

2011 年湖南省邵阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题有 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的）

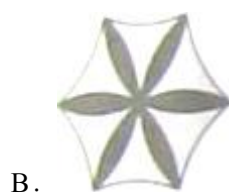
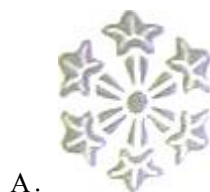
1. (3 分) $-(-2) = (\quad)$

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 4

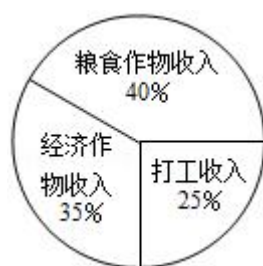
2. (3 分) 如果 $\square \times 3ab = 3a^2b$ ，则 $\square$ 内应填的代数式是 $(\quad)$

- A. ab B. $3ab$ C. a D. $3a$

3. (3 分) 下列图形不是轴对称图形的是 $(\quad)$

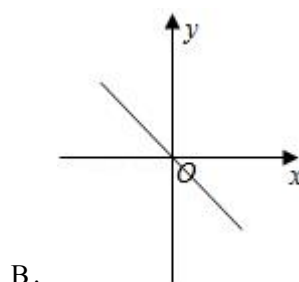
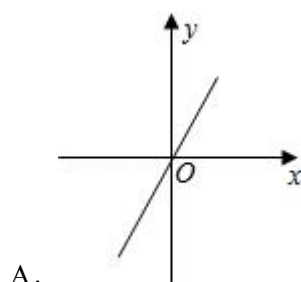


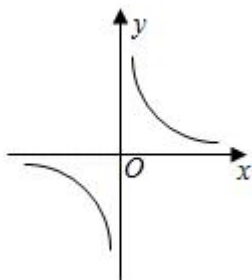
4. (3 分) 如图是某农户 2010 年收入情况的扇形统计图，已知他 2010 年的总收入为 5 万元，则他的打工收入是 $(\quad)$



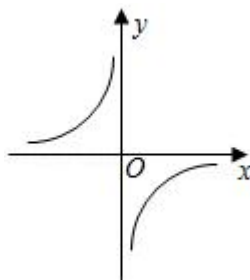
- A. 0.75 万元 B. 1.25 万元 C. 1.75 万元 D. 2 万元

5. (3 分) 已知点 $(1, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象上，则这个反比例函数的大致图象是 $(\quad)$





C.



D.

6. (3分) 地球上水的总储量为 $1.39 \times 10^{18} m^3$ ，但目前能被人们生产、生活利用的水只占总储量的 0.77%，即约为 $0.0107 \times 10^{18} m^3$ ，因此我们要节约用水．请将 $0.0107 \times 10^{18} m^3$ 用科学记数法表示是 ()

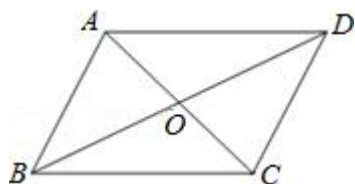
A. $1.07 \times 10^{16} m^3$

B. $0.107 \times 10^{17} m^3$

C. $10.7 \times 10^{15} m^3$

D. $1.07 \times 10^{17} m^3$

7. (3分) 如图所示，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，且 $AB \neq AD$ ，则下列式子不正确的是 ()



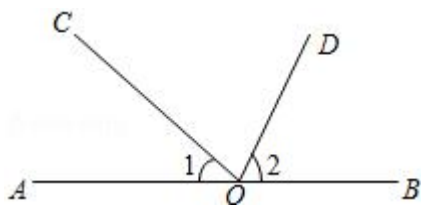
A. $AC \perp BD$

B. $AB = CD$

C. $BO = OD$

D. $\angle BAD = \angle BCD$

8. (3分) 如图所示，已知 O 是直线 AB 上一点， $\angle 1 = 40^\circ$ ， OD 平分 $\angle BOC$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 20°

B. 25°

C. 30°

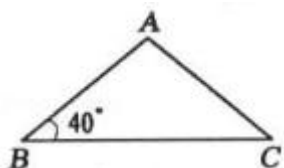
D. 70°

二、填空题 (本大题有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

9. (3分) 在平面直角坐标系中，点 $(1, 3)$ 位于第_____象限.

