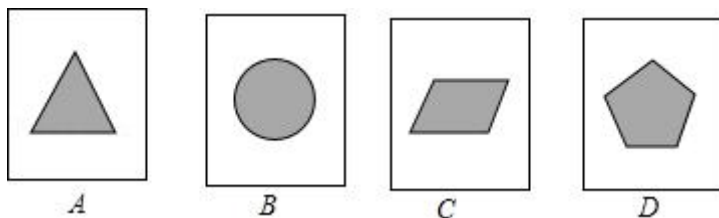


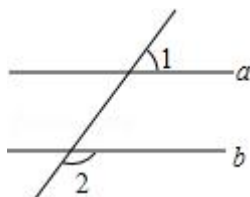
2012 年湖南省永州市中考数学试卷

一、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

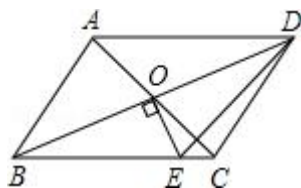
1. (3 分) $-(-2012) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. (3 分) 2012 年 4 月 27 日国家统计局发布经济统计数据,我国 2011 年国内生产总值(*GDP*)约为 7298000000000 美元,世界排位第二. 请将 7298000000000 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. (3 分) 如图,有四张背面相同的纸牌 *A*、*B*、*C*、*D*,其正面分别画有正三角形、圆、平行四边形和正五边形. 小明将这四张纸牌背面朝上洗匀后随机摸出一张,则摸出的图形是中心对称图形的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



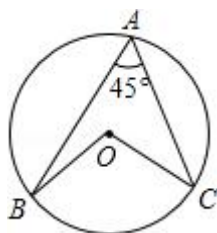
4. (3 分) 如图,已知 $a \parallel b$, $\angle 1 = 45^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



5. (3 分) 一次函数 $y = -x + 1$ 的图象不经过第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 象限.
6. (3 分) 如图,平行四边形 *ABCD* 的对角线相交于点 *O*,且 $AB \neq AD$,过 *O* 作 $OE \perp BD$ 交 *BC* 于点 *E*. 若 $\triangle CDE$ 的周长为 10,则平行四边形 *ABCD* 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



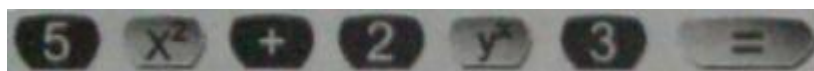
7. (3 分) 如图,已知圆 *O* 的半径为 4, $\angle A = 45^\circ$,若一个圆锥的侧面展开图与扇形 *OBC* 能完全重合,则该圆锥的底面圆的半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



8. (3分) 我们把按照一定顺序排列的一列数称为数列, 如 1, 3, 9, 19, 33, ... 就是一个数列, 如果一个数列从第二个数起, 每一个数与它前一个数的差等于同一个常数, 那么这个数列就叫做等差数列, 这个常数叫做这个等差数列的公差. 如 2, 4, 6, 8, 10 就是一个等差数列, 它的公差为 2. 如果一个数列的后一个数与前一个数的差组成的新数列是等差数列, 则称这个数列为二阶等差数列. 例如数列 1, 3, 9, 19, 33, ..., 它的后一个数与前一个数的差组成的新数列是 2, 6, 10, 14, ..., 这是一个公差为 4 的等差数列, 所以, 数列 1, 3, 9, 19, 33, ... 是一个二阶等差数列. 那么, 请问二阶等差数列 1, 3, 7, 13, ... 的第五个数应是_____.

