

2013 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题

1. -2013 的相反数是 ()

- A. -2013 B. 2013 C. $\frac{1}{2013}$ D. $-\frac{1}{2013}$

2. 计算 $a^3 \cdot a^2$ 的结果是 ()

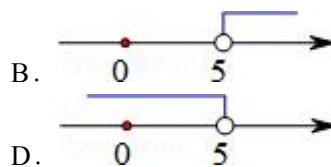
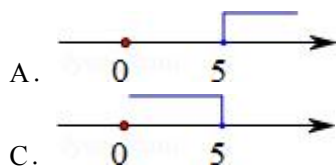
- A. a^5 B. a^6 C. $a^3 + a^2$ D. $3a^2$

3. 一个正方体的平面展开图如图所示, 将它折成正方体后, 与汉字“岳”相对的面上的汉字是 ()



- A. 建 B. 设 C. 和 D. 谐

4. 不等式 $2x < 10$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



5. 关于 x 的分式方程 $\frac{7}{x-1} + 3 = \frac{m}{x-1}$ 有增根, 则增根为 ()

- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 3$ D. $x = -3$

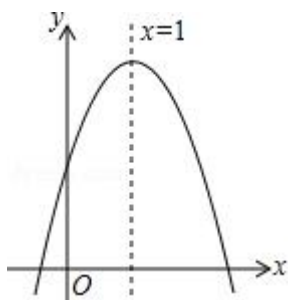
6. 两圆半径分别为 3cm 和 7cm , 当圆心距 $d = 10\text{cm}$ 时, 两圆的位置关系为 ()

- A. 外离 B. 内切 C. 相交 D. 外切

7. 某组 7 名同学在一学期里阅读课外书籍的册数分别是: 14, 12, 13, 12, 17, 18, 16. 则这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 12, 13 B. 12, 14 C. 13, 14 D. 13, 16

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 对于下列结论: ① $a < 0$; ② $b < 0$; ③ $c > 0$; ④ $b + 2a = 0$; ⑤ $a + b + c < 0$. 其中正确的个数是 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题：

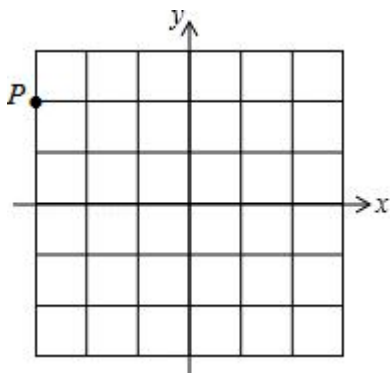
9. 分解因式： $xy - 3x =$ _____.

10. 单项式 $-5x^2y$ 的系数是_____.

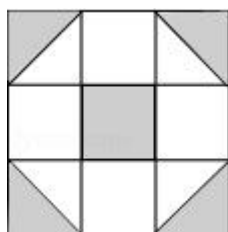
11. 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

12. 据统计，今年我市参加初中毕业学业考试的九年级学生将近 47500 人，数据 47500 用科学记数法表示为_____.

13. 如图，点 $P(-3, 2)$ 处的一只蚂蚁沿水平方向向右爬行了 5 个单位长度后的坐标为_____.



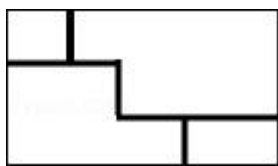
14. 如图所示的 3×3 方格形地面上，阴影部分是草地，其余部分是空地，一只自由飞翔的小鸟飞下来落在草地上的概率为_____.



15. 同一时刻，物体的高与影子的长成比例，某一时刻，高 $1.6m$ 的人影长为 $1.2m$ ，一电线杆影长为 $9m$ ，则电线杆的高为_____ m .

16. 夏季荷花盛开，为了便于游客领略“人从桥上过，如在河中行”的美好意境，某景点拟在如图所示的矩形荷塘上架设小桥．若荷塘周长为 $280m$ ，且桥宽忽略不计，则小桥总长

为_____m.