10. (3分) 因式分解: $a^2 - b^2 =$ _____.

11. (3分) 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____.

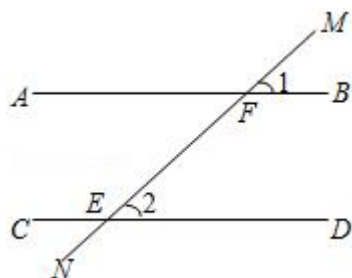


12. (3分) 函数 $y = \sqrt{x} - 1$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

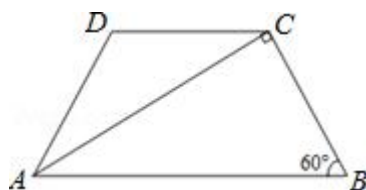
13. (3分) 请写出一个方程的解是 2 的一元一次方程: _____.

14. (3分) 已知粉笔盒内共有 4 支粉笔, 其中有 3 支白色粉笔和 1 支红色粉笔, 每支粉笔除颜色外, 其余均相同, 先从中任取一支粉笔是红色粉笔的概率是_____.

15. (3分) 如图所示, $AB \parallel CD$, MN 分别交 AB 、 CD 于点 F 、 E . 已知 $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2$ = _____ $^\circ$.



16. (3分) 如图所示, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = BC$, $AC \perp BC$, $\angle B = 60^\circ$, $BC = 2\text{cm}$, 则上底 DC 的长是_____ cm .



三、解答题 (本大题有 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

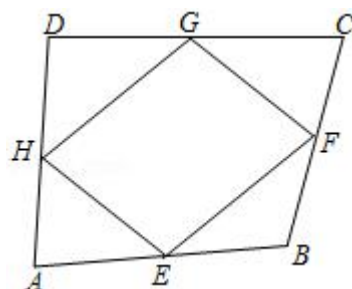
17. (8分) 计算: $2011^0 - \sqrt{4} + |-3|$.

18. (8分) 已知 $\frac{1}{x-1} = 1$, 求 $\frac{2}{x-1} + x - 1$ 的值.

19. (8分) 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 顺次连接 EF 、 FG 、 GH 、 HE .

(1) 请判断四边形 $EFGH$ 的形状, 并给予证明;

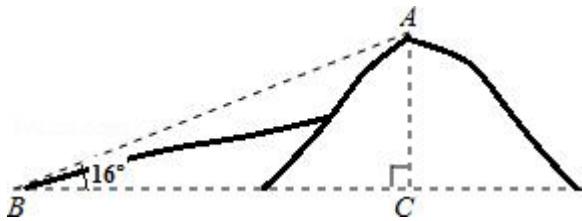
(2) 试添加一个条件, 使四边形 $EFGH$ 是菱形. (写出你添加的条件, 不要求证明)



四、应用题 (本大题有 3 小题, 第 20、21 题每小题 8 分, 第 22 题 10 分, 共 26 分)

20. (8分) 崑山成功列入世界自然遗产名录后, 景区管理部门决定在八角寨架设旅游索道. 设

计人员为了计算索道 AB （索道起点为山脚 B 处，终点为山顶 A 处）的长度，采取了如图所示的测量方法．在 B 处测得山顶 A 的仰角为 16° ，查阅相关资料得山高 $AC = 325$ 米，求索道 AB 的长度．（结果精确到 1 米）（参考数据 $\sin 16^\circ \approx 0.28$ ， $\cos 16^\circ \approx 0.96$ ， $\tan 16^\circ \approx 0.29$ ）

