

## 2013 年湖南省永州市中考数学试卷

### 一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）.

1. (3 分)  $-\frac{1}{2013}$  的倒数为 ( )

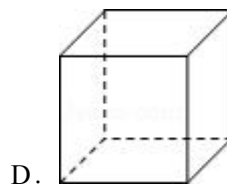
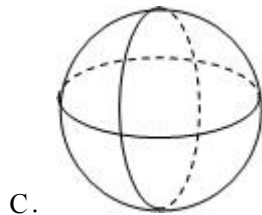
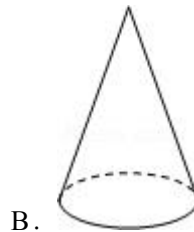
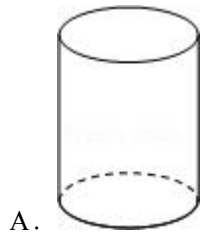
- A.  $\frac{1}{2013}$       B.  $-\frac{1}{2013}$       C. 2013      D. -2013

2. (3 分) 运用湘教版初中数学教材上使用的某种电子计算器求  $\sqrt{8} + \sqrt[3]{6}$  的近似值，其按键

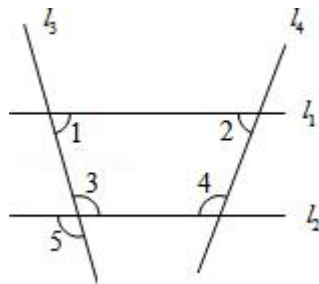
顺序正确的是 ( )

- A.  $\boxed{\sqrt{}} \boxed{8} \boxed{+} \boxed{2ndf} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{=}$   
 B.  $\boxed{8} \boxed{\sqrt{}} \boxed{+} \boxed{2ndf} \boxed{6} \boxed{\sqrt{}} \boxed{=}$   
 C.  $\boxed{\sqrt{}} \boxed{8} \boxed{+} \boxed{\sqrt{}} \boxed{6} \boxed{=}$   
 D.  $\boxed{8} \boxed{\sqrt{}} \boxed{+} \boxed{6} \boxed{\sqrt{}} \boxed{=}$

3. (3 分) 下列几何体中，其主视图不是中心对称图形的是 ( )

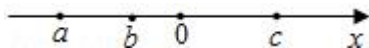


4. (3 分) 如图，下列条件中能判定直线  $l_1 \parallel l_2$  的是 ( )



- A.  $\angle 1 = \angle 2$       B.  $\angle 1 = \angle 5$       C.  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$       D.  $\angle 3 = \angle 5$

5. (3 分) 实数  $a, b, c$  在数轴上对应的点如图所示，则下列式子中正确的是 ( )



- A.  $a - c > b - c$       B.  $a + c < b + c$       C.  $ac > bc$       D.  $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$
6. (3分) 已知  $(x - y + 3)^2 + \sqrt{2x + y} = 0$ , 则  $x + y$  的值为 ( )
- A. 0      B. -1      C. 1      D. 5
7. (3分) 下列说法正确的是 ( )
- A. 一组数据 2, 5, 3, 1, 4, 3 的中位数是 3
- B. 五边形的外角和是 540 度
- C. “菱形的对角线互相垂直”的逆命题是真命题
- D. 三角形的外心是这个三角形三条角平分线的交点
8. (3分) 我们知道, 一元二次方程  $x^2 = -1$  没有实数根, 即不存在一个实数的平方等于 -1. 若我们规定一个新数 “ $i$ ”, 使其满足  $i^2 = -1$  (即方程  $x^2 = -1$  有一个根为  $i$ ). 并且进一步规定: 一切实数可以与新数进行四则运算, 且原有运算律和运算法则仍然成立, 于是有  $i^1 = i$ ,  $i^2 = -1$ ,  $i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$ ,  $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ , 从而对于任意正整数  $n$ , 我们可以得到  $i^{4n+1} = i^{4n} \cdot i = (i^4)^n \cdot i = i$ , 同理可得  $i^{4n+2} = -1$ ,  $i^{4n+3} = -i$ ,  $i^{4n} = 1$ . 那么  $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{2012} + i^{2013}$  的值为 ( )
- A. 0      B. 1      C. -1      D.  $i$

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 钓鱼岛列岛是我国固有领土, 共由 8 个岛屿组成, 其中最大的岛是钓鱼岛, 面积约为 4.3 平方公里, 最小的岛是飞瀨屿, 面积约为 0.0008 平方公里. 请用科学记数法表示飞瀨屿的面积约为\_\_\_\_\_平方公里.
10. (3分) 一副扑克牌 52 张 (不含鬼牌), 分为黑桃、红心、方块、及梅花 4 种花色, 每种花色各有 13 张, 分别标有字母 A、K、Q、J 和数字 10、9、8、7、6、5、4、3、2. 从这副牌中任意抽取一张, 则这张牌是标有字母的概率是\_\_\_\_\_.
11. (3分) 已知一次函数  $y = kx + b$  的图象经过  $A(1, -1)$ ,  $B(-1, 3)$  两点, 则  $k$  \_\_\_\_\_ 0 (填 “>” 或 “<”)
12. (3分) 定义  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  为二阶行列式. 规定它的运算法则为  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ . 那么当  $x = 1$  时, 二阶行列式  $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ 0 & x-1 \end{vmatrix}$  的值为\_\_\_\_\_.
13. (3分) 如图, 已知  $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ,  $BC$  是  $\odot O$  的直径,  $MN$  与  $\odot O$  相切, 切点为  $A$ ,