三、解答题：

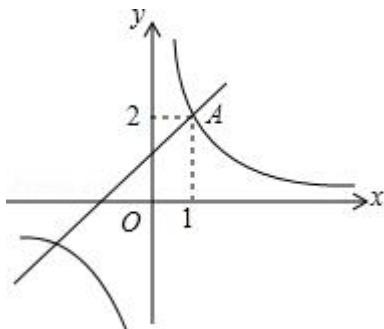
17. 计算： $|-2| + (-1)^{2013} - (\pi - \sqrt{3})^0$.

18. 先化简，再求值： $a - 2 + \frac{a^2 - 1}{a - 1}$ ，其中 $a = 3$.

19. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + b$ 的图象，都经过点 $A(1, 2)$

(1) 试确定反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 求一次函数图象与两坐标轴的交点坐标.



20. 某天，一蔬菜经营户用 114 元从蔬菜批发市场购进黄瓜和土豆共 40kg 到菜市场去卖，

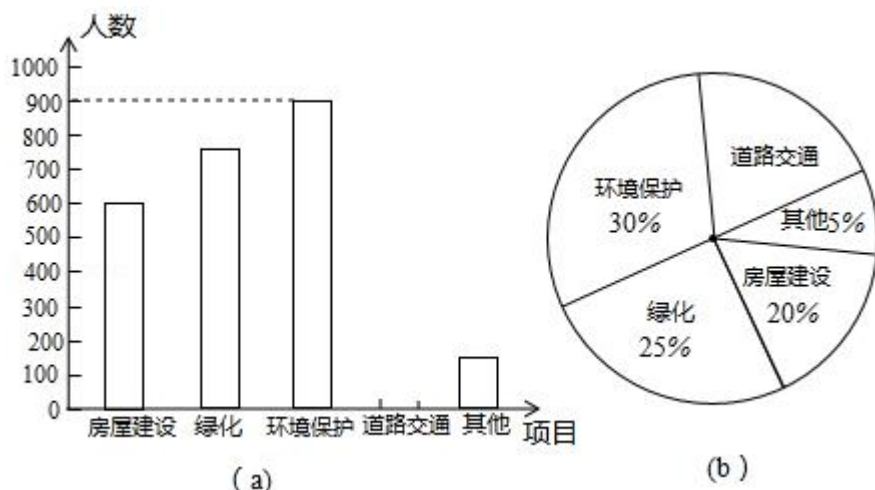
黄瓜和土豆这天的批发价和零售价（单位：元/kg）如下表所示：

品名	批发价	零售价
黄瓜	2.4	4
土豆	3	5

(1) 他当天购进黄瓜和土豆各多少千克？

(2) 如果黄瓜和土豆全部卖完，他能赚多少钱？

21. 某市为了更好地加强城市建设，实现美丽梦想，就社会热点问题广泛征求市民意见，方式是发放调查表：要求每位被调查人员写一个最关心的有关城市建设问题的建议，经统计整理绘制出 (a), (b) 两幅不完整统计图，请根据统计图提供的信息解答下列问题：



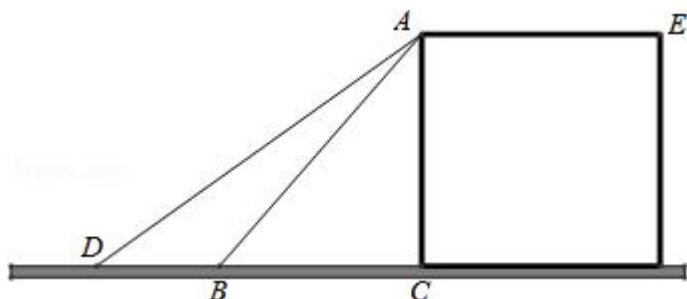
(1) 本次上交调查表的总人数为多少?

(2) 求关心“道路交通”部分的人数, 并补充完整条形统计图.

22. 某校有一露天舞台, 纵断面如图所示, AC 垂直于地面, AB 表示楼梯, AE 为舞台面, 楼梯的坡角 $\angle ABC = 45^\circ$, 坡长 $AB = 2m$, 为保障安全, 学校决定对该楼梯进行改造, 降低坡度, 拟修新楼梯 AD , 使 $\angle ADC = 30^\circ$.