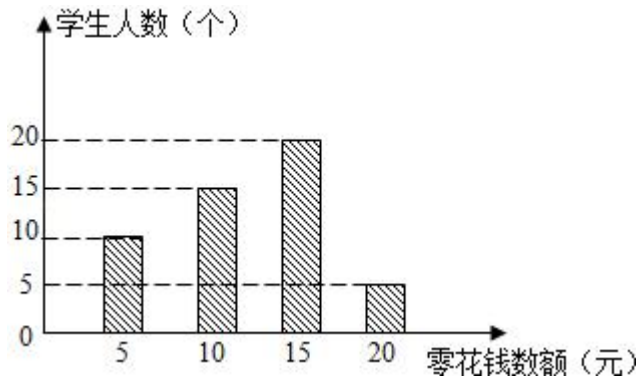


21.（8 分）某教师为了对学生零花钱的使用进行教育指导，对全班 50 名学生每人一周内的零花钱数额进行了调查统计，并绘制了统计表及如图所示的统计图．

零花钱数额（元）	5	10	15	20
学生人数（个）	a	15	20	5

请根据图表中的信息回答以下问题．

- 求 a 的值；
- 求这 50 名学生每人一周内的零花钱数额的众数和平均数．



22.（10 分）为庆祝建党 90 周年，某学校欲按如下规则组建一个学生合唱团参加我市的唱红歌比赛．

规则一：合唱队的总人数不得少于 50 人，且不得超过 55 人．

规则二：合唱队的队员中，九年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{2}$ ，八年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{4}$ ，余下的为七年级学生．

请求出该合唱团中七年级学生的人数．

五、探究题（本大题 10 分）

23.（10 分）数学课堂上，徐老师出示一道试题：

如图 1 所示, 在正三角形 ABC 中, M 是 BC 边 (不含端点 B 、 C) 上任意一点, P 是 BC 延长线上一点, N 是 $\angle ACP$ 的平分线上一点. 若 $\angle AMN = 60^\circ$, 求证: $AM = MN$.

(1) 经过思考, 小明展示了一种正确的证明过程. 请你将证明过程补充完整.

证明: 在 AB 上截取 $EA = MC$, 连接 EM , 得 $\triangle AEM$.

$\because \angle 1 = 180^\circ - \angle AMB - \angle AMN$, $\angle 2 = 180^\circ - \angle AMB - \angle B$, $\angle AMN = \angle B = 60^\circ$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

又 CN 平分 $\angle ACP$, $\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ACP = 60^\circ$. $\therefore \angle MCN = \angle 3 + \angle 4 = 120^\circ \cdots \textcircled{1}$

又 $\because BA = BC$, $EA = MC$, $\therefore BA - EA = BC - MC$, 即 $BE = BM$.

$\therefore \triangle BEM$ 为等边三角形. $\therefore \angle 6 = 60^\circ$.

$\therefore \angle 5 = 180^\circ - \angle 6 = 120^\circ \cdots \textcircled{2}$

$\therefore$ 由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 得 $\angle MCN = \angle 5$.

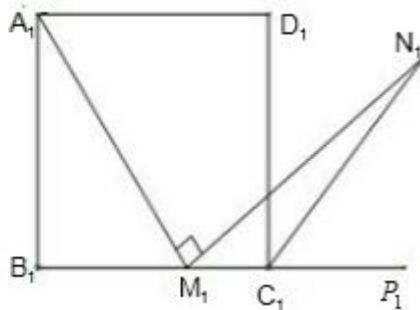
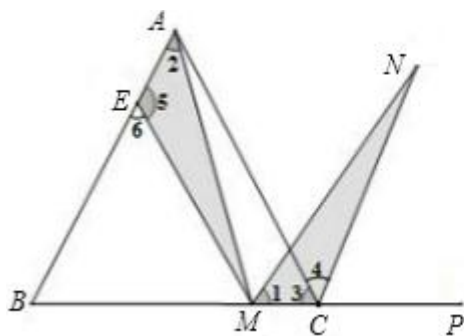
在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle MCN$ 中,

$\therefore$ _____.

