

2011 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

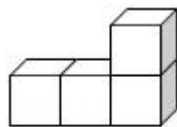
1. (3 分) (2011•衡阳) $\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

2. (3 分) 某市在一次扶贫助残活动中，共捐款 3185800 元，将 3185800 元用科学记数法表示（保留两个有效数字）为 ()

- A. 3.1×10^6 元 B. 3.1×10^5 元 C. 3.2×10^6 元 D. 3.18×10^6 元

3. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



几何体

- A. B. C. D.

4. (3 分) (2011•衡阳) 下列几个图形是国际通用的交通标志，其中不是中心对称图形的是 ()

- A. B. C. D.

5. (3 分) (2011•衡阳) 下列计算，正确的是 ()

- A. $(2x^2)^3 = 8x^6$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $3a^2 \cdot 2a^2 = 6a^2$ D. $(\frac{1}{3})^0 \times 3 = 0$

6. (3 分) (2011•衡阳) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -3$ B. $x \geq -3$ 且 $x \neq 1$ C. $x \neq 1$ D. $x \neq -3$ 且 $x \neq 1$

7. (3 分) (2011•衡阳) 下列说法正确的是 ()

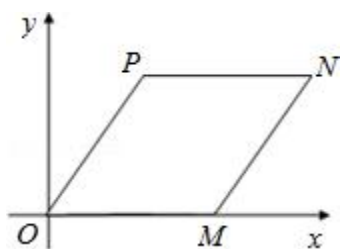
A. 在一次抽奖活动中，“中奖概率是 $\frac{1}{100}$ ”表示抽奖 100 次就一定会中奖

B. 随机抛一枚硬币，落地后正面一定朝上

C. 同时掷两枚均匀的骰子，朝上一面的点数和为 6

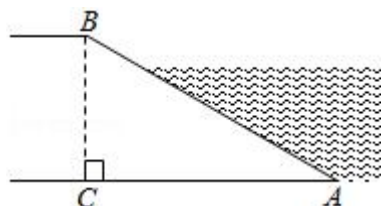
D. 在一副没有大小王的扑克牌中任意抽一张，抽到的牌是 6 的概率是 $\frac{1}{13}$

8. (3 分) (2011•衡阳) 如图所示，在平面直角坐标系中，菱形 MNPO 的顶点 P 的坐标是 (3, 4)，则顶点 M、N 的坐标分别是 ()



- A. M (5, 0), N (8, 4) B. M (4, 0), N (8, 4) C. M (5, 0), N (7, 4) D. M (4, 0), N (7, 4)

9. (3分) (2011•衡阳) 如图所示, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$, 堤高 BC=5m, 则坡面 AB 的长是 ()



- A. 10m B. $10\sqrt{3}$ m C. 15m D. $5\sqrt{3}$ m

10. (3分) (2011•衡阳) 某村计划新修水渠 3600 米, 为了让水渠尽快投入使用, 实际工作效率是原计划工作效率的 1.8 倍, 结果提前 20 天完成任务, 若设原计划每天修水渠 x 米, 则下面所列方程正确的是 ()

- A. $\frac{3600}{x} = \frac{3600}{1.8x}$ B. $\frac{3600}{1.8x} - 20 = \frac{3600}{x}$
C. $\frac{3600}{x} - \frac{3600}{1.8x} = 20$ D. $\frac{3600}{x} + \frac{3600}{1.8x} = 20$

二、填空题 (本大题共 8 各小题, 每小题 3 分, 满分 24 分.)

11. (3分) 计算: $\sqrt{12} + \sqrt{3} =$ _____.

12. (3分) (2011•衡阳) 某一个十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒, 绿灯亮 25 秒, 黄灯亮 5 秒. 当你抬头看信号灯时, 是黄灯的概率是_____.

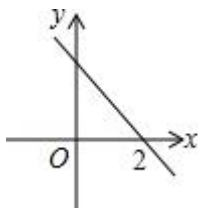
13. (3分) (2011•衡阳) 若 $m - n = 2$, $m + n = 5$, 则 $m^2 - n^2$ 的值为_____.

