

2013 年湖南省郴州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 5 的倒数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. (3 分) 函数 $y = \frac{2}{3-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x \neq -3$

3. (3 分) 下列图案中，不是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $x \cdot x^4 = x^5$ B. $x^6 \div x^3 = x^2$ C. $3x^2 - x^2 = 3$ D. $(2x^2)^3 = 6x^6$

5. (3 分) 化简 $\frac{a}{a-1} + \frac{1}{1-a}$ 的结果为 ()

- A. -1 B. 1 C. $\frac{a+1}{a-1}$ D. $\frac{a+1}{1-a}$

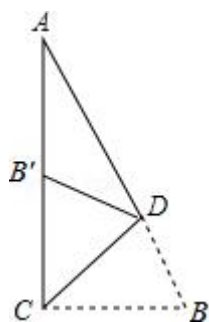
6. (3 分) 数据 1, 2, 3, 3, 5, 5, 5 的众数和中位数分别是 ()

- A. 5, 4 B. 3, 5 C. 5, 5 D. 5, 3

7. (3 分) 在一年一度的“安仁春分药王节”市场上，小明的妈妈用 280 元买了甲、乙两种药材．甲种药材每斤 20 元，乙种药材每斤 60 元，且甲种药材比乙种药材多买了 2 斤．设买了甲种药材 x 斤，乙种药材 y 斤，你认为小明应该列出哪一个方程组求两种药材各买了多少斤？ ()

- A. $\begin{cases} 20x+60y=280 \\ x-y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 60x+20y=280 \\ x-y=2 \end{cases}$
C. $\begin{cases} 20x+60y=280 \\ y-x=2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 60x+20y=280 \\ y-x=2 \end{cases}$

8. (3 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 25^\circ$ ， D 是 AB 上一点．将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 CD 折叠，使 B 点落在 AC 边上的 B' 处，则 $\angle ADB'$ 等于 ()



- A. 25° B. 30° C. 35° D. 40°

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

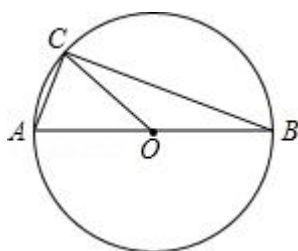
9. (3 分) 据统计，我国今年夏粮的播种面积大约为 415000000 亩，415000000 用科学记数法表示为_____.

10. (3 分) 已知 $a+b=4$ ， $a-b=3$ ，则 $a^2-b^2=$ _____.

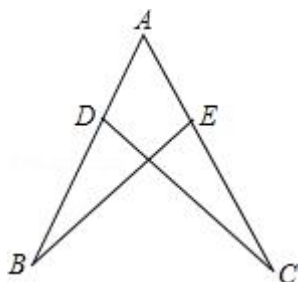
11. (3 分) 已知一个多边形的内角和是 1080° ，这个多边形的边数是_____.

12. (3 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+b-1=0$ 有两个相等的实数根，则 b 的值是_____.

13. (3 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是圆上一点， $\angle BAC=70^\circ$ ，则 $\angle OCB=$ _____°.



14. (3 分) 如图，点 D 、 E 分别在线段 AB 、 AC 上， $AE=AD$ ，不添加新的线段和字母，要使 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，需添加的一个条件是_____（只写一个条件即可）.



15. (3 分) 掷一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别标有数字 1~6，掷得朝上的一面的数字为奇数的概率是_____.

16. (3 分) 圆锥的侧面积为 $6\pi cm^2$ ，底面圆的半径为 $2cm$ ，则这个圆锥的母线长为_____cm.

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

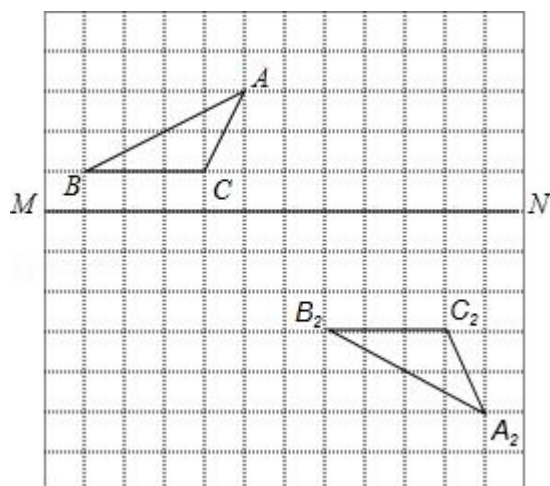
17. (6分) 计算: $|\sqrt{12}| + (2013 - \sqrt{2})^0 - (\frac{1}{3})^{-1} - 2\sin 60^\circ$.

18. (6分) 解不等式 $4(x - 1) + 3 \geq 3x$, 并把解集在数轴上表示出来.

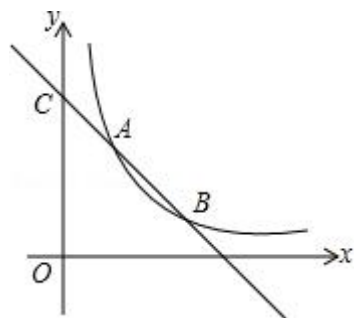
19. (6分) 在图示的方格纸中

(1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 MN 对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 说明 $\triangle A_2B_2C_2$ 是由 $\triangle A_1B_1C_1$ 经过怎样的平移得到的?



20. (6分) 已知: 如图, 一次函数的图象与 y 轴交于 $C(0, 3)$, 且与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在第一象限内交于 A, B 两点, 其中 $A(1, a)$, 求这个一次函数的解析式.