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle MCN$ (ASA). $\therefore AM = MN$.

(2) 若将试题中的“正三角形 ABC ”改为“正方形 $A_1B_1C_1D_1$ ”(如图 2), N_1 是 $\angle D_1C_1P_1$ 的平分线上一点, 则当 $\angle A_1M_1N_1 = 90^\circ$ 时, 结论 $A_1M_1 = M_1N_1$ 是否还成立? (直接写出答案, 不需要证明)

(3) 若将题中的“正三角形 ABC ”改为“正多边形 $A_nB_nC_nD_n \cdots X_n$ ”, 请你猜想: 当 $\angle A_nM_nN_n =$ _____ $^\circ$ 时, 结论 $A_nM_n = M_nN_n$ 仍然成立? (直接写出答案, 不需要证明)



六、综合题 (本大题 12 分)

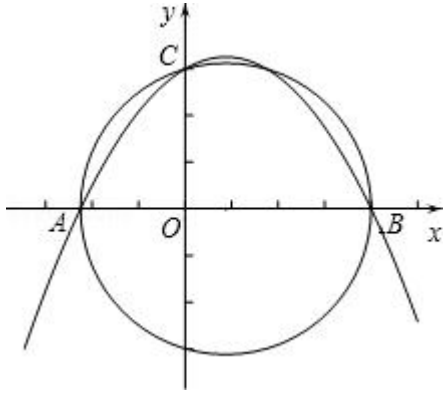
24. (12 分) 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-\frac{9}{4}, 0)$, 点 $C(0, 3)$,

点 B 是 x 轴上一点 (位于点 A 的右侧), 以 AB 为直径的圆恰好经过点 C .

(1) 求 $\angle ACB$ 的度数;

(2) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过 A 、 B 两点, 求抛物线的解析式;

(3) 线段 BC 上是否存在点 D , 使 $\triangle BOD$ 为等腰三角形? 若存在, 则求出所有符合条件的点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2011 年湖南省邵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题有 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】 $-(-2)$ 表示 -2 的相反数，根据相反数的意义得出结果.

【解答】解：由相反数的意义，得 $-(-2) = 2$.

故选：B.

【点评】本题考查了相反数的概念. 关键是理解算式的意义.

2. 【分析】已知积和其中一个因式，求另外一个因式，可用积除以已知因式，得所求因式.

【解答】解： $\because a \times 3ab = 3a^2b$,

$\therefore \square = a$.

故选：C.

【点评】本题考查了单项式与单项式相乘，熟练掌握运算法则是解题的关键.

3. 【分析】根据轴对称图形的概念，把一个图形沿着某条直线折叠，两边能够重合的图形是轴对称图形.

【解答】解：根据轴对称的概念：把一个图形沿着某条直线折叠，两边能够重合的图形是轴对称图形.

A. 是轴对称图形；故此选项正确；

B. 是轴对称图形；故此选项正确；

C. 是中心对称图形；故此选项错误；

D. 是轴对称图形；故此选项正确；

故选：C.

【点评】此题主要考查了轴对称图形的定义，注意轴对称和轴对称图形的区别：轴对称指的是两个图形；轴对称图形指的是一个图形.

4. 【分析】因为 2010 年的总收入为 5 万元，则打工收入占 25%，所以打工收入的钱数为：总收入 $\times$ 打工所占的百分比，求出数即为结果.

【解答】解： $\because$ 2010 年的总收入为 5 万元，则打工收入占 25%，

$\therefore 5 \times 25\% = 1.25$ （万元）.

故选：B.

