

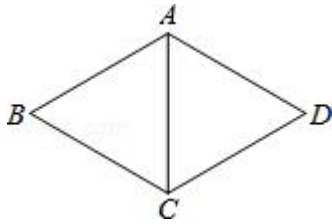
2013 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 已知 $m = 1$, $n = 0$, 则代数式 $m+n$ 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2. (3 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $\angle ABC = 60^\circ$, 则对角线 $AC =$ ()



- A. 12 B. 9 C. 6 D. 3

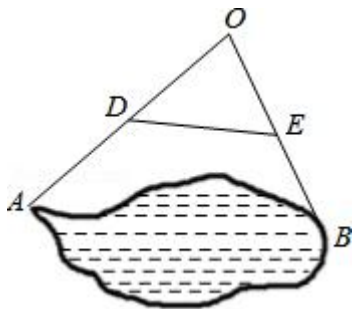
3. (3 分) 下列函数是二次函数的是 ()

- A. $y = 2x+1$ B. $y = -2x+1$ C. $y = x^2+2$ D. $y = \frac{1}{2}x - 2$

4. (3 分) 下列调查适合作普查的是 ()

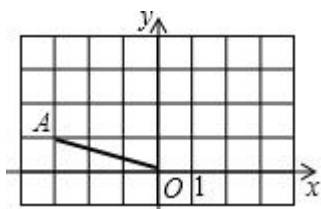
- A. 对和甲型 H_7N_9 的流感患者同一车厢的乘客进行医学检查
B. 了解全国手机用户对废手机的处理情况
C. 了解全球人类男女比例情况
D. 了解怀化市中小学生压岁钱的使用情况

5. (3 分) 如图, 为测量池塘边 A 、 B 两点的距离, 小明在池塘的一侧选取一点 O , 测得 OA 、 OB 的中点分别是点 D 、 E , 且 $DE = 14$ 米, 则 A 、 B 间的距离是 ()



- A. 18 米 B. 24 米 C. 28 米 D. 30 米

6. (3 分) 如图, 在方格纸上建立的平面直角坐标系中, 将 OA 绕原点 O 按顺时针方向旋转 180° 得到 OA' , 则点 A' 的坐标为 ()

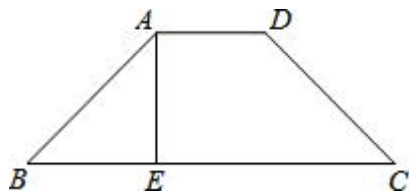


- A. (3, 1) B. (3, -1) C. (1, -3) D. (1, 3)

7. (3分) 小郑的年龄比妈妈小 28 岁，今年妈妈的年龄正好是小郑的 5 倍，小郑今年的年龄是 ()

- A. 7 岁 B. 8 岁 C. 9 岁 D. 10 岁

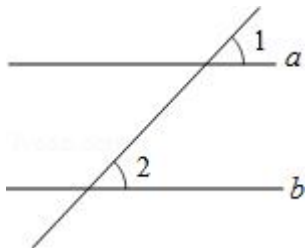
8. (3分) 如图，已知等腰梯形 $ABCD$ 的底角 $\angle B = 45^\circ$ ，高 $AE = 1$ ，上底 $AD = 1$ ，则其面积为 ()



- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

9. (3分) 如图，已知直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.



10. (3分) $(-1)^{2013}$ 的绝对值是_____.

11. (3分) 四边形的外角和等于_____度.

12. (3分) 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

13. (3分) 方程 $x+2=7$ 的解为_____.

14. (3分) 五张分别写有 3, 4, 5, 6, 7 的卡片，现从中任意取出一张卡片，则该卡片上的数字为奇数的概率是_____.

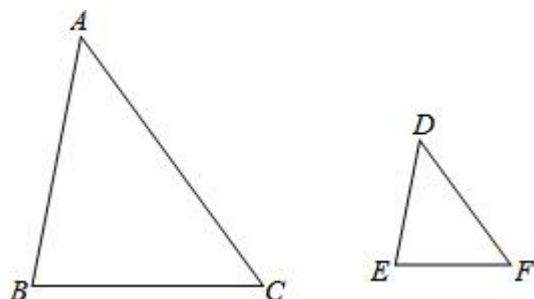
15. (3分) 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径分别是 1 和 2，并且两圆相外切，那么圆心距 O_1O_2 的长是_____.