16. (3 分) 电脑系统中有个“扫雷”游戏, 要求游戏者标出所有的雷, 游戏规则: 一个方块下面最多埋一个雷, 如果无雷, 掀开方块下面就标有数字, 提醒游戏者此数字周围的方块 (最多八个) 中雷的个数 (实际游戏中, 0 通常省略不标, 为方便大家识别与印刷, 我把图乙中的 0 都标出来了, 以示与未掀开者的区别), 如图甲中的“3”表示它的周围八个方块中仅有 3 个埋有雷. 图乙是张三玩游戏中的局部, 图中有 4 个方块已确定是雷 (方块上标有旗子), 则图乙第一行从左数起的七个方块中 (方块上标有字母), 能够确定一定是雷的有 \_\_\_\_\_. (请填入方块上的字母)

三、解答题（本大题共9个小题，共72分）

17. (6分) 计算:  $\sqrt{16} - (\frac{1}{2})^{-1} + (-1)^{2013}$ .

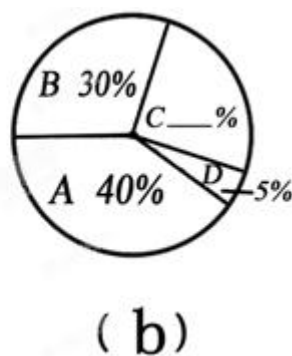
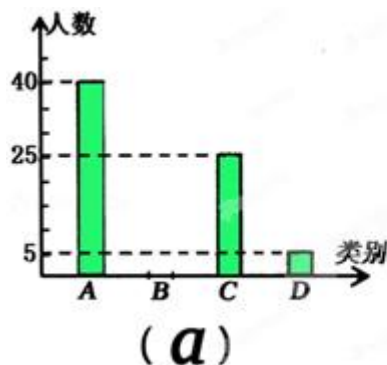
18. (6分) 解不等式组  $\begin{cases} 2x+3 > 1 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$ , 并把解集在数轴上表示出来.

19. (6分) 先化简, 再求值:  $(\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ , 其中  $x=2$ .

20. (8分) 某县为了了解 2013 年初中毕业生毕业后的去向, 对部分初三学生进行了抽样调查, 就初三学生的四种去向 (A. 读普通高中; B. 读职业高中 C. 直接进入社会就业; D. 其它) 进行数据统计, 并绘制了两幅不完整的统计图 (a)、(b).

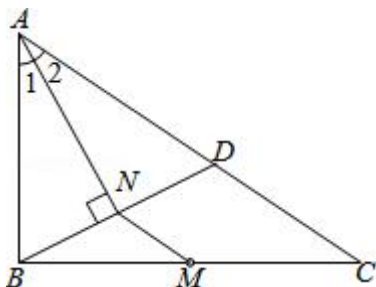
请问:

- (1) 该县共调查了\_\_\_\_\_名初中毕业生;
- (2) 将两幅统计图中不完整的部分补充完整;
- (3) 若该县 2013 年初三毕业生共有 4500 人, 请估计该县今年的初三毕业生中读普通高中的学生人数.



21. (8分) 如图,  $M$  是  $\triangle ABC$  的边  $BC$  的中点,  $AN$  平分  $\angle BAC$ ,  $BN \perp AN$  于点  $N$ , 延长  $BN$  交  $AC$  于点  $D$ , 已知  $AB=10$ ,  $BC=15$ ,  $MN=3$

- (1) 求证:  $BN=DN$ ;
- (2) 求  $\triangle ABC$  的周长.



22. (8分) 中国现行的个人所得税法自 2011 年 9 月 1 日起施行, 其中规定个人所得税纳税办法如下:

- 一. 以个人每月工资收入额减去 3500 元后的余额作为其每月应纳税所得额;

二．个人所得税纳税税率如下表所示：

| 纳税级数 | 个人每月应纳税所得额             | 纳税税率 |
|------|------------------------|------|
| 1    | 不超过 1500 元的部分          | 3%   |
| 2    | 超过 1500 元至 4500 元的部分   | 10%  |
| 3    | 超过 4500 元至 9000 元的部分   | 20%  |
| 4    | 超过 9000 元至 35000 元的部分  | 25%  |
| 5    | 超过 35000 元至 55000 元的部分 | 30%  |
| 6    | 超过 55000 元至 80000 元的部分 | 35%  |
| 7    | 超过 80000 元的部分          | 45%  |

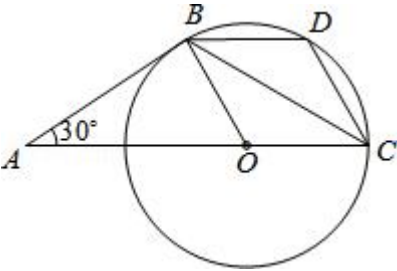
(1) 若甲、乙两人的每月工资收入额分别为 4000 元和 6000 元，请分别求出甲、乙两人的每月应缴纳的个人所得税；

(2) 若丙每月缴纳的个人所得税为 95 元，则丙每月的工资收入额应为多少？

23. (10 分) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的切线， $B$  为切点，圆心在  $AC$  上， $\angle A = 30^\circ$ ， $D$  为  $\widehat{BC}$  的中点.

