

2013 年湖南省湘潭市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

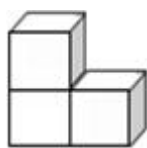
1. (3 分) -5 的相反数是 ()

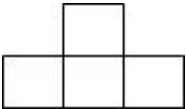
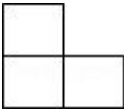
- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

2. (3 分) 一组数据 1, 2, 2, 3. 下列说法正确的是 ()

- A. 众数是 3 B. 中位数是 2 C. 极差是 3 D. 平均数是 3

3. (3 分) 如图是由三个小方体叠成的一个立体图形，那么它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) 下列图形中，是中心对称图形的是 ()

- A. 平行四边形 B. 正五边形 C. 等腰梯形 D. 直角三角形

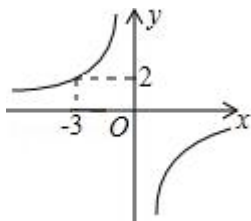
5. (3 分) 一元二次方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的解为 x_1 、 x_2 ，则 $x_1 \cdot x_2 =$ ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

6. (3 分) 下列命题正确的是 ()

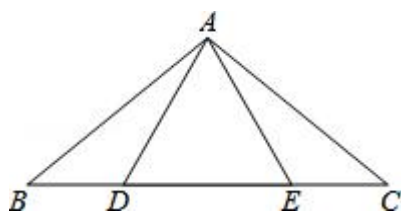
- A. 三角形的中位线平行且等于第三边 B. 对角线相等的四边形是等腰梯形
C. 四条边都相等的四边形是菱形 D. 相等的角是对顶角

7. (3 分) 如图，点 $P(-3, 2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上一点，则反比例函数的解析式 ()



- A. $y = \frac{3}{x}$ B. $y = \frac{12}{x}$ C. $y = -\frac{2}{3x}$ D. $y = -\frac{6}{x}$

8. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 在 BC 上，连接 AD 、 AE ，如果只添加一个条件使 $\angle DAB = \angle EAC$ ，则添加的条件不能为 ()

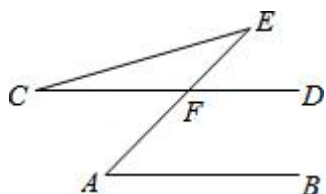


- A. $BD = CE$ B. $AD = AE$ C. $DA = DE$ D. $BE = CD$

二、填空题（本大题共 8 个小题，请将答案写在答题卡的相应位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (3 分) 计算： $|-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3 分) 如右图，已知： $AB \parallel CD$ ， $\angle C = 25^\circ$ ， $\angle E = 30^\circ$ ，则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}$.



11. (3 分) 到 2012 年底，湘潭地区总人口约为 3020000 人，用科学记数法表示这一数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

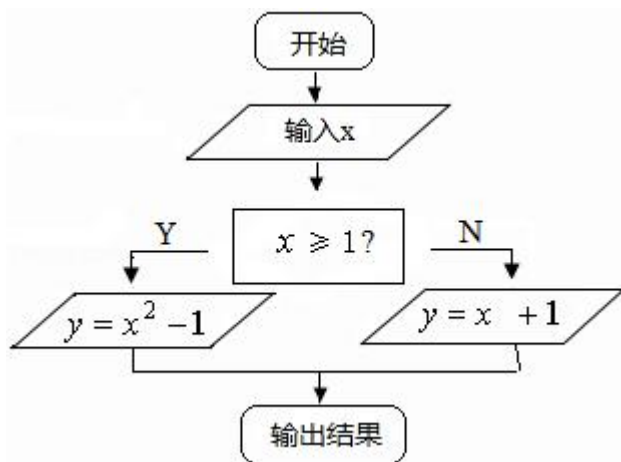
12. (3 分) 湖园中学学生志愿服务小组在“三月学雷锋”活动中，购买了一批牛奶到敬老院慰问老人，如果送给每位老人 2 盒牛奶，那么剩下 16 盒；如果送给每位老人 3 盒牛奶，则正好送完. 设敬老院有 x 位老人，依题意可列方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3 分) “五一”假期，科科随父母在韶山旅游时购买了 10 张韶山风景明信片（除图案外，形状大小、质地等都相同），其中 4 张印有主席故居图案，3 张印有主席铜像图案，3 张印有滴水洞风景图案，他从中任意抽取 1 张寄给外地工作的姑姑，则恰好抽中印有主席故居图案明信片的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3 分) 函数： $y = \frac{1}{x+1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3 分) 计算： $\sqrt{2}\sin 45^\circ + (-\sqrt{2013})^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. (3 分) 如图，根据所示程序计算，若输入 $x = \sqrt{3}$ ，则输出结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

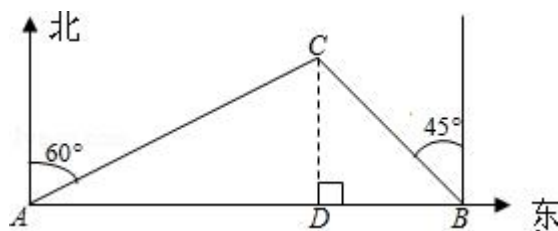


三、解答题（本大题共 10 个小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请将解答过程写在答题卡相应的位置上，满分 72 分）

17.（6 分）解不等式组.
$$\begin{cases} x-1 \geq 1 \\ 2x-(x-1) \leq 5 \end{cases}$$

18.（6 分）先化简，再求值：
$$\left(\frac{x-1}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} \right) \div \frac{4}{x^2+x}$$
, 其中 $x = -2$.

19.（6 分）如图， C 岛位于我南海 A 港口北偏东 60° 方向，距 A 港口 $60\sqrt{2}$ 海里处，我海监船从 A 港口出发，自西向东航行至 B 处时，接上级命令赶赴 C 岛执行任务，此时 C 岛在 B 处北偏西 45° 方向上，海监船立刻改变航向以每小时 60 海里的速度沿 BC 行进，则从 B 处到达 C 岛需要多少小时？



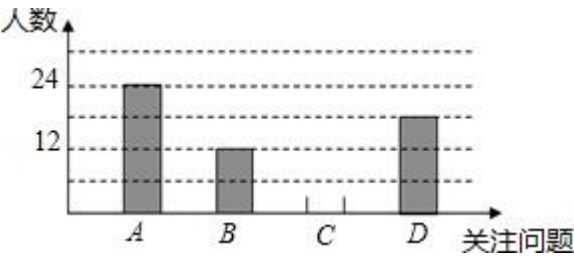
20. (6分) 2013年4月20日8时,四川省芦山县发生7.0级地震,某市派出抢险救灾工程队赶往芦山支援,工程队承担了2400米道路抢修任务,为了让救灾人员和物资尽快运抵灾区,实际施工速度比原计划每小时多修40米,结果提前2小时完成,求原计划每小时抢修道路多少米?