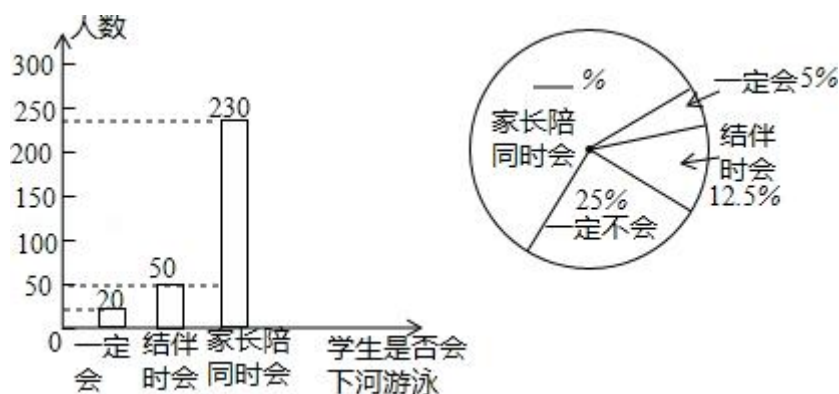


21. (6分) 游泳是一项深受青少年喜爱的体育活动, 学校为了加强学生的安全意识, 组织学生观看了纪实片“孩子, 请不要私自下水”, 并于观看后在本校的 2000 名学生中作了抽样调查. 请根据下面两个不完整的统计图回答以下问题:

(1) 这次抽样调查中, 共调查了_____名学生;

(2) 补全两个统计图;

(3) 根据抽样调查的结果, 估算该校 2000 名学生中大约有多少人“一定会下河游泳”?

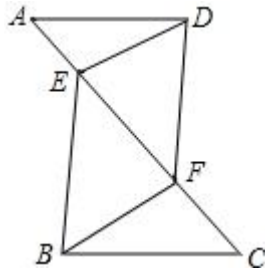


22. (6分) 我国为了维护钓鱼岛 P 的主权, 决定对钓鱼岛进行常态化的立体巡航. 在一次巡航中, 轮船和飞机的航向相同 ($AP \parallel BD$), 当轮船航行到距钓鱼岛 20km 的 A 处时, 飞机在 B 处测得轮船的俯角是 45° ; 当轮船航行到 C 处时, 飞机在轮船正上方的 E 处, 此时 $EC = 5\text{km}$. 轮船到达钓鱼岛 P 时, 测得 D 处的飞机的仰角为 30° . 试求飞机的飞行距离 BD (结果保留根号).



四、证明题（本题 8 分）

23.（8 分）如图，已知 $BE \parallel DF$ ， $\angle ADF = \angle CBE$ ， $AF = CE$ ，求证：四边形 $DEBF$ 是平行四边形．



五、应用题（本题 8 分）

24.（8 分）乌梅是郴州的特色时令水果．乌梅一上市，水果店的小李就用 3000 元购进了一批乌梅，前两天以高于进价 40% 的价格共卖出 150kg，第三天她发现市场上乌梅数量陡增，而自己的乌梅卖相已不大好，于是果断地将剩余乌梅以低于进价 20% 的价格全部售出，前后一共获利 750 元，求小李所进乌梅的数量．

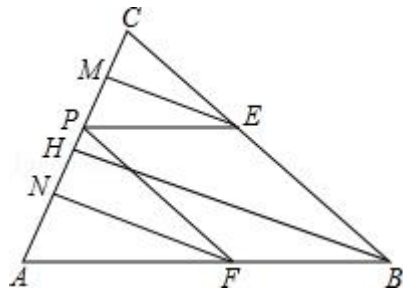
六、综合题（本大共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

25.（10 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $AC = 8$ ， $\tan A = k$ ， P 为 AC 边上一动点，设 $PC = x$ ，作 $PE \parallel AB$ 交 BC 于 E ， $PF \parallel BC$ 交 AB 于 F 。

（1）证明： $\triangle PCE$ 是等腰三角形；

（2） EM 、 FN 、 BH 分别是 $\triangle PEC$ 、 $\triangle AFP$ 、 $\triangle ABC$ 的高，用含 x 和 k 的代数式表示 EM 、 FN ，并探究 EM 、 FN 、 BH 之间的数量关系；

（3）当 $k = 4$ 时，求四边形 $PEBF$ 的面积 S 与 x 的函数关系式。 x 为何值时， S 有最大值？并求出 S 的最大值。

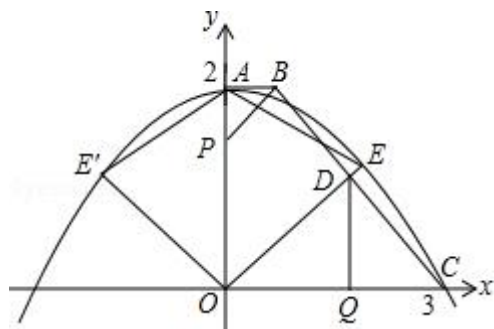


26. (10分) 如图, 在直角梯形 $AOCB$ 中, $AB \parallel OC$, $\angle AOC = 90^\circ$, $AB = 1$, $AO = 2$, $OC = 3$, 以 O 为原点, OC 、 OA 所在直线为轴建立坐标系. 抛物线顶点为 A , 且经过点 C . 点 P 在线段 AO 上由 A 向点 O 运动, 点 Q 在线段 OC 上由 C 向点 O 运动, $QD \perp OC$ 交 BC 于点 D , OD 所在直线与抛物线在第一象限交于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 E' 是 E 关于 y 轴的对称点, 点 Q 运动到何处时, 四边形 $OEAE'$ 是菱形?

(3) 点 P 、 Q 分别以每秒 2 个单位和 3 个单位的速度同时出发, 运动的时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $PB \parallel OD$?



2013 年湖南省郴州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 5 的倒数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

【考点】17: 倒数.