(1) 求舞台的高 AC (结果保留根号);

(2) 在楼梯口 B 左侧正前方距离舞台底部 C 点 $3m$ 处有一株大树, 修新楼梯 AD 时底端 D 是否会触到大树? 并说明理由.

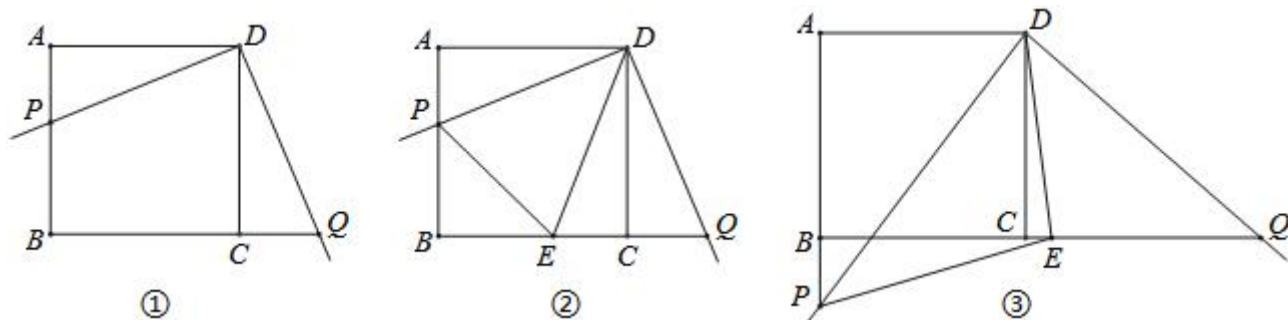


23. 某数学兴趣小组开展了一次课外活动, 过程如下: 如图 1, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, 将三角板放在正方形 $ABCD$ 上, 使三角板的直角顶点与 D 点重合. 三角板的一边交 AB 于点 P , 另一边交 BC 的延长线于点 Q .

(1) 求证: $DP = DQ$;

(2) 如图 2, 小明在图 1 的基础上作 $\angle PDQ$ 的平分线 DE 交 BC 于点 E , 连接 PE , 他发现 PE 和 QE 存在一定的数量关系, 请猜测他的结论并予以证明;

(3) 如图 3, 固定三角板直角顶点在 D 点不动, 转动三角板, 使三角板的一边交 AB 的延长线于点 P , 另一边交 BC 的延长线于点 Q , 仍作 $\angle PDQ$ 的平分线 DE 交 BC 延长线于点 E , 连接 PE , 若 $AB:AP = 3:4$, 请帮小明算出 $\triangle DEP$ 的面积.



24. 如图，已知以 $E(3, 0)$ 为圆心，以 5 为半径的 $\odot E$ 与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于 C 点，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 A, B, C 三点，顶点为 F .

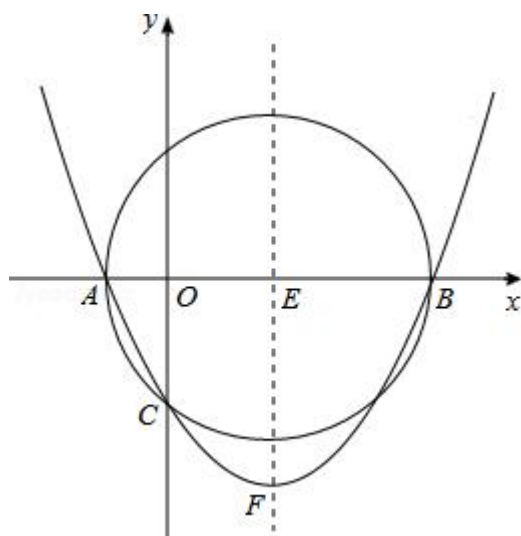
(1) 求 A, B, C 三点的坐标；

(2) 求抛物线的解析式及顶点 F 的坐标；

(3) 已知 M 为抛物线上一动点（不与 C 点重合），试探究：

①使得以 A, B, M 为顶点的三角形面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等，求所有符合条件的点 M 的坐标；

②若探究①中的 M 点位于第四象限，连接 M 点与抛物线顶点 F ，试判断直线 MF 与 $\odot E$ 的位置关系，并说明理由.



2013 年湖南省岳阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据相反数的概念解答即可.