二、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3分) 若运用湘教版初中数学教材上使用的某种电子计算器进行计算, 则按键



的结果为 ()

- A. 16 B. 33 C. 37 D. 36
10. (3分) 如图所示, 下列水平放置的几何体中, 俯视图是矩形的是 ()



11. (3分) 永州市 5 月下旬 11 天中日最高气温统计如下表:

日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
最高气温 (°C)	22	22	20	23	22	25	27	30	26	24	27

则这 11 天永州市日最高气温的众数和中位数分别是 ()

- A. 22, 25 B. 22, 24 C. 23, 24 D. 23, 25
12. (3分) 已知 a 为实数, 则下列四个数中一定为非负实数的是 ()
- A. a B. $-a$ C. $|-a|$ D. $-|-a|$
13. (3分) 下面是四位同学解方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x}{1-x} = 1$ 过程中去分母的一步, 其中正确的是 ()
- A. $2+x = x-1$ B. $2-x = 1$ C. $2+x = 1-x$ D. $2-x = x-1$
14. (3分) 下列说法正确的是 ()

A. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

B. $a^3 \cdot a^{-2} = a \ (a \neq 0)$

C. 不等式 $2 - x > 1$ 的解集为 $x > 1$

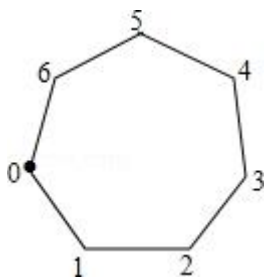
D. 当 $x > 0$ 时, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的函数值 y 随自变量 x 取值的增大而减小

15. (3分) 永州境内的潇水河畔有朝阳岩、柳子庙和迴龙塔等三个名胜古迹(如图所示). 其中柳子庙坐落在潇水之西的柳子街上, 始建于1056年, 是永州人民为纪念唐宋八大家之一的柳宗元而筑建. 现有三位游客分别参观这三个景点, 为了使这三位游客参观完景点后步行返回旅游车上所走的路程总和最短. 那么, 旅游车等候这三位游客的最佳地点应在()



- A. 朝阳岩
B. 柳子庙
C. 迴龙塔
D. 朝阳岩和迴龙塔这段路程的中间位置

16. (3分) 如图, 一枚棋子放在七角棋盘的第0号角, 现依逆时针方向移动这枚棋子, 其各步依次移动1, 2, 3, ..., n 个角, 如第一步从0号角移动到第1号角, 第二步从第1号角移动到第3号角, 第三步从第3号角移动到第6号角, 若这枚棋子不停地移动下去, 则这枚棋子永远不能到达的角的个数是()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

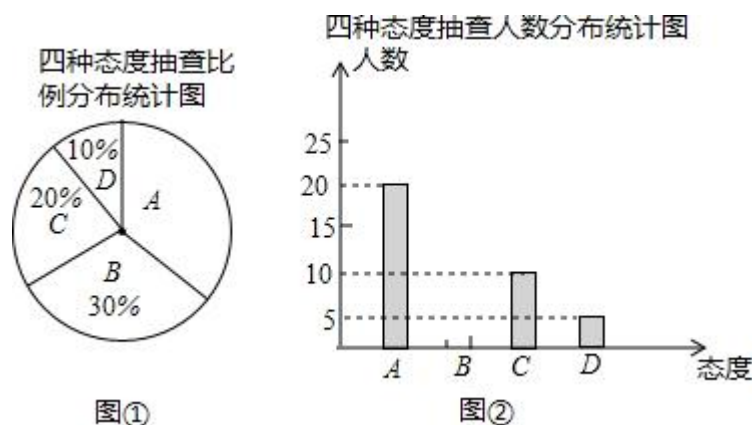
三、解答题(共9小题, 满分72分)

17. (6分) 计算: $6\tan 30^\circ - |-\sqrt{12}| + (-1)^{2012} + \left(\frac{1}{\pi}\right)^0$.

18. (6分) 解方程: $(x-3)^2 - 9 = 0$.

19. (6分) 先化简, 再求代数式 $(\frac{a+1}{a^2-1} + 1) \cdot \frac{a^2-2a+1}{a}$ 的值, 其中 $a=2$.

20. (8分) 为保证学生上学安全, 学校打算在今年下期采购一批校车, 为此, 学校安排学生会在全校 300 名走读学生中对购买校车的态度进行了一次抽样调查, 并根据抽样调查情况绘制了如图统计图.