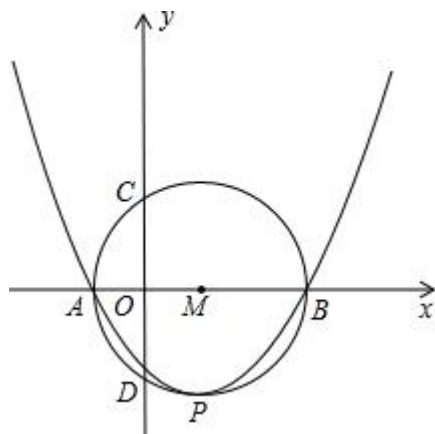
(1) 求证： $AB = BC$ ；

(2) 求证：四边形  $BOCD$  是菱形.



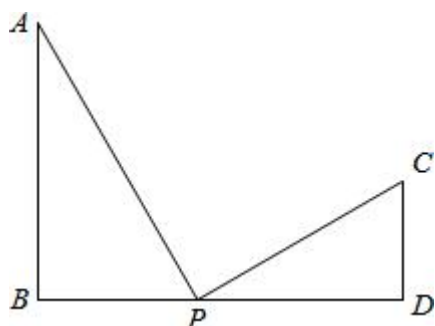
24. (10 分) 如图，已知二次函数  $y = (x - m)^2 - 4m^2$  ( $m > 0$ ) 的图象与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点.

- (1) 写出  $A$ 、 $B$  两点的坐标 (坐标用  $m$  表示);
- (2) 若二次函数图象的顶点  $P$  在以  $AB$  为直径的圆上, 求二次函数的解析式;
- (3) 在 (2) 的基础上, 设以  $AB$  为直径的  $\odot M$  与  $y$  轴交于  $C$ 、 $D$  两点, 求  $CD$  的长.



25. (10 分) 如图, 已知  $AB \perp BD$ ,  $CD \perp BD$

- (1) 若  $AB = 9$ ,  $CD = 4$ ,  $BD = 10$ , 请问在线段  $BD$  上是否存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似? 若存在, 求  $BP$  的长; 若不存在, 请说明理由;
- (2) 若  $AB = 9$ ,  $CD = 4$ ,  $BD = 12$ , 请问在线段  $BD$  上存在多少个  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似? 并求  $BP$  的长;
- (3) 若  $AB = 9$ ,  $CD = 4$ ,  $BD = 15$ , 请问在线段  $BD$  上存在多少个  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似? 并求  $BP$  的长;
- (4) 若  $AB = m$ ,  $CD = n$ ,  $BD = l$ , 请问  $m$ ,  $n$ ,  $l$  满足什么关系时, 存在以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似的一个  $P$  点? 两个  $P$  点? 三个  $P$  点?



# 2013 年湖南省永州市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

### 一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）.

1. 【分析】根据乘积是 1 的两个数叫做互为倒数解答.

【解答】解： $\because (-\frac{1}{2013}) \times (-2013) = 1$ ,

$\therefore -\frac{1}{2013}$  的倒数为  $-2013$ .

故选：D.

【点评】本题考查了倒数的定义，熟记概念是解题的关键.

2. 【分析】根据计算器上的键的功能， $\sqrt{8}$ 是先按 $\sqrt{(\quad)}$ ，再按 8， $\sqrt[3]{6}$ 是先按 2nd 键，再按 $\sqrt{(\quad)}$ ，最后按 6，即可得出答案.

【解答】解： $\sqrt{8}$ 是先按 $\sqrt{(\quad)}$ ，再按 8，

$\sqrt[3]{6}$ 是先按 2nd 键，再按 $\sqrt{(\quad)}$ ，最后按 6，

则 $\sqrt{8} + \sqrt[3]{6}$ 的顺序先按 $\sqrt{(\quad)}$ ，再按 8，按+，按 2nd 键，按 $\sqrt{(\quad)}$ ，最后按 6，

故选：A.

【点评】此题主要考查了计算器的使用方法，由于计算器的类型很多，可根据计算器的说明书使用.

3. 【分析】先判断出各图形的主视图，然后结合中心对称的定义进行判断即可.

【解答】解：A、主视图是矩形，矩形是中心对称图形，故本选项错误；

B、主视图是三角形，三角形不是中心对称图形，故本选项正确；

C、主视图是圆，圆是中心对称图形，故本选项错误；

D、主视图是正方形，正方形是中心对称图形，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图及中心对称的知识，判断中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

4. 【分析】平行线的判定定理有：①同位角相等，两直线平行；②内错角相等，两直线平行；③同旁内角互补，两直线平行.

根据以上内容判断即可.

【解答】解：A、根据 $\angle 1 = \angle 2$ 不能推出 $l_1 \parallel l_2$ ，故 A 选项错误；

B、 $\because \angle 5 = \angle 3, \angle 1 = \angle 5,$

$\therefore \angle 1 = \angle 3,$

即根据 $\angle 1 = \angle 5$ 不能推出 $l_1 \parallel l_2$ , 故 B 选项错误;

C、 $\because \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$

$\therefore l_1 \parallel l_2$ , 故 C 选项正确;

D、根据 $\angle 3 = \angle 5$ 不能推出 $l_1 \parallel l_2$ , 故 D 选项错误;

故选: C.

【点评】本题考查了平行线的判定的应用, 注意: 平行线的判定定理有: ①同位角相等, 两直线平行; ②内错角相等, 两直线平行; ③同旁内角互补, 两直线平行.

5. 【分析】先由数轴观察  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小关系, 然后根据不等式的基本性质对各项作出正确判断.

【解答】解: 由数轴可以看出  $a < b < 0 < c$ .