14. (3分) (2011•衡阳) 甲、乙两台机床生产同一种零件, 并且每天产量相等, 在 6 天中每天生产零件中的次品数依次是: 甲: 3、0、0、2、0、1; 乙: 1、0、2、1、0、2. 则甲、乙两台机床中性能较稳定的是_____.

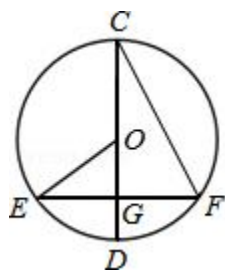
15. (3分) (2011•衡阳) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴的交点坐标为 (2, 0), 则下列说法:

- ① y 随 x 的增大而减小;
② $b > 0$;
③ 关于 x 的方程 $kx + b = 0$ 的解为 $x = 2$.

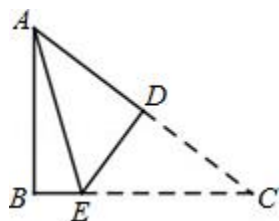
其中说法正确的有_____ (把你认为说法正确的序号都填上).



16. (3分) (2011•衡阳) 如图, $\odot O$ 的直径 CD 过弦 EF 的中点 G , $\angle EOD=40^\circ$, 则 $\angle FCD$ 的度数为_____.



17. (3分) (2011•衡阳) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=3$, $AC=5$, 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使点 C 与点 A 重合, 折痕为 DE , 则 $\triangle ABE$ 的周长为_____.



18. (3分) (2011•衡阳) 如图 1 所示, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 P 从点 B 出发, 沿 BC 、 CD 、 DA 运动至点 A 停止, 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle ABP$ 的面积为 y , 如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

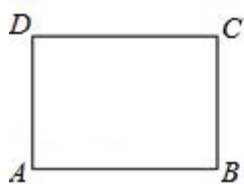


图 1

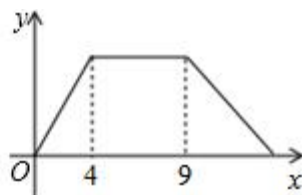


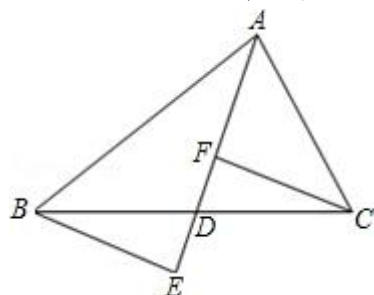
图 2

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (6分) (2011•衡阳) 先化简, 再求值. $(x+1)^2 + x(x-2)$. 其中 $x = -\frac{1}{2}$.

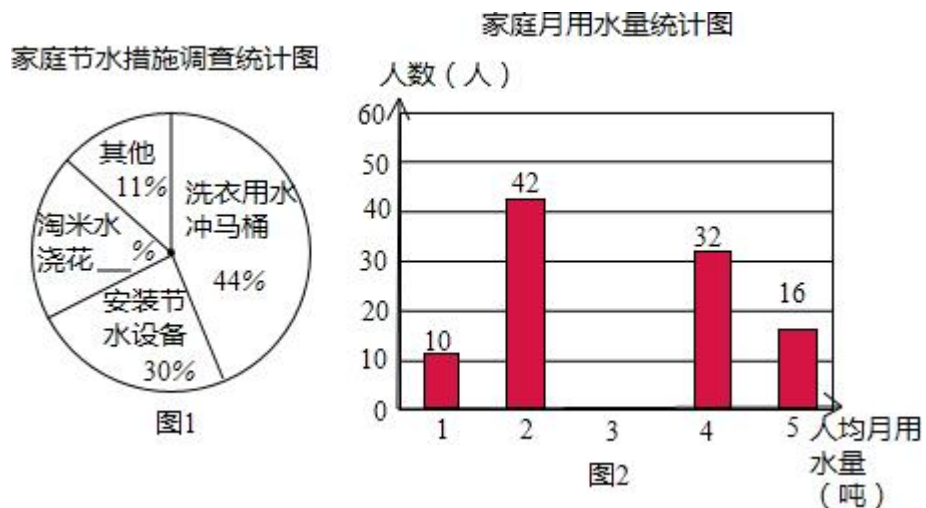
20. (6分) (2011•衡阳) 解不等式组 $\begin{cases} x-3 \leq 0 \\ 3(x-1) - 2(2x-1) < 1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

21. (6分) (2011•衡阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是中线, 分别过点 B 、 C 作 AD 延长线及 AD 的垂线 BE 、 CF , 垂足分别为点 E 、 F . 求证: $BE=CF$.