走读学生对购买校车的四种态度如下:

A. 非常希望, 决定以后就坐校车上学

B. 希望, 以后也可能坐校车上学

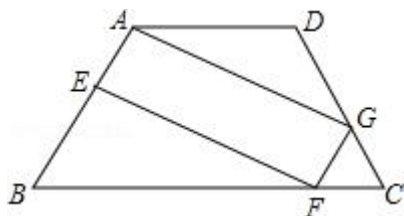
C. 随便, 反正不会坐校车上学

D. 反对, 因家离学校近不会坐校车上学

(1) 由图①知 A 所占的百分比为_____, 本次抽样调查共调查了_____名走读学生, 并完成图②;

(2) 请你估计学校走读学生中至少会有多少名学生乘坐校车上学 (即 A 态度的学生人数).

21. (8分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 、 G 分别在边 AB 、 BC 、 CD 上, 且 $AE = GF = GC$. 求证: 四边形 $AEFG$ 为平行四边形.



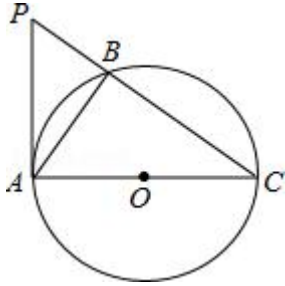
22. (8分) 某公司计划 2012 年在甲、乙两个电视台播放总时长为 300 分钟的广告, 已知甲、乙两电视台的广告收费标准分别为 500 元/分钟和 200 元/分钟. 该公司的广告总费用为 9 万元, 预计甲、乙两个电视台播放该公司的广告能给该公司分别带来 0.3 万元/分钟和 0.2 万元/分钟的收益, 问该公司在甲、乙两个电视台播放广告的时长应分别为多少分钟? 预

计甲、乙两电视台 2012 年为此公司所播放的广告将给该公司带来多少万元的总收益？

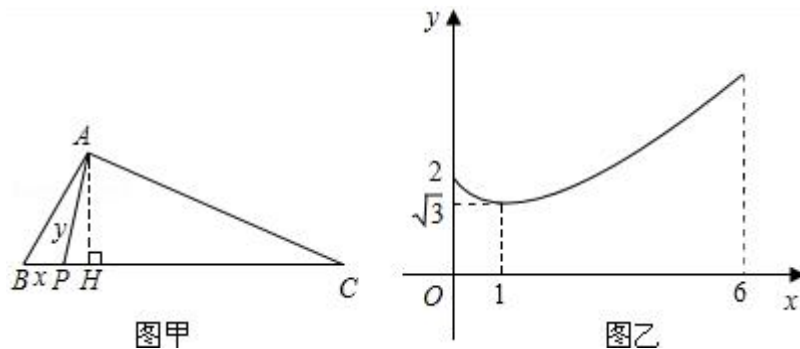
23. (10 分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, PA 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, 连接 PC 交 $\odot O$ 于点 B , 连接 AB , 且 $PC = 10$, $PA = 6$.

求: (1) $\odot O$ 的半径;

(2) $\cos \angle BAC$ 的值.



24. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 P 从 B 点开始出发向 C 点运动, 在运动过程中, 设线段 AP 的长为 y , 线段 BP 的长为 x (如图甲), 而 y 关于 x 的函数图象如图乙所示. $Q(1, \sqrt{3})$ 是函数图象上的最低点. 请仔细观察甲、乙两图, 解答下列问题.



(1) 请直接写出 AB 边的长和 BC 边上的高 AH 的长;

(2) 求 $\angle B$ 的度数;

(3) 若 $\triangle ABP$ 为钝角三角形, 求 x 的取值范围.

25. (10 分) 如图所示, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $A(2, 0)$ 和 $B(4, 3)$, l 为过点 $(0, -2)$ 且与 x 轴平行的直线, $P(m, n)$ 是该二次函数图象上的任意一点, 过 P 作 $PH \perp l$, H 为垂足.

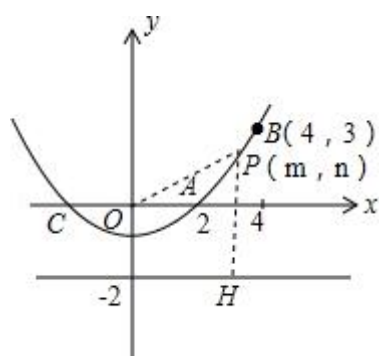
(1) 求二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的解析式;

(2) 请直接写出使 $y < 0$ 的对应的 x 的取值范围;

(3) 对应当 $m = 0$, $m = 2$ 和 $m = 4$ 时, 分别计算 $|PO|^2$ 和 $|PH|^2$ 的值. 由此观察其规律, 并猜想一个结论, 证明对于任意实数 m , 此结论成立;

(4) 试问是否存在实数 m 可使 $\triangle POH$ 为正三角形? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在,

请说明理由.



