

2012 年湖南省郴州市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a+a = a^2$

C. $(a^2)^3 = a^6$

D. $a^8 \div a^2 = a^4$

3. (3 分) 以下列各组线段为边，能组成三角形的是 ()

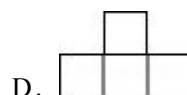
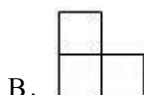
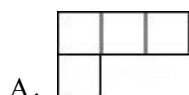
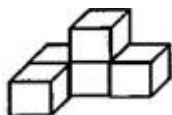
A. 1cm , 2cm , 4cm

B. 4cm , 6cm , 8cm

C. 5cm , 6cm , 12cm

D. 2cm , 3cm , 5cm

4. (3 分) 如图是由 5 个相同的小正方体组成的立体图形，它的俯视图是 ()



5. (3 分) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x=2$

B. $x \neq 2$

C. $x > 2$

D. $x < 2$

6. (3 分) 不等式 $x-2 > 1$ 的解集是 ()

A. $x > -1$

B. $x > 3$

C. $x < 3$

D. $x < -1$

7. (3 分) 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 ()

A. $(-1, 2)$

B. $(-1, -2)$

C. $(1, -2)$

D. $(1, 2)$

8. (3 分) 为了解某校 2000 名师生对我市“三创”工作（创国家园林城市、国家卫生城市、全国文明城市）的知晓情况，从中随机抽取了 100 名师生进行问卷调查，这项调查中的样本是 ()

A. 2000 名师生对“三创”工作的知晓情况

B. 从中抽取的 100 名师生

C. 从中抽取的 100 名师生对“三创”工作的知晓情况

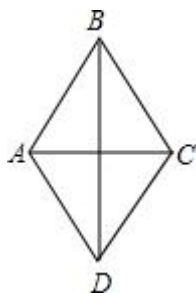
D. 100

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (3 分) 分解因式： $x^2 - 4 =$ _____.

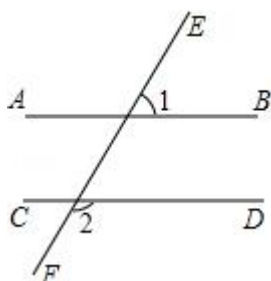
10. (3分) 一元一次方程 $3x - 6 = 0$ 的解是_____.

11. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC = 6$, $BD = 8$, 则这个菱形的边长为_____.

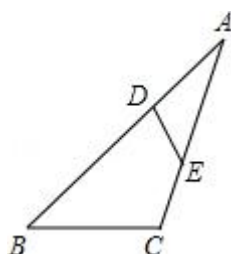


12. (3分) 按照《联合国海洋法公约》的规定, 我国管辖的海域面积约为 3000000 平方千米, 3000000 平方千米用科学记数法表示为_____平方千米.

13. (3分) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____度.



14. (3分) 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点, 连接 DE , 要使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 还需添加一个条件_____ (只需写一个).



15. (3分) 圆锥底面圆的半径为 $3cm$, 母线长为 $9cm$, 则这个圆锥的侧面积为_____ cm^2 (结果保留 π).

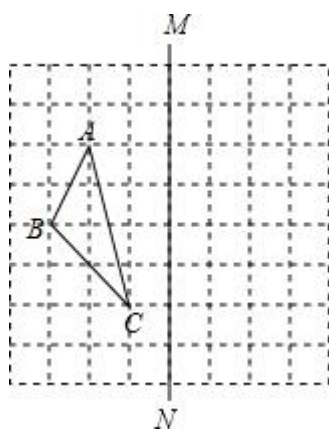
16. (3分) 元旦晚会上, 九年级(1)班 43 名同学和 7 名老师每人写了一张同种型号的新年贺卡, 放进一个纸箱里充分摇匀后, 小红从纸箱里任意摸出一张贺卡, 恰好是老师写的贺卡的概率是_____.

三、解答题 (共 6 小题, 每小题 6 分, 满分 36 分)

17. (6分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} + (\pi - 3.14)^0 - 2\tan 45^\circ + (-1)^{2012}$.

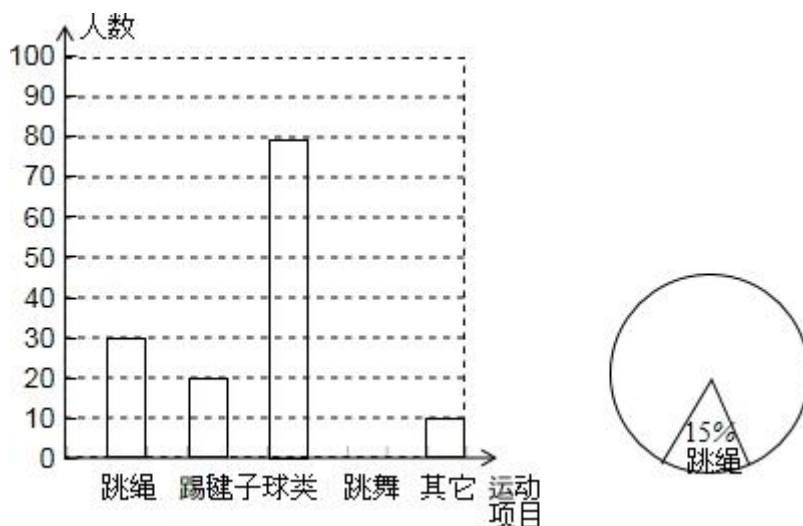
18. (6分) 解方程组 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$.

19. (6分) 作图题：在方格纸中：画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.



20. (6分) 已知反比例函数的图象与直线 $y=2x$ 相交于 $A(1, a)$ ，求这个反比例函数的解析式.

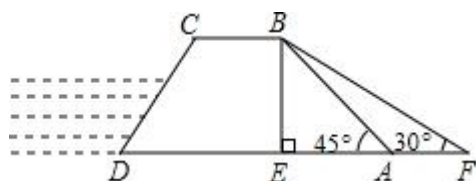
21. (6分) 我市启动“阳光体育”活动以后，各中小学体育活动精彩纷呈，形式多样. 某校数学兴趣小组为了了解本县八年级学生最喜爱的体育运动项目，对全县八年级学生进行了跳绳、踢毽子、球类、跳舞等运动项目最喜爱人数的抽样调查，并根据调查结果绘制成如图两个不完整的统计图.



