

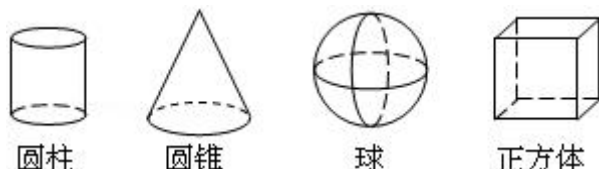
2012 年湖南省张家界市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）-2012 的相反数是（ ）

- A. -2012 B. 2012 C. $-\frac{1}{2012}$ D. $\frac{1}{2012}$

2.（3 分）下面四个几何体中，左视图是四边形的几何体共有（ ）

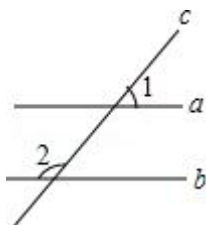


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3.（3 分）下列不是必然事件的是（ ）

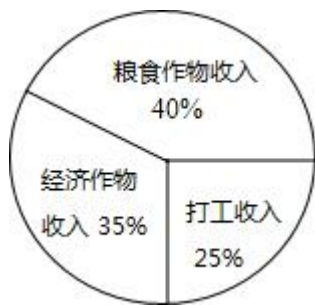
- A. 角平分线上的点到角两边的距离相等
B. 三角形任意两边之和大于第三边
C. 面积相等的两个三角形全等
D. 三角形内心到三边距离相等

4.（3 分）如图，直线 a 、 b 被直线 c 所截，下列说法正确的是（ ）



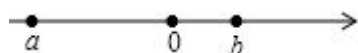
- A. 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时，一定有 $a \parallel b$
B. 当 $a \parallel b$ 时，一定有 $\angle 1 = \angle 2$
C. 当 $a \parallel b$ 时，一定有 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$
D. 当 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 时，一定有 $a \parallel b$

5.（3 分）某农户一年的总收入为 50000 元，如图是这个农户收入的扇形统计图，则该农户的经济作物收入为（ ）



- A. 20000 元 B. 12500 元 C. 15500 元 D. 17500 元

6. (3 分) 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 且 $|a| > |b|$, 则化简 $\sqrt{a^2} - |a+b|$ 的结果为()

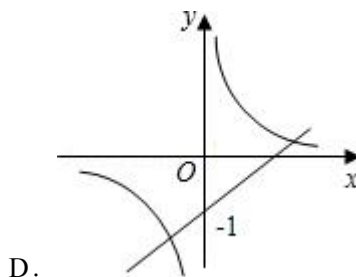
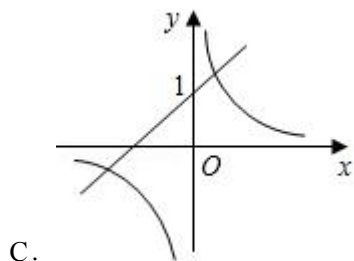
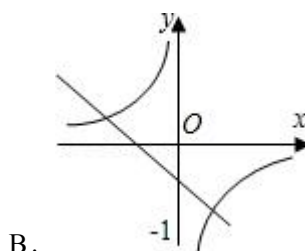
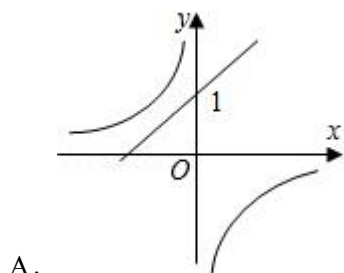


- A. $2a+b$ B. $-2a+b$ C. b D. $2a-b$

7. (3 分) 顺次连接矩形四边中点所得的四边形一定是()

- A. 正方形 B. 矩形 C. 菱形 D. 等腰梯形

8. (3 分) 当 $a \neq 0$ 时, 函数 $y = ax+1$ 与函数 $y = \frac{a}{x}$ 在同一坐标系中的图象可能是()



二、填空题(共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) 分解因式: $8a^2 - 2 =$ _____.

10. (3 分) 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似且面积比为 $4:25$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为_____.

11. (3 分) 一组数据是 4、 x 、5、10、11 共有五个数, 其平均数为 7, 则这组数据的众数是_____.

12. (3 分) 2012 年 5 月底, 三峡电站三十二台机组全部投产发电, 三峡工程圆满实现 2250 万千瓦的设计发电能力. 据此, 三峡电站每天能发电约 540000000 度, 用科学记数法表

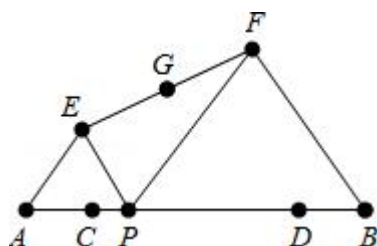
示应为_____度.

