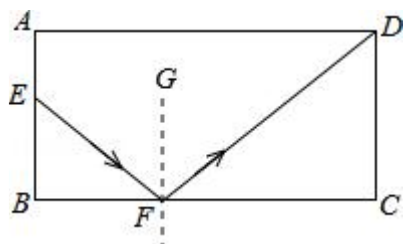
解答: (1) 证明: 如图, 在矩形 ABCD 中, 由对称性可得出: $\angle DFC = \angle EFB$,
 $\angle EBF = \angle FCD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BEF \sim \triangle CDF$;

(2) 解: $\because$ 由 (1) 知, $\triangle BEF \sim \triangle CDF$.

$$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{BF}{CF}, \text{ 即 } \frac{70}{130} = \frac{260 - CF}{CF},$$

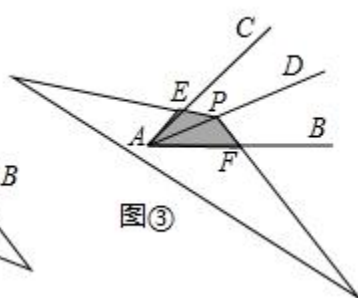
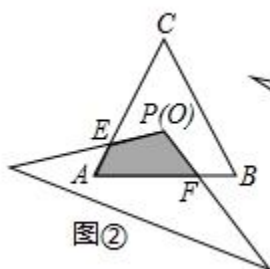
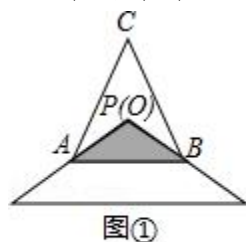
解得: $CF = 169$.

即: CF 的长度是 169cm.



点评: 本题考查了相似三角形的应用. 此题利用了“相似三角形的对应边成比例”推知所求线段 CF 与已知线段间的数量关系的.

23. (10 分) (2014•岳阳) 数学活动 – 求重叠部分的面积



(1) 问题情境: 如图①, 将顶角为 120° 的等腰三角形纸片 (纸片足够大) 的顶点 P 与等边 $\triangle ABC$ 的内心 O 重合, 已知 $OA = 2$, 则图中重叠部分 $\triangle PAB$ 的面积为 $\sqrt{3}$.

(2) 探究 1: 在 (1) 的条件下, 将纸片绕 P 点旋转至如图②所示位置, 纸片两边分别与 AC, AB 交于点 E, F, 图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积是否相等? 如果相等, 请给予证明; 如果不相等, 请说明理由.

(3) 探究 2: 如图③, 若 $\angle CAB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), AD 为 $\angle CAB$ 的角平分线, 点 P 在射线 AD 上, 且 $AP=2$, 以 P 为顶点的等腰三角形纸片 (纸片足够大) 与 $\angle CAB$ 的两边 AC , AB 分别交于点 E , F , $\angle EPF = 180^\circ - \alpha$, 求重叠部分的面积. (用 α 或 $\frac{\alpha}{2}$ 的三角函数值表示)

考点: 几何变换综合题.

专题: 探究型.

分析: (1) 由点 O 是等边三角形 ABC 的内心可以得到 $\angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$, 结合条件 $OA=2$ 即可求出重叠部分的面积.

(2) 由旋转可得 $\angle FOE = \angle BOA$, 从而得到 $\angle EOA = \angle FOB$, 进而可以证到 $\triangle EOA \cong \triangle FOB$, 因而重叠部分面积不变.

(3) 在射线 AB 上取一点 G , 使得 $PG=PA$, 过点 P 作 $PH \perp AF$, 垂足为 H , 方法同 (2), 可以证到重叠部分的面积等于 $\triangle PAG$ 的面积, 只需求出 $\triangle PAG$ 的面积就可解决问题.

解答: 解: (1) 过点 O 作 $ON \perp AB$, 垂足为 N , 如图①,

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 60^\circ$.

$\because$ 点 O 为 $\triangle ABC$ 的内心

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \angle CAB = \angle CBA$.

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$.

$\therefore OB = OA = 2$.

$\because ON \perp AB$,

$\therefore AN = NB$, $PN = 1$.

$\therefore AN = \sqrt{3}$

$\therefore AB = 2AN = 2\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\triangle OAB} = AB \cdot PN = \sqrt{3}$.

故答案为: $\sqrt{3}$.

(2) 图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

证明: 连接 AO , BO , 如图②,

由旋转可得: $\angle EOF = \angle AOB$, 则 $\angle EOA = \angle FOB$.

在 $\triangle EOA$ 和 $\triangle FOB$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FBO = 30^\circ \\ OA = OB \\ \angle EOA = \angle FOB \end{cases}$$

$\therefore \triangle EOA \cong \triangle FOB$.

$\therefore S_{\text{四边形 } AEOF} = S_{\triangle OAB}$.

$\therefore$ 图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

(3) 在射线 AB 上取一点 G , 使得 $PG=PA$, 过点 P 作 $PH \perp AF$, 垂足为 H , 如图③, 则有 $AH=GH=AG$.