请你根据图中提供的信息，解答下列问题：

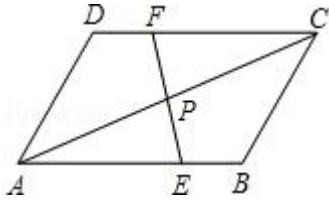
- (1) 这次抽样调查中，共调查了_____名学生；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 根据抽样调查结果，请你估计该县 5000 名八年级学生中，大约有多少名学生最喜爱球类运动．

22. (6 分) 如图，水坝的横断面是梯形，背水坡 AB 的坡角 $\angle BAE = 45^\circ$ ，坝高 $BE = 20$ 米．汛期来临，为加大水坝的防洪强度，将坝底从 A 处向后水平延伸到 F 处，使新的背水坡 BF 的坡角 $\angle F = 30^\circ$ ，求 AF 的长度．(结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



四、证明题（共 1 小题，满分 8 分）

- 23.（8 分）已知：点 P 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 的中点，经过点 P 的直线 EF 交 AB 于点 E ，交 DC 于点 F ．求证： $AE = CF$ ．



五、应用题（共 1 小题，满分 8 分）

- 24.（8 分）某校为开展好大课间活动，欲购买单价为 20 元的排球和单价为 80 元的篮球共 100 个．

（1）设购买排球数为 x （个），购买两种球的总费用为 y （元），请你写出 y 与 x 的函数关系式（不要求写出自变量的取值范围）；

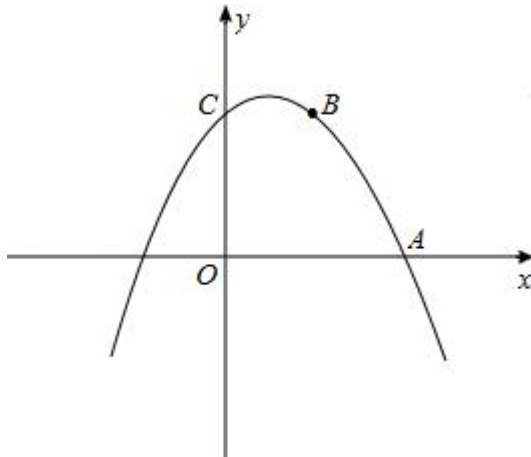
（2）如果购买两种球的总费用不超过 6620 元，并且篮球数不少于排球数的 3 倍，那么有哪几种购买方案？

（3）从节约开支的角度来看，你认为采用哪种方案更合算？

六、综合题（共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

25.（10 分）如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $A(4, 0)$, $B(2, 3)$, $C(0, 3)$ 三点.

- (1) 求抛物线的解析式及对称轴.
- (2) 在抛物线的对称轴上找一点 M , 使得 $MA + MB$ 的值最小, 并求出点 M 的坐标.
- (3) 在抛物线上是否存在一点 P , 使得以点 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点所构成的四边形为梯形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



26. (10分) 阅读下列材料:

我们知道, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象是一条直线, 而 $y = kx + b$ 经过恒等变形可化为直线的另一种表达形式: $Ax + By + C = 0$ (A 、 B 、 C 是常数, 且 A 、 B 不同时为 0). 如图 1,

点 $P(m, n)$ 到直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的距离 (d) 计算公式是: $d = \frac{|A \times m + B \times n + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

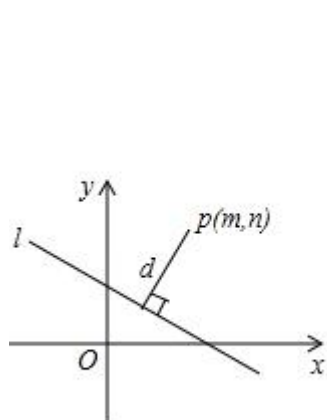


图1

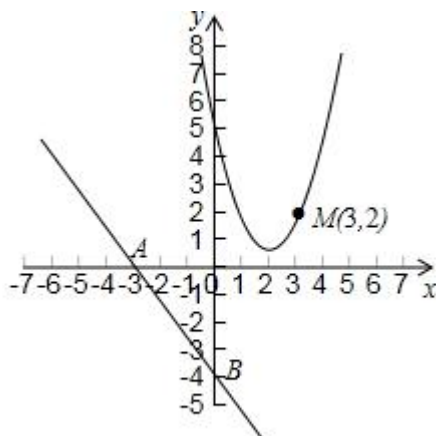


图2

例: 求点 $P(1, 2)$ 到直线 $y = \frac{5}{12}x - \frac{1}{6}$ 的距离 d 时, 先将 $y = \frac{5}{12}x - \frac{1}{6}$ 化为 $5x - 12y - 2 = 0$, 再由上述距离公式求得 $d = \frac{|5 \times 1 + (-12) \times 2 + (-2)|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{21}{13}$.

解答下列问题:

如图 2, 已知直线 $y = -\frac{4}{3}x - 4$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 上的一点 $M(3, 2)$.

(1) 求点 M 到直线 AB 的距离.

(2) 抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle PAB$ 的面积最小? 若存在, 求出点 P 的坐标及 $\triangle PAB$ 面积的最小值; 若不存在, 请说明理由.

2012 年湖南省郴州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【考点】14: 相反数.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据相反数的意义，只有符号不同的数为相反数.

【解答】解： -3 的相反数是 3.

故选：A.

【点评】本题考查了相反数的意义，只有符号不同的数为相反数，0 的相反数是 0.

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a+a = a^2$ C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$

【考点】35: 合并同类项；46: 同底数幂的乘法；47: 幂的乘方与积的乘方；48: 同底数幂的除法.

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；合并同类项法则；幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数幂相乘，底数不变指数相减；对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，故本选项错误；

B、 $a+a = 2a$ ，故本选项错误；

C、 $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故本选项正确；

D、 $a^8 \div a^2 = a^{8-2} = a^6$ ，故本选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，同底数幂的除法，幂的乘方的性质，熟练掌握运算性质，理清指数的变化是解题的关键.

3. (3 分) 以下列各组线段为边，能组成三角形的是 ()

- A. 1cm, 2cm, 4cm B. 4cm, 6cm, 8cm
C. 5cm, 6cm, 12cm D. 2cm, 3cm, 5cm

【考点】K6: 三角形三边关系.