13. (3分) 已知 m 和 n 是方程 $2x^2 - 5x - 3 = 0$ 的两根, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ _____.

14. (3分) 已知圆锥的底面直径和母线长都是 10cm , 则圆锥的侧面积为_____.

15. (3分) 已知 $(x-y+3)^2 + \sqrt{2-y} = 0$, 则 $x+y =$ _____.

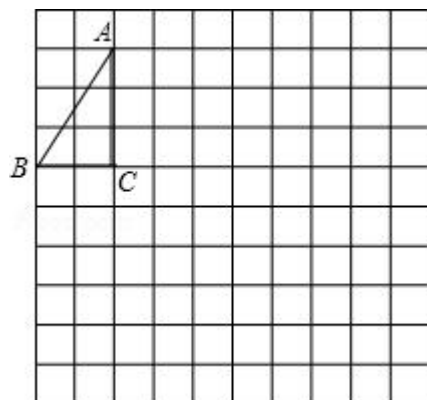
16. (3分) 已知线段 $AB = 6$, C 、 D 是 AB 上两点, 且 $AC = DB = 1$, P 是线段 CD 上一动点, 在 AB 同侧分别作等边三角形 APE 和等边三角形 PBF , G 为线段 EF 的中点, 点 P 由点 C 移动到点 D 时, G 点移动的路径长度为_____.



三、解答题 (共 9 小题, 满分 72 分)

17. (6分) 计算: $(2012-\pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + |\sqrt{3}-2| + 3\tan 30^\circ$.

18. (6分) 如图, 在方格纸中, 以格点连线为边的三角形叫格点三角形, 请按要求完成下列操作: 先将格点 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 C_1 点旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$.



19. (6分) 先化简: $\frac{2a-4}{a^2-4} \div \frac{2a}{a+2} + 1$, 再用一个你最喜欢的数代替 a 计算结果.

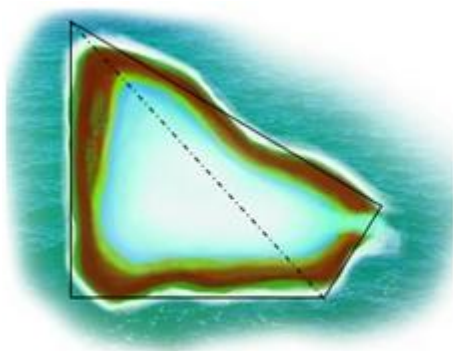
20. (8分) 第七届中博会于 2012 年 5 月 18 日至 20 日在湖南召开, 设立了长沙、株洲、湘潭和张家界 4 个会展区, 聪聪一家用两天时间参观两个会展区: 第一天从 4 个会展区中随机选择一个, 第二天从余下 3 个会展区中再随机选择一个, 如果每个会展区被选中的机会均等.

(1) 请用画树状图或列表的方法表示出所有可能出现的结果;

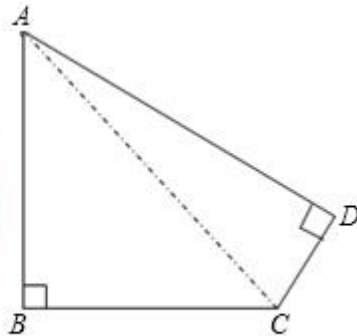
(2) 求聪聪一家第一天参观长沙会展区, 第二天参观张家界会展区的概率;

(3) 求张家界会展区被选中的概率.

21. (8分) 黄岩岛是我国南海上的一个岛屿, 其平面图如图甲所示, 小明据此构造出该岛的一个数学模型如图乙所示, 其中 $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $AB = BC = 15$ 千米, $CD = 3\sqrt{2}$ 千米, 请据此解答如下问题:



图甲



图乙

(1) 求该岛的周长和面积; (结果保留整数, 参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)

(2) 求 $\angle ACD$ 的余弦值.

22. (8分) 某公园出售的一次性使用门票, 每张 10 元, 为了吸引更多游客, 新近推出购买“个人年票”的售票活动 (从购买日起, 可供持票者使用一年). 年票分 A、B 两类: A 类年票每张 100 元, 持票者每次进入公园无需再购买门票; B 类年票每张 50 元, 持票者进入公园时需再购买每次 2 元的门票. 某游客一年中进入该公园至少要超过多少次时, 购买 A 类年票最合算?