【解答】解: -2013 的相反数是 $-(-2013) = 2013$.

故选: B .

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号; 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0 .

2. 【分析】根据同底数幂相乘, 底数不变指数相加进行计算即可得解.

【解答】解: $a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$.

故选: A .

【点评】本题考查了同底数幂的乘法, 是基础题, 熟记性质是解题的关键.

3. 【分析】正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形, 根据这一特点作答.

【解答】解: 正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形,

“和”与“岳”是相对面,

“建”与“阳”是相对面,

“谐”与“设”是相对面.

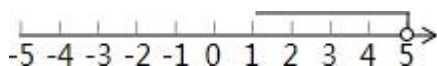
故选: C .

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字, 注意正方体的空间图形, 从相对面入手, 分析及解答问题.

4. 【分析】先求出不等式的解集, 再在数轴上表示出来即可.

【解答】解: 不等式的两边同时除以 2 得, $x < 5$,

在数轴上表示为:



故选: D .

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集, 熟知实心原点与空心原点的区别是解答此题的关键.

5. 【分析】增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根. 所以应先确定增根的可能值, 让最简公分母 $(x-1) = 0$, 得到 $x = 1$, 然后代入化为整式方程的方程, 检验是否符合题

意.

【解答】解：方程两边都乘 $(x-1)$ ，得 $7+3(x-1)=m$ ，

$\therefore$ 原方程有增根，

$\therefore$ 最简公分母 $x-1=0$ ，

解得 $x=1$ ，

当 $x=1$ 时， $m=7$ ，这是可能的，符合题意.

故选：A.

【点评】本题考查了分式方程的增根，关于增根问题可按如下步骤进行：

①让最简公分母为 0 确定增根；

②化分式方程为整式方程；

③把增根代入整式方程，检验是否符合题意.

6. 【分析】由两圆的半径分别为 $7cm$ 和 $3cm$ ，圆心距为 $10cm$ ，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系即可得出这两个圆的位置关系.

【解答】解： $\therefore$ 两圆的半径分别为 $7cm$ 和 $3cm$ ，圆心距为 $10cm$ ，

又 $\therefore 7+3=10$ ，

$\therefore$ 这两个圆的位置关系是外切.

故选：D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 解题的关键是掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系.

圆和圆的位置与两圆的圆心距、半径的数量之间的关系：①两圆外离 $\Leftrightarrow d > R+r$ ；②两圆外切 $\Leftrightarrow d = R+r$ ；③两圆相交 $\Leftrightarrow R-r < d < R+r$ ($R \geq r$)；④两圆内切 $\Leftrightarrow d = R-r$ ($R > r$)；

⑤两圆内含 $\Leftrightarrow d < R-r$ ($R > r$).

7. 【分析】根据众数与中位数的定义分别进行解答即可，众数是一组数据中出现次数最多的数，中位数是将一组数据从小到大重新排列后，找出最中间的那个数.

【解答】解：在这组数据 14, 12, 13, 12, 17, 18, 16 中，

12 出现了 2 次，出现的次数最多，

则这组数据的众数是 12，

把这组数据从小到大排列为：12, 12, 13, 14, 16, 17, 18，

最中间的数是 14，

则这组数据的中位数是 14；

故选：B.

【点评】此题考查了众数与中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数.

8. 【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断.

【解答】解：如图，①抛物线开口方向向下，则 $a < 0$. 故①正确；

② $\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$, $\therefore b = -2a > 0$, 即 $b > 0$. 故②错误；

③ $\because$ 抛物线与 y 轴交于正半轴， $\therefore c > 0$. 故③正确；

④ $\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$, $\therefore b + 2a = 0$. 故④正确；

⑤根据图示知，当 $x = 1$ 时， $y > 0$ ，即 $a + b + c > 0$. 故⑤错误.

综上所述，正确的说法是①③④，共有 3 个.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题：

9. 【分析】直接提取公因式分解因式即可.

【解答】解： $xy - 3x = x(y - 3)$ ；

故答案为： $x(y - 3)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确得出公因式是解题关键.

10. 【分析】根据单项式系数的定义来选择，单项式中数字因数叫做单项式的系数.