21. (6分) 6月5日是世界环境日,今年“世界环境日”中国的主题为“同呼吸,共奋斗”,旨在释放和传递:建设美丽中国,人人共享、人人有责的信息,小文积极学习与宣传,并从四个方面*A*:空气污染,*B*:淡水资源危机,*C*:土地荒漠化,*D*:全球变暖,对全校同学进行了随机抽样调查,了解他们在这四个方面中最关注的问题(每人限选一项).以下是他收集数据后,绘制的不完整的统计图表:

关注问题	频数	频率
<i>A</i>	24	0.4
<i>B</i>	12	0.2
<i>C</i>	<i>n</i>	0.1
<i>D</i>	18	<i>m</i>
合计	<i>a</i>	1

请你根据图表中提供的信息解答以下问题:

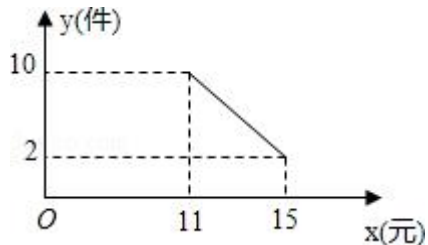
- (1) 根据图表信息, 可得 $a =$ _____;
- (2) 请你将条形图补充完整;
- (3) 如果小文所在的学校有1200名学生, 那么你根据小文提供的信息估计该校关注“全球变暖”的学生大约有多少人?



22. (6分) 莲城超市以 10 元/件的价格调进一批商品, 根据前期销售情况, 每天销售量 y (件) 与该商品定价 x (元) 是一次函数关系, 如图所示.

(1) 求销售量 y 与定价 x 之间的函数关系式;

(2) 如果超市将该商品的销售价定为 13 元/件, 不考虑其它因素, 求超市每天销售这种商品所获得的利润.



23. (8分) 5月12日是母亲节, 小明去花店买花送给母亲, 挑中了象征温馨、母爱的康乃馨和象征高贵、尊敬的兰花两种花, 已知康乃馨每支 5 元, 兰花每支 3 元, 小明只有 30 元, 希望购买花的支数不少于 7 支, 其中至少有一支是康乃馨.

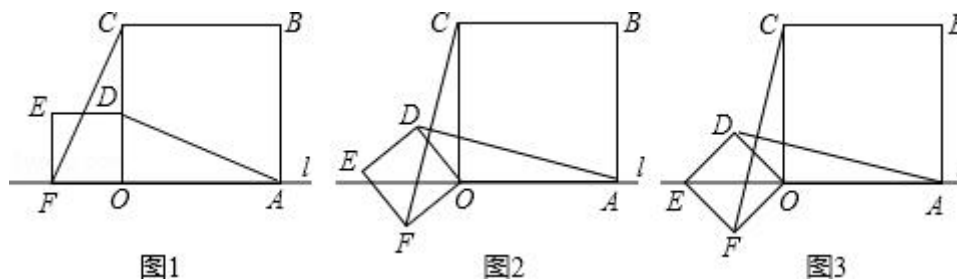
(1) 小明一共有多少种可能的购买方案? 列出所有方案;

(2) 如果小明先购买一张 2 元的祝福卡, 再从 (1) 中任选一种方案购花, 求他能实现购买愿望的概率.

24. (8分) 在数学活动课中, 小辉将边长为 $\sqrt{2}$ 和3的两个正方形放置在直线 l 上, 如图1, 他连结 AD 、 CF , 经测量发现 $AD = CF$.

(1) 他将正方形 $ODEF$ 绕 O 点逆时针旋转一定的角度, 如图2, 试判断 AD 与 CF 还相等吗? 说明你的理由;

(2) 他将正方形 $ODEF$ 绕 O 点逆时针旋转, 使点 E 旋转至直线 l 上, 如图3, 请你求出 CF 的长.

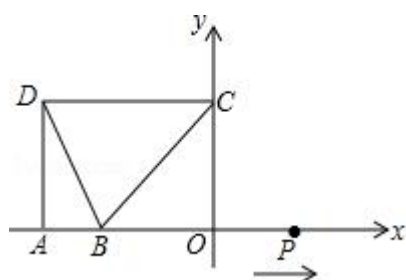


25. (10 分) 如图, 在坐标系 xOy 中, 已知 $D(-5, 4)$, $B(-3, 0)$, 过 D 点分别作 DA 、 DC 垂直于 x 轴, y 轴, 垂足分别为 A 、 C 两点, 动点 P 从 O 点出发, 沿 x 轴以每秒 1 个单位长度的速度向右运动, 运动时间为 t 秒.

(1) 当 t 为何值时, $PC \parallel DB$;

(2) 当 t 为何值时, $PC \perp BC$;

(3) 以点 P 为圆心, PO 的长为半径的 $\odot P$ 随点 P 的运动而变化, 当 $\odot P$ 与 $\triangle BCD$ 的边 (或边所在的直线) 相切时, 求 t 的值.

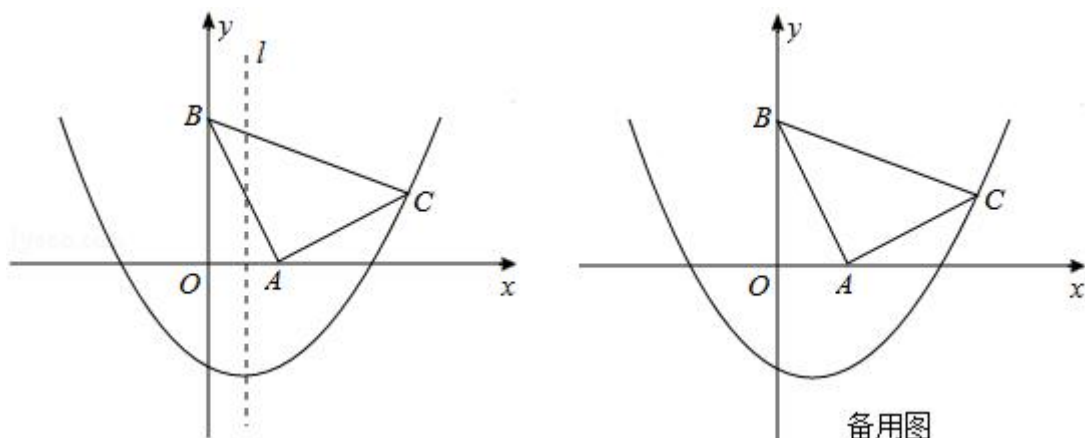


26. (10 分) 如图, 在坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, $A(1, 0)$, $B(0, 2)$, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 的图象过 C 点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 平移该抛物线的对称轴所在直线 l . 当 l 移动到何处时, 恰好将 $\triangle ABC$ 的面积分为相等的两部分?

(3) 点 P 是抛物线上一动点, 是否存在点 P , 使四边形 $PACB$ 为平行四边形? 若存在, 求出 P 点坐标; 若不存在, 说明理由.



2013 年湖南省湘潭市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题有且只有一个正确答案，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）-5 的相反数是（ ）

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

【考点】14：相反数.

【专题】11：计算题.

【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

【解答】解：-5 的相反数是 5.

故选：A.