【分析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

【解答】解： $\because 5 \times \frac{1}{5} = 1$,

$\therefore 5$ 的倒数是 $\frac{1}{5}$.

故选：C.

【点评】本题主要考查倒数的定义，要求熟练掌握. 需要注意的是：

倒数的性质：负数的倒数还是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) 函数 $y = \frac{2}{3-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x \neq -3$

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：根据题意得， $3 - x \neq 0$,

解得 $x \neq 3$.

故选：C.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. (3 分) 下列图案中，不是中心对称图形的是 ()



【考点】R5：中心对称图形．

【分析】根据中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A、是中心对称图形，故 A 选项错误；

B、不是中心对称图形，故 B 选项正确；

C、是中心对称图形，故 C 选项错误；

D、是中心对称图形，故 D 选项错误；

故选：B．

【点评】本题考查了中心对称图形的知识，解题的关键是掌握中心对称图形的概念．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 后重合．

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $x \cdot x^4 = x^5$

B. $x^6 \div x^3 = x^2$

C. $3x^2 - x^2 = 3$

D. $(2x^2)^3 = 6x^6$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法．

【分析】结合各选项分别进行同底数幂的乘法、同底数幂的除法、合并同类项、幂的乘方等运算，然后选出正确选项即可．

【解答】解：A、 $x \cdot x^4 = x^5$ ，原式计算正确，故本选项正确；

B、 $x^6 \div x^3 = x^3$ ，原式计算错误，故本选项错误；

C、 $3x^2 - x^2 = 2x^2$ ，原式计算错误，故本选项错误；

D、 $(2x^2)^3 = 8x^6$ ，原式计算错误，故本选项错误；

故选：A．

【点评】本题考查了同底数幂的除法、同底数幂的乘法、幂的乘方等运算，属于基础题，掌握各运算法则是解题的关键．

5. (3分) 化简 $\frac{a}{a-1} + \frac{1}{1-a}$ 的结果为 ()

A. -1

B. 1

C. $\frac{a+1}{a-1}$

D. $\frac{a+1}{1-a}$

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】先把分式进行通分, 把异分母分式化为同分母分式, 再把分子相加, 即可求出答案.

【解答】解: $\frac{a}{a-1} + \frac{1}{1-a}$

$$= \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a-1}$$
$$= \frac{a-1}{a-1}$$
$$= 1;$$

故选: B.

【点评】此题考查了分式的加减, 根据在分式的加减运算中, 如果是同分母分式, 那么分母不变, 把分子直接相加减即可; 如果是异分母分式, 则必须先通分, 把异分母分式化为同分母分式, 然后再相加减即可.

6. (3分) 数据 1, 2, 3, 3, 5, 5, 5 的众数和中位数分别是 ()

A. 5, 4

B. 3, 5

C. 5, 5

D. 5, 3

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数的定义即众数是一组数据中出现次数最多的数和中位数的定义即中位数是将一组数据从小到大重新排列后, 最中间的那个数即可求出答案.

【解答】解: 数据 1, 2, 3, 3, 5, 5, 5 中,

5 出现了 3 次, 出现的次数最多,

则众数是 5;

最中间的数是 3,

则中位数是 3;

故选: D.

【点评】此题考查了众数和中位数, 掌握众数和中位数的定义是解题的关键, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数).

7. (3分) 在一年一度的“安仁春分药王节”市场上, 小明的妈妈用 280 元买了甲、乙两种

药材. 甲种药材每斤 20 元, 乙种药材每斤 60 元, 且甲种药材比乙种药材多买了 2 斤. 设买了甲种药材 x 斤, 乙种药材 y 斤, 你认为小明应该列出哪一个方程组求两种药材各买了多少斤? ()

A.
$$\begin{cases} 20x+60y=280 \\ x-y=2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 60x+20y=280 \\ x-y=2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 20x+60y=280 \\ y-x=2 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 60x+20y=280 \\ y-x=2 \end{cases}$$

【考点】99: 由实际问题抽象出二元一次方程组.

【专题】16: 压轴题.

【分析】设买了甲种药材 x 斤, 乙种药材 y 斤, 根据甲种药材比乙种药材多买了 2 斤, 两种药材共花费 280 元, 可列出方程.

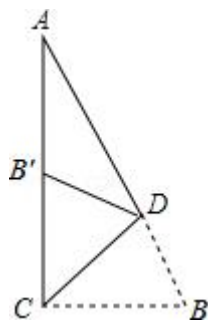
【解答】解: 设买了甲种药材 x 斤, 乙种药材 y 斤,

由题意得:
$$\begin{cases} 20x+60y=280 \\ x-y=2 \end{cases}.$$

故选: A.

【点评】本题考查了有实际问题抽象出二元一次方程组, 难度一般, 关键是读懂题意设出未知数找出等量关系.

8. (3 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 25^\circ$, D 是 AB 上一点. 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 CD 折叠, 使 B 点落在 AC 边上的 B' 处, 则 $\angle ADB'$ 等于 ()



A. 25°

B. 30°

C. 35°

D. 40°

【考点】PB: 翻折变换 (折叠问题).

【专题】16: 压轴题.

【分析】先根据三角形内角和定理求出 $\angle B$ 的度数, 再由图形翻折变换的性质得出 $\angle CB'D$ 的度数, 再由三角形外角的性质即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 25^\circ$,

$$\therefore \angle B = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

$\because \triangle CDB'$ 由 $\triangle CDB$ 反折而成,

$\therefore \angle CB'D = \angle B = 65^\circ$,

$\because \angle CB'D$ 是 $\triangle AB'D$ 的外角,

$\therefore \angle ADB' = \angle CB'D - \angle A = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$.

故选: D .