23. (8分) 阅读材料: 对于任何实数, 我们规定符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义是 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. 例如:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2, \quad \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (-2) \times 5 - 4 \times 3 = -22.$$

(1) 按照这个规定, 请你计算 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ 的值;

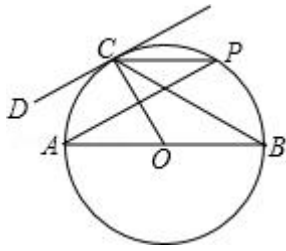
(2) 按照这个规定, 请你计算: 当 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 时, $\begin{vmatrix} x+1 & 2x \\ x-1 & 2x-3 \end{vmatrix}$ 的值.

24. (10分) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB = 4$, C 为圆周上一点, $AC = 2$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 DC , P 点为优弧 $\widehat{CBA}$ 上一动点 (不与 A 、 C 重合).

(1) 求 $\angle APC$ 与 $\angle ACD$ 的度数;

(2) 当点 P 移动到 CB 弧的中点时, 求证: 四边形 $OBPC$ 是菱形.

(3) P 点移动到什么位置时, $\triangle APC$ 与 $\triangle ABC$ 全等, 请说明理由.



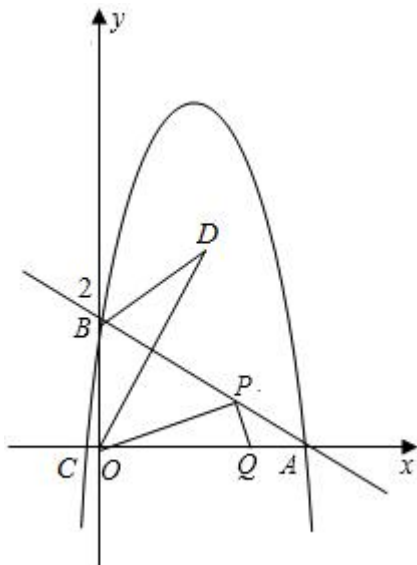
25. (12分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与 x 轴交于 C 、 A 两点, 与 y 轴交于点 B , 点 O 关于直线 AB 的对称点为 D .

(1) 分别求出点 A 、点 C 的坐标;

(2) 求直线 AB 的解析式;

(3) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点 D , 求 k 的取值;

(4) 现有两动点 P 、 Q 同时从点 A 出发, 分别沿 AB 、 AO 方向向 B 、 O 移动, 点 P 每秒移动 1 个单位, 点 Q 每秒移动 $\frac{1}{2}$ 个单位, 设 $\triangle POQ$ 的面积为 S , 移动时间为 t , 问: 在 P 、 Q 移动过程中, S 是否存在最大值? 若存在, 求出这个最大值, 并求出此时的 t 值; 若不存在, 请说明理由.



2012 年湖南省张家界市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】据相反数的性质，互为相反数的两个数和为 0，采用逐一检验法求解即可．

【解答】解：根据概念， $(-2012 \text{ 的相反数}) + (-2012) = 0$ ，则 -2012 的相反数是 2012．

故选：B．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号：

一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．

2. 【分析】四个几何体的左视图：圆柱是矩形，圆锥是等腰三角形，球是圆，正方体是正方形，由此可确定答案．

【解答】解：因为圆柱的左视图是矩形，圆锥的左视图是等腰三角形，球的左视图是圆，正方体的左视图是正方形，

所以，左视图是四边形的几何体是圆柱和正方体，故选：B．

【点评】考查立体图形的左视图，考查学生的观察能力．

3. 【分析】必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件．据此判断即可解答．

【解答】解：A、为必然事件，不符合题意；

B、为必然事件，不符合题意；

C、为不确定事件，面积相等的三角形不一定对应边相等、对应角相等，故不一定全等，符合题意；

D、为必然事件，不符合题意．

故选：C．

【点评】本题主要考查必然事件、不可能事件、随机事件的概念，理解概念是解决基础题的主要方法．

用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

4. 【分析】根据平行线的判定定理与性质对各选项进行逐一判断即可．

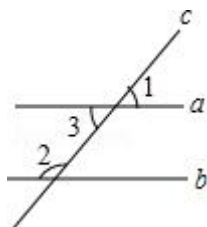
【解答】解：A、若 $\angle 1 = \angle 2$ 不符合 $a \parallel b$ 的条件，故本选项错误；