22. (6分) (2011•衡阳) 李大叔去年承包了10亩地种植甲、乙两种蔬菜, 共获利18000元, 其中甲种蔬菜每亩获利2000元, 乙种蔬菜每亩获利1500元, 李大叔去年甲、乙两种蔬菜各种植了多少亩?

23. (6分) (2011•衡阳) 我国是世界上严重缺水的国家之一, 2011年春季以来, 我省遭受了严重的旱情. 某校为了组织“节约用水从我做起”活动, 随机调查了本校120名同学家庭月人均用水量和节水措施情况, 如图1、图2是根据调查结果做出的统计图的一部分.

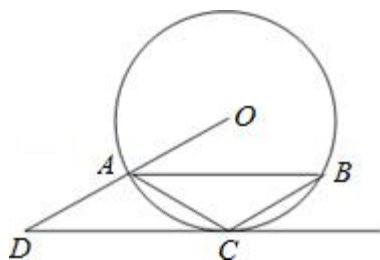


请根据信息解答下列问题:

- (1) 图 1 中淘米水浇花所占的百分比为_____;
- (2) 图 1 中安装节水设备所在的扇形的圆心角度数为_____;
- (3) 补全图 2;
- (4) 如果全校学生家庭总人数为 3000 人, 根据这 120 名同学家庭月人均用水量, 估计全校学生家庭月用水总量是多少吨?

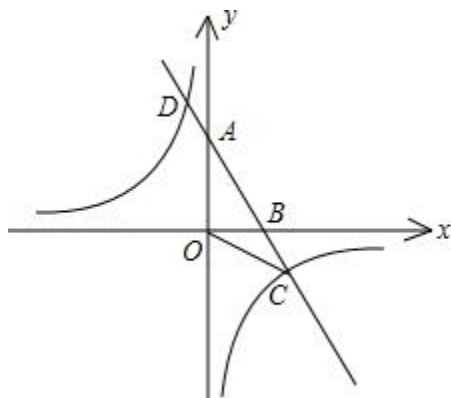
24. (8 分) (2011•衡阳) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $CA=CB$, $CD \parallel AB$ 且与 OA 的延长线交于点 D .

- (1) 判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系并说明理由;
- (2) 若 $\angle ACB=120^\circ$, $OA=2$. 求 CD 的长.



25. (8分) (2011•衡阳) 如图. 已知 A、B 两点的坐标分别为 A (0, $2\sqrt{3}$), B (2, 0). 直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 C 和点 D (-1, a).

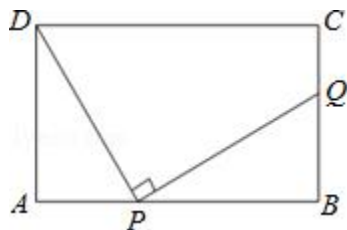
- (1) 求直线 AB 和反比例函数的解析式;
- (2) 求 $\angle ACO$ 的度数;
- (3) 将 $\triangle OBC$ 绕点 O 逆时针方向旋转 α 角 (α 为锐角), 得到 $\triangle OB'C'$, 当 α 为多少时, $OC' \perp AB$, 并求此时线段 AB' 的长.



26. (10分) (2011•衡阳) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AD=4\text{cm}$, $AB=m$ ($m > 4$), 点 P 是 AB 边上的任意一点 (不与点 A、B 重合), 连接 PD, 过点 P 作 $PQ \perp PD$, 交直线 BC 于点 Q.

- (1) 当 $m=10$ 时, 是否存在点 P 使得点 Q 与点 C 重合? 若存在, 求出此时 AP 的长; 若不存在, 说明理由;
- (2) 连接 AC, 若 $PQ \parallel AC$, 求线段 BQ 的长 (用含 m 的代数式表示);

(3) 若 $\triangle PQD$ 为等腰三角形, 求以P、Q、C、D为顶点的四边形的面积S与m之间的函数关系式, 并写出m的取值范围.