【点评】 本题考查的是图形的翻折变换及三角形外角的性质, 熟知图形反折不变性的性质是解答此题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) 据统计, 我国今年夏粮的播种面积大约为 415000000 亩, 415000000 用科学记数法表示为 4.15×10^8 .

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 415000000 用科学记数法表示为 4.15×10^8 .

故答案为 4.15×10^8 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分) 已知 $a+b=4$, $a-b=3$, 则 $a^2-b^2=12$.

【考点】 4F: 平方差公式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, 然后代入求解.

【解答】 解: $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=4 \times 3=12$.

故答案是: 12.

【点评】 本题重点考查了用平方差公式. 平方差公式为 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$. 本题是一道较简单的题目.

11. (3 分) 已知一个多边形的内角和是 1080° , 这个多边形的边数是 8.

【考点】 L3: 多边形内角与外角.

【分析】 根据多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数) 可得方程 $180(n-2)=1080$, 再解方程即可.

【解答】解：设多边形边数有 x 条，由题意得：

$$180(x - 2) = 1080,$$

解得： $x = 8$ ，

故答案为：8.

【点评】此题主要考查了多边形内角和定理，关键是熟练掌握计算公式： $(n - 2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数).

12. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx + b - 1 = 0$ 有两个相等的实数根，则 b 的值是 2.

【考点】AA：根的判别式.

【专题】11：计算题.

【分析】根据方程有两个相等的实数根，得到根的判别式的值等于0，即可求出 b 的值.

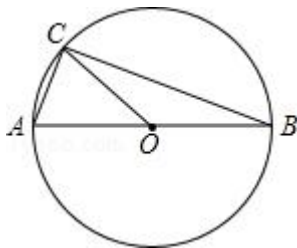
【解答】解：根据题意得： $\Delta = b^2 - 4(b - 1) = (b - 2)^2 = 0$ ，

则 b 的值为2.

故答案为：2

【点评】此题考查了根的判别式，根的判别式的值大于0，方程有两个不相等的实数根；根的判别式的值等于0，方程有两个相等的实数根；根的判别式的值小于0，方程没有实数根.

13. (3分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是圆上一点， $\angle BAC = 70^\circ$ ，则 $\angle OCB =$ 20 $^\circ$.



【考点】M5：圆周角定理.

【分析】根据圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半得： $\angle BOC = 2\angle BAC$ ，在等腰三角形 OBC 中可求出 $\angle OCB$.

【解答】解： $\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle BAC = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 70^\circ = 140^\circ,$$

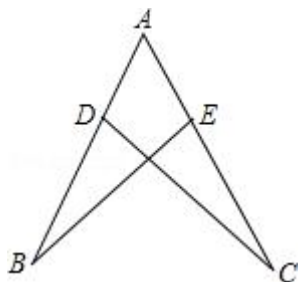
$\because OC = OB$ (都是半径),

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BOC) = 20^\circ.$$

故答案为： 20° .

【点评】此题考查了圆周角定理，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半.

14. (3分) 如图，点 D 、 E 分别在线段 AB 、 AC 上， $AE = AD$ ，不添加新的线段和字母，要使 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，需添加的一个条件是 $\angle B = \angle C$ (答案不唯一) (只写一个条件即可).



【考点】KB：全等三角形的判定.

【专题】26：开放型.

【分析】由题意得， $AE = AD$ ， $\angle A = \angle A$ (公共角)，可选择利用 AAS 、 SAS 进行全等的判定，答案不唯一.

【解答】解：添加 $\angle B = \angle C$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中， $\because \begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle B = \angle C, \\ AE = AD \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (AAS).

故答案可为： $\angle B = \angle C$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定，属于开放型题目，解答本题需要同学们熟练掌握三角形全等的几种判定定理.

15. (3分) 掷一枚质地均匀的骰子，骰子的六个面上分别标有数字 $1 \sim 6$ ，掷得朝上的一面的数字为奇数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】X4：概率公式.

【专题】16：压轴题.

【分析】让向上一面的数字是奇数的情况数除以总情况数 6 即为所求的概率.

【解答】解：正方体骰子，六个面上分别刻有的 $1, 2, 3, 4, 5, 6$ 六个数字中，

奇数为 $1, 3, 5$ ，则向上一面的数字是奇数的概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用，明确概率的意义是解答的关键，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比.

16. (3分) 圆锥的侧面积为 $6\pi\text{cm}^2$ ，底面圆的半径为 2cm ，则这个圆锥的母线长为 3 cm .

【考点】MP：圆锥的计算.

【专题】16：压轴题.

【分析】圆锥的侧面积 = 底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$ ，把相应数值代入即可求解.

【解答】解：设母线长为 R ，底面半径是 2cm ，则底面周长 = 4π ，侧面积 = $2\pi R = 6\pi$ ，
 $\therefore R = 3$.

故答案为：3.

【点评】本题利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解. 比较基础，重点是掌握公式.

三、解答题（本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

17. (6分) 计算： $|- \sqrt{12}| + (2013 - \sqrt{2})^0 - (\frac{1}{3})^{-1} - 2\sin 60^\circ$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题.

【分析】先分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则，特殊角的三角函数值计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】解：原式 = $2\sqrt{3} + 1 - 3 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 2\sqrt{3} + 1 - 3 - \sqrt{3}$
 $= \sqrt{3} - 2$.

【点评】本题考查的是实数的运算，熟知 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则，特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

18. (6分) 解不等式 $4(x - 1) + 3 \geq 3x$ ，并把解集在数轴上表示出来.

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集；C6：解一元一次不等式.

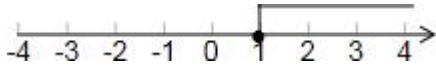
【分析】首先去括号，然后移项、合并同类项，系数化成 1，即可求得不等式的解集.