B、若 $a \parallel b$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 1$ 不一定等于 $\angle 2$ ，故本选项错误；

C、若 $a \parallel b$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，故本选项错误；

D、如图，由于 $\angle 1 = \angle 3$ ，当 $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$ 时， $a \parallel b$ ，所以当 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 时，一定有 $a \parallel b$ ，故本选项正确．

故选：D．



【点评】本题考查的是平行线的判定与性质，熟知平行线的判定定理与性质是解答此题的关键．

5. 【分析】因为某农户一年的总收入为 50000 元，利用扇形图可知该农户的经济作物收入占 35%，所以该农户的经济作物收入的钱数为：总收入 $\times$ 经济作物收入所占的百分比，求出得数即为结果．

【解答】解： $\because$ 某农户一年的总收入为 50000 元，利用扇形图可知该农户的经济作物收入占 35%，

$$\therefore 50000 \times 35\% = 17500 \text{ (元)}.$$

故选：D．

【点评】本题考查了扇形统计图，扇形统计图表现部分占整体的百分比，根据总收入 $\times$ 经济作物收入所占的百分比可求出解是解题关键．

6. 【分析】现根据数轴可知 $a < 0$ ， $b > 0$ ，而 $|a| > |b|$ ，那么可知 $a + b < 0$ ，再结合二次根式的性质、绝对值的计算进行化简计算即可．

【解答】解：根据数轴可知， $a < 0$ ， $b > 0$ ，

则 $a + b < 0$ ，

$$\text{原式} = -a - [- (a + b)] = -a + a + b = b.$$

故选：C．

【点评】本题考查了二次根式的化简和性质、实数与数轴，解题的关键是注意开方结果是非负数、以及绝对值结果的非负性．

7. 【分析】因为题中给出的条件是中点，所以可利用三角形中位线性质，以及矩形对角线相等去证明四条边都相等，从而说明是一个菱形．

【解答】解：连接 AC、BD，

在 $\triangle ABD$ 中，

$$\because AH = HD, AE = EB$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BD,$$

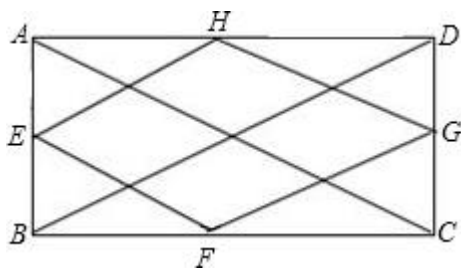
$$\text{同理 } FG = \frac{1}{2}BD, HG = \frac{1}{2}AC, EF = \frac{1}{2}AC,$$

又 $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $AC = BD$,

$$\therefore EH = HG = GF = FE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为菱形.

故选: C.



【点评】 本题考查了菱形的判定, 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法: ①定义, ②四边相等, ③对角线互相垂直平分.

8. **【分析】** 分 $a > 0$ 和 $a < 0$ 两种情况讨论, 分析出两函数图象所在象限, 再在四个选项中找到正确图象.

【解答】 解: 当 $a > 0$ 时, $y = ax + 1$ 过一、二、三象限, $y = \frac{a}{x}$ 过一、三象限;

当 $a < 0$ 时, $y = ax + 1$ 过一、二、四象限, $y = \frac{a}{x}$ 过二、四象限;

故选: C.

【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的图象和性质, 解题的关键是明确在同一 a 值的前提下图象能共存.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. **【分析】** 先提取公因式 2, 再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案.

【解答】 解: $8a^2 - 2$,

$$= 2(4a^2 - 1),$$

$$= 2(2a + 1)(2a - 1).$$

故答案为: $2(2a + 1)(2a - 1)$.

【点评】 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式. 注意分解要彻底.

10. **【分析】** 根据相似三角形的面积的比等于相似比的平方, 可直接得出结果.