【解答】解： $-5x^2y = -5 \cdot x^2y$ ，所以该单项式的系数是 -5 .

故答案是： -5 .

【点评】本题考查了单项式的定义. 确定单项式的系数时，把一个单项式分解成数字因数和字母因式的积，是找准单项式的系数的关键.

11. 【分析】函数关系中主要有二次根式. 根据二次根式的意义，被开方数是非负数即可求解.

【解答】解：根据题意得： $x + 2 \geq 0$,

解得 $x \geq -2$.

故答案为: $x \geq -2$.

【点评】 本题主要考查自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

12. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 47500 用科学记数法表示为 4.75×10^4 .

故答案为: 4.75×10^4 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

13. **【分析】** 让点 P 的横坐标加上 5 即可.

【解答】 解: 点 $P(-3, 2)$ 处的一只蚂蚁沿水平方向向右爬行了 5 个单位长度后的坐标为 $(-3+5, 2)$, 即 $(2, 2)$.

故答案为 $(2, 2)$.

【点评】 此题主要考查了点坐标的平移变换. 关键是熟记平移变换与坐标变化规律:

- ① 向右平移 a 个单位, 坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x+a, y)$;
- ② 向左平移 a 个单位, 坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x-a, y)$;
- ③ 向上平移 b 个单位, 坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x, y+b)$;
- ④ 向下平移 b 个单位, 坐标 $P(x, y) \Rightarrow P(x, y-b)$.

14. **【分析】** 先求出阴影部分的面积, 再求出大正方形的面积, 最后根据阴影部分的面积与总面积的比, 即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 阴影部分的面积 = 3 个小正方形的面积,

大正方形的面积 = 9 个小正方形的面积,

$\therefore$ 阴影部分的面积占总面积的 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$,

$\therefore$ 小鸟飞下来落在草地上的概率为 $\frac{1}{3}$;

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题主要考查了几何概率的求法, 用到的知识点为: 概率 = 相应的面积与总面

积之比，关键是求出阴影部分的面积.

15. 【分析】根据在同一地点，物体的实际高度与它的影子的长度的比值一定，由此判断物体的实际高度与它的影子的长度成正比例，设出未知数，列出比例解答即可.

【解答】解：设这根电线杆的高度是 x 米，

$$1.6: 1.2 = x: 9,$$

解得： $x = 12$.

故答案为：12.

【点评】考查了相似三角形的应用，解答此题的关键是，根据题意，先判断哪两种相关联的量成何比例，即两个量的乘积一定则成反比例，两个量的比值一定则成正比例；再列出比例解答即可.

16. 【分析】利用平移的性质直接得出答案即可.

【解答】解：根据题意得出：小桥可以平移到矩形的边上，得出小桥的长等于矩形的长与宽的和，

$$\text{故小桥总长为：} 280 \div 2 = 140 \text{ (} m \text{)}.$$

故答案为：140.

【点评】此题主要考查了生活中的平移，根据已知正确平移小桥是解题关键.

三、解答题：

17. 【分析】分别根据绝对值的性质、有理数乘方的法则即 0 指数幂的计算法则计算出各数，再根据实数运算的法则进行解答即可.

【解答】解：原式 $= 2 - 1 - 1$

$$= 0.$$

【点评】本题考查的是实数的运算，熟知绝对值的性质、有理数乘方的法则即 0 指数幂的计算法则是解答此题的关键.

18. 【分析】首先对式子中的分式进行化简，然后合并同类项，把 a 的数值代入求解.

【解答】解：原式 $= a - 2 + \frac{(a+1)(a-1)}{a-1}$

$$= a - 2 + a + 1$$

$$= 2a - 1,$$

当 $a = 3$ 时，原式 $= 6 - 1 = 5$.

【点评】本题考查了分式的化简求值，注意化简过程中，有能约分的式子首先要约分.