【分析】根据三角形的三边关系“任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”，进行分析．

【解答】解：根据三角形的三边关系，知

A、 $1+2 < 4$ ，不能组成三角形；

B、 $4+6 > 8$ ，能够组成三角形；

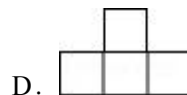
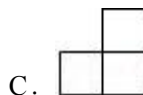
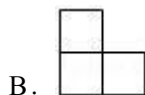
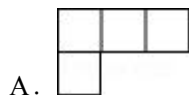
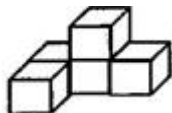
C、 $5+6 < 12$ ，不能组成三角形；

D、 $2+3 = 5$ ，不能组成三角形．

故选：B．

【点评】此题考查了三角形的三边关系．判断能否组成三角形的简便方法是看较小的两个数的和是否大于第三个数．

4. (3分) 如图是由5个相同的小正方体组成的立体图形，它的俯视图是()



【考点】U2：简单组合体的三视图．

【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中．

【解答】解：从上面看易得：有3列小正方形第1列有2个正方形，第2列有1个正方形，第3列有1个正方形．

故选：A．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，解题时不但要具有丰富的数学知识，而且还应有一定的生活经验．

5. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是()

A. $x = 2$

B. $x \neq 2$

C. $x > 2$

D. $x < 2$

【考点】E4：函数自变量的取值范围．

【分析】根据分母不等于0列式计算即可得解．

【解答】解：根据题意得， $x - 2 \neq 0$ ，

解得 $x \neq 2$ ．

故选：B．

【点评】 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0.

6. (3 分) 不等式 $x - 2 > 1$ 的解集是 ()

- A. $x > -1$ B. $x > 3$ C. $x < 3$ D. $x < -1$

【考点】 C6: 解一元一次不等式.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 根据一元一次不等式的解法，移项、合并即可得解.

【解答】 解： $x - 2 > 1$,

$$x > 1 + 2,$$

$$x > 3.$$

故选：B.

【点评】 本题考查了解简单不等式的能力，本题需要注意移项要改变符号.

7. (3 分) 抛物线 $y = (x - 1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 ()

- A. $(-1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(1, -2)$ D. $(1, 2)$

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 直接利用顶点式的特点可写出顶点坐标.

【解答】 解： $\because$ 顶点式 $y = a(x - h)^2 + k$ ，顶点坐标是 (h, k) ，

$\therefore$ 抛物线 $y = (x - 1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 $(1, 2)$.

故选：D.

【点评】 主要考查了求抛物线的顶点坐标、对称轴的方法. 熟记二次函数的顶点式的形式是解题的关键.

8. (3 分) 为了解某校 2000 名师生对我市“三创”工作（创国家园林城市、国家卫生城市、全国文明城市）的知晓情况，从中随机抽取了 100 名师生进行问卷调查，这项调查中的样本是 ()

- A. 2000 名师生对“三创”工作的知晓情况
B. 从中抽取的 100 名师生
C. 从中抽取的 100 名师生对“三创”工作的知晓情况
D. 100

【考点】 V3: 总体、个体、样本、样本容量.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】根据样本的定义：从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个样本确定出样本，然后即可选择答案．

【解答】解：根据样本的定义，这项调查中的样本是：从中抽取的 100 名师生对“三创”工作的知晓情况．

故选：C．

【点评】本题考查了总体、个体、样本，是概念题，需要注意，不论总体还是样本都要指明“考察的对象”，这也是此类题目最容易出错的地方．

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9.（3 分）分解因式： $x^2 - 4 = \underline{(x+2)(x-2)}$ ．

【考点】54：因式分解 - 运用公式法．

【专题】44：因式分解．

【分析】直接利用平方差公式进行因式分解即可．

【解答】解： $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$ ．

故答案为： $(x+2)(x-2)$ ．

【点评】本题考查了平方差公式因式分解．能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是：两项平方项，符号相反．

10.（3 分）一元一次方程 $3x - 6 = 0$ 的解是 $\underline{x = 2}$ ．

【考点】86：解一元一次方程．

【专题】11：计算题．

【分析】根据一元一次方程的解法，移项，系数化为 1 即可得解．

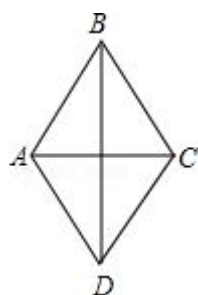
【解答】解：移项得， $3x = 6$ ，

系数化为 1 得， $x = 2$ ．

故答案为： $x = 2$ ．

【点评】本题考查了移项解一元一次方程，是基础题，注意移项要变号．

11.（3 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC = 6$ ， $BD = 8$ ，则这个菱形的边长为 $\underline{5}$ ．



【考点】KQ：勾股定理；L8：菱形的性质．

【分析】由在菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC = 6$ ， $BD = 8$ ，根据菱形的对角线互相平分且互相垂直，即可得 $AC \perp BD$ ， $OA = \frac{1}{2}AC = 3$ ， $OB = \frac{1}{2}BD = 4$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中，利用勾股定理即可求得这个菱形的边长．

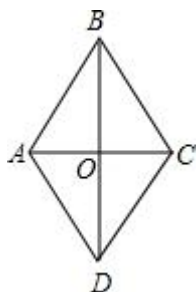
【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $AC = 6$ ， $BD = 8$ ，

$$\therefore AC \perp BD, OA = \frac{1}{2}AC = 3, OB = \frac{1}{2}BD = 4,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AOB \text{ 中, } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5.$$

即这个菱形的边长为 5．

故答案为：5．



【点评】此题考查了菱形的性质与勾股定理．此题难度不大，注意掌握菱形的对角线互相平分且互相垂直定理的应用是解此题的关键．

12. (3 分) 按照《联合国海洋法公约》的规定，我国管辖的海域面积约为 3000000 平方千米，3000000 平方千米用科学记数法表示为 3×10^6 平方千米．