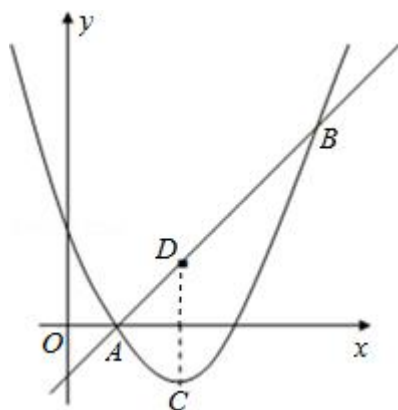
27. (10分) (2011·衡阳) 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - mx + 2m - \frac{7}{2}$.

(1) 试说明: 无论m为何实数, 该抛物线与x轴总有两个不同的交点.

(2) 如图, 当抛物线的对称轴为直线 $x=3$ 时, 抛物线的顶点为点C, 直线 $y=x-1$ 与抛物线交于A、B两点, 并与它的对称轴交于点D.

① 抛物线上是否存在一点P使得四边形ACPD是正方形? 若存在, 求出点P的坐标; 若不存在, 说明理由;

② 平移直线CD, 交直线AB于点M, 交抛物线于点N, 通过怎样的平移能使得以C、D、M、N为顶点的四边形是平行四边形?



2011 年湖南省衡阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. (3 分)

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义求解即可.

【解答】解：根据相反数的定义有： $\frac{1}{5}$ 的相反数是 $-\frac{1}{5}$.

故选 D.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. (3 分)

【考点】科学记数法与有效数字.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 1 048 576 有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$ ．有效数字的计算方法是：从左边第一个不是 0 的数字起，后面所有的数字都是有效数字．

用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关．

【解答】解：3185800 $\approx 3.2 \times 10^6$.

故选 C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法，以及用科学记数法表示的数的有效数字的确定方法．

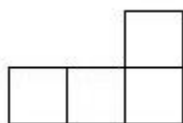
3. (3 分)

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

【解答】解：几何体的主视图是：

故选：A.



【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

4. (3 分)

【考点】中心对称图形；生活中的旋转现象.

【分析】根据中心对称图形的定义解答.

【解答】解：根据中心对称图形的概念，知：A、B、C 都是中心对称图形；D 不是中心对称图形．

故选 D.

【点评】本题考查中心对称图形的概念：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．

5. (3 分)

【考点】同底数幂的除法；幂的乘方与积的乘方；单项式乘多项式；零指数幂.

【分析】幂的乘方，底数不变指数相乘；根据同底数幂的除法，底数不变指数相减；同底数幂的乘法，底数不变指数相加.

【解答】解：A、 $(2x^2)^3=8x^6$ ，幂的乘方，底数不变指数相乘；故本选项正确；

B、 $a^6 \div a^2 = a^3$ ，同底数幂的除法，底数不变指数相减；故本选项错误；

C、 $3a^2 \cdot 2a^2 = 6a^4$ ，同底数幂的乘法，底数不变指数相加；故本选项错误；

D、 $(\frac{1}{3})^0 \times 3 = 1 \times 3 = 3$ ，任何数的零次幂（0除外）都是1；故本选项错误；

故选 A.

【点评】本题考查同底数幂的除法，合并同类项，同底数幂的乘法，幂的乘方很容易混淆，一定要记准法则才能做题.

6. (3分)

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数大于等于0，分母不等于0列式计算即可得解.

【解答】解：根据题意得， $x+3 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$ ，

解得 $x \geq -3$ 且 $x \neq 1$.

故选 B.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

7. (3分)

【考点】概率的意义.

【分析】概率是表征随机事件发生可能性大小的量，是事件本身所固有的不随人的主观意愿而改变的一种属性. 了解了概率的定义，然后找到正确答案.

【解答】解：A、概率是针对数据非常多时，趋近的一个数，所以概率是 $\frac{1}{100}$ ，也不能够说

明是抽100次就能抽到奖. 故本选项错误.

B、随机抛一枚硬币，落地后正面怎么一定朝上呢，应该有两种可能，故本选项错误.

C、同时掷两枚均匀的骰子，朝上一面的点数和有多种可能性，故本选项错误.

D、在一副没有大小王的扑克牌中任意抽一张，抽到6的概率是 $\frac{1}{13}$.