【解答】解：因为 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比等于相似比的平方，

因为 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 4 : 25 = \left(\frac{2}{5}\right)^2$ ，所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的相似比为 $2 : 5$ 。

【点评】本题比较容易，考查相似三角形的性质．利用相似三角形的性质时，要注意相似比的顺序，同时也不能忽视面积比与相似比的关系．相似比是联系周长、面积、对应线段等的媒介，也是相似三角形计算中常用的一个比值．

11. 【分析】首先根据平均数算出 x 的值，再根据众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数，可得答案．

【解答】解： $(4+x+5+10+11) \div 5 = 7$ ，

解得： $x = 5$ ，

根据众数的定义可得这组数据的众数是 5 ，

故答案为： 5 ．

【点评】此题主要考查了平均数与众数，关键是根据平均数的求法算出 x 的值．

12. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 540000000 用科学记数法表示为： 5.4×10^8 ．

故答案为： 5.4×10^8 ．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

13. 【分析】利用根与系数的关系可以求得 $m+n = -\frac{b}{a}$ ， $m \cdot n = \frac{c}{a}$ 代入代数式求解即可．

【解答】解： $\because m$ 和 n 是方程 $2x^2 - 5x - 3 = 0$ 的两根，

$$\therefore m+n = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}, \quad m \cdot n = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5}{3}$$

故答案为 $-\frac{5}{3}$ ．

【点评】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是牢记根与系数的关系并对代数式进行正确的变形．

14. 【分析】根据圆锥的侧面积 = 底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$ 求出即可．

【解答】解：∵底面圆的半径为 5cm ，则底面周长 $= 10\pi\text{cm}$ ，

$$\therefore \text{圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \times 10\pi \times 10 = 50\pi\text{cm}^2.$$

故答案为： $50\pi\text{cm}^2$ 。

【点评】本题考查了圆锥的计算，利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解是解题关键。

15. 【分析】根据非负数的性质列出方程求出 x 、 y 的值，代入所求代数式计算即可。

【解答】解：∵ $(x-y+3)^2 + \sqrt{2-y} = 0$ ，

$$\therefore \begin{cases} x-y+3=0 \\ 2-y=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ ，

则 $x+y = -1+2 = 1$ ，

故答案为 1。

【点评】本题考查了非负数的性质，利用该性质建立关于 x 、 y 的方程组是解题的关键。

16. 【分析】分别延长 AE 、 BF 交于点 H ，易证四边形 $EPFH$ 为平行四边形，得出 G 为 PH 中点，则 G 的运行轨迹为三角形 HCD 的中位线 MN 。再求出 CD 的长，运用中位线的性质求出 MN 的长度即可。

【解答】解：如图，分别延长 AE 、 BF 交于点 H 。

$$\because \angle A = \angle FPB = 60^\circ,$$

$$\therefore AH \parallel PF,$$

$$\because \angle B = \angle EPA = 60^\circ,$$

$$\therefore BH \parallel PE,$$

∴ 四边形 $EPFH$ 为平行四边形，

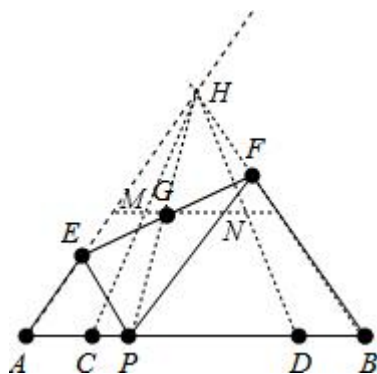
∴ EF 与 HP 互相平分。

∵ G 为 EF 的中点，

∴ G 为 PH 中点，即在 P 的运动过程中， G 始终为 PH 的中点，所以 G 的运行轨迹为三角形 HCD 的中位线 MN 。

$$\because CD = 6 - 1 - 1 = 4,$$

$$\therefore MN = 2, \text{ 即 } G \text{ 的移动路径长为 } 2.$$



【点评】 本题考查了等腰三角形及中位线的性质，以及动点问题，是中考的热点．

三、解答题（共 9 小题，满分 72 分）

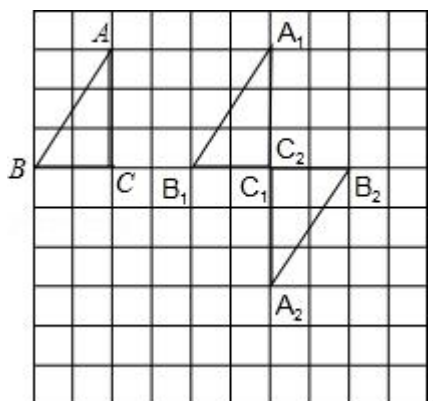
17. 【分析】 利用零指数幂、负指数幂、绝对值以及特殊角的三角函数值的知识，即可求得答案．

【解答】 解：原式 $= 1 - 3 + 2 - \sqrt{3} + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= -\sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 0.$

【点评】 此题考查实数的混合运算．此题难度不大，注意解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值等考点的运算．