19. 【分析】(1) 将点 $A(1, 2)$ 分别代入 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = x + b$ 中, 运用待定系数法即可确定出

反比例解析式和一次函数解析式;

(2) 对于一次函数解析式, 令 $x = 0$, 求出对应 y 的值, 得到一次函数与 y 轴交点的纵坐标, 确定出一次函数与 y 轴的交点坐标; 令 $y = 0$, 求出对应 x 的值, 得到一次函数与 x 轴交点的横坐标, 确定出一次函数与 x 轴的交点坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = x + b$ 的图象, 都经过点 $A(1, 2)$,

$\therefore$ 将 $x = 1, y = 2$ 代入反比例解析式得: $k = 1 \times 2 = 2$,

将 $x = 1, y = 2$ 代入一次函数解析式得: $b = 2 - 1 = 1$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$, 一次函数的解析式为 $y = x + 1$;

(2) 对于一次函数 $y = x + 1$,

令 $y = 0$, 可得 $x = -1$; 令 $x = 0$, 可得 $y = 1$.

$\therefore$ 一次函数图象与 x 轴, y 轴的交点坐标分别为 $(-1, 0), (0, 1)$.

【点评】此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 以及一次函数与坐标轴的交点, 比较简单.

20. 【分析】(1) 设他当天购进黄瓜 x 千克, 则土豆 $(40 - x)$ 千克, 根据黄瓜的批发价是 2.4 元, 土豆批发价是 3 元, 共花了 114 元, 列出方程, 求出 x 的值, 即可求出答案;

(2) 根据 (1) 得出的黄瓜和土豆的斤数, 再求出每斤黄瓜和土豆赚的钱数, 即可求出总的赚的钱数.

【解答】解: (1) 设他当天购进黄瓜 x 千克, 则土豆 $(40 - x)$ 千克, 根据题意得:

$$2.4x + 3(40 - x) = 114,$$

解得: $x = 10$

则土豆为 $40 - 10 = 30$ (千克);

答: 他当天购进黄瓜 10 千克, 土豆 30 千克;

(2) 根据题意得:

$$(4 - 2.4) \times 10 + (5 - 3) \times 30$$

$$= 16 + 60$$

$$= 76 \text{ (元)}.$$

答：黄瓜和土豆全部卖完，他能赚 76 元。

【点评】 本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解。用到的知识点是：单价 $\times$ 数量 = 总价。

21. 【分析】（1）根据环境保护所占的百分比和环境保护的人数，即可求出总人数；
（2）用整体 1 减去其它所占的百分比，求出关心“道路交通”部分的人数所占的百分比，再乘以总人数，即可得出关心“道路交通”部分的人数，从而补全统计图。

【解答】 解：（1）根据题意得：

$$900 \div 30\% = 3000 \text{ (人)},$$

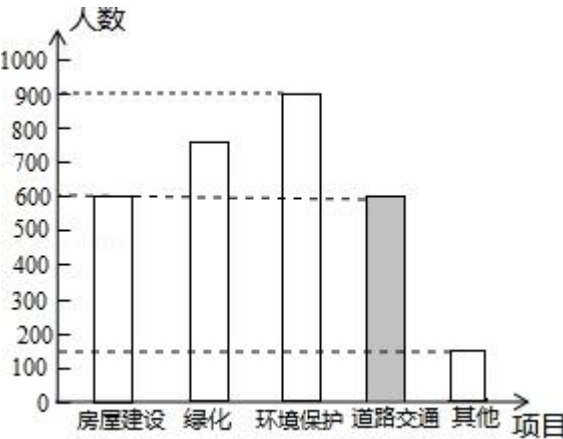
答：本次上交调查表的总人数为 3000 人；

（2）关心“道路交通”部分的人数所占的百分比是：

$$1 - 30\% - 25\% - 20\% - 5\% = 20\%,$$

则关心“道路交通”部分的人数是： $3000 \times 20\% = 600 \text{ (人)}$ 。

补全条形统计图如下：



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键，条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

22. 【分析】（1）首先由已知 $AB = 6m$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ 求出 AC 和 BC ，再由 $\angle ADC = 30^\circ$ 求出 $AD = 2AC$ ；

（2）根据勾股定理求出 CD 后与 $3m$ 比较后即可得到答案。

【解答】 解：（1）已知 $AB = 2m$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ，

$$\therefore AC = BC = AB \cdot \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2},$$

答：舞台的高为 $\sqrt{2}$ 米；

(2) 已知 $\angle ADC = 30^\circ$.

$$\therefore AD = 2AC = 2\sqrt{2}.$$

$$CD = AD \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6} < 3$$

答：修新楼梯 AD 时底端 D 不会触到大树.