16. (3分) 分解因式: $x^2 - 3x + 2 =$ _____.

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 72 分)

17. (6分) 计算: $(\pi - \sqrt{3})^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \tan 60^\circ + \sqrt{12}$.

18. (6分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中, $\angle C = 54^\circ$, $\angle A = 47^\circ$, $\angle F = 54^\circ$, $\angle E = 79^\circ$, 求证: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



19. (10分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x+5 > 2 \\ 2x-7 < 1 \end{cases}$.

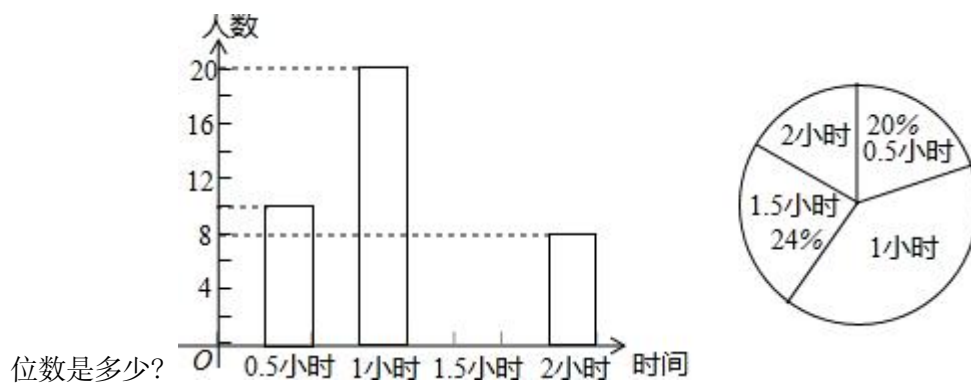
20. (10分) 为增强学生的身体素质, 教育行政部门规定学生每天参加户外活动的平均时间不少于 1 小时. 为了解学生参加户外活动的情况, 对部分学生参加户外活动的情况进行抽样调查, 并将调查结果绘制作成如下两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息解答下列问题:

(1) 在这次调查中共调查了多少名学生?

(2) 求户外活动时间 1.5 小时的人数, 并补充条形统计图;

(3) 求表示户外活动时间 1 小时的扇形圆心角的度数;

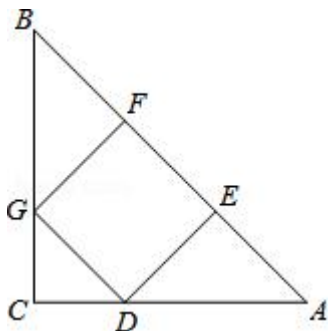
(4) 本次调查中学生参加户外活动的平均时间是否符合要求? 户外活动时间的众数和中



21. (10分) 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 正方形 $DEFG$ 的顶点 D 在边 AC 上, 点 E 、 F 在边 AB 上, 点 G 在边 BC 上.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle BGF$;

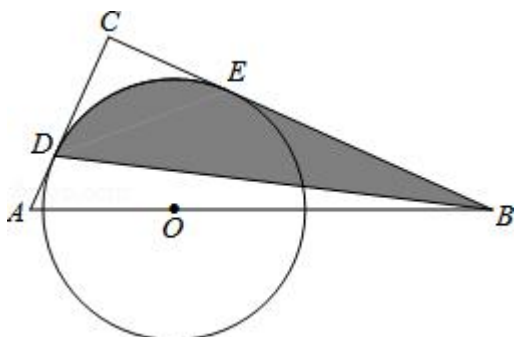
(2) 若正方形 $DEFG$ 的面积为 16cm^2 , 求 AC 的长.



22. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC + BC = 9$, 点 O 是斜边 AB 上一点, 以 O 为圆心2为半径的圆分别与 AC 、 BC 相切于点 D 、 E .