18. 【分析】 将 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位后，横坐标变为 $x+4$ ，而纵坐标不变，所以点 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标可知，确定坐标点连线即可画出图形，将 $\triangle ABC$ 中的各点 A 、 B 、 C 旋转 180° 后，得到相应的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 ，连接各对应点即得 $\triangle A_2B_2C_2$ ．

【解答】 解：如图所示：



【点评】 本题主要考查了图形的平移变换及旋转变换．关键是要懂得左右平移点的纵坐标不变，而上下平移时点的横坐标不变，平移变换是中考的常考点．

19. 【分析】 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再选取合适的 a 的值代入进行计算即可．

【解答】解：原式 = $\frac{2(a-2)}{(a+2)(a-2)} \times \frac{a+2}{2a} + 1$
 $= \frac{1}{a} + 1$

$\because a \neq 0, a \neq \pm 2,$

$\therefore a$ 可以等于 1,

当 $a = 1$ 时, 原式 = $1 + 1 = 2$.

【点评】 本题考查的是分式的化简求值, 在解答此题时要注意 a 不能取 0、2、-2.

20. 【分析】 (1) 根据题意列表或画树状图, 即可求得所有可能出现的结果;

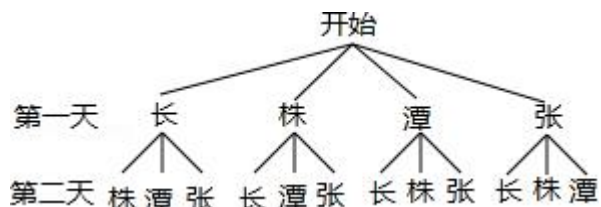
(2) 根据 (1) 可求得聪聪一家第一天参观长沙会展区, 第二天参观张家界会展区的情况, 然后利用概率公式求解即可求得答案;

(3) 根据 (1) 可求得张家界会展区被选中的情况, 然后利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解: (1) 列表得:

	长	株	潭	张
第 1 天 第 2 天				
长		株 - 长	潭 - 长	张 - 长
株	长 - 株		潭 - 株	张 - 株
潭	长 - 潭	株 - 潭		张 - 潭
张	长 - 张	株 - 张	潭 - 张	

画树状图得:



则可得共有 12 种等可能的结果; ... (4 分)

(2) $\because$ 聪聪一家第一天参观长沙会展区, 第二天参观张家界会展区的就 1 种情况,

$\therefore$ 聪聪一家第一天参观长沙会展区, 第二天参观张家界会展区的概率为: $\frac{1}{12}$ (6

分)

答：聪聪一家第一天参观长沙会展区，第二天参观张家界会展区的概率为 $\frac{1}{12}$ 。

(3) $\because$ 张家界会展区被选中的有 6 种情况，

$\therefore$ 张家界会展区被选中的概率为： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。... (8 分)

答：张家界会展区被选中的概率为 $\frac{1}{2}$ 。

【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率的知识。列表法或树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比。

21. **【分析】** (1) 连接 AC ，根据 $AB = BC = 15$ 千米， $\angle B = 90^\circ$ 得到 $\angle BAC = \angle ACB = 45^\circ$ $AC = 15\sqrt{2}$ 千米，再根据 $\angle D = 90^\circ$ 利用勾股定理求得 AD 的长后即可求周长和面积；
(2) 直接利用余弦的定义求解即可。

【解答】 解：(1) 连接 AC

$$\because AB = BC = 15 \text{ 千米}, \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACB = 45^\circ \quad AC = 15\sqrt{2} \text{ 千米}$$

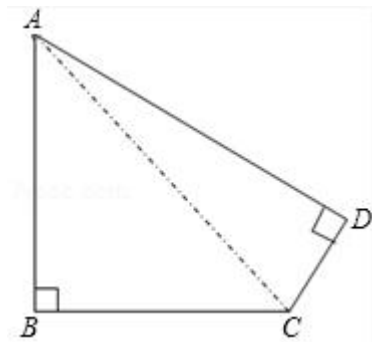
$$\text{又} \because \angle D = 90^\circ$$

$$\therefore AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{(15\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 12\sqrt{3} \text{ (千米)}$$

$$\therefore \text{周长} = AB + BC + CD + DA = 30 + 3\sqrt{2} + 12\sqrt{3} = 30 + 4.242 + 20.784 \approx 55 \text{ (千米)}$$

$$\text{面积} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = 112.5 + 18\sqrt{6} \approx 157 \text{ (平方千米)}$$

$$(2) \cos \angle ACD = \frac{CD}{AC} = \frac{3\sqrt{2}}{15\sqrt{2}} = \frac{1}{5} \dots (8 \text{ 分})$$



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，与时事相结合提高了同学们解题的兴趣，解

题的关键是从实际问题中整理出直角三角形并求解.