【点评】本题主要考查相反数的概念和意义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

2.（3 分）一组数据 1，2，2，3. 下列说法正确的是（ ）

- A. 众数是 3 B. 中位数是 2 C. 极差是 3 D. 平均数是 3

【考点】W1：算术平均数；W4：中位数；W5：众数；W6：极差.

【分析】根据极差、众数、中位数及平均数的定义，结合各选项进行判断即可.

【解答】解：A、众数为 2，故本选项错误；

B、中位数是 2，故本选项正确；

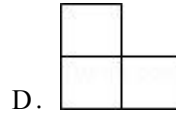
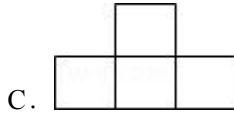
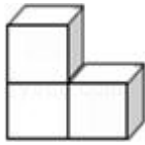
C、极差为 2，故本选项错误；

D、平均数为 2，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了极差、中位数、平均数、众数的知识，掌握基本定义即可解答本题，难度一般.

3.（3 分）如图是由三个小方体叠成的一个立体图形，那么它的俯视图是（ ）



【考点】U2：简单组合体的三视图．

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中．

【解答】解：从上面看易得两个横向排列的正方形．

故选：B．

【点评】本题考查了三视图的知识，属于基础题，要求同学们掌握俯视图是从物体的上面看得到的视图．

4.（3分）下列图形中，是中心对称图形的是（ ）

A. 平行四边形 B. 正五边形 C. 等腰梯形 D. 直角三角形

【考点】R5：中心对称图形．

【分析】根据中心对称的定义，结合所给图形即可作出判断．

【解答】解：A、是中心对称图形，故本选项正确；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是中心对称图形，故本选项错误；

故选：A．

【点评】本题考查了中心对称图形的特点，属于基础题，判断中心对称图形的关键是旋转 180° 后能够重合．

5.（3分）一元二次方程 $x^2+x-2=0$ 的解为 x_1 、 x_2 ，则 $x_1 \cdot x_2 =$ （ ）

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【考点】AB：根与系数的关系．

【专题】11：计算题．

【分析】直接根据根与系数的关系求解．

【解答】解：根据题意得 $x_1 \cdot x_2 = \frac{-2}{1} = -2$ ．

故选：D.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系：若方程两个解为 x_1, x_2 ，则 $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

6. (3分) 下列命题正确的是 ()

- A. 三角形的中位线平行且等于第三边
- B. 对角线相等的四边形是等腰梯形
- C. 四条边都相等的四边形是菱形
- D. 相等的角是对顶角

【考点】O1：命题与定理.

【分析】利用三角形中位线的性质，等腰梯形、菱形、对顶角的性质分别进行判断，即可得出答案.

【解答】解：A、三角形的中位线平行于三角形的第三边并且等于第三边的一半，故本选项错误；

B、正方形，矩形对角线均相等，故本选项错误；

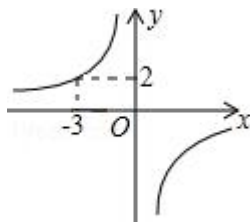
C、四条边都相等的四边形是菱形，故本选项正确；

D、相等的角不一定是对顶角，故本选项错误；

故选：C.

【点评】此题考查了命题与定理，熟练掌握各特殊四边形的判定和性质是解答此类问题的关键.

7. (3分) 如图，点 $P(-3, 2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上一点，则反比例函数的解析式 ()



A. $y = \frac{3}{x}$

B. $y = \frac{12}{x}$

C. $y = -\frac{2}{3x}$

D. $y = \frac{6}{x}$

【考点】G7：待定系数法求反比例函数解析式.

【专题】16：压轴题.

【分析】把 P 点坐标代入反比例函数解析式即可算出 k 的值，进而得到答案.

【解答】解：∵点 $P(-3, 2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上一点，

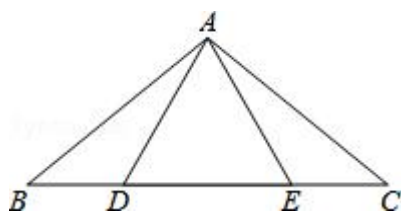
$$\therefore k = -3 \times 2 = -6,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{-6}{x},$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式，关键是掌握凡是反比例函数图象经过的点必能满足解析式.

8. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 在 BC 上，连接 AD 、 AE ，如果只添加一个条件使 $\angle DAB = \angle EAC$ ，则添加的条件不能为 ()



A. $BD = CE$

B. $AD = AE$

C. $DA = DE$

D. $BE = CD$

【考点】KH：等腰三角形的性质.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据全等三角形的判定与性质，等边对等角的性质对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、添加 $BD = CE$ ，可以利用“边角边”证明 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 全等，再根据全等三角形对应角相等得到 $\angle DAB = \angle EAC$ ，故本选项错误；

B、添加 $AD = AE$ ，根据等边对等角可得 $\angle ADE = \angle AED$ ，然后利用三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle DAB = \angle EAC$ ，故本选项错误；

C、添加 $DA = DE$ 无法求出 $\angle DAB = \angle EAC$ ，故本选项正确；

D、添加 $BE = CD$ 可以利用“边角边”证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 全等，再根据全等三角形对应角相等得到 $\angle DAB = \angle EAC$ ，故本选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了等腰三角形等边对等角的性质，三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，全等三角形的判定与性质，小综合题，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 个小题，请将答案写在答题卡的相应位置上，每小题 3 分，满分 24 分)

9. (3分) 计算: $|-3| = \underline{3}$.

【考点】15: 绝对值.

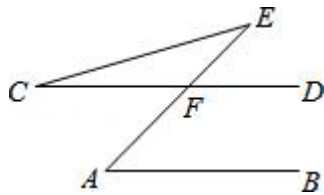
【分析】根据负数的绝对值等于这个数的相反数, 即可得出答案.

【解答】解: $|-3| = 3$.

故答案为: 3.

【点评】此题主要考查了绝对值的性质, 正确记忆绝对值的性质是解决问题的关键.

10. (3分) 如右图, 已知: $AB \parallel CD$, $\angle C = 25^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, 则 $\angle A = \underline{55^\circ}$.



【考点】1A: 平行线的性质.

【专题】11: 计算题.

【分析】由 AB 与 CD 平行, 利用两直线平行得到一对同位角相等, 求出 $\angle EFD$ 的度数, 而 $\angle EFD$ 为三角形 ECF 的外角, 利用外角性质即可求出 $\angle EFD$ 的度数, 即为 $\angle A$ 的度数.

【解答】解: $\because \angle EFD$ 为 $\triangle ECF$ 的外角,

$$\therefore \angle EFD = \angle C + \angle E = 55^\circ,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle A = \angle EFD = 55^\circ.$$

故答案为: 55°

【点评】此题考查了平行线的性质, 以及三角形的外角性质, 熟练掌握平行线的性质是解本题的关键.

11. (3分) 到 2012 年底, 湘潭地区总人口约为 3020000 人, 用科学记数法表示这一数为 $\underline{3.02 \times 10^6}$.