【解答】解：去括号得： $4x - 4 + 3 \geq 3x$ ，

移项得： $4x - 3x \geq 4 - 3$

则 $x \geq 1$.

把解集在数轴上表示为：

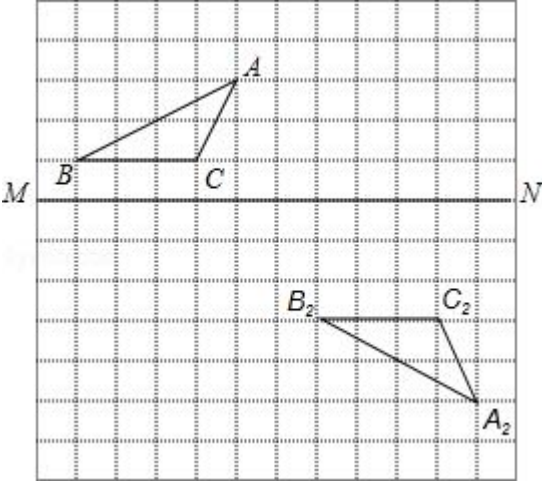


【点评】 本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错。

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变。

19.（6分）在图示的方格纸中

- （1）作出 $\triangle ABC$ 关于 MN 对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- （2）说明 $\triangle A_2B_2C_2$ 是由 $\triangle A_1B_1C_1$ 经过怎样的平移得到的？



【考点】 P7：作图 - 轴对称变换；Q4：作图 - 平移变换。

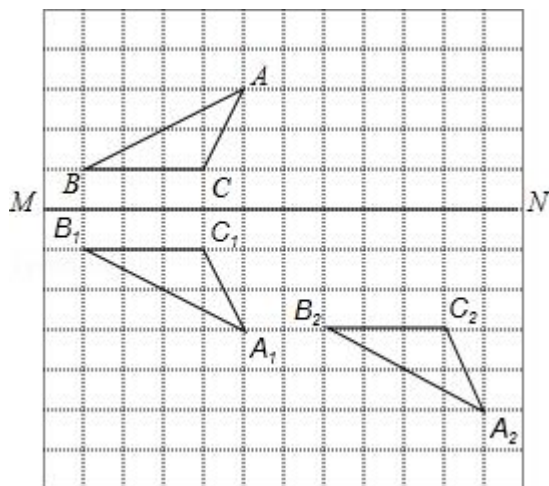
【专题】 13：作图题。

【分析】（1）根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 关于 MN 的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置，然后顺次连接即可；

（2）根据平移的性质结合图形解答。

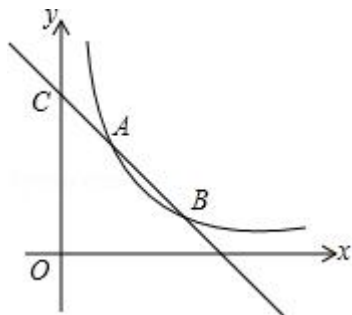
【解答】解：（1） $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示；

（2）向右平移6个单位，再向下平移2个单位（或向下平移2个单位，再向右平移6个单位）。



【点评】 本题考查了利用轴对称变换作图，利用平移变换作图，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置以及变化情况是解题的关键．

20. (6分) 已知：如图，一次函数的图象与 y 轴交于 $C(0, 3)$ ，且与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在第一象限内交于 A, B 两点，其中 $A(1, a)$ ，求这个一次函数的解析式．



【考点】 G8：反比例函数与一次函数的交点问题．

【分析】 把 A 点坐标代入反比例函数解析式，即可求出 a ，求得 A 点坐标，然后再把 A 、 C 点的坐标代入一次函数的解析式，利用待定系数法求出一次函数的解析式．

【解答】 解： $\because A(1, a)$ 在 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上，

$$\therefore a = 2,$$

$$\therefore A(1, 2).$$

又 $\because C(0, 3)$ 在一次函数的图象，

设一次函数的解析式为 $y = kx + b$ ，则

$$\begin{cases} k + b = 2 \\ b = 3 \end{cases}$$

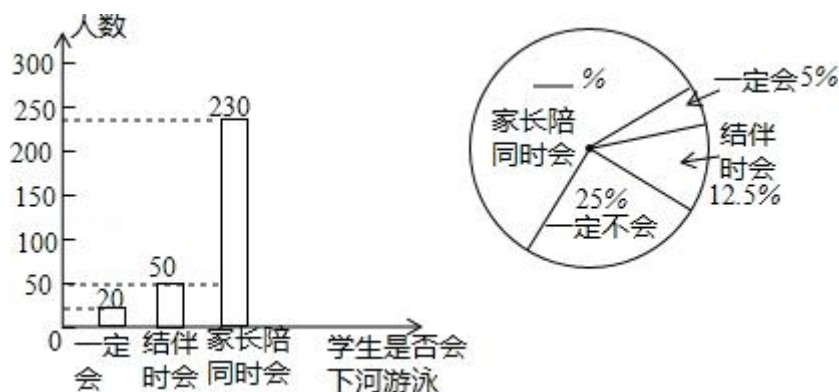
解得： $k = -1$ ， $b = 3$ ，

故一次函数的解析式为 $y = -x + 3$ ．

【点评】考查了反比例函数与一次函数的交点问题，本类题目的解决需把点的坐标代入函数解析式，灵活利用方程组求出所需字母的值，从而求出函数解析式.