22. 【分析】由于购买 A 年票首先要花 100 元, 以后就不用再花钱了, 那么可让另外两种种购票方式所花的费用大于等于 100, 可得不等式组, 然后根据得到的自变量的取值范围, 判断除至少超过多少次, 购买 A 才合算.

【解答】解: 设某游客一年中进入该公园 x 次, 依题意得不等式组:

$$\begin{cases} 10x > 100 & \text{①} \\ 50 + 2x > 100 & \text{②} \end{cases},$$

解①得: $x > 10$,

解②得: $x > 25$,

$\therefore$ 不等式组的解集是: $x > 25$.

答: 某游客一年进入该公园至少超过 25 次时, 购买 A 类年票合算.

【点评】此题主要考查了不等式组的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系.

23. 【分析】(1) 根据符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义得到 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 5 \times 8 - 7 \times 6$, 然后进行实数的乘法运算, 再进行实数的减法运算即可;

(2) 利用配方法解方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 得 $x = 2$, 则 $\begin{vmatrix} x+1 & 2x \\ x-1 & 2x-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$, 然后根据符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义得到 $3 \times 1 - 4 \times 1$, 再进行实数的运算.

【解答】解: (1) $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 5 \times 8 - 7 \times 6 = -2$;

(2) 由 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 得 $(x - 2)^2 = 0$,

$\therefore x = 2$,

$\therefore \begin{vmatrix} x+1 & 2x \\ x-1 & 2x-3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \times 1 - 4 \times 1 = -1$.

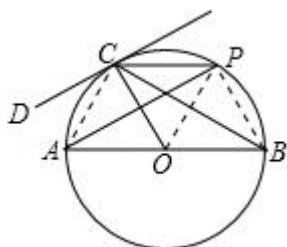
【点评】本题考查了实数的运算: 先进行乘方或开方运算, 再进行乘除运算, 然后进行加减运算. 也考查了配方法解一元二次方程以及阅读理解能力.

24. 【分析】(1) 连接 AC , 由直径 $AB = 4$, 得到半径 $OA = OC = 2$, 又 $AC = 2$, 得到 $AC = OC = OA$, 即三角形 AOC 为等边三角形, 可得出三个内角都为 60° , 再由同弧所对的圆心角等于所对圆周角的 2 倍, 得到 $\angle APC$ 为 30° , 由 CD 为圆 O 的切线, 得到 OC 垂直于 CD , 可得出 $\angle OCD$ 为直角, 用 $\angle OCD - \angle OCA$ 可得出 $\angle ACD$ 的度数;

(2) 由 $\angle AOC$ 为 60° , AB 为圆 O 的直径, 得到 $\angle BOC = 120^\circ$, 再由 P 为 $\widehat{CB}$ 的中点, 得到两条弧相等, 根据等弧对等角, 可得出 $\angle COP = \angle BOP = 60^\circ$, 进而得到三角形 COP 与三角形 BOP 都为等边三角形, 可得出 $OC = OB = PC = PB$, 即四边形 $OBPC$ 为菱形;

(3) P 有两个位置使三角形 APC 与三角形 ABC 全等, 其一: P 与 B 重合时, 显然两三角形全等; 第二: 当 CP 为圆 O 的直径时, 此时两三角形全等, 理由为: 当 CP 与 AB 都为圆的直径时, 根据直径所对的圆周角为直角可得出三角形 ACP 与三角形 ABC 为直角三角形, 由 $AB = CP$, AC 为公共边, 利用 HL 即可得到直角三角形 ACP 与直角三角形 ABC 全等.

【解答】 解: (1) 连接 AC , 如图所示:



$$\because AC = 2, OA = OB = OC = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$$\therefore AC = OA = OC,$$

$\therefore \triangle ACO$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle AOC = \angle ACO = \angle OAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = \frac{1}{2}\angle AOC = 30^\circ,$$

又 DC 与圆 O 相切于点 C ,

$$\therefore OC \perp DC,$$

$$\therefore \angle DCO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle DCO - \angle ACO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ; \cdots (4 \text{ 分})$$

(2) 连接 PB , OP ,

$$\because AB \text{ 为直径, } \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = 120^\circ,$$