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 3020000 用科学记数法表示为 3.02×10^6 .

故答案为: 3.02×10^6 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12. (3分) 湖园中学学生志愿服务小组在“三月学雷锋”活动中，购买了一批牛奶到敬老院慰问老人，如果送给每位老人 2 盒牛奶，那么剩下 16 盒；如果送给每位老人 3 盒牛奶，则正好送完．设敬老院有 x 位老人，依题意可列方程为 $2x+16=3x$ ．

【考点】89：由实际问题抽象出一元一次方程．

【分析】根据“送给每位老人 2 盒牛奶，那么剩下 16 盒；如果送给每位老人 3 盒牛奶，则正好送完”表示出牛奶的总盒数，进而得出答案．

【解答】解：设敬老院有 x 位老人，依题意可列方程：

$$2x+16=3x,$$

故答案为： $2x+16=3x$ ．

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次方程，根据已知表示出牛奶的总盒数是解题关键．

13. (3分) “五一”假期，科科随父母在韶山旅游时购买了 10 张韶山风景明信片（除图案外，形状大小、质地等都相同），其中 4 张印有主席故居图案，3 张印有主席铜像图案，3 张印有滴水洞风景图案，他从中任意抽取 1 张寄给外地工作的姑姑，则恰好抽中印有主席故居图案明信片的概率是 $\frac{2}{5}$ ．

【考点】X4：概率公式．

【分析】由在韶山旅游时购买了 10 张韶山风景明信片（除图案外，形状大小、质地等都相同），其中 4 张印有主席故居图案，3 张印有主席铜像图案，3 张印有滴水洞风景图案，直接利用概率公式求解即可求得答案．

【解答】解： $\because$ 在韶山旅游时购买了 10 张韶山风景明信片（除图案外，形状大小、质地等都相同），其中 4 张印有主席故居图案，3 张印有主席铜像图案，3 张印有滴水洞风景图案，

$\therefore$ 恰好抽中印有主席故居图案明信片的概率是： $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ ．

故答案为： $\frac{2}{5}$ ．

【点评】此题考查了概率公式的应用．注意概率 = 所求情况数与总情况数之比．

14. (3分) 函数： $y = \frac{1}{x+1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \neq -1$ ．

【考点】E4：函数自变量的取值范围.

【专题】11：计算题.

【分析】根据分式有意义的条件是分母不为 0；分析原函数式可得关系式 $x+1 \neq 0$ ，解可得答案.

【解答】解：根据题意可得 $x+1 \neq 0$ ；

解可得 $x \neq -1$ ；

故答案为 $x \neq -1$.

【点评】求解析法表示的函数的自变量取值范围时：当函数表达式是分式时，要注意考虑分式的分母不能为 0.

15. (3 分) 计算： $\sqrt{2}\sin 45^\circ + (-\sqrt{2013})^0 = \underline{2}$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】本题涉及零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简等考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

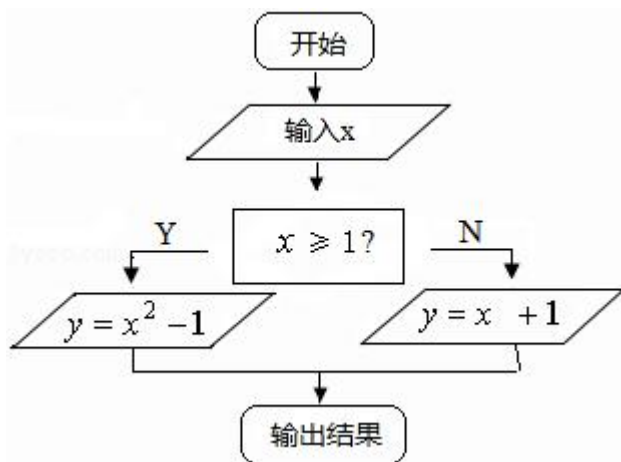
$= 1 + 1$

$= 2$.

故答案为 2.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握零指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简等考点的运算.

16. (3 分) 如图，根据所示程序计算，若输入 $x = \sqrt{3}$ ，则输出结果为 $\underline{2}$.



【考点】2B：估算无理数的大小；E5：函数值．

【专题】16：压轴题；27：图表型．

【分析】根据 $\sqrt{3} > 1$ 选择左边的函数关系式进行计算即可得解．

【解答】解：∵ $x = \sqrt{3} > 1$ ，

$$\therefore y = (\sqrt{3})^2 - 1 = 3 - 1 = 2.$$

故答案为：2．

【点评】本题考查了函数值的计算，比较简单，准确选择函数关系式是解题的关键．

三、解答题（本大题共 10 个小题，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请将解答过程写在答题卡相应的位置上，满分 72 分）

17.（6 分）解不等式组：
$$\begin{cases} x-1 \geq 1 \\ 2x-(x-1) \leq 5 \end{cases}$$

【考点】CB：解一元一次不等式组．

【分析】首先分别计算出两个不等式的解集，再根据“大小小大中间找”找出公共解集即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} x-1 \geq 1 \text{ ①} \\ 2x-(x-1) \leq 5 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得： $x \geq 2$ ，

由②得： $x \leq 4$ ，

不等式组的解集为： $2 \leq x \leq 4$ ．

【点评】此题主要考查了一元一次不等式组的解法，关键是掌握解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

18.（6 分）先化简，再求值：
$$\left(\frac{x-1}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} \right) \div \frac{4}{x^2+x}$$
，其中 $x = -2$ ．

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】11：计算题.

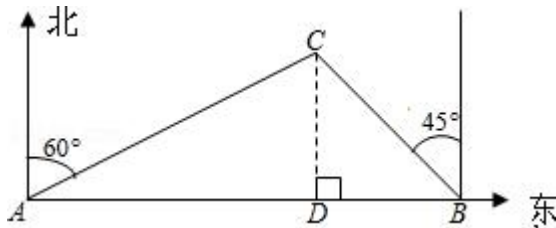
【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 $x = 2$ 代入进行计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= \frac{2}{x+1} \div \frac{4}{x(x+1)} \\ &= \frac{2}{x+1} \times \frac{x(x+1)}{4} \\ &= \frac{x}{2},\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, 原式} = -\frac{2}{2} = -1.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

19. (6分) 如图， C 岛位于我南海 A 港口北偏东 60° 方向，距 A 港口 $60\sqrt{2}$ 海里处，我海监船从 A 港口出发，自西向东航行至 B 处时，接上级命令赶赴 C 岛执行任务，此时 C 岛在 B 处北偏西 45° 方向上，海监船立刻改变航向以每小时 60 海里的速度沿 BC 行进，则从 B 处到达 C 岛需要多少小时？



【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】分别在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 与 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，利用三角函数的性质，即可求得 BC 的长，继而求得答案.

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle CAD = 30^\circ$ ，

$$\therefore CD = \frac{1}{2} \times 60\sqrt{2} = 30\sqrt{2} \text{ 海里},$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle CBD = 45^\circ$ ，

$$\therefore BC = 30\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 60 \text{ 海里},$$

$$60 \div 60 = 1 \text{ (小时)}.$$

答：从 B 处到达 C 岛需要 1 小时.