2012 年湖南省永州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】根据相反数的概念解答即可.

【解答】解：根据相反数的定义，得 -2012 的相反数是 2012 . 故答案为 2012 .

【点评】本题主要考查相反数的意义，只有符号不同的两个数互为相反数， a 的相反数是 $-a$.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 7298000000000 有 13 位，所以可以确定 $n = 13 - 1 = 12$.

【解答】解： $7\,298\,000\,000\,000 = 7.298 \times 10^{12}$.

故答案为： 7.298×10^{12} .

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 n 值是关键.

3. 【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解：共有 4 张牌，正面是中心对称图形的情况有 2 种，即 B 、 C ，所以摸出的图形是中心对称图形的纸牌的概率是： $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

故答案： $\frac{1}{2}$.

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

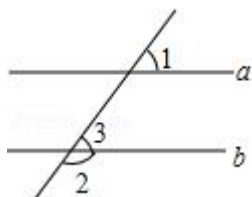
4. 【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle 3$ 的度数，再由两角互补的性质即可得出结论.

【解答】解： $\because a \parallel b$ ， $\angle 1 = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 45^\circ，$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

故答案为： 135 .



【点评】本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

5. 【分析】先根据一次函数 $y = -x+1$ 中 $k = -1$, $b = 1$ 判断出函数图象经过的象限, 进而可得出结论.

【解答】解: $\because$ 一次函数 $y = -x+1$ 中 $k = -1 < 0$, $b = 1 > 0$,

$\therefore$ 此函数的图象经过一、二、四象限, 不经过第三象限.

故答案为: 三.

【点评】本题考查的是一次函数的性质, 即一次函数 $y = kx+b$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 函数图象经过一、二、四象限.

6. 【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 根据平行四边形的对角线互相平分、对边相等, 即可得 $OB = OD$, $AB = CD$, $AD = BC$, 又由 $OE \perp BD$, 即可得 OE 是 BD 的垂直平分线, 然后根据线段垂直平分线的性质, 即可得 $BE = DE$, 又由 $\triangle CDE$ 的周长为 10, 即可求得平行四边形 $ABCD$ 的周长.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OB = OD$, $AB = CD$, $AD = BC$,

$\because OE \perp BD$,

$\therefore BE = DE$,

$\because \triangle CDE$ 的周长为 10,

即 $CD+DE+EC = 10$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为: $AB+BC+CD+AD = 2(BC+CD) = 2(BE+EC+CD) = 2(DE+EC+CD) = 2 \times 10 = 20$.

故答案为: 20.

【点评】此题考查了平行四边形的性质与线段垂直平分线的性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想与转化思想的应用.

7. 【分析】首先求得扇形的圆心角 BOC 的度数, 然后求得扇形的弧长, 利用弧长等于圆的底面周长求得圆锥的底面圆的半径即可.

【解答】解: $\because \angle A = 45^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$

$\therefore$ 扇形 BOC 的弧长为 $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi$,

设圆锥的底面半径为 r , 则 $2\pi r = 2\pi$

解得 $r = 1$,

故答案为 1.

【点评】本题考查了圆锥的计算，解题的关键是正确的进行圆锥的有关元素和扇形的有关元素之间的转化.

8. 【分析】由于 $3 - 1 = 2$, $7 - 3 = 4$, $13 - 7 = 6$, $\dots$, 由此得出相邻两数之差依次大 2, 故 13 的后一个数比 13 大 8.

【解答】解：由数字规律可知，第四个数 13，设第五个数为 x ,

则 $x - 13 = 8$, 解得 $x = 21$, 即第五个数为 21,

故答案为：21.

【点评】本题考查了数字变化规律类问题. 关键是确定等差数列的公差为 2.