(1) 求 AC 、 BC 的长;

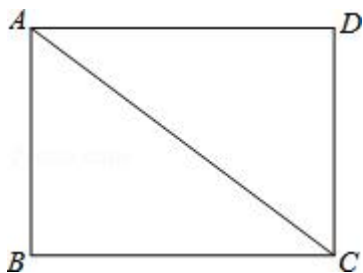
(2) 若 $AC = 3$, 连接 BD , 求图中阴影部分的面积 (π 取3.14).



23. (10分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 12\text{cm}$, $AD = 16\text{cm}$, 动点 E 、 F 分别从 A 点、 C 点同时出发, 均以 2cm/s 的速度分别沿 AD 向 D 点和沿 CB 向 B 点运动.

(1) 经过几秒首次可使 $EF \perp AC$?

(2) 若 $EF \perp AC$, 在线段 AC 上, 是否存在一点 P , 使 $2EP \cdot AE = EF \cdot AP$? 若存在, 请说明 P 点的位置, 并予以证明; 若不存在, 请说明理由.



24. (10分) 已知函数 $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$ (k 是常数)

(1) 若该函数的图象与 x 轴只有一个交点, 求 k 的值;

(2) 若点 $M(1, k)$ 在某反比例函数的图象上, 要使该反比例函数和二次函数 $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$ 都是 y 随 x 的增大而增大, 求 k 应满足的条件以及 x 的取值范围;

(3) 设抛物线 $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ 两点, 且 $x_1 < x_2$, $x_1^2 + x_2^2 = 1$. 在 y 轴上, 是否存在点 P , 使 $\triangle ABP$ 是直角三角形? 若存在, 求出点 P 及 $\triangle ABP$ 的面积; 若不存在, 请说明理由.

2013 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】把 m 、 n 的值代入代数式进行计算即可得解.

【解答】解：当 $m = 1$ ， $n = 0$ 时， $m+n = 1+0 = 1$.

故选：B.

【点评】本题考查了代数式求值，把 m 、 n 的值代入即可，比较简单.

2. 【分析】根据菱形的性质及已知可得 $\triangle ABC$ 为等边三角形，从而得到 $AC = AB$.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = BC,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore AC = AB = 3.$$

故选：D.

【点评】本题考查了菱形的性质和等边三角形的判定，难度一般，解答本题的关键是掌握菱形四边相等的性质.

3. 【分析】直接根据二次函数的定义判定即可.

【解答】解： A 、 $y = 2x+1$ ，是一次函数，故此选项错误；

B 、 $y = -2x+1$ ，是一次函数，故此选项错误；

C 、 $y = x^2+2$ 是二次函数，故此选项正确；

D 、 $y = \frac{1}{2}x - 2$ ，是一次函数，故此选项错误.

故选：C.

【点评】此题主要考查了二次函数的定义，根据定义直接判断是解题关键.

4. 【分析】根据全面调查与抽样调查的特点进行解答即可.

【解答】解： A 、对和甲型 H_7N_9 的流感患者同一车厢的乘客进行医学检查，普查对象较少，适合进行全面调查，故本选项正确；

B 、了解全国手机用户对废手机的处理情况，普查对象较多，且意义不大，适合进行抽样调查，故本选项

错误；

C、了解全球人类男女比例情况普查对象较多，适合进行抽样调查，故本选项错误；

D、了解怀化市中小学生压岁钱的使用情况，普查对象较多，且意义不大，适合进行抽样调查，故本选项错误.

故选：A.

【点评】 本题考查的是全面调查与抽样调查，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

5. **【分析】** 根据 D、E 是 OA、OB 的中点，即 DE 是 $\triangle OAB$ 的中位线，根据三角形的中位线定理：三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半，即可求解.

【解答】 解： $\because$ D、E 是 OA、OB 的中点，即 DE 是 $\triangle OAB$ 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB = 2DE = 2 \times 14 = 28 \text{ 米}.$$

故选：C.