【点评】 本题考查了扇形统计图，扇形统计图表现部分占整体的百分比，根据总收入和打工所占的百分比可求出解．

5. 【分析】 先根据反比例函数图象的特点排除 A 、 B ，再 $k = xy$ 的特点求出 k 的值，再由反比例函数图象的特点即可进行解答．

【解答】 解： $\because$ 此函数是反比例函数，

$\therefore$ 此函数图象为双曲线，

$\therefore A$ 、 B 错误；

$\because$ 点 $(1, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象上，

$\therefore k = 1 \times 1 = 1$ ，

$\therefore$ 此反比例函数的图象在一、三象限，

$\therefore C$ 正确．

故选： C ．

【点评】 本题考查的是反比例函数图象的特点，解答此题的关键是熟知反比例函数的图象是双曲线．

6. 【分析】 先根据科学记数法的方法求出 n 的值，再用科学记数法表示即可．

【解答】 解： $\because 0.0107 \times 10^{18}$ 写成原数为： 107 000 000 000 000 00，

$\therefore n = 17 - 1 = 16$ ，

$\therefore 0.0107 \times 10^{18} m^3$ 用科学记数法表示是 $1.07 \times 10^{16} m^3$ ．

故选： A ．

【点评】 本题考查的是科学记数法，能根据题意把 0.0107×10^{18} 写成原数是解答此题的关键．

7. 【分析】 根据平行四边形的性质可知，平行四边形的对边相等，对角线互相平分，两组对角分别相等，由此判断出选项 B 、 C 、 D 正确．再由平行四边形对角线互相平分可知 $OB = OD$ ，利用反证法假设 AC 垂直 BD ，再加上一条公共边，得到两个三角形的全等，由全等三角形的对应边相等得出 $AB = AD$ ，与已知 $AB \neq AD$ 矛盾，故 AC 不能与 BD 垂直，所以判断出选项 A 错误．

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB = CD$ ，则选项 B 正确；

又根据平行四边形的对角线互相平分，

$\therefore BO = OD$ ，则选项 C 正确；

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ ， $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle BCD$ ，则选项 D 正确；

由 $BO = OD$ ，假设 $AC \perp BD$ ，

又 $\because OA = OA$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ADO$ ，

$\therefore AB = AD$ 与已知 $AB \neq AD$ 矛盾，

$\therefore AC$ 不垂直 BD ，则选项 A 错误。

故选：A。

【点评】 本题要求学生对平行四边形性质的熟练掌握及应用，会用反证法进行证明，是一道中档题。

8. **【分析】** 先根据平角的定义求出 $\angle COB$ 的度数，再由 OD 平分 $\angle BOC$ 即可求出 $\angle 2$ 的度数。

【解答】 解： $\because \angle 1 = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle COB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

$\because OD$ 平分 $\angle BOC$ ，

$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$ 。

故选：D。

【点评】 本题考查的是平角的定义及角平分线的定义，熟知以上知识是解答此题的关键。

二、填空题（本大题有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. **【分析】** 根据点的横纵坐标特点，判断其所在象限，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$ 。

【解答】 解： $\because$ 点 $(1, 3)$ 的横纵坐标都为：+，

$\therefore$ 位于第一象限。

故答案为：一。

【点评】 本题考查了各象限内点的坐标的符号，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，

10. 【分析】利用平方差公式直接分解即可求得答案.

【解答】解: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

故答案为: $(a+b)(a-b)$.

【点评】此题考查了平方差公式的应用. 解题的关键是熟记公式.

11. 【分析】根据等腰三角形的性质, $\angle B = \angle C = 50^\circ$, 然后根据三角形内角和定理就可推出 $\angle A$ 的度数

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle B = 40^\circ$,

$\therefore \angle C = 40^\circ$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$.

故答案为 80° .

【点评】本题主要考查等腰三角形的性质和三角形内角和定理的综合应用, 解题的关键是找到等腰三角形的相等的两个底角.

12. 【分析】根据二次根式的意义, 被开方数不能为负数, 据此求解.

【解答】解: 根据题意, 得 $x \geq 0$.

故答案为: $x \geq 0$.

【点评】函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

13. 【分析】可设未知数为 x , 由于 $x = 2$, 那么 $x - 2 = 0$.