$\because \angle CAB = \alpha$, AD 为 $\angle CAB$ 的角平分线,

$$\therefore \angle PAE = \angle PAF = \angle CAB = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\because PG = PA,$$

$$\therefore \angle PGA = \angle PAG = \frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore \angle APG = 180^\circ - \alpha.$$

$$\therefore \angle EPF = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle EPF = \angle APG.$$

同理可得: $S_{\text{四边形 AEPF}} = S_{\triangle PAG}.$

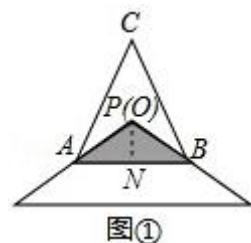
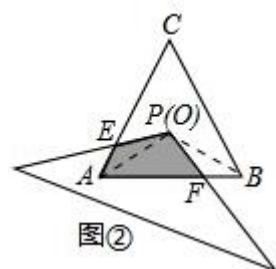
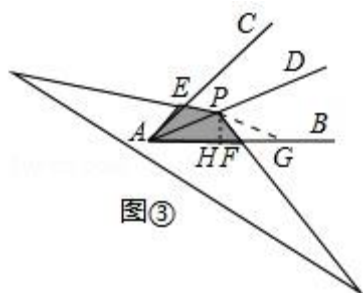
$$\because AP = 2,$$

$$\therefore PH = 2\sin\frac{\alpha}{2}, \quad AH = 2\cos\frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore AG = 2AH = 4\cos\frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle PAG} = AG \cdot PH = 4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}.$$

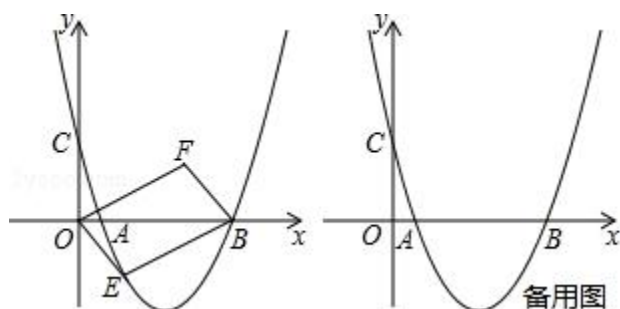
$$\therefore \text{重叠部分得面积为: } S_{\text{面积}} = 4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}.$$



点评: 本题属于探究性试题, 考查了旋转的性质、等边三角形的性质、等腰三角形的性质、三角函数的定义、全等三角形的判定与性质、三角形的内心、三角形的内角和定理、勾股定理等知识, 有一定的综合性. 另外, 在解决问题的过程中, 常常可以借鉴已证

的结论和已有的解题经验来解决新的问题.

24. (10 分) (2014•岳阳) 如图, 抛物线经过点 A (1, 0), B (5, 0), C (0, $\frac{10}{3}$) 三点, 设点 E (x, y) 是抛物线上一动点, 且在 x 轴下方, 四边形 OEBF 是以 OB 为对角线的平行四边形.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当点 E (x, y) 运动时, 试求平行四边形 OEBF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式, 并求出面积 S 的最大值?
- (3) 是否存在这样的点 E, 使平行四边形 OEBF 为正方形? 若存在, 求 E 点, F 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由抛物线经过点 A (1, 0), B (5, 0), C (0, $\frac{10}{3}$) 三点, 利用待定系数法求二次函数的解析式;

(2) 由点 E (x, y) 是抛物线上一动点, 且位于第四象限, 可得 $y < 0$, 即 $-y > 0$, $-y$ 表示点 E 到 OA 的距离, 又由 $S = 2S_{\triangle OBE} = 2 \times \frac{1}{2} \times OB \cdot |y|$, 即可求得平行四边形 OEAF 的面积 S 与 x 之间的函数关系式, 结合图象, 求得自变量 x 的取值范围;

(3) 由当 $OB \perp EF$, 且 $OB = EF$ 时, 平行四边形 OEBF 是正方形, 可得此时点 E 坐标只能 (2.5, -2.5), 而坐标为 (2.5, -2.5) 点在抛物线上, 故可判定存在点 E, 使平行四边形 OEBF 为正方形.

解答: 解: (1) 设所求抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$\because$ 抛物线经过点 A (1, 0), B (5, 0), C (0, $\frac{10}{3}$) 三点, 则由题意可得:

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ 25a+5b+c=0 \\ c=\frac{10}{3} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=-4 \\ c=\frac{10}{3} \end{cases}.$$

$\therefore$ 所求抛物线的解析式为: $y = x^2 - 4x + \frac{10}{3}$.

(2) $\because$ 点 E (x, y) 是抛物线上一动点, 且在 x 轴下方,
 $\therefore y < 0$,
 即 $-y > 0$, $-y$ 表示点 E 到 OA 的距离.

∵OB 是平行四边形 OEBF 的对角线,

$$\therefore S=2S_{\triangle OBE}=2 \times \frac{1}{2} \times OB \cdot |y| = -5y = -5 \left(x^2 - 4x + \frac{10}{3} \right) = -\frac{10}{3}x^2 + 20x - \frac{50}{3},$$

$$\therefore S = -\frac{10}{3}(x-3)^2 + \frac{40}{3}$$

$$\therefore S \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为: } S = -\frac{10}{3}x^2 + 20x - \frac{50}{3} \quad (1 < x < 5), \quad S \text{ 的最大值为 } \frac{40}{3}.$$

(3) ∵当 $OB \perp EF$, 且 $OB=EF$ 时, 平行四边形 OEBF 是正方形,

∴此时点 E 坐标只能 $(, -)$, 而坐标为 $(, -)$ 点在抛物线上,

∴存在点 E $(, -)$, 使平行四边形 OEBF 为正方形,

此时点 F 坐标为 $(,)$.

点评: 此题属于二次函数综合题, 考查了待定系数法求二次函数的解析式、配方法、平行四边形的性质以及正方形的判定等知识. 此题综合性很强, 难度较大, 注意数形结合思想、方程思想与函数思想的应用.