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理应用，正确理解定理是解题的关键.

6. **【分析】** 根据关于原点对称的点的坐标特点直接得出答案即可.

【解答】 解： $\because$ 将 OA 绕原点 O 按顺时针方向旋转 180° 得到 OA' ，A 点坐标为：(-3, 1),

$\therefore$ 点 A' 的坐标为：(3, -1).

故选：B.

【点评】 此题主要考查了旋转的性质以及关于原点对称点的性质，熟练掌握其性质是解题关键.

7. **【分析】** 设小郑今年的年龄是 x 岁，则小郑的妈妈是 $(28+x)$ 岁，根据今年妈妈的年龄正好是小郑的 5 倍为等量关系建立方程求出其解即可.

【解答】 解：设小郑今年的年龄是 x 岁，则小郑的妈妈是 $(28+x)$ 岁，由题意，得

$$5x = 28+x,$$

解得：x = 7.

故选：A.

【点评】 本题是一道年龄问题，考查了列一元一次方程解有关年龄问题的数学市级问题

的运用，解答时根据今年妈妈的年龄正好是小郑的 5 倍为等量关系建立方程是关键.

8. 【分析】先根据等腰梯形的性质求出 BC 的长，再由梯形的面积公式即可得出结论.

【解答】解：∵ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形， $\angle B = 45^\circ$ ， $AE = AD = 1$ ，

$$\therefore BE = AE = 1,$$

$$\therefore BC = 3AE = 3,$$

$$\therefore S_{\text{梯形 } ABCD} = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot AE = \frac{1}{2} (1 + 3) \times 1 = 2.$$

故选：D.

【点评】本题考查的是等腰梯形的性质，熟知等腰梯形同一底上的两角相等是解答此题的关键.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】根据两直线平行，同位角相等即可得到 $\angle 2 = \angle 1 = 35^\circ$.

【解答】解：∵ 直线 $a \parallel b$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle 1,$$

$$\text{而 } \angle 1 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 35^\circ.$$

故答案为 35° .

【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等.

10. 【分析】根据 (-1) 的奇数次幂等于 -1 计算，再根据绝对值的性质解答.

【解答】解：∵ $(-1)^{2013} = -1$ ，

$$\therefore (-1)^{2013} \text{ 的绝对值是 } 1.$$

故答案为：1.

【点评】本题考查有理数的乘方与绝对值的性质， -1 的奇数次幂是 -1 ， -1 的偶数次幂是 1.

11. 【分析】根据多边形的内角和定理和邻补角的关系即可求出四边形的外角和.

【解答】解：∵ 四边形的内角和为 $(4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$ ，

而每一组内角和相邻的外角是一组邻补角，

$$\therefore \text{四边形的外角和等于 } 4 \times 180^\circ - 360^\circ = 360^\circ.$$

故填空答案：360.

【点评】此题主要考查了多边形的内角和定理和多边形的外角和.

12. 【分析】根据二次根式 $\sqrt{a}$ 有意义的条件是 $a \geq 0$ ，即可求解.

【解答】解：根据题意得： $x - 3 \geq 0$,

解得： $x \geq 3$.

故答案是： $x \geq 3$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围的求法，求函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

13. 【分析】方程移项后，合并即可求出解.

【解答】解： $x+2=7$,

移项合并得： $x=5$.

故答案为： $x=5$.

【点评】此题考查了解一元一次方程，其步骤为：去分母，去括号，移项合并，将未知数系数化为1，求出解.

14. 【分析】先找出分别写有3, 4, 5, 6, 7的五张卡片中奇数的个数，再根据概率公式解答即可.

【解答】解：分别写有3, 4, 5, 6, 7的五张卡片中，有三张标有奇数；

任意抽取一张，数字为奇数的概率是 $\frac{3}{5}$.

故答案为 $\frac{3}{5}$.

【点评】本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

15. 【分析】由 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为1和2， $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相外切，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系即可求得圆心距 O_1O_2 的值.

【解答】解： $\because \odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为1和2， $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 相外切，

$\therefore$ 圆心距 $O_1O_2 = 1+2 = 3$ (cm).