【解答】解: 答案不唯一, 例如 $x - 2 = 0$.

故答案为: $x - 2 = 0$.

【点评】解决本题的关键是把未知数看成 2 得到相应等式.

14. 【分析】根据概率即可直接计算从中任取一支粉笔是红色粉笔的概率.

【解答】解: $\because$ 粉笔盒内共有 4 支粉笔, 其中有 3 支白色粉笔和 1 支红色粉笔,

$\therefore$ 从中任取一支粉笔是红色粉笔的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 解题的关键是注意概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 P

$$(A) = \frac{m}{n}.$$

15. 【分析】根据两直线平行，同位角相等，即可求得 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 35^\circ.$$

故答案为： 35° .

【点评】此题考查了平行线的性质. 注意两直线平行，同位角相等.

16. 【分析】由在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AD = BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，即可求得 $\angle DAC = \angle CAB = 30^\circ$ ，又由 $AB \parallel CD$ ，可证得 $\angle DCA = \angle CAB$ ，则可得 $\angle DAC = \angle DCA$ ，即可证得 $CD = AD = BC$ ，问题得解.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ， $AD = BC$ ，

$$\therefore \angle DAB = \angle B = 60^\circ,$$

$$\because AC \perp BC,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\therefore CD = AD = BC = 2cm.$$

故答案为：2.

【点评】此题考查了等腰梯形的性质，以及等腰三角形的判定与性质等知识. 此题难度不大，解题的关键是注意数形结合思想的应用.

三、解答题（本大题有3小题，每小题8分，共24分）

17. 【分析】根据零指数幂、绝对值、二次根式化简3个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解： $2011^0 - \sqrt{4} + |-3|$,

$$= 1 - 2 + 3,$$

= 2.

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

18. 【分析】 根据式子的特点， $x - 1 \neq 0$ ，可得出 $x - 1 = 1$ ，即可求出式子的值．

【解答】 解： $\because \frac{1}{x-1} = 1$,

$\therefore x - 1 = 1$,

$\therefore \frac{2}{x-1} + x - 1 = 2 + 1 = 3$.

【点评】 本题考查了分式的计算，分母不等于 0 的性质，比较简单．

19. 【分析】 (1) 连接 AC 、 BD ，根据三角形的中位线定理得到 $EF \parallel AC$ ， $EF = \frac{1}{2}AC$ ， HG

$\parallel AC$ ， $HG = \frac{1}{2}AC$ ，推出 $EF = HG$ ， $EF \parallel HG$ 即可；

(2) 根据三角形的中位线定理得到 $EF = \frac{1}{2}AC$ ， $GF = \frac{1}{2}BD$ ， $AC = BD$ ，推出 $EF = GF$ ，

由 (1) 即可推出答案．

【解答】 解：(1) 四边形 $EFGH$ 的形状是平行四边形．

证明：连接 AC 、 BD ，

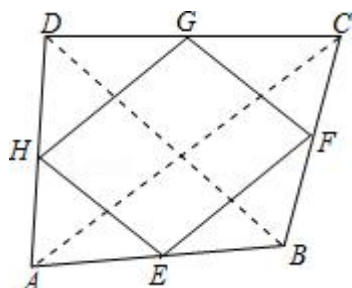
$\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，

$\therefore EF \parallel AC$ ， $EF = \frac{1}{2}AC$ ， $HG \parallel AC$ ， $HG = \frac{1}{2}AC$ ， $GF = \frac{1}{2}BD$ ，

$\therefore EF = HG$ ， $EF \parallel HG$ ，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形．

(2) 添加的条件是 $AC = BD$ ．



【点评】 本题主要考查对三角形的中位线定理，平行四边形的判定，菱形的判定等知识点的理解和掌握，能求出四边形是平行四边形是证此题的关键．

四、应用题 (本大题有 3 小题，第 20、21 题每小题 8 分，第 22 题 10 分，共 26 分)