A、 $\because a < b, \therefore a - c < b - c$ , 故选项错误;

B、 $\because a < b, \therefore a + c < b + c$ , 故选项正确;

C、 $\because a < b, c > 0, \therefore ac < bc$ , 故选项错误;

D、 $\because a < c, b < 0, \therefore \frac{a}{b} > \frac{c}{b}$ , 故选项错误.

故选: B.

【点评】此题主要考查了不等式的基本性质及实数和数轴的基本知识, 比较简单.

6. 【分析】先根据非负数的性质列出关于  $x$ 、 $y$  的方程组, 求出  $x$ 、 $y$  的值即可.

【解答】解:  $\because (x - y + 3)^2 + \sqrt{2x + y} = 0,$

$$\therefore \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1.$$

故选: C.

【点评】本题考查的是解二元一次方程组, 熟知解二元一次方程组的加减消元法和代入消元法是解答此题的关键.

7. 【分析】根据中位数、多边形的外角、三角形的外接圆与外心分别对每一项进行分析, 即可得出答案.

【解答】解: A、把这组数据 2, 5, 3, 1, 4, 3 从小到大排列为: 1, 2, 3, 3, 4, 5, 最中间两个数的平均数是  $(3 + 3) \div 2 = 3$ , 则中位数是 3, 故本选项正确;

B、任何凸多边形的外角和都是 360 度，则五边形的外角和是 360 度，故本选项错误；

C、“菱形的对角线互相垂直”的逆命题是“对角线互相垂直的四边形是菱形”是假命题，故本选项错误；

D、三角形的外心是三条边垂直平分线的交点，故本选项错误；

故选：A.

**【点评】**此题考查了中位数、多边形的外角、三角形的外接圆与外心，掌握中位数、多边形的外角、三角形的外接圆与外心是解题的关键，要熟知课本中的有关知识，才能进行解答.

8. **【分析】**  $i^1 = i$ ,  $i^2 = -1$ ,  $i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$ ,  $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ ,  $i^5 = i^4 \cdot i = i$ ,  $i^6 = i^5 \cdot i = -1$ , 从而可得 4 次一循环，一个循环内的和为 0，计算即可.

**【解答】**解：由题意得， $i^1 = i$ ,  $i^2 = -1$ ,  $i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$ ,  $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ ,  $i^5 = i^4 \cdot i = i$ ,  $i^6 = i^5 \cdot i = -1$ ,

故可发现 4 次一循环，一个循环内的和为 0，

$$\therefore \frac{2013}{4} = 503 \cdots 1,$$

$$\therefore i + i^2 + i^3 + i^4 + \cdots + i^{2012} + i^{2013} = i.$$

故选：D.

**【点评】**本题考查了实数的运算，解答本题的关键是计算出前面几个数的值，发现规律，求出一个循环内的和再计算，有一定难度.

## 二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. **【分析】**绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为  $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

**【解答】**解： $0.0008 = 8 \times 10^{-4}$ .

故答案为： $8 \times 10^{-4}$ .

**【点评】**本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为  $a \times 10^{-n}$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

10. **【分析】**根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情況数目；二者的比值就是其发生的概率.

**【解答】**解： $\because$ 一副扑克牌 52 张（不含鬼牌），分为黑桃、红心、方块、及梅花 4 种花

色，每种花色各有 13 张，分别标有字母  $A$ 、 $K$ 、 $Q$ 、 $J$  和数字 10、9、8、7、6、5、4、3、2，

∴ 其中带有字母的有 16 张，

∴ 从这副牌中任意抽取一张，则这张牌是标有字母的概率是  $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$ 。

故答案为： $\frac{4}{13}$ 。

**【点评】** 此题主要考查了概率的求法，如果一个事件有  $n$  种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件  $A$  出现  $m$  种结果，那么事件  $A$  的概率  $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

11. **【分析】** 根据  $A(1, -1)$ ， $B(-1, 3)$ ，利用横坐标和纵坐标的增减性判断出  $k$  的符号。

**【解答】** 解：∵  $A$  点横坐标为 1， $B$  点横坐标为 -1，

根据  $-1 < 1$ ， $3 > -1$ ，

可知，随着横坐标的增大，纵坐标减小了，

∴  $k < 0$ 。

故答案为  $<$ 。

**【点评】** 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，根据点的坐标判断出函数的增减性是解题的关键。

12. **【分析】** 根据题中的新定义将所求式子化为普通运算，计算即可得到结果。

**【解答】** 解：根据题意得：当  $x = 1$  时，原式  $= (x - 1)^2 = 0$ 。

故答案为：0

**【点评】** 此题考查了完全平方公式，弄清题中的新定义是解本题的关键。

13. **【分析】** 由  $MN$  与  $\odot O$  相切，根据弦切角定理，即可求得  $\angle C$  的度数，又由  $BC$  是  $\odot O$  的直径，根据圆周角定理，可求得  $\angle BAC = 90^\circ$ ，继而求得答案。

**【解答】** 解：∵  $MN$  与  $\odot O$  相切， $\angle MAB = 30^\circ$ ，

∴  $\angle C = \angle MAB = 30^\circ$ ，

∵  $BC$  是  $\odot O$  的直径，

∴  $\angle BAC = 90^\circ$ ，

∴  $\angle B = 90^\circ - \angle C = 60^\circ$ 。

故答案为：60。

**【点评】** 此题考查了弦切角定理与圆周角定理。此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用。

14. 【分析】根据反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 系数  $k$  的几何意义得到  $S_{\triangle POA} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$ ,  $S_{\triangle BOA} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ , 然后利用  $S_{\triangle POB} = S_{\triangle POA} - S_{\triangle BOA}$  进行计算即可.