故答案为：3.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

16. 【分析】把2分解成 $(-1) \times (-2)$ ，再根据十字相乘法分解因式即可.

【解答】解： $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$.

【点评】本题考查十字相乘法分解因式，运用十字相乘法分解因式时，要注意观察，尝试，并体会它实质是二项式乘法的逆过程.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）

17. 【分析】根据零指数幂、负整数指数幂和特殊角的三角函数值得到原式 $= 1 + 2 - (\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ ，然后去括号合并即可.

【解答】解：原式 $= 1 + 2 - (\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 $= 1 + 2 - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 $= 2$.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，在进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 也考查了零指数幂、负整数指数幂和特殊角的三角函数值.

18. 【分析】在 $\triangle ABC$ 中求出 $\angle B$ ，利用两角法可判定 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 79^\circ$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\begin{cases} \angle B = \angle E \\ \angle A = \angle D \end{cases}$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定，解答本题的关键是掌握相似三角形的判定方法，相似三角形的判定最常用的就是两角法.

19. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解： $\begin{cases} 3x + 5 > 2 \text{ ①} \\ 2x - 7 < 1 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得， $x > -1$;

由②得， $x < 4$,

故此不等式组的解集为： $-1 < x < 4$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. 【分析】(1) 由总数 = 某组频数 ÷ 频率计算；

(2) 户外活动时间为 1.5 小时的人数 = 总数 × 24%；

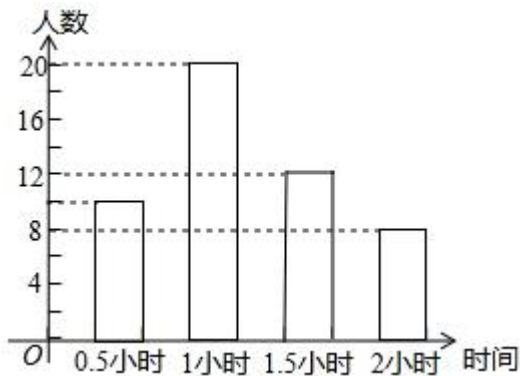
(3) 扇形圆心角的度数 = $360 \times$ 比例；

(4) 计算出平均时间后分析.

【解答】解: (1) 调查人数 = $10 \div 20\% = 50$ (人);

(2) 户外活动时间为 1.5 小时的人数 = $50 \times 24\% = 12$ (人);

补全频数分布直方图;



(3) 表示户外活动时间 1 小时的扇形圆心角的度数 = $\frac{20}{50} \times 360^\circ = 144^\circ$;

(4) 户外活动的平均时间 = $\frac{10 \times 0.5 + 20 \times 1 + 12 \times 1.5 + 8 \times 2}{50} = 1.18$ (小时),

$\because 1.18 > 1$,

$\therefore$ 平均活动时间符合上级要求;

户外活动时间的众数和中位数均为 1 小时.

【点评】 本题考查读条形统计图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

21. **【分析】** (1) 先根据等腰直角三角形的性质得出 $\angle B = \angle A = 45^\circ$, 再根据四边形 $DEFG$ 是正方形可得出 $\angle BFG = \angle AED$, 故可得出 $\angle BGF = \angle ADE = 45^\circ$, $GF = ED$, 由全等三角形的判定定理即可得出结论;

(2) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 由正方形 $DEFG$ 的面积为 16cm^2 可求出其边长, 故可得出 AB 的长, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 根据勾股定理可求出 AD 的长, 再由相似三角形的判定定理得出 $\triangle ADE \sim \triangle ACG$, 由相似三角形的对应边成比例即可求出 AC 的长.