二、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. 【分析】利用科学记算器按照按键顺序进行计算即可.

【解答】解：按照 5 、 x^2 、 $+$ 、 2 、 y^x 、 3 的按键顺序计算后显示结果为 33,

故选：B.

【点评】本题要求同学们能熟练应用计算器，熟悉计算器的各个按键的功能，会用科学记算器进行计算.

10. 【分析】俯视图是从物体的上面看得到的视图，仔细观察各个简单几何体，便可得出选项.

【解答】解：A、圆柱的俯视图为矩形，故本选项正确；

B、圆锥的俯视图为圆，故本选项错误；

C、三棱柱的俯视图为三角形，故本选项错误；

D、三棱锥的俯视图为三角形，故本选项错误.

故选：A.

【点评】本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图. 本题比较简单.

11. 【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个.

【解答】解：将图表中的数据按从小到大排列：20, 22, 22, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 27, 30,

其中数据 22 出现了三次，出现的次数最多，为众数；24 处在第 6 位，为中位数.

所以这组数据的众数是 22，中位数是 24.

故选：B.

【点评】本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 一些学生往往对这些概念掌握不清楚而误选其它选项. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

12. 【分析】根据绝对值非负数的性质解答.

【解答】解：根据绝对值的性质，为非负实数的是 $|-a|$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了绝对值非负数的性质，是基础题，熟记绝对值非负数是解题的关键.

13. 【分析】去分母根据的是等式的性质 2，方程的两边乘以最简公分母，即可将分式方程转化为整式方程.

【解答】解：方程的两边同乘 $(x-1)$ ，得

$$2-x=x-1.$$

故选：D.

【点评】本题主要考查了等式的性质和解分式方程，注意：去分母时，不要漏乘不含分母的项.

14. 【分析】分别根据二次根式的乘法、同底数幂的乘法、解一元一次不等式及反比例函数的性质对各选项进行逐一判断即可.

【解答】解：A、当 $a < 0$ ， $b < 0$ 时， $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$ ，故本选项错误；

B、符合同底数幂的乘法法则，故选项正确；

C、不等式 $2-x > 1$ 的解集为 $x < 1$ ，故本选项错误；

D、当 $x > 0$ 时，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的函数值 y 随自变量 x 取值的增大而增大，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查的是二次根式的乘法、同底数幂的乘法、解一元一次不等式及反比例函数的性质，熟知以上知识是解答此题的关键.

15. 【分析】设朝阳岩距离柳子庙的路程为 5，柳子庙距离迴龙塔的路程为 8，则迴龙塔距离朝阳岩的路程为 13，然后对四个答案进行比较即可.

【解答】解：设朝阳岩距离柳子庙的路程为 5，柳子庙距离迴龙塔的路程为 8，则迴龙塔距离朝阳岩的路程为 13，

A、当旅游车停在朝阳岩时，总路程为 $5+13=18$ ；

B、当旅游车停在柳子庙时，总路程为 $5+8=13$ ；

C、当旅游车停在迴龙塔时，总路程为 $13+8=21$ ；

D、当旅游车停在朝阳岩和迴龙塔这段路程的中间时，总路程大于 13.

故路程最短的是旅游车停在柳子庙时，

故选：B.

【点评】本题考查了直线、射线及线段的有关知识，用特殊值的方法比较容易说出来.

16. 【分析】因棋子移动了 k 次后走过的总格数是 $1+2+3+\cdots+k=\frac{1}{2}k(k+1)$ ，然后根据题目中所给的第 k 次依次移动 k 个顶点的规则，可得到不等式最后求得解.

【解答】解：因棋子移动了 k 次后走过的总格数是 $1+2+3+\cdots+k=\frac{1}{2}k(k+1)$ ，应停在第 $\frac{1}{2}k(k+1)-7p$ 格，

这时 P 是整数，且使 $0 \leq \frac{1}{2}k(k+1)-7p \leq 6$ ，分别取 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 时，

$\frac{1}{2}k(k+1)-7p=1, 3, 6, 3, 1, 0, 0$ ，发现第 2, 4, 5 格没有停棋，

若 $7 < k \leq 10$ ，设 $k=7+t$ ($t=1, 2, 3$) 代入可得， $\frac{1}{2}k(k+1)-7p=7m+\frac{1}{2}t(t+1)$ ，

由此可知，停棋的情形与 $k=t$ 时相同，

故第 2, 4, 5 格没有停棋，

即：这枚棋子永远不能到达的角的个数是 3.