【解答】解:  $\because PA \perp x$  轴于点  $A$ , 交  $C_2$  于点  $B$ ,

$$\therefore S_{\triangle POA} = \frac{1}{2} \times 4 = 2, S_{\triangle BOA} = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle POB} = 2 - 1 = 1.$$

故答案为 1.

【点评】本题考查了反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 系数  $k$  的几何意义: 从反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图象上任意一点向  $x$  轴和  $y$  轴作垂线, 垂线与坐标轴所围成的矩形面积为  $|k|$ .

15. 【分析】先判断出  $a$ 、 $b$  异号, 再根据绝对值的性质解答即可.

$$\text{【解答】解: } \because \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0,$$

$\therefore a$ 、 $b$  异号,

$$\therefore ab < 0,$$

$$\therefore \frac{ab}{|ab|} = \frac{ab}{-ab} = -1.$$

故答案为:  $-1$ .

【点评】本题考查了绝对值的性质, 主要利用了负数的绝对值是它的相反数, 判断出  $a$ 、 $b$  异号是解题的关键.

16. 【分析】根据题意, 初步推断出  $C$  对应的方格必定不是雷,  $A$ 、 $B$  对应的方格中有一个雷, 中间  $D$ 、 $E$  对应方格中有一个雷且最右边的“4”周围 4 个方格中有 3 个雷. 由此再观察  $C$  下方“2”、 $B$  下方的“2”、 $D$  下方的“2”和  $F$  下方的“4”, 即可推断出  $A$ 、 $C$ 、 $E$  对应的方格不是雷, 且  $B$ 、 $D$ 、 $F$ 、 $G$  对应的方格是雷. 由此得到本题答案.

【解答】解: 图乙中最左边的“1”和最右边的“1”, 可得如下推断

由第三行最左边的“1”, 可得它的上方必定是雷.

结合  $B$  下方的“2”, 可得最左边的  $A$ 、 $B$  对应的方格中有一个雷;

同理可得最右边的“4”周围 4 个方格中有 3 个雷, 中间  $D$ 、 $E$  对应方格中有一个雷;

由于  $B$  下方的“2”和第二行最右边的“2”, 它们周围的雷已经够数,

所以  $C$  对应的方格肯定不是雷, 如下图所示:

|  |   |  |
|--|---|--|
|  |   |  |
|  | 3 |  |
|  |   |  |

(图甲)

| A | B | C | D | E | F | G |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 2 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 |   |   | 2 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |

(图乙)

进行下一步推理：

因为  $C$  对应的方格不是雷，所以  $C$  下方“2”的左上、右上的方格，即  $B$ 、 $D$  都是雷；

而  $B$  下方的“2”的周围的雷也已经够数，所以  $A$  对应的方格也不是雷。

因为  $D$  下方的“2”，它的周围的雷已经够数，可得  $E$  对应的方格不是雷，

根据  $F$  下方的“4”周围应该有 4 个雷，结合  $E$  不是雷，可得  $F$ 、 $G$  对应的方格都是雷。

综上所述， $A$ 、 $C$ 、 $E$  对应的方格不是雷，且  $B$ 、 $D$ 、 $F$ 、 $G$  对应的方格是雷。

故答案为： $B$ 、 $D$ 、 $F$ 、 $G$ 。

**【点评】** 此题主要考查了推理论证，本题给出扫雷游戏的图形，要求我们推理  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  对应方格是否为雷，着重考查了扫雷的基本原理和推理与证明的知识，属于中档题。

### 三、解答题（本大题共 9 个小题，共 72 分）

17. **【分析】** 本题涉及负指数幂、乘方、二次根式化简等考点，针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

**【解答】** 解：原式  $= 4 - \frac{1}{\frac{1}{2}} - 1$

$$= 4 - 2 - 1$$

$$= 1.$$

**【点评】** 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型，解决此类题目的关键是掌握负指数幂、乘方、二次根式化简等考点的运算。

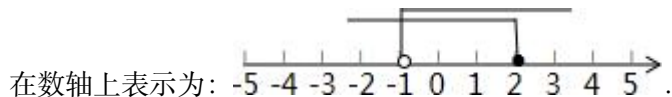
18. **【分析】** 首先分别计算出两个不等式的解集，再根据“大小小大中间找”可找出不等式组的解集。

**【解答】** 解：  $\begin{cases} 2x+3 > 1 \text{ ①} \\ 2-x \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得： $x > -1$ ，

由②得： $x \leq 2$ ，

不等式组的解集为： $-1 < x \leq 2$ ，



在数轴上表示为：-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 .

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组，关键是正确掌握解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示．

19. 【分析】先将括号内的第一项约分，再进行同分母分式的加法运算，再将除法转化为乘法，进行化简，最后将  $x = 2$  代入．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left( \frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1} \\ &= \left( \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x-1} \right) \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} \\ &= \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+1} \\ &= x-1, \end{aligned}$$

当  $x = 2$  时，运算  $= 2 - 1 = 1$ ．

【点评】本题考查了分式的化简求值，解答此题的关键是把分式化到最简，然后代值计算．

20. 【分析】（1）根据  $A$  的人数与所占的百分比列式进行计算即可得解；  
（2）求出  $B$  的人数，再求出  $C$  所占的百分比，然后补全统计图即可；  
（3）用过总人数乘以  $A$  所占的百分比 40%，计算即可得解．