【解答】 (1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle A = 45^\circ$,

$\because$ 四边形 $DEFG$ 是正方形,

$$\therefore \angle BFG = \angle AED = 90^\circ,$$

故可得出 $\angle BGF = \angle ADE = 45^\circ$, $GF = ED$,

$\therefore$ 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BGF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BFG = \angle AED \\ GF = DE \\ \angle BGF = \angle ADE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BGF$ (ASA);

(2) 解: 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ,

$\therefore$ 正方形 $DEFG$ 的面积为 16cm^2 ,

$$\therefore DE = AE = 4\text{cm},$$

$$\therefore AB = 3DE = 12\text{cm},$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $CH \perp AB$,

$$\therefore AH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6\text{cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中,

$$\therefore DE = AE = 4\text{cm},$$

$$\therefore AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}\text{cm},$$

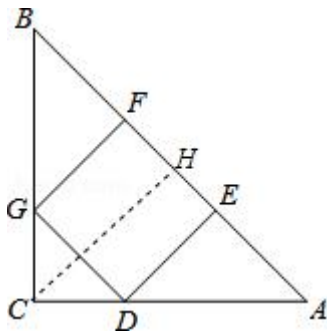
$\therefore CH \perp AB$, $DE \perp AB$,

$\therefore CH \parallel DE$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACH$,

$$\therefore \frac{AE}{AH} = \frac{AD}{AC}, \quad \frac{4}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{AC},$$

解得 $AC = 6\sqrt{2}\text{cm}$.



【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质, 熟知相似三角形的对应边成比例是解

答此题的关键.

22. 【分析】(1) 连接 OD 、 OE ，得出四边形 $CDOE$ 是正方形，推出 $CE = CD = OD = OE = 2$ ，

$\angle DOE = 90^\circ$ ，设 $AD = x$ ，求出 $BE = 5 - x$ ，证 $\triangle OEB \sim \triangle ADO$ ，得出 $\frac{BE}{OD} = \frac{OE}{AD}$ ，代入求

出 x 即可；

(2) 利用 $AC = 3$ ， $AD = 3 - 1 = 2$ ， $BC = 6$ ，结合阴影部分的面积 $S = S_{\triangle ACB} - S_{\triangle ADB} - (S_{\text{正方形 } CDOE} - S_{\text{扇形 } ODE})$ 代入求出即可.

【解答】解：(1) 连接 OD 、 OE ，

$\because \odot O$ 切 BC 于 E ，切 AC 于 D ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADO = \angle BEO = 90^\circ$ ， $\angle ODC = \angle C = \angle OEC = 90^\circ$ ，

$\because OE = OD = 2$ ，

$\therefore$ 四边形 $CDOE$ 是正方形，

$\therefore CE = CD = OD = OE = 2$ ， $\angle DOE = 90^\circ$ ，

$\because \angle OEB = \angle C = 90^\circ$ ，

设 $AD = x$ ，

$\because AC + BC = 9$ ，

$\therefore BE = 9 - 2 - 2 - x = 5 - x$ ，

$\therefore OE \parallel AC$ ，

$\therefore \angle EOB = \angle A$ ，

$\therefore \triangle OEB \sim \triangle ADO$ ，

$\therefore \frac{BE}{OD} = \frac{OE}{AD}$ ，

$\therefore \frac{5-x}{2} = \frac{2}{x}$ ，

$x = 1$ 或 4 ，

$\therefore AC = 3$ ， $BC = 6$ 或 $AC = 6$ ， $BC = 3$ ；

(2) $\because AC = 3$ ， $AD = 3 - 2 = 1$ ， $BC = 6$ ，

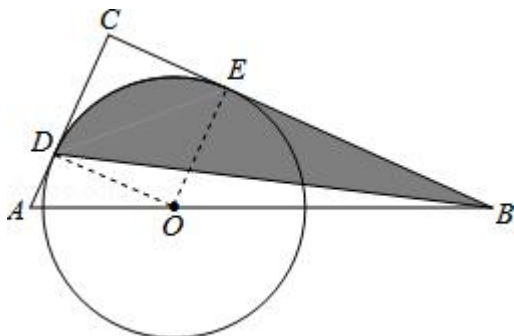
$\therefore$ 阴影部分的面积 $S = S_{\triangle ACB} - S_{\triangle ADB} - (S_{\text{正方形 } CDOE} - S_{\text{扇形 } ODE})$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 1 \times 6 - (2 \times 2 - \frac{90\pi \times 2^2}{360})$$