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

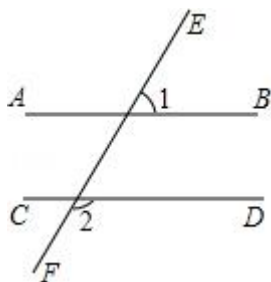
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 3000000 有 7 位，所以可以确定 $n = 7 - 1 = 6$ ．

【解答】解：3 000 000 = 3×10^6 ．

故答案为： 3×10^6 ．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 n 值是关键．

13. (3 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ 120 度．



【考点】JA：平行线的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】根据平行线的性质得 $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$ ，再根据邻补角的定义得 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，
则 $\angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ．

【解答】解：如图，

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$,

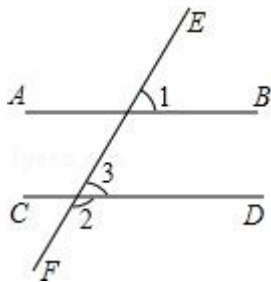
而 $\angle 1 = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 60^\circ$ ，

又 $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

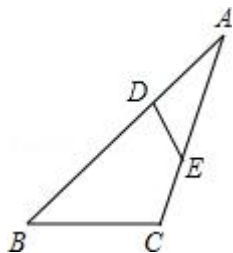
$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ．

故答案为 120．



【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等．也考查了邻补角的定义．

14. (3分) 如图， D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，连接 DE ，要使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，
还需添加一个条件 此题答案不唯一，如 $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ 或 $AD:AC = AE:AB$ 或 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 等 (只需写一个)．



【考点】S8：相似三角形的判定.

【分析】由 $\angle A$ 是公共角，利用有两角对应相等的三角形相似，即可得可以添加 $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ ；又由两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，即可得 D 可以添加 $AD:AC = AE:AB$ 或 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ ，继而求得答案.

【解答】解： $\because \angle A$ 是公共角，

$\therefore$ 当 $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ 时， $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ （有两角对应相等的三角形相似），
当 $AD:AC = AE:AB$ 或 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 时， $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ （两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似），

$\therefore$ 要使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，还需添加一个条件：答案不唯一，如 $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ 或 $AD:AC = AE:AB$ 或 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 等.

故答案为：此题答案不唯一，如 $\angle ADE = \angle C$ 或 $\angle AED = \angle B$ 或 $AD:AC = AE:AB$ 或 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ 等.

【点评】此题考查了相似三角形的判定. 此题属于开放题，难度不大，注意掌握有两角对应相等的三角形相似与两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似定理的应用.

- 15.（3分）圆锥底面圆的半径为 3cm ，母线长为 9cm ，则这个圆锥的侧面积为 27π cm^2 （结果保留 π ）.

【考点】MP：圆锥的计算.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据圆锥的侧面展开图为扇形，先计算出圆锥的底面圆的周长，然后利用扇形的面积公式求得扇形的面积即可.

【解答】解： $\because$ 圆锥的底面半径为 3cm ，

$\therefore$ 圆锥的底面圆的周长 $= 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ ，

$\therefore$ 圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \cdot 6\pi \cdot 9 = 27\pi$ （ cm^2 ）.

故答案为： 27π .

【点评】本题考查了圆锥的侧面积的计算：圆锥的侧面展开图为扇形，扇形的弧长为圆锥的底面周长，扇形的半径为圆锥的母线长. 也考查了扇形的面积公式： $S = \frac{1}{2}lR$ ，（ l 为弧长）.

- 16.（3分）元旦晚会上，九年级（1）班43名同学和7名老师每人写了一张同种型号的新

年贺卡，放进一个纸箱里充分摇匀后，小红从纸箱里任意摸出一张贺卡，恰好是老师写的贺卡的概率是 $\frac{7}{50}$ 。

【考点】X4：概率公式。

【专题】16：压轴题。

【分析】先算出九年级（1）班贺卡的总张数，再根据有老师 7 人，结合概率公式即可求出答案。

【解答】解：∵ 43 名同学和 7 名老师每人写了一张同种型号的新年贺卡，

∴ 新年贺卡的总数是 $43+7=50$ （张），

又∵ 有 7 名老师，

∴ 小红摸到老师写的贺卡的概率是 $\frac{7}{50}$ ；

故答案为： $\frac{7}{50}$ 。

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

三、解答题（共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

17.（6 分）计算： $(\frac{1}{2})^{-1} + (\pi - 3.14)^0 - 2\tan 45^\circ + (-1)^{2012}$ 。

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值。

【专题】11：计算题。

【分析】根据 $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）、负整数指数幂、 $\tan 45^\circ = 1$ 和乘方的定义得到原式 $= 2+1-2 \times 1+1$ ，再进行乘法运算得到原式 $= 2+1-2+1$ ，然后进行加减运算即可。

【解答】解：原式 $= 2+1-2 \times 1+1$

$= 2+1-2+1$

$= 2$ 。

【点评】本题考查了实数的运算：先进行乘方或开方运算，再进行乘除运算，然后进行加减运算。也考查了 $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）、负整数指数幂以及特殊角的三角函数值。

18.（6 分）解方程组 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 。

【考点】86：解一元一次方程；98：解二元一次方程组。

【专题】11：计算题。

【分析】①+②得到方程 $3x = 6$ ，求出 x 的值，把 x 的值代入②得出一个关于 y 的方程，求出方程的解即可。

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x+y=5 \text{①} \\ x-y=1 \text{②} \end{cases},$$

①+②得： $3x = 6$,

解得 $x = 2$,

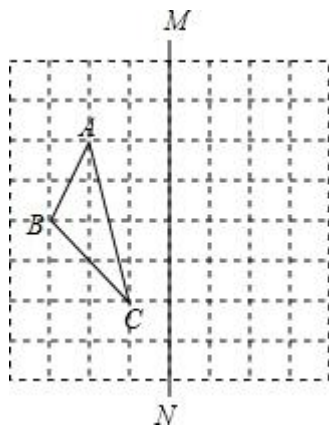
将 $x = 2$ 代入②得： $2 - y = 1$,

解得： $y = 1$.

∴原方程组的解为
$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}.$$

【点评】本题考查了解一元一次方程和解二元一次方程组的应用，关键是把二元一次方程组转化成一元一次方程，题目比较好，难度适中。

19. (6分) 作图题：在方格纸中：画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.



【考点】P7：作图 - 轴对称变换.

【专题】2B：探究型.