【解答】解：（1） $40 \div 40\% = 100$  名，

所以，该县共调查了 100 名初中毕业生；

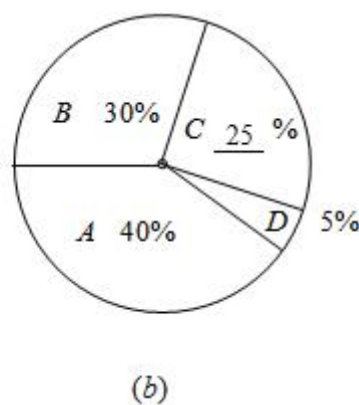
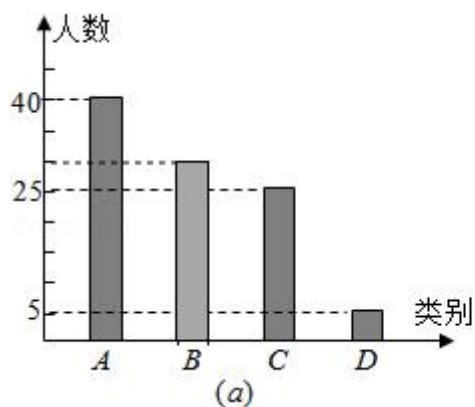
（2） $B$  的人数： $100 \times 30\% = 30$  名，

$C$  所占的百分比为： $\frac{25}{100} \times 100\% = 25\%$ ，

补全统计图如图；

（3） $4500 \times 40\% = 1800$  名，

答：估计该县今年的初三毕业生中读普通高中的学生人数是 1800．



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. 【分析】 (1) 证明  $\triangle ABN \cong \triangle ADN$ ，即可得出结论；

(2) 先判断  $MN$  是  $\triangle BDC$  的中位线，从而得出  $CD$ ，由 (1) 可得  $AD = AB = 10$ ，从而计算周长即可．

【解答】 (1) 证明：  $\because AN$  平分  $\angle BAC$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\because BN \perp AN$$

$$\therefore \angle ANB = \angle AND = 90^\circ$$

在  $\triangle ABN$  和  $\triangle ADN$  中，

$$\because \begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AN = AN \\ \angle ANB = \angle AND \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABN \cong \triangle ADN (ASA),$$

$$\therefore BN = DN.$$

(2) 解：  $\because \triangle ABN \cong \triangle ADN$ ,

$$\therefore AD = AB = 10,$$

又  $\because$  点  $M$  是  $BC$  中点，

$\therefore MN$  是  $\triangle BDC$  的中位线，

$$\therefore CD = 2MN = 6,$$

故  $\triangle ABC$  的周长  $= AB + BC + CD + AD = 10 + 15 + 6 + 10 = 41$ ．

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理及等腰三角形的判定，注意培养自己的敏感性，

一般出现高、角平分线重合的情况，都需要找到等腰三角形.

22. 【分析】(1) 根据月收入超过 3500 元起，超过部分在 1500 元内的部分，应按照 3% 的税率缴纳个人所得税，甲的月工资 4000 元，应缴税的部分是  $4000 - 3500 = 500$  元，再算出 500 元应缴纳的税款即可；超过部分在 1500 元至 4500 元的部分，应按照 10% 的税率缴纳个人所得税，乙的月工资 6000 元，应缴税的部分是  $6000 - 3500 = 2500$  元，再算出 2500 元应缴纳的税款即可；

(2) 根据个人所得税纳税税率表可知，丙每月的工资收入额应为超过 4500 元至 9000 元的部分，设丙每月的工资收入额应为  $x$  元，根据丙每月缴纳的个人所得税为 95 元列出方程即可求解.

【解答】解：(1)  $(4000 - 3500) \times 3\%$   
 $= 500 \times 3\%$   
 $= 15$  (元),  
 $1500 \times 3\% + (6000 - 3500 - 1500) \times 10\%$   
 $= 45 + 1000 \times 10\%$   
 $= 45 + 100$   
 $= 145$  (元).

答：甲每月应缴纳的个人所得税为 15 元；乙每月应缴纳的个人所得税 145 元.

(2) 设丙每月的工资收入额应为  $x$  元，则

$$1500 \times 3\% + (x - 3500 - 1500) \times 10\% = 95,$$

解得  $x = 5500$ .

答：丙每月的工资收入额应为 5500 元.

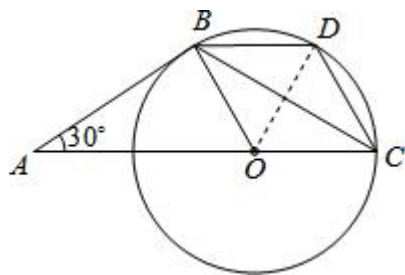
【点评】考查了一元一次方程的应用，解决本题关键是理解纳税的办法，找出应纳税的部分，然后根据基本的数量关系求解.

23. 【分析】(1) 由  $AB$  是  $\odot O$  的切线， $\angle A = 30^\circ$ ，易求得  $\angle OCB$  的度数，继而可得  $\angle A = \angle OCB = 30^\circ$ ，又由等角对等边，证得  $AB = BC$ ；  
(2) 首先连接  $OD$ ，易证得  $\triangle BOD$  与  $\triangle COD$  是等边三角形，可得  $OB = BD = OC = CD$ ，即可证得四边形  $BOCD$  是菱形.