21. (6分) 游泳是一项深受青少年喜爱的体育活动，学校为了加强学生的安全意识，组织学生观看了纪实片“孩子，请不要私自下水”，并于观看后在本校的 2000 名学生中作了抽样调查. 请根据下面两个不完整的统计图回答以下问题：

- (1) 这次抽样调查中，共调查了 400 名学生；
- (2) 补全两个统计图；
- (3) 根据抽样调查的结果，估算该校 2000 名学生中大约有多少人“一定会下河游泳”？



【考点】V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 根据一定会的人数和所占的百分比即可求出总人数；

(2) 用总人数减去其它人数得出不会的人数，再根据家长陪同的人数除以总人数得出家长陪同时会的所占的百分比，从而补全统计图；

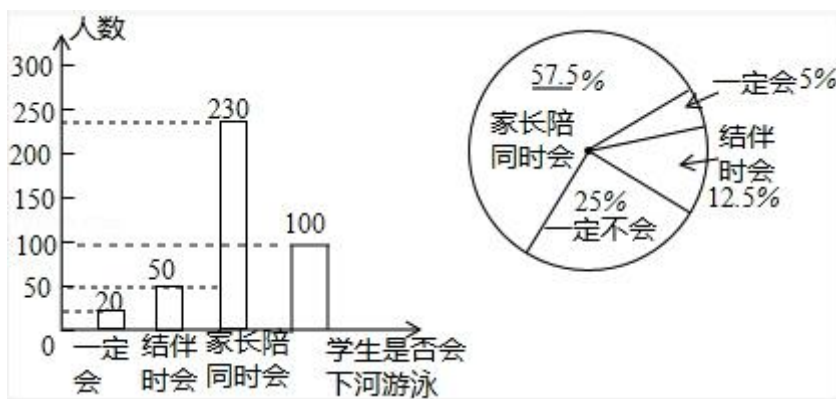
(3) 用 2000 乘以一定会下河游泳所占的百分比，即可求出该校一定会下河游泳的人数.

【解答】解：(1) 总人数是： $20 \div 5\% = 400$ (人)；

(2) 一定不会的人数是 $400 - 20 - 50 - 230 = 100$ (人)，

家长陪同的所占的百分比是 $\frac{230}{400} \times 100\% = 57.5\%$ ，

补图如下：



(3) 根据题意得：

$$2000 \times 5\% = 100 \text{ (人)}.$$

答：该校 2000 名学生中大约有多少人“一定会下河游泳”有 100 人。

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小，用到的知识点是频率 = $\frac{\text{频数}}{\text{总人数}}$ 。

22. (6 分) 我国为了维护钓鱼岛 P 的主权，决定对钓鱼岛进行常态化的立体巡航。在一次巡航中，轮船和飞机的航向相同 ($AP \parallel BD$)，当轮船航行到距钓鱼岛 20km 的 A 处时，飞机在 B 处测得轮船的俯角是 45° ；当轮船航行到 C 处时，飞机在轮船正上方的 E 处，此时 $EC = 5\text{km}$ 。轮船到达钓鱼岛 P 时，测得 D 处的飞机的仰角为 30° 。试求飞机的飞行距离 BD (结果保留根号)。



【考点】 TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题。

【专题】 16：压轴题。

【分析】 作 $AF \perp BD$, $PG \perp BD$ ，在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 和 $\triangle PDG$ 中分别求出 BF 、 GD 的值，继而可求得 $BD = BF + FG + GD$ 的值。

【解答】 解：作 $AF \perp BD$, $PG \perp BD$ ，垂足分别为 F 、 G ，

由题意得： $AF = PG = CE = 5\text{km}$, $FG = AP = 20\text{km}$,

在 $\text{Rt}\triangle AFB$ 中， $\angle B = 45^\circ$ ，

则 $\angle BAF = 45^\circ$ ，

$$\therefore BF = AF = 5,$$

$\because AP \parallel BD$,

$\therefore \angle D = \angle DPH = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle PGD$ 中, $\tan \angle D = \frac{GP}{GD}$, 即 $\tan 30^\circ = \frac{5}{GD}$,

$\therefore GD = 5\sqrt{3}$,

则 $BD = BF + FG + GD = 5 + 20 + 5\sqrt{3} = 25 + 5\sqrt{3} \text{ (km)}$.

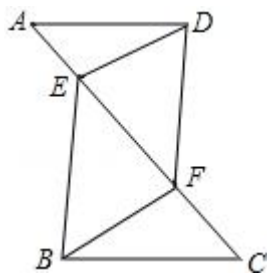
答: 飞机的飞行距离 BD 为 $25 + 5\sqrt{3} \text{ km}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据仰角和俯角构造直角三角形, 然后解直角三角形, 难度一般.

四、证明题 (本题 8 分)

23. (8 分) 如图, 已知 $BE \parallel DF$, $\angle ADF = \angle CBE$, $AF = CE$, 求证: 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; L6: 平行四边形的判定.

【专题】 14: 证明题; 16: 压轴题.

【分析】 首先根据平行线的性质可得 $\angle BEC = \angle DFA$, 再加上条件 $\angle ADF = \angle CBE$, $AF = CE$, 可证明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$, 再根据全等三角形的性质可得 $BE = DF$, 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形进行判定即可.

【解答】 证明: $\because BE \parallel DF$,

$\therefore \angle BEC = \angle DFA$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中 $\begin{cases} \angle ADF = \angle CBE \\ \angle AFD = \angle CEB, \\ AF = CE \end{cases}$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE \text{ (AAS)},$

$\therefore BE = DF$,

又 $\because BE \parallel DF$,

∴ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

【点评】此题主要考查了平行四边形的判定，关键是掌握一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

五、应用题（本题 8 分）

24.（8 分）乌梅是郴州的特色时令水果. 乌梅一上市，水果店的小李就用 3000 元购进了一批乌梅，前两天以高于进价 40% 的价格共卖出 150kg，第三天她发现市场上乌梅数量陡增，而自己的乌梅卖相已不大好，于是果断地将剩余乌梅以低于进价 20% 的价格全部售出，前后一共获利 750 元，求小李所进乌梅的数量.