【分析】分别作 A 、 B 、 C 三点关于直线 MN 的对称点 A' 、 B' 、 C' ，连接 A' 、 B' 、 C' 即可.

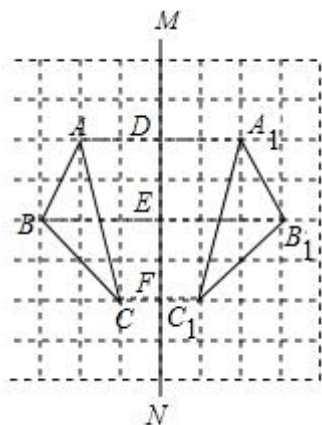
【解答】解：如图所示：

①过点 A 作 $AD \perp MN$ ，延长 AD 使 $AD = A_1D$ ；

②过点 B 作 $BE \perp MN$ ，延长 BE 使 $B_1E = BE$ ；

③过点 C 作 $CF \perp MN$ ，延长 CF 使 $CF = C_1F$ ；

④连接 A_1 、 B_1 、 C_1 即可得到 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.



【点评】 本题考查的是作图 - 轴对称变换，画一个图形的轴对称图形时，一般的方法是：

- ①由已知点出发向所给直线作垂线，并确定垂足；
- ②直线的另一侧，以垂足为一端点，作一条线段使之等于已知点和垂足之间的线段的长，得到线段的另一端点，即为对称点；
- ③连接这些对称点，就得到原图形的轴对称图形．

20.（6分）已知反比例函数的图象与直线 $y = 2x$ 相交于 $A(1, a)$ ，求这个反比例函数的解析式．

【考点】 G8：反比例函数与一次函数的交点问题．

【专题】 11：计算题．

【分析】 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，先把 $A(1, a)$ 代入 $y = 2x$ 可得 $a = 2$ ，则可确定 A 点坐标为 $(1, 2)$ ，然后把 $A(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 可计算出 k 的值，从而确定反比例函数的解析式．

【解答】 解：设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，

把 $A(1, a)$ 代入 $y = 2x$ 得 $a = 2$ ，

则 A 点坐标为 $(1, 2)$ ，

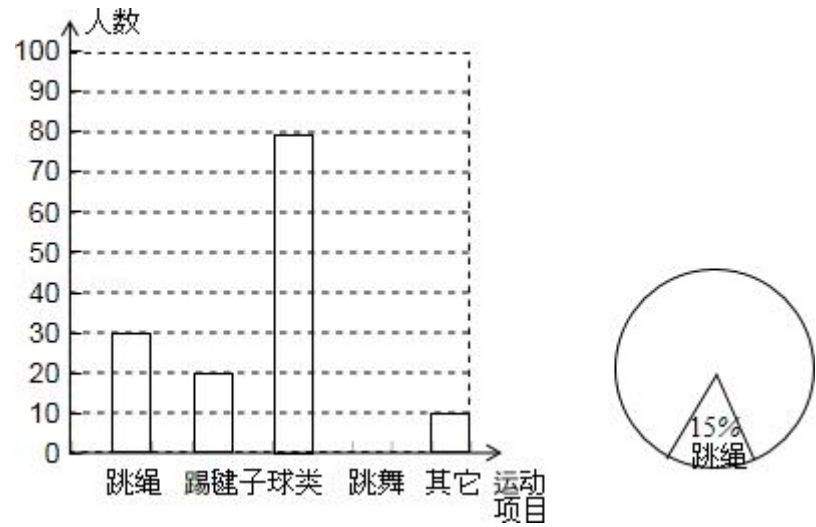
把 $A(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 2 = 2$ ，

所以反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$ ．

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：反比例函数图象与一次函数图象的交点坐标同时满足两个函数的解析式．

21.（6分）我市启动“阳光体育”活动以后，各中小学体育活动精彩纷呈，形式多样．某校数学兴趣小组为了了解本县八年级学生最喜爱的体育运动项目，对全县八年级学生进行

了跳绳、踢毽子、球类、跳舞等运动项目最喜爱人数的抽样调查，并根据调查结果绘制成如图两个不完整的统计图．



请你根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 这次抽样调查中，共调查了 200 名学生；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 根据抽样调查结果，请你估计该县 5000 名八年级学生中，大约有多少名学生最喜爱球类运动．

【考点】 V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

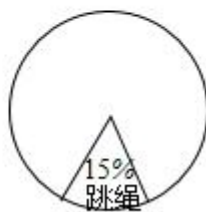
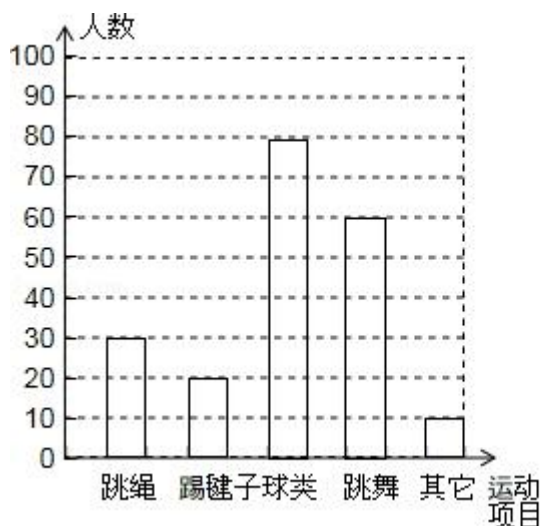
【专题】 16：压轴题．

- 【分析】** (1) 根据：跳绳人数 ÷ 跳绳的百分数，得出共调查的学生数；
- (2) 由调查的学生数 - 30 - 20 - 80 - 10，得出跳舞人数，补全条形统计图；
- (3) 用 $5000 \times$ 喜爱球类的百分数，得出结论．

【解答】 解：(1) 共调查的学生数为 $30 \div 15\% = 200$ ，

故答案为：200；

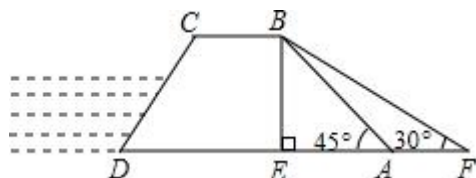
(2) 跳舞人数为 $200 - 30 - 20 - 80 - 10 = 60$ ，补全图形如图所示；



(3) 估计该县 5000 名八年级学生中, 最喜爱球类运动的学生大约有 $5000 \times \frac{80}{200} = 2000$.