【点评】此题考查的是解直角三角形的应用，关键是运用锐角三角形函数求解.

23. **【分析】**(1) 证明 $\triangle ADP \cong \triangle CDQ$ ，即可得到结论： $DP = DQ$ ；

(2) 证明 $\triangle DEP \cong \triangle DEQ$ ，即可得到结论： $PE = QE$ ；

(3) 与(1)(2)同理，可以分别证明 $\triangle ADP \cong \triangle CDQ$ 、 $\triangle DEP \cong \triangle DEQ$. 在 $\text{Rt}\triangle BPE$ 中，利用勾股定理求出 PE （或 QE ）的长度，从而可求得 $S_{\triangle DEQ} = \frac{150}{7}$ ，而 $\triangle DEP \cong \triangle DEQ$ ，所以 $S_{\triangle DEP} = S_{\triangle DEQ} = \frac{150}{7}$.

【解答】(1) 证明： $\because \angle ADC = \angle PDQ = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADP = \angle CDQ.$$

在 $\triangle ADP$ 与 $\triangle CDQ$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAP = \angle DCQ = 90^\circ \\ AD = CD \\ \angle ADP = \angle CDQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle CDQ \text{ (ASA)},$$

$$\therefore DP = DQ.$$

(2) 猜测： $PE = QE$.

证明：由(1)可知， $DP = DQ$.

在 $\triangle DEP$ 与 $\triangle DEQ$ 中，

$$\begin{cases} DP = DQ \\ \angle PDE = \angle QDE = 45^\circ \\ DE = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEP \cong \triangle DEQ \text{ (SAS)},$$

$$\therefore PE = QE.$$

(3) 解: $\because AB:AP=3:4$, $AB=6$,

$\therefore AP=8$, $BP=2$.

与(1)同理, 可以证明 $\triangle ADP \cong \triangle CDQ$,

$\therefore CQ=AP=8$.

与(2)同理, 可以证明 $\triangle DEP \cong \triangle DEQ$,

$\therefore PE=QE$.

设 $QE=PE=x$, 则 $BE=BC+CQ-QE=14-x$.

在 $\text{Rt}\triangle BPE$ 中, 由勾股定理得: $BP^2+BE^2=PE^2$,

即: $2^2+(14-x)^2=x^2$,

解得: $x=\frac{50}{7}$, 即 $QE=\frac{50}{7}$.

$\therefore S_{\triangle DEQ}=\frac{1}{2}QE \cdot CD=\frac{1}{2} \times \frac{50}{7} \times 6=\frac{150}{7}$.

$\because \triangle DEP \cong \triangle DEQ$,

$\therefore S_{\triangle DEP}=S_{\triangle DEQ}=\frac{150}{7}$.

【点评】 本题是几何综合题, 考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识点. 试题难度不大, 但要注意认真计算, 避免出错.

24. **【分析】** (1) 由题意可直接得到点 A 、 B 的坐标, 连接 CE , 在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, 利用勾股定理求出 OC 的长, 则得到点 C 的坐标;

(2) 已知点 A 、 B 、 C 的坐标, 利用交点式与待定系数法求出抛物线的解析式, 由解析式得到顶点 F 的坐标;

(3) ① $\triangle ABC$ 中, 底边 AB 上的高 $OC=4$, 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABM$ 面积相等, 则抛物线上的点 M 须满足条件: $|y_M|=4$. 因此解方程 $y_M=4$ 和 $y_M=-4$, 可求得点 M 的坐标;

② 如解答图, 作辅助线, 可求得 $EM=5$, 因此点 M 在 $\odot E$ 上; 再利用勾股定理求出 MF 的长度, 则利用勾股定理的逆定理可判定 $\triangle EMF$ 为直角三角形, $\angle EMF=90^\circ$, 所以直线 MF 与 $\odot E$ 相切.

【解答】 解: (1) $\because$ 以 $E(3, 0)$ 为圆心, 以 5 为半径的 $\odot E$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点,

$\therefore A(-2, 0)$, $B(8, 0)$.

如解答图所示, 连接 CE .