【考点】B7：分式方程的应用.

【专题】16：压轴题.

【分析】先设小李所进乌梅的数量为 x (kg)，根据前后一共获利 750 元，列出方程，求出 x 的值，再进行检验即可.

【解答】解：设小李所进乌梅的数量为 x (kg)，根据题意得：

$$\frac{3000}{x} \cdot 40\% \cdot 150 - (x - 150) \cdot \frac{3000}{x} \cdot 20\% = 750,$$

解得： $x = 200$,

经检验 $x = 200$ 是原方程的解，

解法二：

总销售额 - 成本 = 获得的利润

$$\frac{3000}{x} \cdot (1 + 40\%) \cdot 150 + (x - 150) \cdot \frac{3000}{x} \cdot (1 - 20\%) - 3000 = 750,$$

$x = 200$,

经检验 $x = 200$ 是原方程的解，

答：小李所进乌梅的数量为 200kg.

【点评】此题考查了分式方程的应用，解题的关键是读懂题意，找出之间的等量关系，列出方程，解分式方程时要注意检验.

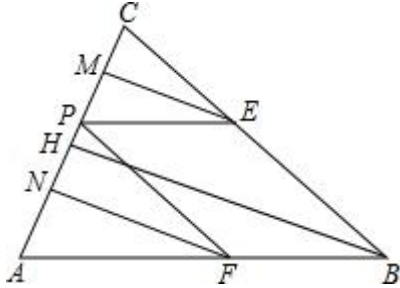
六、综合题（本大共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

25.（10 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $AC = 8$ ， $\tan A = k$ ， P 为 AC 边上一动点，设 $PC = x$ ，作 $PE \parallel AB$ 交 BC 于 E ， $PF \parallel BC$ 交 AB 于 F .

(1) 证明: $\triangle PCE$ 是等腰三角形;

(2) EM 、 FN 、 BH 分别是 $\triangle PEC$ 、 $\triangle AFP$ 、 $\triangle ABC$ 的高, 用含 x 和 k 的代数式表示 EM 、 FN , 并探究 EM 、 FN 、 BH 之间的数量关系;

(3) 当 $k=4$ 时, 求四边形 $PEBF$ 的面积 S 与 x 的函数关系式. x 为何值时, S 有最大值? 并求出 S 的最大值.



【考点】H7: 二次函数的最值; KJ: 等腰三角形的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【专题】16: 压轴题.

【分析】(1) 根据等边对等角可得 $\angle A = \angle C$, 然后根据两直线平行, 同位角相等求出 $\angle CPE = \angle A$, 从而得到 $\angle CPE = \angle C$, 即可得证;

(2) 根据等腰三角形三线合一的性质求出 $CM = \frac{1}{2}CP$, 然后求出 EM , 同理求出 FN 、 BH 的长, 再根据结果整理可得 $EM + FN = BH$;

(3) 分别求出 EM 、 FN 、 BH , 然后根据 $S_{\triangle PCE}$, $S_{\triangle APF}$, $S_{\triangle ABC}$, 再根据 $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle PCE} - S_{\triangle APF}$, 整理即可得到 S 与 x 的关系式, 然后利用二次函数的最值问题解答.

【解答】(1) 证明: $\because AB = BC$,

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\because PE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CPE = \angle A,$$

$$\therefore \angle CPE = \angle C,$$

$\therefore \triangle PCE$ 是等腰三角形;

(2) 解: $\because \triangle PCE$ 是等腰三角形, $EM \perp CP$,

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CP = \frac{x}{2}, \quad \tan C = \tan A = k,$$

$$\therefore EM = CM \cdot \tan C = \frac{x}{2} \cdot k = \frac{kx}{2},$$

$$\text{同理: } FN = AN \cdot \tan A = \frac{8-x}{2} \cdot k = 4k - \frac{kx}{2},$$

$$\text{由于 } BH = AH \cdot \tan A = \frac{1}{2} \times 8 \cdot k = 4k,$$

$$\text{而 } EM + FN = \frac{kx}{2} + 4k - \frac{kx}{2} = 4k,$$

$$\therefore EM + FN = BH;$$

(3) 解: 当 $k = 4$ 时, $EM = 2x$, $FN = 16 - 2x$, $BH = 16$,

$$\text{所以, } S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2}x \cdot 2x = x^2, S_{\triangle APF} = \frac{1}{2}(8-x) \cdot (16-2x) = (8-x)^2, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64,$$

$$S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle PCE} - S_{\triangle APF},$$

$$= 64 - x^2 - (8-x)^2,$$

$$= -2x^2 + 16x,$$

$$\text{配方得, } S = -2(x-4)^2 + 32,$$

所以, 当 $x = 4$ 时, S 有最大值 32.

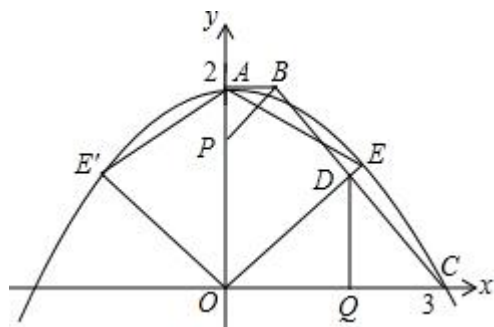
【点评】 本题考查了等腰三角形的判定与性质, 平行线的性质, 锐角三角函数, 二次函数的最值问题, 表示出各三角形的高线是解题的关键, 也是本题的难点.