$$= 9 - 3 - (4 - \pi)$$

$$= 2 + \pi$$

$$\approx 5.14.$$



【点评】本题考查了扇形的面积，正方形性质和判定，三角形的面积，切线的性质的应用，主要考查学生综合运用性质进行计算的能力。

23. 【分析】(1) 易证 EF 一定平分 AC ，当 $EF \perp AC$ 时， $\triangle AEM \sim \triangle ACD$ ，利用相似三角形的对应边的比相等即可求得 AE 的长，从而求得时间 t 的值；

(2) 当 $EP \perp AD$ 时，根据相似三角形的性质可以得到 $2EP \cdot AE = EF \cdot AP$ ，根据 $\triangle AEP \sim \triangle ADC$ ，即可求得 AP 的长。

【解答】解：(1) 在直角 $\triangle ACD$ 中， $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20cm$ 。

设经过 ts 时 $EF \perp AC$ 。

则 $AE = CF = 2t$ ，

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ACF$ ，

在 $\triangle AME$ 和 $\triangle CMF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle ACF \\ \angle AME = \angle CMF, \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AME \cong \triangle CMF (AAS)$ 。

则 $AM = MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 20 = 10cm$ 。

当 $EF \perp AC$ 时， $\triangle AEM \sim \triangle ACD$ ，

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AM}{AD}, \text{ 即 } \frac{AE}{20} = \frac{10}{16},$$

$$\text{解得: } AE = \frac{20 \times 10}{16} = \frac{25}{2}.$$

$$\text{则 } t = \frac{AE}{2} = \frac{25}{4} (s);$$

(2) 存在.

$$\because \triangle AME \cong \triangle CMF,$$

$$\therefore ME = MF = \frac{1}{2}EF,$$

$$\text{当 } EP \perp AD \text{ 时, } \triangle AME \sim \triangle AEP, \frac{AE}{AP} = \frac{ME}{EP}, \text{ 即 } AE \cdot EP = AP \cdot ME = AP \cdot \frac{1}{2}EF,$$

$$\text{即 } 2EP \cdot AE = EF \cdot AP.$$

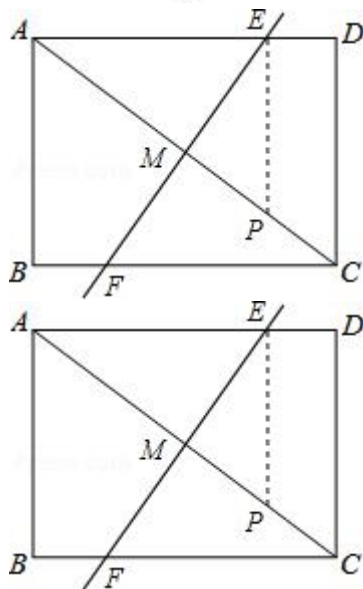
$$\because PE \perp AD, CD \perp AD,$$

$$\therefore EP \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AP}{AC}, \text{ 即 } \frac{\frac{25}{2}}{16} = \frac{AP}{20},$$

$$\text{解得: } AP = \frac{125}{8}.$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质，以及矩形的性质，正确理解当 $EP \perp AD$ 时， $2EP \cdot AE = EF \cdot AP$ 成立，是关键.

24. **【分析】** (1) 本问注意分类讨论：若 $k = 0$ ，函数为一次函数；若 $k \neq 0$ ，函数为二次函数，根据其 $\Delta = 0$ 求解即可；

(2) 根据反比例函数和二次函数的增减性，综合确定 k 应满足的条件和 x 的取值范围；

(3) 由题意, 首先根据一元二次方程根与系数关系, 求出 k 的值; 从而得到抛物线的解析式, 画出抛物线的大致图象, 以 AB 为直径作圆, 圆与 y 轴的两个交点即为所求之点 P ; 最后利用相似三角形求出点 P 的坐标和 $\triangle ABP$ 的面积.