故选：D.

【点评】本题考查理解题意能力，关键是知道棋子所停的规则，找到规律，然后得到不等式求解.

三、解答题（共 9 小题，满分 72 分）

17. 【分析】分别进行绝对值、零指数幂，然后代入 $\tan 30^\circ$ 的值，继而合并运算即可.

【解答】解：原式 $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 1 + 1$

$= 2$.

【点评】此题考查了实数的运算、零指数幂及特殊角的三角函数值，属于基础题，掌握各部分的运算法则是关键.

18. 【分析】这个式子先移项，变成 $(x-3)^2=9$ ，从而把问题转化为求 9 的平方根.

【解答】解：移项得： $(x-3)^2=9$,

开平方得： $x-3=\pm 3$,

则 $x-3=3$ 或 $x-3=-3$,

解得： $x_1=6$, $x_2=0$.

【点评】本题考查了直接开平方法解一元二次方程，运用整体思想，会把被开方数看成整体.

19. 【分析】将第一个因式括号中的第一项分母利用平方差公式分解因式，约分化为最简分式，然后通分并利用同分母分式的加法法则计算，第二个因式的分子利用完全平方公式分解因式，约分后得到最简结果，将 a 的值代入化简后的式子中计算，即可得到原式的值.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left(\frac{a+1}{a^2-1} + 1 \right) \cdot \frac{a^2-2a+1}{a} \\ &= \left[\frac{a+1}{(a+1)(a-1)} + 1 \right] \cdot \frac{(a-1)^2}{a} \\ &= \left(\frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a-1} \right) \cdot \frac{(a-1)^2}{a} \\ &= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a} \\ &= a-1, \end{aligned}$$

当 $a=2$ 时，原式 $= 2-1=1$.

【点评】此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式，约分时分式的分子分母出现多项式，应将多项式分解因式后再约分.

20. 【分析】(1) 用 1 减去 B 、 C 、 D 的百分比，得出 A 所占的百分比，用 A 的人数 $\div A$ 的百分比，得出调查的走读生数；

(2) 用 $300 \times A$ 所占的百分比，得出学校走读学生中乘坐校车上学的人数.

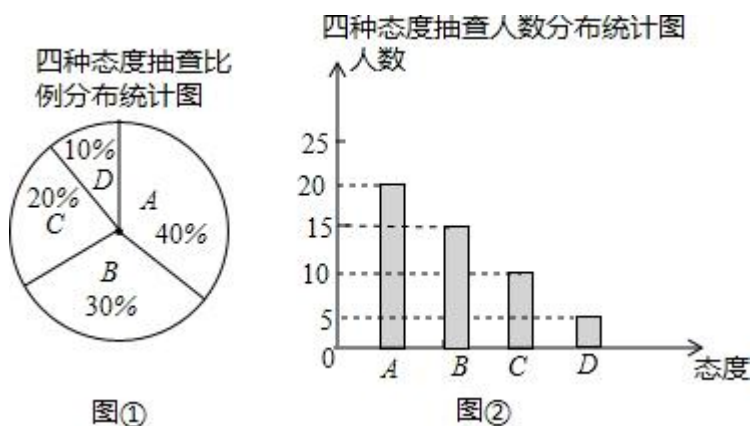
【解答】解：(1) A 所占的百分比为 $1-30\%-20\%-10\%=40\%$,

调查的走读生数为 $20 \div 40\% = 50$ 人，

其中态度 B 为 $50-20-10-5=15$,

故答案为：40%，50；

(2) 估计学校走读学生中乘坐校车上学的人数至少为： $300 \times 40\% = 120$ 人.