【点评】此题考查了方向角问题. 此题难度适中，解此题的关键是将方向角问题转化为解直角三角形的知识，利用三角函数的知识求解.

20. (6分) 2013 年 4 月 20 日 8 时，四川省芦山县发生 7.0 级地震，某市派出抢险救灾工程队赶往芦山支援，工程队承担了 2400 米道路抢修任务，为了让救灾人员和物资尽快运抵

灾区，实际施工速度比原计划每小时多修 40 米，结果提前 2 小时完成，求原计划每小时抢修道路多少米？

【考点】B7：分式方程的应用．

【分析】首先设原计划每小时抢修道路 x 米，则实际施工速度为每小时抢修道路 $(x+40)$ 米，根据题意可得等量关系：原计划修 2400 米道路所用时间 - 实际修 2400 米道路所用时间 = 2 小时，根据等量关系，列出方程即可．

【解答】解：设原计划每小时抢修道路 x 米，由题意得：

$$\frac{2400}{x} - \frac{2400}{x+40} = 2,$$

解得： $x_1 = 200$ ， $x_2 = -240$ ，

经检验： $x_1 = 200$ ， $x_2 = -240$ ，都是原分式方程的解，

$x = -240$ 不合题意，舍去，

答：原计划每小时抢修道路 200 米．

【点评】此题主要考查了分式方程的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程，注意解出分式方程后要进行检验．

21. (6 分) 6 月 5 日是世界环境日，今年“世界环境日”中国的主题为“同呼吸，共奋斗”，旨在释放和传递：建设美丽中国，人人共享、人人有责的信息，小文积极学习与宣传，并从四个方面 A ：空气污染， B ：淡水资源危机， C ：土地荒漠化， D ：全球变暖，对全校同学进行了随机抽样调查，了解他们在这四个方面中最关注的问题(每人限选一项)．以下是他收集数据后，绘制的不完整的统计图表：

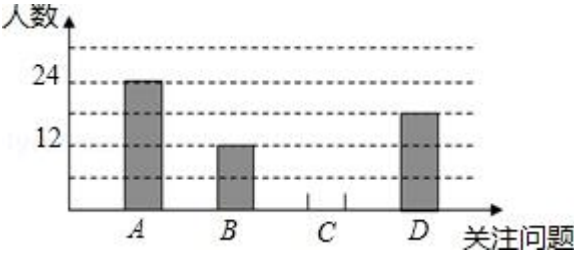
关注问题	频数	频率
A	24	0.4
B	12	0.2
C	n	0.1
D	18	m
合计	a	1

请你根据图表中提供的信息解答以下问题：

(1) 根据图表信息，可得 $a = \underline{60}$ ；

(2) 请你将条形图补充完整；

(3) 如果小文所在的学校有 1200 名学生，那么你根据小文提供的信息估计该校关注“全球变暖”的学生大约有多少人？



【考点】 V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表；VC：条形统计图.

【分析】 (1) 根据空气污染的频数除以对应的频率即可求出 a 的值；

(2) 由 a 的值，减去其它频数求出 n 的值，补全条形统计图即可；

(3) 求出表格中 m 的值，乘以 1200 即可得到结果.

【解答】 解：(1) 根据题意得： $24 \div 0.4 = 60$ ，即 $a = 60$ ；

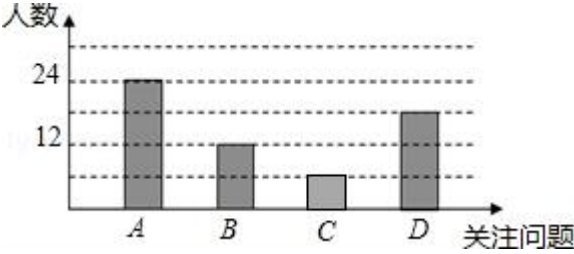
故答案为：60；

(2) 根据题意得： $n = 60 - (24 + 12 + 18) = 6$ ，

补全条形统计图，如图所示；

(3) 由表格得： $m = 0.3$ ，

根据题意得：该校关注“全球变暖”的学生大约有 $1200 \times 0.3 = 360$ (人).

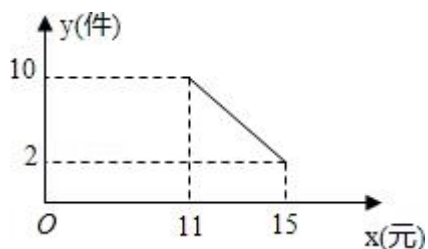


【点评】 此题考查了条形统计图，频数（率）分布表，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键.

22. (6 分) 莲城超市以 10 元/件的价格调进一批商品，根据前期销售情况，每天销售量 y (件) 与该商品定价 x (元) 是一次函数关系，如图所示.

(1) 求销售量 y 与定价 x 之间的函数关系式；

(2) 如果超市将该商品的销售价定为 13 元/件，不考虑其它因素，求超市每天销售这种商品所获得的利润.



【考点】FH：一次函数的应用．

【分析】（1）由图象可知 y 与 x 是一次函数关系，又由函数图象过点（11，10）和（15，2），则用待定系数法即可求得 y 与 x 的函数关系式；

（2）根据（1）求出的函数关系式，再求出每件该商品的利润，即可求得超市每天销售这种商品所获得的利润．

【解答】解：（1）设 $y = kx + b$ （ $k \neq 0$ ），由图象可知，

$$\begin{cases} 11k + b = 10 \\ 15k + b = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 32 \end{cases},$$

故销售量 y 与定价 x 之间的函数关系式是： $y = -2x + 32$ ；

（2）超市每天销售这种商品所获得的利润是：

$$W = (-2x + 32)(13 - 10) = -6x + 96,$$

当 $x = 13$ （元）时，超市每天销售这种商品所获得的利润是：

$$W = -6 \times 13 + 96 = 18 \text{（元）}.$$

【点评】此题考查了一次函数的应用问题，此题综合性较强，难度一般，解题的关键是理解题意，根据题意求得函数解析式，注意待定系数法的应用，注意数形结合思想的应用．

23.（8分）5月12日是母亲节，小明去花店买花送给母亲，挑中了象征温馨、母爱的康乃馨和象征高贵、尊敬的兰花两种花，已知康乃馨每支5元，兰花每支3元，小明只有30元，希望购买花的支数不少于7支，其中至少有一支是康乃馨．

（1）小明一共有多少种可能的购买方案？列出所有方案；

（2）如果小明先购买一张2元的祝福卡，再从（1）中任选一种方案购花，求他能实现购买愿望的概率．

【考点】CE：一元一次不等式组的应用．

【分析】（1）设购买康乃馨 x 支，购买兰花 y 支，根据条件建立不等式组，运用分类讨

论思想求出其解即可.

(2) 当小明先购买一张 2 元的祝福卡, 小明购花的钱就只有 28 元了, 求出能够购花的方案, 就可以求出实现愿望的概率.