在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $OE=AE-OA=5-2=3$, $CE=5$,

由勾股定理得： $OC = \sqrt{CE^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

$\therefore C(0, -4)$.

(2) $\because$ 点 $A(-2, 0)$, $B(8, 0)$ 在抛物线上,

$\therefore$ 可设抛物线的解析式为: $y = a(x+2)(x-8)$.

$\because$ 点 $C(0, -4)$ 在抛物线上,

$\therefore -4 = a \times 2 \times -8$, 解得 $a = \frac{1}{4}$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{4}(x+2)(x-8) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = \frac{1}{4}(x-3)^2 - \frac{25}{4}$

$\therefore$ 顶点 F 的坐标为 $(3, -\frac{25}{4})$.

(3) ① $\because \triangle ABC$ 中, 底边 AB 上的高 $OC = 4$,

$\therefore$ 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABM$ 面积相等, 则抛物线上的点 M 须满足条件: $|y_M| = 4$.

(I) 若 $y_M = 4$, 则 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = 4$,

整理得: $x^2 - 6x - 32 = 0$, 解得 $x = 3 + \sqrt{41}$ 或 $x = 3 - \sqrt{41}$.

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(3 + \sqrt{41}, 4)$ 或 $(3 - \sqrt{41}, 4)$;

(II) 若 $y_M = -4$, 则 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4 = -4$,

整理得: $x^2 - 6x = 0$, 解得 $x = 6$ 或 $x = 0$ (与点 C 重合, 故舍去).

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(6, -4)$.

综上所述, 满足条件的点 M 的坐标为: $(3 + \sqrt{41}, 4)$, $(3 - \sqrt{41}, 4)$ 或 $(6, -4)$.

② 直线 MF 与 $\odot E$ 相切. 理由如下:

由题意可知, $M(6, -4)$.

如解答图所示, 连接 EM , MF , 过点 M 作 $MG \perp$ 对称轴 EF 于点 G ,

则 $MG = 3$, $EG = 4$.

在 $Rt\triangle MEG$ 中, 由勾股定理得: $ME = \sqrt{MG^2 + EG^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore$ 点 M 在 $\odot E$ 上.

由 (2) 知, 顶点 F 的坐标 $(3, -\frac{25}{4})$, $\therefore EF = \frac{25}{4}$,

$$\therefore FG = EF - EG = \frac{9}{4}.$$

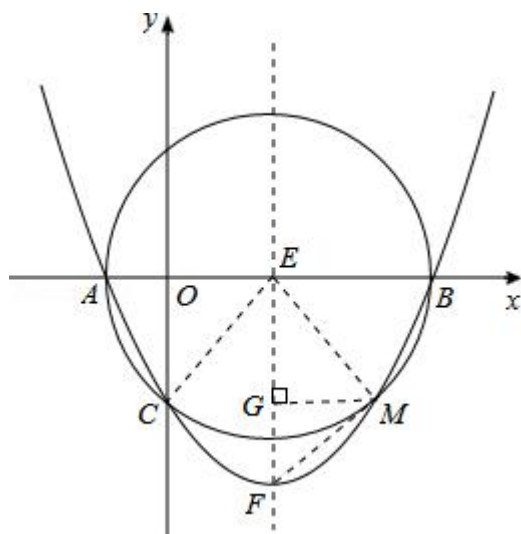
在 $\text{Rt}\triangle MGF$ 中，由勾股定理得： $MF = \sqrt{MG^2 + FG^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{4}\right)^2} = \frac{15}{4}$.

在 $\triangle EFM$ 中， $\because EM^2 + MF^2 = 5^2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 = EF^2$,

$\therefore \triangle EFM$ 为直角三角形， $\angle EMF = 90^\circ$.

$\because$ 点 M 在 $\odot E$ 上，且 $\angle EMF = 90^\circ$,

$\therefore$ 直线 MF 与 $\odot E$ 相切.



【点评】 本题是代数几何综合题，主要考查了抛物线与圆的相关知识，涉及到的考点有二次函数的图象与性质、勾股定理及其逆定理、切线的判定、解一元二次方程等．第（3）

①问中，点 M 在 x 轴上方或下方均可能存在，注意不要漏解．