【解答】证明：(1)  $\because AB$  是  $\odot O$  的切线，  
 $\therefore OB \perp AB$ ,

$\because \angle A = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle AOB = 60^\circ$  ,  
 $\because OB = OC$  ,  
 $\therefore \angle OCB = \angle OBC = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$  ,  
 $\therefore \angle A = \angle OCB$  ,  
 $\therefore AB = BC$  ;

(2) 连接  $OD$  ,  
 $\because \angle AOB = 60^\circ$  ,  
 $\therefore \angle BOC = 120^\circ$  ,  
 $\because D$  为  $\widehat{BC}$  的中点 ,  
 $\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD}$  ,  $\angle BOD = \angle COD = 60^\circ$  ,  
 $\because OB = OD = OC$  ,  
 $\therefore \triangle BOD$  与  $\triangle COD$  是等边三角形 ,  
 $\therefore OB = BD = OC = CD$  ,  
 $\therefore$  四边形  $BOCD$  是菱形 .



**【点评】** 此题考查了切线的性质、等腰三角形的性质、菱形的判定以及等边三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想的应用.

24. **【分析】** (1) 解关于  $x$  的一元二次方程  $(x - m)^2 - 4m^2 = 0$ , 求出  $x$  的值, 即可得到  $A$ 、 $B$  两点的坐标;

(2) 由二次函数图象的顶点  $P$  在以  $AB$  为直径的圆上,  $A$ 、 $B$  是抛物线与  $x$  轴的交点, 根据抛物线的对称性及圆的半径处处相等可知  $PM$  是  $AB$  的垂直平分线, 且  $MP = MA = MB = \frac{1}{2}AB$ , 得出点  $P$  的坐标为  $(m, -2m)$ , 又根据二次函数的顶点式为  $y = (x - m)^2 - 4m^2$  ( $m > 0$ ), 得出顶点  $P$  的坐标为:  $(m, -4m^2)$ , 则  $-2m = -4m^2$ , 解方程求出  $m$  的

值, 再把  $m$  的值代入  $y = (x - m)^2 - 4m^2$ , 即可求出二次函数的解析式;

(3) 连接  $CM$ . 根据(2)中的结论, 先在  $\text{Rt}\triangle OCM$  中, 求出  $CM$ ,  $OM$  的长度, 利用勾股定理列式求出  $OC$  的长, 再根据垂径定理得出弦  $CD$  的长等于  $OC$  的 2 倍.

(4) 根据切线长定理, 圆外一点向圆引出的两条切线, 它们的长相等, 根据两点间距离公式可求出  $F$  点坐标.

【解答】解: (1)  $\because y = (x - m)^2 - 4m^2$ ,

$\therefore$  当  $y = 0$  时,  $(x - m)^2 - 4m^2 = 0$ ,

解得  $x_1 = -m$ ,  $x_2 = 3m$ ,

$\because m > 0$ ,

$\therefore A$ 、 $B$  两点的坐标分别是  $(-m, 0)$ ,  $(3m, 0)$ ;

(2)  $\because A(-m, 0)$ ,  $B(3m, 0)$ ,  $m > 0$ ,

$\therefore AB = 3m - (-m) = 4m$ , 圆的半径为  $\frac{1}{2}AB = 2m$ ,

$\therefore OM = AM - OA = 2m - m = m$ ,

$\therefore$  抛物线的顶点  $P$  的坐标为:  $(m, -2m)$ ,

又  $\because$  二次函数  $y = (x - m)^2 - 4m^2$  ( $m > 0$ ) 的顶点  $P$  的坐标为:  $(m, -4m^2)$ ,

$\therefore -2m = -4m^2$ ,

解得  $m_1 = \frac{1}{2}$ ,  $m_2 = 0$  (舍去),

$\therefore$  二次函数的解析式为  $y = (x - \frac{1}{2})^2 - 1$ , 即  $y = x^2 - x - \frac{3}{4}$ ;

(3) 如图, 连接  $CM$ .

在  $\text{Rt}\triangle OCM$  中,  $\because \angle COM = 90^\circ$ ,  $CM = 2m = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ ,  $OM = m = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore OC = \sqrt{CM^2 - OM^2} = \sqrt{1^2 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

$\therefore CD = 2OC = \sqrt{3}$ .

追加第(4)问: 过点  $B$  作  $x$  轴的垂线  $l$ , 若点  $F$  为直线  $l$  上一点, 且  $\triangle BCF$  是等腰三角形, 求  $F$  点坐标.

(4)  $\because FB \perp x$  轴,  $\therefore FB$  为  $\odot M$  的切线,  $\because \triangle BCF$  是等腰三角形,

$$\therefore BC = BF, BC = CF, BF = CF,$$

$$\text{设 } F\left(\frac{3}{2}, t\right), \because B\left(\frac{3}{2}, 0\right), C\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2 + \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = t^2, \therefore t = \pm\sqrt{3},$$

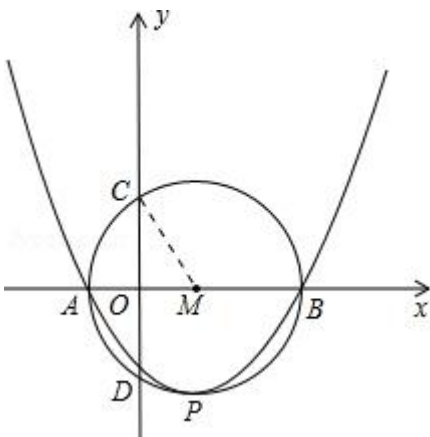
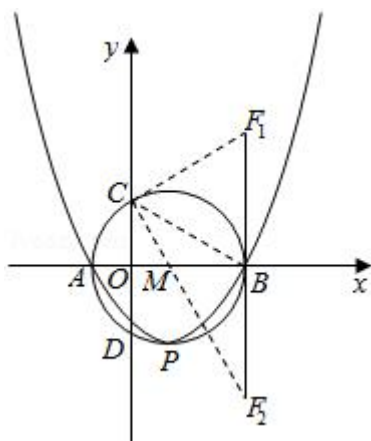
$$\therefore \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2 + \left(0 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2 + \left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2,$$

$$\therefore t_1 = 0 \text{ (舍)}, t_2 = \sqrt{3},$$

$$\therefore \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2 + \left(t - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = t^2,$$

$$\therefore t = \sqrt{3},$$

$$\therefore F_1\left(\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right), F_2\left(\frac{3}{2}, -\sqrt{3}\right).$$