【解答】解: (1) 设购买康乃馨 x 支, 购买兰花 y 支, 由题意, 得

$$\begin{cases} 5x+3y \leq 30 \\ x+y \geq 7 \\ x \geq 1 \end{cases},$$

$\because x, y$ 为正整数,

当 $x=1$ 时, $y=6, 7, 8$ 符合题意,

当 $x=2$ 时, $y=5, 6$ 符合题意,

当 $x=3$ 时, $y=4, 5$ 符合题意,

当 $x=4$ 时, $y=3$ 符合题意,

当 $x=5$ 时, $y=1$ 舍去,

当 $x=6$ 时, $y=0$ 舍去.

共有 8 种购买方案,

方案 1: 购买康乃馨 1 支, 购买兰花 6 支;

方案 2: 购买康乃馨 1 支, 购买兰花 7 支;

方案 3: 购买康乃馨 1 支, 购买兰花 8 支;

方案 4: 购买康乃馨 2 支, 购买兰花 5 支;

方案 5: 购买康乃馨 2 支, 购买兰花 6 支;

方案 6: 购买康乃馨 3 支, 购买兰花 4 支;

方案 7: 购买康乃馨 3 支, 购买兰花 5 支;

方案 8: 购买康乃馨 4 支, 购买兰花 3 支;

(2) 由题意, 得,

$$\begin{cases} 5x+3y \leq 28 \\ x+y \geq 7 \\ x \geq 1 \end{cases},$$

购花的方案有:

方案 1: 购买康乃馨 1 支, 购买兰花 6 支;

方案 2: 购买康乃馨 1 支, 购买兰花 7 支;

方案 3: 购买康乃馨 2 支, 购买兰花 5 支;

方案 4: 购买康乃馨 2 支, 购买兰花 6 支;

方案 5: 购买康乃馨 3 支, 购买兰花 4 支;

$\therefore$ 小明实现购买方案的愿望有 5 种, 而总共有 8 中购买方案,

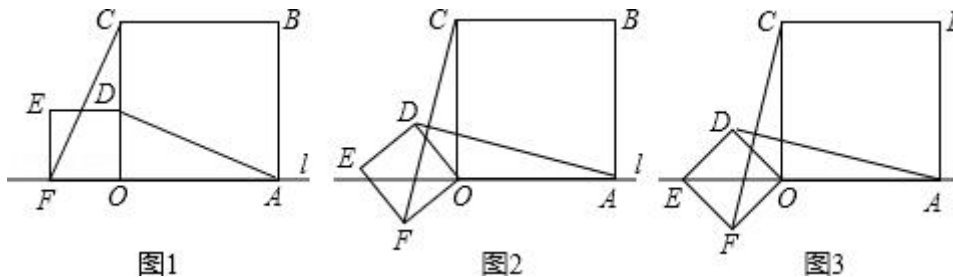
$\therefore$ 小明能实现购买愿望的概率为 $P = \frac{5}{8}$.

【点评】 本题考查了列不等式组及运用分类讨论思想解答方案设计的运用, 概率在实际问题中的运用, 解答时根据不等式组及分类讨论思想求出购买方案是关键.

24. (8 分) 在数学活动课中, 小辉将边长为 $\sqrt{2}$ 和 3 的两个正方形放置在直线 l 上, 如图 1, 他连结 AD 、 CF , 经测量发现 $AD = CF$.

(1) 他将正方形 $ODEF$ 绕 O 点逆时针旋转一定的角度, 如图 2, 试判断 AD 与 CF 还相等吗? 说明你的理由;

(2) 他将正方形 $ODEF$ 绕 O 点逆时针旋转, 使点 E 旋转至直线 l 上, 如图 3, 请你求出 CF 的长.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质.

【分析】 (1) 根据正方形的性质可得 $AO = CO$, $OD = OF$, $\angle AOC = \angle DOF = 90^\circ$, 然后求出 $\angle AOD = \angle COF$, 再利用“边角边”证明 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等即可得证;

(2) 与 (1) 同理求出 $CF = AD$, 连接 DF 交 OE 于 G , 根据正方形的对角线互相垂直平分可得 $DF \perp OE$, $DG = OG = \frac{1}{2}OE$, 再求出 AG , 然后利用勾股定理列式计算即可求出 AD .

【解答】 解: (1) $AD = CF$.

理由如下: 在正方形 $ABCO$ 和正方形 $ODEF$ 中, $AO = CO$, $OD = OF$, $\angle AOC = \angle DOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC + \angle COD = \angle DOF + \angle COD$,

即 $\angle AOD = \angle COF$,

$$\text{在} \triangle AOD \text{ 和 } \triangle COF \text{ 中, } \begin{cases} AO=CO \\ \angle AOD=\angle COF, \\ OD=OF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COF (SAS),$$

$$\therefore AD = CF;$$

(2) 与 (1) 同理求出 $CF = AD$,

如图, 连接 DF 交 OE 于 G , 则 $DF \perp OE$, $DG = OG = \frac{1}{2}OE$,

$\therefore$ 正方形 $ODEF$ 的边长为 $\sqrt{2}$,

$$\therefore OE = \sqrt{2}OD = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2,$$

$$\therefore DG = OG = \frac{1}{2}OE = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore AG = AO + OG = 3 + 1 = 4,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ADG \text{ 中, } AD = \sqrt{AG^2 + DG^2} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17},$$

$$\therefore CF = AD = \sqrt{17}.$$

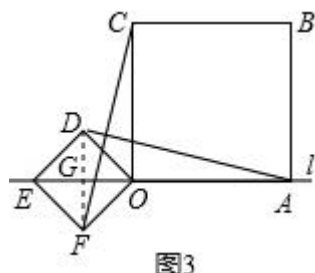


图3

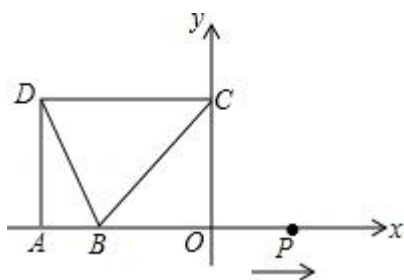
【点评】 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理的应用, 熟练掌握正方形的四条边都相等, 四个角都是直角, 对角线相等且互相垂直平分是解题的关键, (2) 作辅助线构造出直角三角形是解题的关键.

25. (10分) 如图, 在坐标系 xOy 中, 已知 $D(-5, 4)$, $B(-3, 0)$, 过 D 点分别作 DA 、 DC 垂直于 x 轴, y 轴, 垂足分别为 A 、 C 两点, 动点 P 从 O 点出发, 沿 x 轴以每秒 1 个单位长度的速度向右运动, 运动时间为 t 秒.

(1) 当 t 为何值时, $PC \parallel DB$;

(2) 当 t 为何值时, $PC \perp BC$;

(3) 以点 P 为圆心, PO 的长为半径的 $\odot P$ 随点 P 的运动而变化, 当 $\odot P$ 与 $\triangle BCD$ 的边 (或边所在的直线) 相切时, 求 t 的值.