【解答】解: (1) 若 $k = 0$, 则 $y = -2x + \frac{3}{2}$ 是一次函数, 与 x 轴只有一个交点, 满足条件;

若 $k \neq 0$, 则 $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$ ($k \neq 0$) 是二次函数,

由 $\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 6k = 0$, 得 $k = \frac{2}{3}$.

$\therefore k = 0$ 或 $\frac{2}{3}$.

(2) 设反比例函数解析式为: $y = \frac{m}{x}$,

$\because$ 点 $M(1, k)$ 在反比例函数图象上,

$\therefore m = k$.

$\therefore y = \frac{k}{x}$.

由反比例函数的性质可知, 当 y 随 x 的增大而增大时, 须满足条件: $k < 0$, $x \neq 0$.

二次函数 $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$, 抛物线开口向下, 其对称轴为直线 $x = \frac{1}{k}$,

当 y 随 x 的增大而增大时, 须满足条件: $k < 0$, $x < \frac{1}{k}$.

综上所述, 要使该反比例函数和二次函数都是 y 随 x 的增大而增大, 须满足条件: $k < 0$, $x < \frac{1}{k}$.

(3) 存在.

抛物线解析式为: $y = kx^2 - 2x + \frac{3}{2}$,

令 $y = 0$, 即 $kx^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$,

$\therefore x_1 + x_2 = \frac{2}{k}$, $x_1 x_2 = \frac{3}{2k}$.

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 1$,

$$\therefore (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1, \text{ 即: } \left(\frac{2}{k}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2k} = 1$$

$$\text{整理得: } k^2 + 3k - 4 = 0,$$

$$\text{解得: } k = -4 \text{ 或 } k = 1.$$

又 $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$$\therefore \Delta = 4 - 6k > 0, \text{ 解得 } k < \frac{2}{3},$$

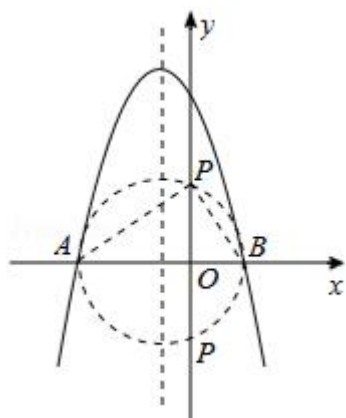
$$\therefore k = 1 \text{ 不符合题意, 舍去, } \therefore k = -4.$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -4x^2 - 2x + \frac{3}{2} = -4\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{4}.$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 解得 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{4},$$

$$\therefore A\left(\frac{-1-\sqrt{7}}{4}, 0\right), B\left(\frac{-1+\sqrt{7}}{4}, 0\right).$$

$$\text{画出函数大致图象如下, 则 } OA = \frac{1+\sqrt{7}}{4}, OB = \frac{-1+\sqrt{7}}{4}, AB = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$



以 AB 为直径作圆, 由图象可见, 圆与 y 轴的交点有2个, 因此所求的点 P 有两个.

连接 PA 、 PB , 易证 $\triangle PAO \sim \triangle BPO$,

$$\therefore \frac{OP}{OB} = \frac{OA}{OP},$$

$$\therefore OP^2 = OA \cdot OB = \frac{1+\sqrt{7}}{4} \times \frac{-1+\sqrt{7}}{4} = \frac{3}{8}, \therefore OP = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} AB \cdot OP = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{42}}{16}.$$

综上所述, 存在两个满足条件的点 P . 点 P 的坐标为 $(0, \frac{\sqrt{6}}{4})$ 或 $(0, -\frac{\sqrt{6}}{4})$, $\triangle ABP$ 的面积为 $\frac{\sqrt{42}}{16}$.

【点评】 本题是二次函数综合题型, 考查了二次函数的图象与性质、反比例函数、一元二次方程、根与系数关系、根的判别式、相似三角形等知识点, 有一定的难度. 第(1)

问中，须分一次函数、二次函数进行讨论；第（3）问中，满足条件的点 P 有两个，容易漏解．可见分类讨论思想是本题考查重点，也是易失分点．