26. (10 分) 如图, 在直角梯形 $AOCB$ 中, $AB \parallel OC$, $\angle AOC = 90^\circ$, $AB = 1$, $AO = 2$, $OC = 3$, 以 O 为原点, OC 、 OA 所在直线为轴建立坐标系. 抛物线顶点为 A , 且经过点 C . 点 P 在线段 AO 上由 A 向点 O 运动, 点 Q 在线段 OC 上由 C 向点 O 运动, $QD \perp OC$ 交 BC 于点 D , OD 所在直线与抛物线在第一象限交于点 E .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 E' 是 E 关于 y 轴的对称点, 点 Q 运动到何处时, 四边形 $OEAE'$ 是菱形?

(3) 点 P 、 Q 分别以每秒 2 个单位和 3 个单位的速度同时出发, 运动的时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $PB \parallel OD$?



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 根据顶点式将 A, C 代入解析式求出 a 的值, 进而得出二次函数解析式;

(2) 利用菱形的性质得出 AO 与 EE' 互相垂直平分, 利用 E 点纵坐标得出 x 的值, 进而得出 BC, EO 直线解析式, 再利用两直线交点坐标求法得出 Q 点坐标, 即可得出答案;

(3) 首先得出 $\triangle APB \sim \triangle QDO$, 进而得出 $\frac{AP}{DQ} = \frac{AB}{QO}$, 求出 m 的值, 进而得出答案.

【解答】解: (1) $\because A(0, 2)$ 为抛物线的顶点,

$$\therefore \text{设 } y = ax^2 + 2,$$

$\because$ 点 $C(3, 0)$, 在抛物线上,

$$\therefore 9a + 2 = 0,$$

$$\text{解得: } a = -\frac{2}{9},$$

$$\therefore \text{抛物线为: } y = -\frac{2}{9}x^2 + 2;$$

(2) 如果四边形 $OEAE'$ 是菱形, 则 AO 与 EE' 互相垂直平分,

$\therefore EE'$ 经过 AO 的中点,

$\therefore$ 点 E 纵坐标为 1, 代入抛物线解析式得:

$$1 = -\frac{2}{9}x^2 + 2,$$

$$\text{解得: } x = \pm \frac{3}{2}\sqrt{2},$$

$\because$ 点 E 在第一象限,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 为 } \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}, 1\right),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 把 $B(1, 2), C(3, 0)$, 代入得:

$$\begin{cases} k + b = 2 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$\therefore BC$ 的解析式为: $y = -x + 3$,

将 E 点代入 $y = ax$, 可得出 EO 的解析式为: $y = \frac{\sqrt{2}}{3}x$,

$$\begin{aligned} &\text{由} \begin{cases} y = \frac{\sqrt{2}}{3}x, \\ y = -x + 3 \end{cases} \\ &\text{得:} \begin{cases} x = \frac{27-9\sqrt{2}}{7} \\ y = \frac{9\sqrt{2}-6}{7} \end{cases}, \end{aligned}$$

$$\therefore Q \text{ 点坐标为: } \left(\frac{27-9\sqrt{2}}{7}, 0 \right),$$

$$\therefore \text{当 } Q \text{ 点坐标为 } \left(\frac{27-9\sqrt{2}}{7}, 0 \right) \text{ 时, 四边形 } OEAE' \text{ 是菱形};$$

(3) 法一: 设 t 为 m 秒时, $PB \parallel DO$, 又 $QD \parallel y$ 轴, 则有 $\angle APB = \angle AOE = \angle ODQ$,

又 $\angle BAP = \angle DQO$, 则有 $\triangle APB \sim \triangle QDO$,

$$\therefore \frac{AB}{QO} = \frac{AP}{DQ},$$

由题意得: $AB = 1$, $AP = 2m$, $QO = 3 - 3m$,

又 $\because$ 点 D 在直线 $y = -x + 3$ 上, $\therefore DQ = 3m$,

$$\text{因此: } \frac{1}{3-3m} = \frac{2m}{3m}, \text{ 解得: } m = \frac{1}{2},$$

经检验: $m = \frac{1}{2}$ 是原分式方程的解,

$$\therefore \text{当 } t = \frac{1}{2} \text{ 秒时, } PB \parallel OD.$$

法二: 作 $BH \perp OC$ 于 H , 则 $BH = AO = 2$, $OH = AB = 1$, $HC = OC - OH = 2$,

$$\therefore BH = HC, \therefore \angle BCH = \angle CBH = 45^\circ,$$

易知 $DQ = CQ$,

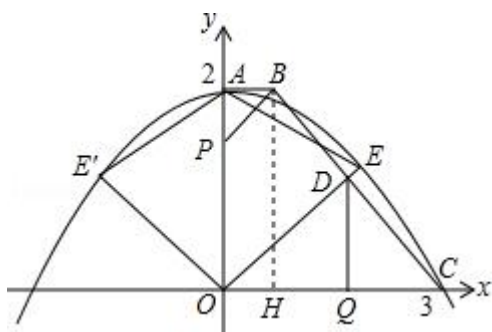
设 t 为 m 秒时 $PB \parallel OE$, 则 $\triangle ABP \sim \triangle QOD$,

$$\therefore \frac{AP}{DQ} = \frac{AB}{QO}, \text{ 易知 } AP = 2m, DQ = CQ = 3m, QO = 3 - 3m,$$

$$\therefore \frac{2m}{3m} = \frac{1}{3-3m},$$

解得 $m = \frac{1}{2}$, 经检验 $m = \frac{1}{2}$ 是方程的解,

$$\therefore \text{当 } t \text{ 为 } \frac{1}{2} \text{ 秒时, } PB \parallel OD.$$



【点评】此题主要考查了菱形的判定与性质以及顶点式求二次函数解析式以及相似三角形的判定与性质等知识，根据数形结合得出 $\triangle APB \sim \triangle QDO$ 是解题关键．