【考点】SO：相似形综合题．

【专题】16：压轴题．

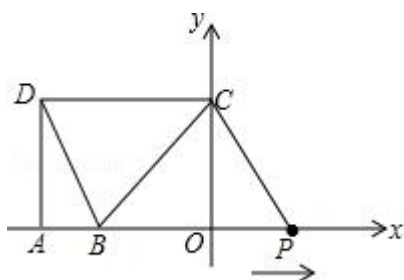
【分析】（1）过 D 点分别作 DA 、 DC 垂直于 x 轴， y 轴，垂足分别为 A 、 C 两点，求出 $DC = 5$ ， $OC = 4$ ， $OB = 3$ ，根据四边形 $DBPC$ 是平行四边形求出 $DC = BP = 5$ ，求出 $OP = 2$ 即可；

（2）证 $\triangle PCO \sim \triangle CBO$ ，得出 $\frac{4}{3} = \frac{PO}{4}$ ，求出 $OP = \frac{16}{3}$ 即可；

（3）设 $\odot P$ 的半径是 R ，分为三种情况：①当 $\odot P$ 与直线 DC 相切时，过 P 作 $PM \perp DC$ 交 DC 延长线于 M ，求出 PM 、 OP 的长即可；

②当 $\odot P$ 与 BC 相切时，根据 $\triangle COB \sim \triangle PBM$ 得出 $\frac{4}{R} = \frac{5}{3+R}$ ，求出 $R = 12$ 即可；③当 $\odot P$ 与 DB 相切时，证 $\triangle ADB \sim \triangle MPB$ 得出 $\frac{4}{R} = \frac{2\sqrt{5}}{3+R}$ ，求出 R 即可．

【解答】解：（1） $\because D(-5, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ，过 D 点分别作 DA 、 DC 垂直于 x 轴， y 轴，垂足分别为 A 、 C 两点，
 $\therefore DC = 5$ ， $OC = 4$ ， $OB = 3$ ，



$\because DC \perp y$ 轴， x 轴 $\perp y$ 轴，

$\therefore DC \parallel BP$ ，

$\because PC \parallel DB$ ，

$\therefore$ 四边形 $DBPC$ 是平行四边形，

$\therefore DC = BP = 5$ ，

$\therefore OP = 5 - 3 = 2$ ，

$$2 \div 1 = 2,$$

即当 t 为 2 秒时, $PC \parallel BD$;

(2) $\because PC \perp BC$, x 轴 $\perp y$ 轴,

$$\therefore \angle COP = \angle COB = \angle BCP = 90^\circ \therefore,$$

$$\therefore \angle PCO + \angle BCO = 90^\circ, \quad \angle CPO + \angle PCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPO = \angle BCO,$$

$$\therefore \triangle PCO \sim \triangle CBO,$$

$$\therefore \frac{OC}{BO} = \frac{OP}{CO},$$

$$\therefore \frac{4}{3} = \frac{PO}{4},$$

$$\therefore OP = \frac{16}{3},$$

$$\frac{16}{3} \div 1 = \frac{16}{3},$$

即当 t 为 $\frac{16}{3}$ 秒时, $PC \perp BC$;

(3) 设 $\odot P$ 的半径是 R ,

分为三种情况: ①当 $\odot P$ 与直线 DC 相切时,

如图 1, 过 P 作 $PM \perp DC$ 交 DC 延长线于 M ,

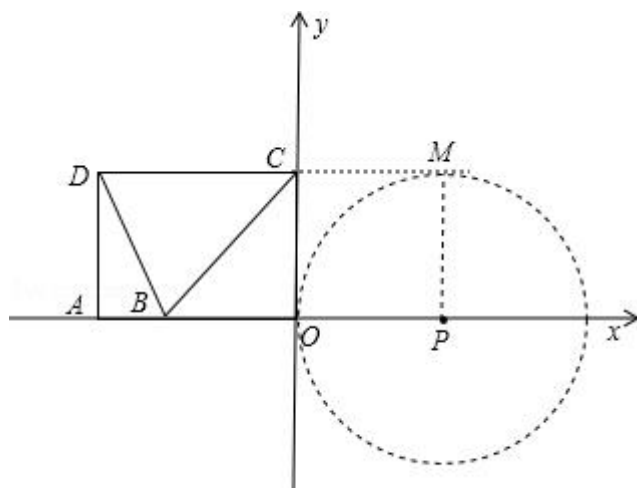


图1

则 $PM = OC = 4 = OP$,

$$4 \div 1 = 4,$$

即 $t = 4$;

②如图 2，当 $\odot P$ 与 BC 相切时，

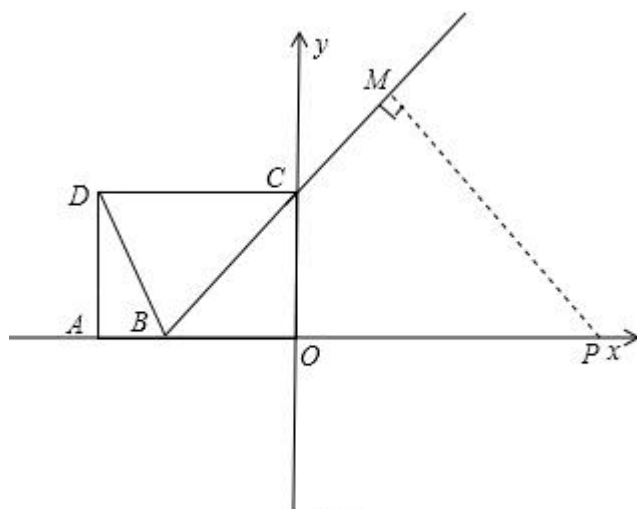


图2

$\because \angle BOC = 90^\circ$, $BO = 3$, $OC = 4$, 由勾股定理得: $BC = 5$,

$\because \angle PMB = \angle COB = 90^\circ$, $\angle CBO = \angle PBM$,

$\therefore \triangle COB \sim \triangle PMB$,

$$\therefore \frac{CO}{PM} = \frac{BC}{BP}$$

$$\therefore \frac{4}{R} = \frac{5}{3+R}$$

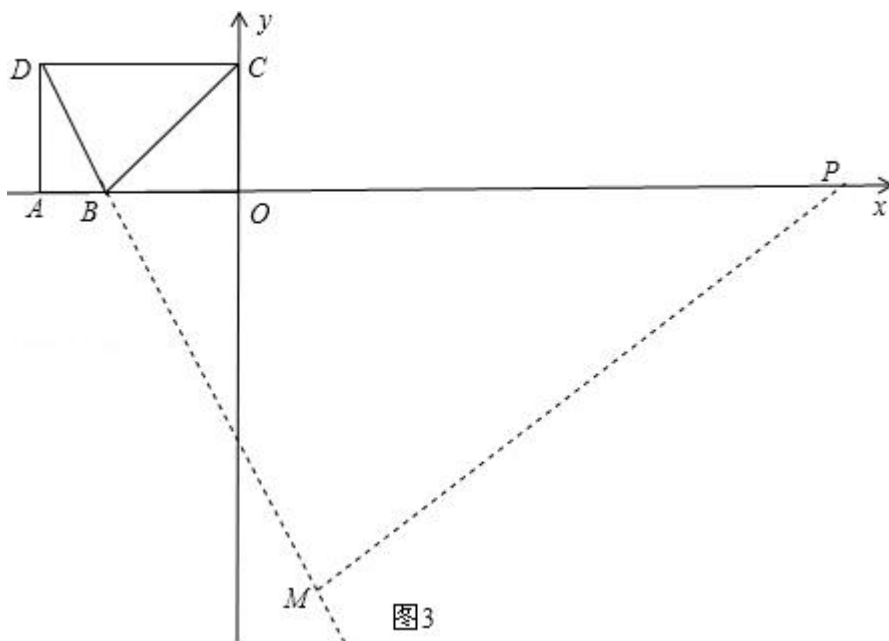
$$R = 12,$$

$$12 \div 1 = 12,$$

即 $t = 12$ 秒;