【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

22. (6 分) 如图, 水坝的横断面是梯形, 背水坡 AB 的坡角 $\angle BAE = 45^\circ$, 坝高 $BE = 20$ 米. 汛期来临, 为加大水坝的防洪强度, 将坝底从 A 处向后水平延伸到 F 处, 使新的背水坡 BF 的坡角 $\angle F = 30^\circ$, 求 AF 的长度. (结果精确到 1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【考点】 T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 可在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 根据坡面 AB 的长以及坡角的度数, 求得铅直高度 BE 和水平宽 AE 的值, 进而可在 $\text{Rt}\triangle BFE$ 中, 根据 BE 的长及坡角的度数, 通过解直角三角形求出 EF 的长; 根据 $AF = EF - AE$, 即可得出 AF 的长度.

【解答】 解: $\because \text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle BAE = 45^\circ$, 坝高 $BE = 20$ 米.

$\therefore AE = BE = 20$ 米,

$\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $BE = 20$, $\angle F = 30^\circ$,

$\therefore EF = BE \div \tan 30^\circ = 20\sqrt{3}$.

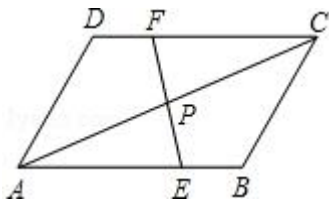
$\therefore AF = EF - AE = 20\sqrt{3} - 20 \approx 15$

即 AF 的长约为 15 米.

【点评】此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及三角函数的运用能力. 当两个直角三角形有公共边时, 先求出这条公共边是解答此类题的一般思路.

四、证明题 (共 1 小题, 满分 8 分)

23. (8 分) 已知: 点 P 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 的中点, 经过点 P 的直线 EF 交 AB 于点 E , 交 DC 于点 F . 求证: $AE = CF$.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【专题】14: 证明题; 16: 压轴题.

【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 易得 $\angle PAE = \angle PCF$, 由点 P 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 的中点, 可得 $PA = PC$, 又由对顶角相等, 可得 $\angle APE = \angle CPF$, 即可利用 ASA 证得 $\triangle PAE \cong \triangle PCF$, 即可证得 $AE = CF$.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PAE = \angle PCF,$$

$\because$ 点 P 是 $\square ABCD$ 的对角线 AC 的中点,

$$\therefore PA = PC,$$

在 $\triangle PAE$ 和 $\triangle PCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAE = \angle PCF \\ PA = PC \\ \angle APE = \angle CPF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PAE \cong \triangle PCF (ASA),$$

$$\therefore AE = CF.$$

【点评】此题考查了平行四边形的性质与全等三角形的判定与性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用, 注意能利用 ASA 证得 $\triangle PAE \cong \triangle PCF$ 是解此题的关键.

五、应用题 (共 1 小题, 满分 8 分)

24. (8 分) 某校为开展好大课间活动, 欲购买单价为 20 元的排球和单价为 80 元的篮球共 100 个.

(1) 设购买排球数为 x (个), 购买两种球的总费用为 y (元), 请你写出 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量的取值范围);

(2) 如果购买两种球的总费用不超过 6620 元, 并且篮球数不少于排球数的 3 倍, 那么有哪几种购买方案?

(3) 从节约开支的角度来看, 你认为采用哪种方案更合算?

【考点】CE: 一元一次不等式组的应用; FH: 一次函数的应用.

【分析】(1) 设购买篮球 x 个, 购买篮球和排球的总费用 y 元, 根据某校计划购买篮球和排球共 100 个, 已知篮球每个 80 元, 排球每个 20 元可列出函数式.

(2) 先设出购买篮球 x 个, 根据篮球的个数不少于排球个数的 3 倍和购买两种球的总费用及单价, 列出不等式组, 解出 x 的值, 即可得出答案;

(3) 根据 (2) 得出的篮球和排球的个数, 再根据它们的单价, 即可求出总费用, 再进行比较, 即可得出更合算的方案.

【解答】解: (1) 设购买排球 x 个, 购买篮球和排球的总费用 y 元,

$$y = 20x + 80(100 - x) = 8000 - 60x;$$

(2) 设购买排球 x 个, 则篮球的个数是 $(100 - x)$, 根据题意得:

$$\begin{cases} 100 - x \geq 3x \\ 20x + 80(100 - x) \leq 6620 \end{cases},$$

解得: $23 \leq x \leq 25$,

因为 x 是正整数,

所以 x 只能取 25, 24, 23,

当买排球 25 个时, 篮球的个数是 75 个,

当买排球 24 个时, 篮球的个数是 76 个,

当买排球 23 个时, 篮球的个数是 77 个,

所以有 3 种购买方案.

(3) 根据 (2) 得:

当买排球 25 个, 篮球的个数是 75 个, 总费用是: $25 \times 20 + 75 \times 80 = 6500$ (元),

当买排球 24 个, 篮球的个数是 76 个, 总费用是: $24 \times 20 + 76 \times 80 = 6560$ (元),

当买排球 23 个, 篮球的个数是 77 个, 总费用是: $23 \times 20 + 77 \times 80 = 6620$ (元),

所以采用买排球 25 个，篮球 75 个时更合算．

【点评】 本题考查的是一元一次不等式组及一元一次方程的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系和不等关系．

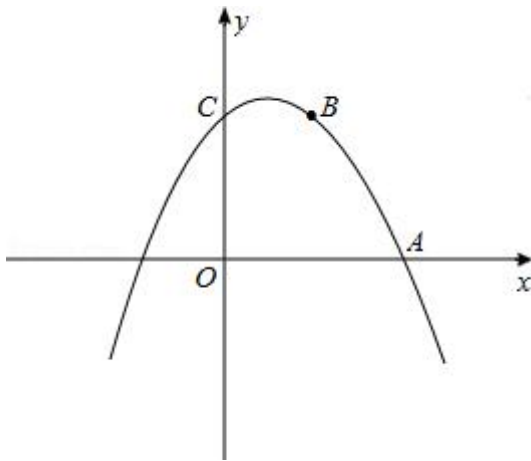
六、综合题（共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