【点评】 本题考查了条形统计图，扇形统计图，用样本估计总体. 读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

21. **【分析】** 由等腰梯形的性质可得出 $\angle B = \angle C$, 再根据等边对等角的性质得到 $\angle C = \angle GFC$, 所以 $\angle B = \angle GFC$, 故可得出 $AB \parallel GF$, 再由 $AE = GF$ 即可得出结论.

【解答】 证明： $\because$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形， $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because GF = GC,$$

$$\therefore \angle GFC = \angle C,$$

$$\therefore \angle GFC = \angle B,$$

$$\therefore AB \parallel GF,$$

$$\text{又} \because AE = GF,$$

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是平行四边形.

【点评】 本题考查的是等腰梯形的性质及平行四边形的判定定理，根据题意得出 $AB \parallel GF$ 是解答此题的关键.

22. **【分析】** 设公司在甲电视台和乙电视台做广告的时间分别为 x 分钟和 y 分钟，则根据广告总时长及总费用可得出 x 和 y 的值，继而代入也可得出总收益.

【解答】 解：设公司在甲电视台和乙电视台做广告的时间分别为 x 分钟和 y 分钟，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} x+y=300 \\ 500x+200y=90000 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=100 \\ y=200 \end{cases},$$

即该公司在甲电视台做 100 分钟广告，在乙电视台做 200 分钟广告.

此时公司收益为 $100 \times 0.3 + 200 \times 0.2 = 70$ 万元.

答：该公司在甲电视台做 100 分钟广告，在乙电视台做 200 分钟广告，甲、乙两电视台 2012 年为此公司所播放的广告将给该公司带来 70 万元的总收益.

【点评】此题考查了二元一次方程组的应用，属于基础题，关键是仔细审题，得出题意中的两个等量关系，然后运用方程的思想进行解题.

23. 【分析】(1) 由 AC 是 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，根据切线的性质，即可得 $\angle PAC = 90^\circ$ ，又由 $PC = 10$ ， $PA = 6$ ，利用勾股定理即可求得 AC 的值，继而求得 $\odot O$ 的半径；
- (2) 由 AC 是 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，根据圆周角定理与切线的性质，即可得 $\angle ABC = \angle PAC = 90^\circ$ ，又由同角的余角相等，可得 $\angle BAC = \angle P$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle PAC$ 中，求得 $\cos \angle P$ 的值，即可得 $\cos \angle BAC$ 的值.

【解答】解：(1) $\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore CA \perp PA,$$

$$\text{即 } \angle PAC = 90^\circ,$$

$$\because PC = 10, PA = 6,$$

$$\therefore AC = \sqrt{PC^2 - PA^2} = 8,$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } 4;$$

(2) $\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径， PA 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle ABC = \angle PAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P + \angle C = 90^\circ, \angle BAC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle P,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PAC \text{ 中, } \cos \angle P = \frac{PA}{PC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \cos \angle BAC = \frac{3}{5}.$$

【点评】此题考查了切线的性质、圆周角定理、勾股定理以及三角函数的定义. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想与转化思想的应用.

24. 【分析】(1) 当 x 取 0 时， y 的值即是 AB 的长度，图乙函数图象的最低点的 y 值是 AH 的值.

(2) 当点 P 运动到点 H 时，此时 $BP(H) = 1$ ， $AH = \sqrt{3}$ ，在 $\text{RT}\triangle ABH$ 中，可得出 $\angle B$

的度数.

(3) 分两种情况进行讨论, ① $\angle APB$ 为钝角, ② $\angle BAP$ 为钝角, 分别确定 x 的范围即可.

【解答】解: (1) 当 $x=0$ 时, y 的值即是 AB 的长度, 故 $AB=2$;

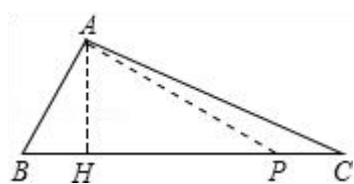
图乙函数图象的最低点的 y 值是 AH 的值, 故 $AH=\sqrt{3}$;

(2) 在 $RT\triangle ABH$ 中, $AH=\sqrt{3}$, $BH=1$, $\tan \angle B=\sqrt{3}$,

故 $\angle B=60^\circ$.