③根据勾股定理得: $BD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

如图 3，当 $\odot P$ 与 DB 相切时，



$\because \angle PMB = \angle DAB = 90^\circ$, $\angle ABD = \angle PBM$,

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle MPB$,

$$\therefore \frac{AD}{PM} = \frac{DB}{BP},$$

$$\therefore \frac{4}{R} = \frac{2\sqrt{5}}{3+R},$$

$$R = 6\sqrt{5} + 12;$$

$$(6\sqrt{5} + 12) \div 1 = 6\sqrt{5} + 12,$$

即 $t = (6\sqrt{5} + 12)$ 秒.

【点评】 本题考查了勾股定理，切线的性质和判定，相似三角形的性质和判定的应用，主要考查学生的计算和推理能力.

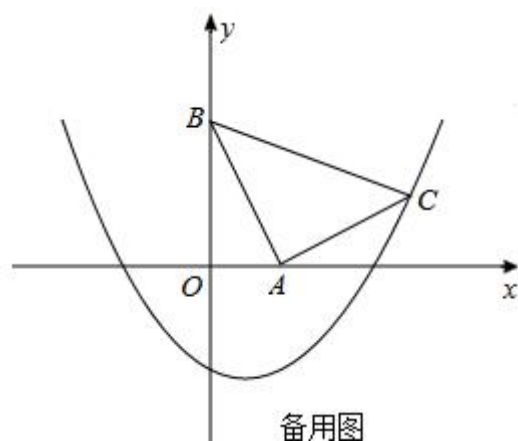
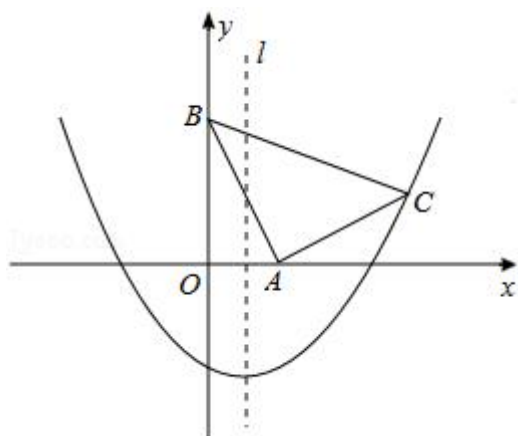
26. (10 分) 如图，在坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $A(1, 0)$,

$B(0, 2)$ ，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 的图象过 C 点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 平移该抛物线的对称轴所在直线 l . 当 l 移动到何处时，恰好将 $\triangle ABC$ 的面积分为相等的两部分?

(3) 点 P 是抛物线上一动点，是否存在点 P ，使四边形 $PACB$ 为平行四边形? 若存在，求出 P 点坐标; 若不存在，说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】16：压轴题．

【分析】如解答图所示：

(1) 首先构造全等三角形 $\triangle AOB \cong \triangle CDA$ ，求出点 C 的坐标；然后利用点 C 的坐标求出抛物线的解析式；

(2) 首先求出直线 BC 与 AC 的解析式，设直线 l 与 BC 、 AC 交于点 E 、 F ，则可求出 EF 的表达式；根据 $S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，列出方程求出直线 l 的解析式；

(3) 首先作出 $\square PACB$ ，然后证明点 P 在抛物线上即可．

【解答】解：(1) 如答图 1 所示，过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D ，则 $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$ ．

$$\because \angle OBA + \angle OAB = 90^\circ, \quad \angle OAB + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle ACD, \quad \angle OBA = \angle CAD.$$

$\because$ 在 $\triangle AOB$ 与 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} \angle OAB = \angle ACD \\ AB = AC \\ \angle OBA = \angle CAD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle CDA \text{ (ASA)}.$$

$$\therefore CD = OA = 1, \quad AD = OB = 2,$$

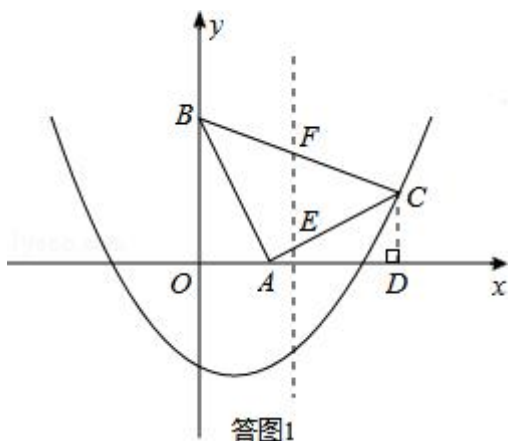
$$\therefore OD = OA + AD = 3,$$

$$\therefore C(3, 1).$$

$\because$ 点 $C(3, 1)$ 在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 上，

$$\therefore 1 = \frac{1}{2} \times 9 + 3b - 2, \text{ 解得: } b = -\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 2.$$



(2) 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $OA = 1$, $OB = 2$, 由勾股定理得: $AB = \sqrt{5}$.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{5}{2}.$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, $\because B(0, 2), C(3, 1)$,

$$\therefore \begin{cases} b=2 \\ 3k+b=1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{3}, b = 2,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2.$$

同理求得直线 AC 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

如答图 1 所示,

设直线 l 与 BC 、 AC 分别交于点 E 、 F , 则 $EF = (-\frac{1}{3}x + 2) - (\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}) = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}x$.

$\triangle CEF$ 中, EF 边上的高 $h = OD - x = 3 - x$.

$$\text{由题意得: } S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\text{即: } \frac{1}{2}EF \cdot h = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\frac{5}{2} - \frac{5}{6}x) \cdot (3 - x) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2},$$

$$\text{整理得: } (3 - x)^2 = 3,$$

解得 $x = 3 - \sqrt{3}$ 或 $x = 3 + \sqrt{3}$ (不合题意, 舍去),

$\therefore$ 当直线 l 解析式为 $x = 3 - \sqrt{3}$ 时, 恰好将 $\triangle ABC$ 的面积分为相等的两部分.

(3) 存在.

如答图 2 所示,