25.（10 分）如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $A(4, 0)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(0, 3)$ 三点．

（1）求抛物线的解析式及对称轴．

（2）在抛物线的对称轴上找一点 M ，使得 $MA + MB$ 的值最小，并求出点 M 的坐标．

（3）在抛物线上是否存在一点 P ，使得以点 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点所构成的四边形为梯形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．



【考点】 HF：二次函数综合题．

【专题】 16：压轴题．

【分析】（1）已知抛物线上三点 A 、 B 、 C 的坐标，利用待定系数法即可求出抛物线的解析式，再由对称轴公式 $x = -\frac{b}{2a}$ 求出对称轴；

（2）如答图 1 所示，连接 AC ，则 AC 与对称轴的交点即为所求之 M 点；已知点 A 、 C 的坐标，利用待定系数法求出直线 AC 的解析式，进而求出点 M 的坐标；

（3）根据梯形定义确定点 P ，如图 2 所示：

①若 $BC \parallel AP_1$ ，确定梯形 $ABCP_1$ ．此时 P_1 为抛物线与 x 轴的另一个交点，解一元二次方程即可求得点 P_1 的坐标；

②若 $AB \parallel CP_2$ ，确定梯形 $ABCP_2$ ．此时 P_2 位于第四象限，先确定 CP_2 与 x 轴交点 N 的坐标，然后求出直线 CN 的解析式，再联立抛物线与直线解析式求出点 P_2 的坐标．

【解答】 解：（1） $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $A(4, 0)$ ， $B(2, 3)$ ， $C(0, 3)$ 三点，

$$\therefore \begin{cases} 16a+4b+c=0 \\ 4a+2b+c=3 \\ c=3 \end{cases}, \text{ 解得 } a = -\frac{3}{8}, b = \frac{3}{4}, c = 3,$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3;$$

$$\text{其对称轴为: } x = -\frac{b}{2a} = 1.$$

(2) 由 $B(2, 3)$, $C(0, 3)$, 且对称轴为 $x = 1$,

可知点 B 、 C 是关于对称轴 $x = 1$ 的对称点.

如答图 1 所示, 连接 AC , 交对称轴 $x = 1$ 于点 M , 连接 MB ,

则 $MA + MB = MA + MC = AC$, 根据两点之间线段最短可知此时 $MA + MB$ 的值最小.

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$, $\because A(4, 0)$, $C(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} 4k+b=0 \\ b=3 \end{cases}, \text{ 解得 } k = -\frac{3}{4}, b = 3,$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为: } y = -\frac{3}{4}x + 3,$$

$$\text{令 } x = 1, \text{ 得 } y = \frac{9}{4},$$

$$\therefore M \text{ 点坐标为 } (1, \frac{9}{4}).$$

(3) 结论: 存在.

如答图 2 所示, 在抛物线上有两个点 P 满足题意:

①若 $BC \parallel AP_1$, 此时梯形为 $ABCP_1$.

由 $B(2, 3)$, $C(0, 3)$, 可知 $BC \parallel x$ 轴, 则 x 轴与抛物线的另一个交点 P_1 即为所求.

$$\text{抛物线解析式为: } y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3, \text{ 令 } y = 0, \text{ 解得 } x_1 = -2, x_2 = 4,$$

$$\therefore P_1(-2, 0).$$

$$\because P_1A = 6, BC = 2,$$

$$\therefore P_1A \neq BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCP_1$ 为梯形;

②若 $AB \parallel CP_2$, 此时梯形为 $ABCP_2$.

设 CP_2 与 x 轴交于点 N ,

$$\because BC \parallel x \text{ 轴}, AB \parallel CP_2,$$

∴ 四边形 $ABCN$ 为平行四边形,

∴ $AN = BC = 2$,

∴ $N(2, 0)$.

设直线 CN 的解析式为 $y = kx + b$, 则有:

$$\begin{cases} b=3 \\ 2k+b=0 \end{cases},$$

解得 $k = -\frac{3}{2}$, $b = 3$,

∴ 直线 CN 的解析式为: $y = -\frac{3}{2}x + 3$.

∵ 点 P_2 既在直线 CN : $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 上,

又在抛物线: $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ 上,

∴ $-\frac{3}{2}x + 3 = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$, 化简得: $x^2 - 6x = 0$,

解得 $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 6$,

∴ 点 P_2 横坐标为 6, 代入直线 CN 解析式求得纵坐标为 -6, ∴ $P_2(6, -6)$.

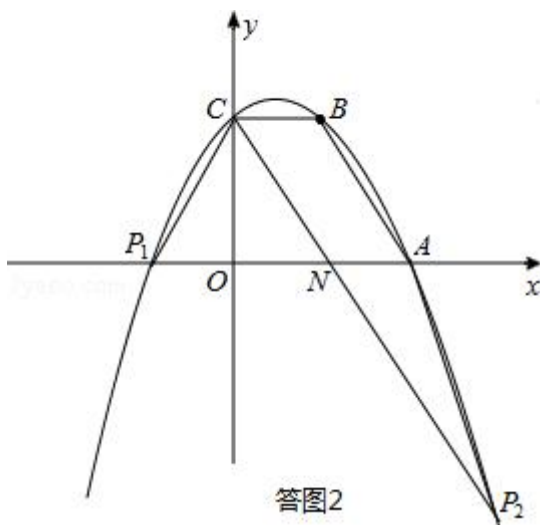
∵ $\square ABCN$,

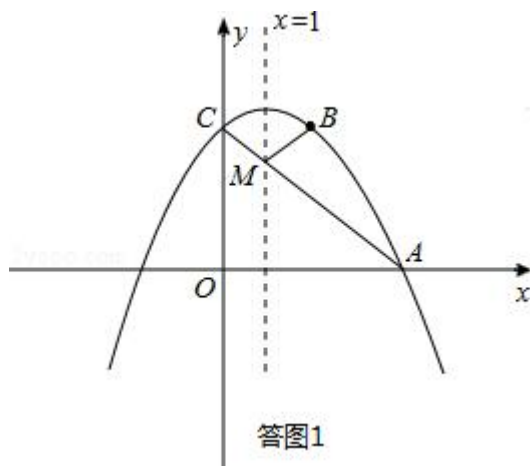
∴ $AB = CN$, 而 $CP_2 \neq CN$,

∴ $CP_2 \neq AB$,

∴ 四边形 $ABCP_2$ 为梯形.