当点 P 移动到 CB 的中点时, $\angle COP = \angle POB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle COP$ 和 $\triangle BOP$ 都为等边三角形,

$$\therefore OC = CP = OB = PB,$$

则四边形 $OBPC$ 为菱形; $\cdots (8 \text{ 分})$

(3) 当点 P 与 B 重合时, $\triangle ABC$ 与 $\triangle APC$ 重合, 显然 $\triangle ABC \cong \triangle APC$;

当点 P 继续运动到 CP 经过圆心时, $\triangle ABC \cong \triangle CPA$, 理由为:

$\because CP$ 与 AB 都为圆 O 的直径,

$$\therefore \angle CAP = \angle ACB = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle CPA$ 中,

$$\begin{cases} AB=CP \\ AC=AC \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CPA$ (HL).

综上所述当点 P 与点 B 重合或 CP 经过圆心时, $\triangle APC$ 与 $\triangle ABC$ 全等

【点评】 此题考查切线的性质, 全等三角形的判定与性质, 菱形的判定, 等边三角形的判定与性质, 以及弧、圆心角及弦之间的关系, 熟练掌握性质与判定是解本题的关键.

25. **【分析】** (1) 抛物线的解析式中, 令 $x=0$, 能确定抛物线与 y 轴的交点坐标 (即 B 点坐标); 令 $y=0$, 能确定抛物线与 x 轴的交点坐标 (即 A 、 C 的坐标).

(2) 由 (1) 的结果, 利用待定系数法可求出直线 AB 的解析式.

(3) 欲求出反比例函数的解析式, 需要先得到 D 点的坐标. 已知 A 、 B 的坐标, 易判断出 $\triangle OAB$ 是含特殊角的直角三角形, 结合 O 、 D 关于直线 AB 对称, 可得出 OD 的长, 结合 $\angle DOA$ 的度数, 即可得到 D 点的坐标, 由此得解.

(4) 首先用 t 列出 AQ 、 AP 的表达式, 进而可得到 P 到 x 轴的距离, 以 OQ 为底、 P 到 x 轴的距离为高, 可得到关于 S 、 t 的函数关系式, 根据函数的性质即可得到 S 的最大值及此时 t 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 A 、 C 均在 X 轴上,

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -x^2 + \frac{5}{3}\sqrt{3}x + 2 = 0;$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}, x_2 = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore C\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right), A(2\sqrt{3}, 0).$$

$$\text{令 } x=0, \text{ 得 } y=2,$$

$$\therefore B(0, 2).$$

$$\text{综上, } A(2\sqrt{3}, 0), C\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right).$$

(2) 令直线 AB 的解析式为 $y = k_1x + 2$,

∵点 $A(2\sqrt{3}, 0)$ 在直线上,

$$\therefore 0 = 2\sqrt{3}k_1 + 2$$

$$\therefore k_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2.$$

(3) 由 $A(2\sqrt{3}, 0)$ 、 $B(0, 2)$ 得: $OA = 2\sqrt{3}$, $OB = 2$, $AB = 4$, $\angle BAO = 30^\circ$, $\angle DOA = 60^\circ$;

∵ D 与 O 点关于 AB 对称, $\angle DOA = 60^\circ$,

$$\therefore OD = OA = 2\sqrt{3}$$

∴ D 点的横坐标为 $\sqrt{3}$, 纵坐标为 3, 即 $D(\sqrt{3}, 3)$.

因为 $y = \frac{k}{x}$ 过点 D ,

$$\therefore 3 = \frac{k}{\sqrt{3}},$$

$$\therefore k = 3\sqrt{3}.$$

$$(4) \because AP = t, AQ = \frac{1}{2}t, P \text{ 到 } x \text{ 轴的距离: } AP \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}t, OQ = OA - AQ = 2\sqrt{3} - \frac{1}{2}t;$$

$$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3} - \frac{1}{2}t) \cdot \frac{1}{2}t = -\frac{1}{8}(t - 2\sqrt{3})^2 + \frac{3}{2};$$

$$\text{依题意有, } \begin{cases} t \leq 4 \\ \frac{1}{2}t \leq 2\sqrt{3} \\ t > 0 \end{cases}$$

解得 $0 < t \leq 4$.

$$\therefore \text{当 } t = 2\sqrt{3} \text{ 时, } S \text{ 有最大值为 } \frac{3}{2}.$$

【点评】 该题考查的知识点有: 函数解析式的确定、二次函数的性质、图形面积的解法等, 在解答动点函数问题时, 一定要注意未知数的取值范围.