(3) ①当 $\angle APB$ 为钝角时, 此时可得 $0 < x < 1$;

②当 $\angle BAP$ 为钝角时, 过点 A 作 $AP \perp AB$,



$$\text{则 } BP = \frac{AB}{\cos \angle B} = 4,$$

即当 $4 < x \leq 6$ 时, $\angle BAP$ 为钝角.

综上可得 $0 < x < 1$ 或 $4 < x \leq 6$ 时 $\triangle ABP$ 为钝角三角形.

【点评】此题考查了动点问题的函数图象, 有一定难度, 解答本题的关键是结合图象及函数图象得出 AB 、 AH 的长度, 第三问需要分类讨论, 注意不要漏解.

25. **【分析】**(1) 根据二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $A(2, 0)$ 和 $B(4, 3)$, 待定系数法求出 a 和 b 的值, 抛物线的解析式即可求出;

(2) 令 $y = ax^2 + bx - 1 = 0$, 解出 x 的值, 进而求出使 $y < 0$ 的对应的 x 的取值范围;

(3) 分别求出当 $m=0$, $m=2$ 和 $m=4$ 时, 分别计算 $|PO|^2$ 和 $|PH|^2$ 的值. 然后观察其规律, 再进行证明;

(4) 由 (3) 知 $OP=PH$, 只要 $OH=OP$ 成立, $\triangle POH$ 为正三角形, 求出 $|OP|$ 、 $|OH|$ 含有 m 和 n 的表达式, 令两式相等, 求出 m 和 n 的值.

【解答】解: (1) $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象过点 $A(2, 0)$ 和 $B(4, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b-1=0 \\ 16a+4b-1=3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{4}, b = 0,$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = \frac{1}{4}x^2 - 1;$$

$$(2) \text{ 令 } y = \frac{1}{4}x^2 - 1 = 0,$$

解得 $x = -2$ 或 $x = 2$,

由图象可知当 $-2 < x < 2$ 时 $y < 0$;

$$(3) \text{ 当 } m = 0 \text{ 时, } |PO|^2 = 1, |PH|^2 = 1;$$

$$\text{当 } m = 2 \text{ 时, } P \text{ 点的坐标为 } (2, 0), |PO|^2 = 4, |PH|^2 = 4,$$

$$\text{当 } m = 4 \text{ 时, } P \text{ 点的坐标为 } (4, 3), |PO|^2 = 25, |PH|^2 = 25,$$

由此发现 $|PO|^2 = |PH|^2$,

$$\text{设 } P \text{ 点坐标为 } (m, n), \text{ 即 } n = \frac{1}{4}m^2 - 1$$

$$|OP|^2 = m^2 + n^2,$$

$$|PH|^2 = n^2 + 4n + 4 = n^2 + m^2,$$

故对于任意实数 m , $|PO|^2 = |PH|^2$;

(4) 由 (3) 知 $OP = PH$, 只要 $OH = OP$ 成立, $\triangle POH$ 为正三角形,

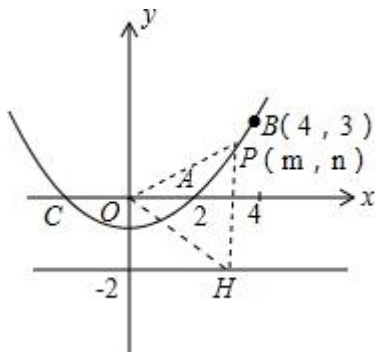
$$\text{设 } P \text{ 点坐标为 } (m, n), |OP|^2 = m^2 + n^2,$$

$$|OH|^2 = 4 + m^2,$$

$$|OP|^2 = |OH|^2, \text{ 即 } n^2 = 4, \text{ 解得 } n = \pm 2,$$

$$\text{当 } n = -2 \text{ 时, } n = \frac{1}{4}m^2 - 1 \text{ 不符合条件,}$$

故 $n = 2$, $m = \pm 2\sqrt{3}$ 时可使 $\triangle POH$ 为正三角形.



【点评】 本题主要考查二次函数的综合题, 解答本题的关键是熟练掌握二次函数的图形特征和性质, 特别是 (3) 问的解答很关键, 是解答 (4) 问的垫脚石, 此题难度一般.