综上所述, 在抛物线上存在一点 P , 使得以点 A 、 B 、 C 、 P 四点为顶点所构成的四边形为梯形; 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(6, -6)$.





【点评】 本题综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法求函数（二次函数和一次函数）的解析式、轴对称 - 最短路线问题以及梯形的定义与应用等知识点，属于代数几何综合题，有一定的难度。第（3）问为存在型问题，注意 P 点不止一个，此处为易错点。

26.（10 分）阅读下列材料：

我们知道，一次函数 $y = kx + b$ 的图象是一条直线，而 $y = kx + b$ 经过恒等变形可化为直线的另一种表达形式： $Ax + By + C = 0$ （ A 、 B 、 C 是常数，且 A 、 B 不同时为 0）。如图 1，

点 $P(m, n)$ 到直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的距离（ d ）计算公式是： $d = \frac{|A \times m + B \times n + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ 。

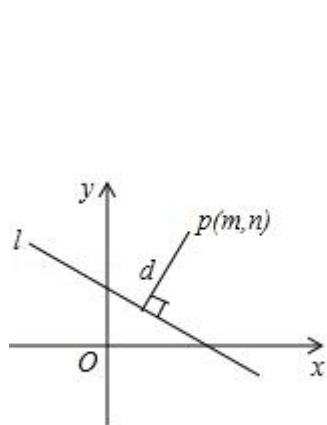


图1

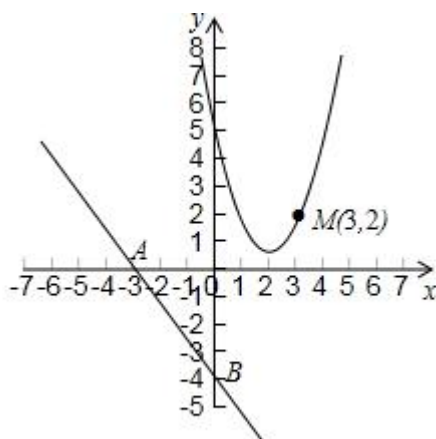


图2

例：求点 $P(1, 2)$ 到直线 $y = \frac{5}{12}x - \frac{1}{6}$ 的距离 d 时，先将 $y = \frac{5}{12}x - \frac{1}{6}$ 化为 $5x - 12y - 2 = 0$ ，再由上述距离公式求得 $d = \frac{|5 \times 1 + (-12) \times 2 + (-2)|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{21}{13}$ 。

解答下列问题：

如图 2，已知直线 $y = -\frac{4}{3}x - 4$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$

上的一点 $M(3, 2)$.

(1) 求点 M 到直线 AB 的距离.

(2) 抛物线上是否存在点 P , 使得 $\triangle PAB$ 的面积最小? 若存在, 求出点 P 的坐标及 $\triangle PAB$ 面积的最小值; 若不存在, 请说明理由.

【考点】FI: 一次函数综合题; HF: 二次函数综合题.

【专题】16: 压轴题; 21: 阅读型.

【分析】(1) 将直线 AB 的解析式 $y = -\frac{4}{3}x - 4$ 转化为直线的另一种表达方式 $4x + 3y + 12 = 0$, 由阅读材料中提供的点到直线的距离公式, 即可求出 M 点到直线 AB 的距离;

(2) 假设抛物线上存在点 P , 使得 $\triangle PAB$ 的面积最小, 设 P 坐标为 $(a, a^2 - 4a + 5)$, 然后利用点到直线的距离公式表示出 P 点到直线 AB 的距离 d , 由二次函数 $y = 3a^2 - 8a + 27$ 中根的判别式小于 0, 得到此二次函数与 x 轴没有交点且开口向上, 得到函数值恒大于 0, 根据正数的绝对值等于它本身进行化简, 然后根据二次函数求最值的方法求出 $y = 3a^2 - 8a + 27$ 的最小值, 以及此时 a 的值, 进而确定出 d 的最小值以及此时 P 的坐标, 再由直线 AB 的解析式, 令 $x = 0$ 和 $y = 0$ 求出对应的 y 与 x 的值, 确定出 OA 与 OB 的长, 在直角三角形 AOB 中, 利用勾股定理求出 AB 的长, 由底 AB 乘以高 d 的最小值除以 2, 即可得出 $\triangle PAB$ 面积的最小值.

【解答】解: (1) 将直线 AB 变为: $4x + 3y + 12 = 0$,

又 $M(3, 2)$,

$$\text{则点 } M \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离 } d = \frac{|12 + 6 + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6;$$

(2) 假设抛物线上存在点 P , 使得 $\triangle PAB$ 的面积最小, 设 P 坐标为 $(a, a^2 - 4a + 5)$,

$$\because y = 3a^2 - 8a + 27 \text{ 中, } \Delta = 64 - 12 \times 27 = -260 < 0,$$

$$\therefore y = 3a^2 - 8a + 27 \text{ 中函数值恒大于 } 0,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 到直线 } AB \text{ 的距离 } d = \frac{|4a + 3(a^2 - 4a + 5) + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{3a^2 - 8a + 27}{5},$$

$$\text{又函数 } y = 3a^2 - 8a + 27, \text{ 当 } a = \frac{4}{3} \text{ 时, } y_{\min} = \frac{65}{3},$$

$$\therefore d_{\min} = \frac{\frac{65}{3}}{5} = \frac{13}{3}, \text{ 此时 } P \text{ 坐标为 } \left(\frac{4}{3}, \frac{13}{9}\right);$$

又 $y = -\frac{4}{3}x - 4$, 令 $x = 0$ 求出 $y = -4$, 令 $y = 0$ 求出 $x = -3$,

$\therefore OA = 3, OB = 4$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 根据勾股定理得: $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore S_{\triangle PAB}$ 的最小值为 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{13}{3} = \frac{65}{6}$.

【点评】 此题考查了二次函数的图象与性质, 一次函数与坐标轴的交点, 勾股定理, 坐标与图形性质, 二次函数与坐标轴的交点, 以及点到直线的距离公式, 其中理解题中的阅读材料, 灵活运用点到直线的距离公式是解本题的关键.