20. 【分析】首先把此问题转化为解直角三角形问题，运用直角三角函数求解．

【解答】解：如图：Rt△ABC 中，AC = 325 米，∠B = 16°

$$\therefore \sin 16^\circ = \frac{AC}{AB},$$

$$\sin 16^\circ \approx 0.28,$$

$$\therefore 0.28 = \frac{325}{AB}.$$

$$\therefore AB = 325 \div 0.28 \approx 1161 \text{ 米},$$

答：索道 AB 的长度约为 1161 米．

【点评】此题考查的知识点是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，关键是把实际问题转化为解直角三角形为题．

21. 【分析】（1）用学生总数减去其他学生数即可得到本题答案；

（2）从统计表中找到学生人数最多的小组的零花钱数即为该组数据的众数，用加权平均数计算平均数即可．

【解答】解：（1）总人数 50，所以 $a = 50 - 15 - 5 - 20 = 10$ ；

（2）本周内有 20 人的零花钱是 15 元，出现次数最多，

$$\text{所以众数是 15；} \bar{x} = \frac{5 \times 10 + 10 \times 15 + 15 \times 20 + 20 \times 5}{50} = 12.$$

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

22. 【分析】九年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{2}$ ，八年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{4}$ ，余下的为七年级学生占 $\frac{1}{4}$ ，根据合唱队的总人数不得少于 50 人，且不得超过 55 人，即可列出不等式组，再根据人数必须是整数即可求解．

【解答】解：∵ 九年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{2}$ ，八年级学生占合唱团总人数的 $\frac{1}{4}$ ，则七年级的人数占 $\frac{1}{4}$ ．

设七年级合唱团有 x 人，则合唱团总人数是 $4x$ 人．

根据题意得： $50 \leq 4x \leq 55$ ，

$$\text{则 } \frac{25}{2} \leq x \leq \frac{55}{4},$$

又∵ 人数只能是正整数，

$$\therefore x = 13.$$

答：该合唱团中七年级学生的人数为 13 人.

【点评】本题主要考查了一元一次不等式的应用，正确理解题目中的不等关系是解题的关键.

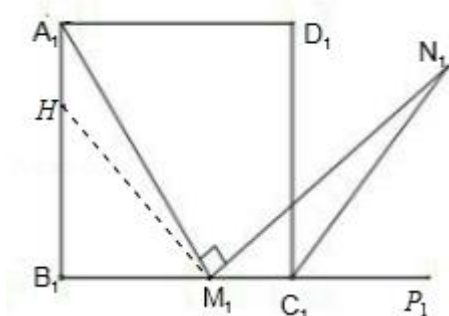
五、探究题（本大题 10 分）

23. 【分析】（1）由 $\triangle AEM \cong \triangle MCN$ 所需角边角条件而得；（2）判断，成立，再截去；（3）当 $n = 3, 4$ 时的度数，来猜想.

【解答】（1）证明：由下一步 $\triangle AEM \cong \triangle MCN$ （ASA）所需条件证得：

$$\angle 1 = \angle 2, AE = MC, \angle MCN = \angle 5;$$

（2）解：成立. 在 A_1B_1 上截取 $A_1H = M_1C_1$;



$$\text{（3）由 } \angle AMN = 60^\circ = \frac{(3-2)}{3} \times 180^\circ, \angle A_1M_1N_1 = 90^\circ = \frac{(4-2)}{4} \times 180^\circ,$$

$$\text{猜想： } \angle A_nM_nN_n = \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ.$$

【点评】本题考查了正方形的性质，（1）由 $\triangle AEM \cong \triangle MCN$ 所需角边角条件来求；（2）判断成立后，再截去；（3）当 n 等于 3, 4 时，得到的度数，从而猜得当 $n = n$ 时的度数.

六、综合题（本大题 12 分）

24. 【分析】（1）根据直径所对的圆周角是直角可以得到 $\angle ACB$ 的度数.

（2）利用三角形相似求出点 B 的坐标，然后把 A, B 两点的坐标代入抛物线求出抛物线的解析式.