**【点评】** 本题是二次函数的综合题，其中涉及到二次函数与一元二次方程的关系，二次函数的性质，以及圆的半径、弦心距、半弦长构成直角三角形的应用，勾股定理，垂径定理等知识，综合性较强，但难度不是很大，仔细分析求解便不难解决。

25. **【分析】** (1) 存在  $P$  点，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，设  $BP = x$ ，根据  $\angle B = \angle D = 90^\circ$  和相似三角形的判定得出当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或

$\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$ 时, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 代入求出即可;

(2) 存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 设  $BP = x$ , 根据  $\angle B = \angle D = 90^\circ$  和相似三角形的判定得出当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或  $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$  时, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 代入求出即可;

(3) 存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 设  $BP = x$ , 根据  $\angle B = \angle D = 90^\circ$  和相似三角形的判定得出当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或  $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$  时, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 代入求出即可;

(4) 存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 分为两种情况, 求出即可.

**【解答】**解: (1) 存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似,

理由是: 设  $BP = x$ ,

$$\because AB \perp BD, CD \perp BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore$  当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或  $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$  时, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似,

$$\therefore \textcircled{1} \frac{9}{4} = \frac{x}{10-x} \text{ 或 } \textcircled{2} \frac{9}{10-x} = \frac{x}{4},$$

解方程①得:  $x = \frac{90}{13}$ , 经检验  $x = \frac{90}{13}$  是方程①的解, 且符合题意.

$$\text{方程②得: } x(10-x) = 36,$$

$$x^2 - 10x + 36 = 0,$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 36 < 0, \text{ 此方程无解,}$$

$\therefore$  当  $BP = \frac{90}{13}$  时, 以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似,

$\therefore$  存在  $P$  点, 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相

似，此时  $BP$  的值为  $\frac{90}{13}$ ；

(2) 在  $BD$  上存在 2 个  $P$  点，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，

理由是：设  $BP = x$ ，

$$\because AB \perp BD, CD \perp BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore$  当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或  $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$  时，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，

$$\therefore \textcircled{1} \frac{9}{4} = \frac{x}{12-x} \text{ 或 } \textcircled{2} \frac{9}{12-x} = \frac{x}{4},$$

解方程①得： $x = \frac{108}{13}$ ，经检验  $x = \frac{108}{13}$  是方程①的解，且符合题意。

方程②得： $x(12-x) = 36$ ，

$$x^2 - 12x + 36 = 0,$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 36 = 0,$$

此方程的解为  $x_2 = x_3 = 6$ ，经检验  $x = 6$  是方程②的解，且符合题意。

$\therefore$  当  $BP = \frac{108}{13}$  或 6 时，以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，

$\therefore$  存在 2 个点  $P$ ，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，此时  $BP$  的值为  $\frac{108}{13}$  或 6；

(3) 在  $BD$  上存在 3 个  $P$  点，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，

理由是：设  $BP = x$ ，

$$\because AB \perp BD, CD \perp BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore$  当  $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$  或  $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$  时，使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似，

$$\therefore \textcircled{1} \frac{9}{4} = \frac{x}{15-x} \text{ 或 } \textcircled{2} \frac{9}{15-x} = \frac{x}{4},$$

解方程①得:  $x = \frac{135}{13}$ , 经检验  $x = \frac{135}{13}$  是方程①的解, 且符合题意.

方程②得:  $x(15-x) = 36$ ,

$$x^2 - 15x + 36 = 0,$$

$$\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 36 = 81,$$

此方程的解为  $x_2 = 3$ ,  $x_3 = 12$ , 经检验  $x_2 = 3$ ,  $x_3 = 12$  是方程②的解, 且符合题意.

$\therefore$  当  $BP = \frac{135}{13}$  或 3 或 12 时, 以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似,

$\therefore$  存在 3 个点  $P$ , 使以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似, 此时  $BP$  的值为  $\frac{135}{13}$  或 3 或 12;

(4) 由两种情况:

第一种情况: 方程①有一个实数根, 方程②没有实数根,

$$\Delta = l^2 - 4mn < 0,$$

第二种情况: 方程②有两个相等的实数根,

$$\Delta = l^2 - 4mn = 0,$$

此时这个实数根也是方程①的实数根,

$$\frac{1}{2} = \frac{ml}{m+n},$$

$$m = n = \frac{1}{2}l,$$

所以当  $\Delta = l^2 - 4mn < 0$  或  $m = n = \frac{1}{2}l$  时, 存在以  $P$ 、 $A$ 、 $B$  三点为顶点的三角形与以  $P$ 、 $C$ 、 $D$  三点为顶点的三角形相似.

**【点评】** 本题考查了相似三角形的判定和性质, 根的判别式的应用, 注意:  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数), 当  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  时, 方程无实数解, 当  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时, 方程有两个相等的实数解, 当  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  时, 方程有两个不等的实数解.