（3）分别以 OB 为底边和腰求出等腰三角形中点 D 的坐标.

【解答】解：（1） $\because$ 以 AB 为直径的圆恰好经过点 C ,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$$(2) \because \triangle AOC \sim \triangle COB,$$

$$\therefore OC^2 = AO \cdot OB,$$

$$\because A(-\frac{9}{4}, 0), \text{ 点 } C(0, 3),$$

$$\therefore AO = \frac{9}{4}, OC = 3,$$

$$\text{又} \because CO^2 = AO \cdot OB,$$

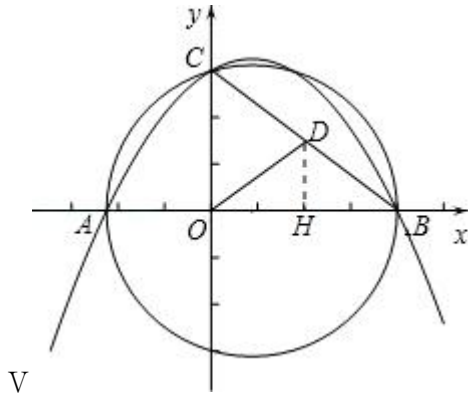
$$\therefore 3^2 = \frac{9}{4}OB,$$

$$\therefore OB = 4,$$

$$\therefore B(4, 0) \text{ 把 } A、B、C \text{ 三点坐标代入得 } y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{12}x + 3.$$

(3) ① $OD = DB$, 如图:

D 在 OB 的中垂线上, 过 D 作 $DH \perp OB$, 垂足是 H , 则 H 是 OB 中点.



$$DH = \frac{1}{2}OC, OH = \frac{1}{2}OB,$$

$$\therefore D(2, \frac{3}{2}).$$

② $BD = BO$, 如图:

过 D 作 $DG \perp OB$, 垂足是 G ,

$$\therefore \frac{BG}{OB} = \frac{BD}{CB} = \frac{DG}{OC},$$

$$\because OB = 4, CB = 5,$$

$$\therefore BD = OB = 4,$$

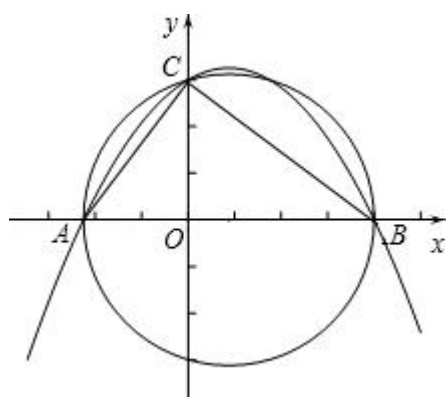
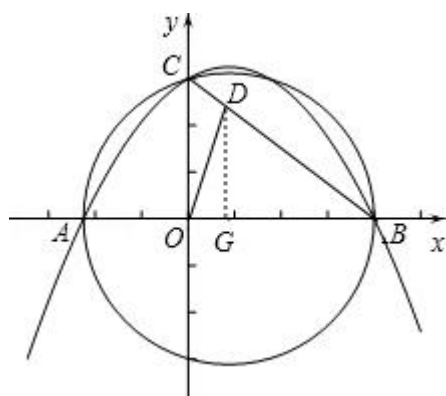
$$\therefore \frac{CD}{CB} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore \frac{BG}{4} = \frac{4}{5} = \frac{DG}{3},$$

$$\therefore BG = \frac{16}{5}, \quad DG = \frac{12}{5},$$

$$\therefore OG = BO - BG = \frac{4}{5},$$

$$\therefore D\left(\frac{4}{5}, \frac{12}{5}\right).$$



【点评】 本题考查的是二次函数的综合题，（1）根据圆周角的性质求出角的度数．（2）用待定系数法求出抛物线的解析式．（3）根据等腰三角形的性质确定点 D 的坐标．