故选 D.

【点评】本题解决的关键是理解概率的意义，以及怎样算出概率.

8. (3分)

【考点】菱形的性质；坐标与图形性质.

【分析】此题可过P作 $PE \perp OM$ ，根据勾股定理求出OP的长度，则M、N两点坐标便不难求出.

【解答】解：过P作 $PE \perp OM$ ，

$\therefore$ 顶点P的坐标是 (3, 4)，

$\therefore OE=3$ ， $PE=4$ ，

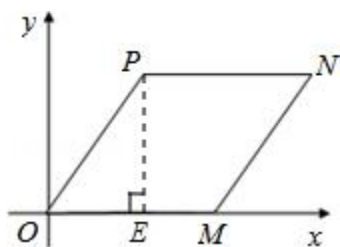
$\therefore OP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

∴点 M 的坐标为 (5, 0),

∵ $5+3=8$,

∴点 N 的坐标为 (8, 4).

故选 A.



【点评】此题考查了菱形的性质，根据菱形的性质和点 P 的坐标，作出辅助线是解决本题的突破口.

9. (3 分)

【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】由河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$, 可得到 $\angle BAC=30^\circ$, 所以求得 $AB=2BC$, 得出答案.

【解答】解: 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1:\sqrt{3}$,

$$\text{即 } \tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

∴ $\angle BAC=30^\circ$,

∴ $AB=2BC=2 \times 5=10\text{m}$,

故选: A.

【点评】此题考查的是解直角三角形的应用, 关键是由已知得出 $\angle BAC=30^\circ$, 再求出 AB.

10. (3 分)

【考点】由实际问题抽象出分式方程.

【分析】本题需先根据题意设出原计划每天修水渠 x 米, 再根据已知条件列出方程即可求出答案.

【解答】解: 设原计划每天修水渠 x 米, 根据题意得:

$$\frac{3600}{x} - \frac{3600}{1.8x} = 20.$$

故选 C.

【点评】本题主要考查了如何由实际问题抽象出分式方程, 在解题时要能根据题意找出等量关系列出方程是本题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 各小题, 每小题 3 分, 满分 24 分.)

11. (3 分)

【考点】二次根式的加减法.

【分析】本题考查了二次根式的加减运算, 应先化为最简二次根式, 再合并同类二次根式.

【解答】解: 原式 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

【点评】同类二次根式是指几个二次根式化简成最简二次根式后, 被开方数相同的二次根式. 二次根式的加减运算, 先化为最简二次根式, 再将被开方数相同的二次根式进行合并. 合并同类二次根式的实质是合并同类二次根式的系数, 根指数与被开方数不变.

12. (3 分)

【考点】概率公式.

【分析】根据题意可得：在 1 分钟内，红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒，故抬头看信号灯时，是黄灯的概率是 $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.

【解答】解：P（黄灯亮）= $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.

故答案为： $\frac{1}{12}$.

【点评】本题考查随机事件概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. (3 分)

【考点】平方差公式；有理数的乘法.

【分析】首先把多项式 $m^2 - n^2$ 利用平方差公式分解因式，然后代入已知条件即可求出其值.

【解答】解： $\because m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$,

而 $m+n=5$, $m-n=2$,

$\therefore m^2 - n^2 = 5 \times 2 = 10$.

故答案为 10.

【点评】本题主要考查了公式法分解因式. 先利用平方差公式把多项式分解因式，然后代入已知数据计算即可解决问题.

14. (3 分)

【考点】方差.

【分析】先计算出甲乙的平均数，甲的平均数=乙的平均数=1，再根据方差的计算公式分别计算出它们的方差，然后根据方差的意义得到方差小的性能较稳定.

【解答】解：甲的平均数 = $\frac{1}{6}(3+0+0+2+0+1) = 1$,

乙的平均数 = $\frac{1}{6}(1+0+2+1+0+2) = 1$,

$\therefore S^2_{\text{甲}} = \frac{1}{6}[(3-1)^2 + 3 \times (0-1)^2 + (2-1)^2 + (1-1)^2] = \frac{4}{3}$

$S^2_{\text{乙}} = \frac{1}{6}[2 \times (1-1)^2 + 2 \times (0-1)^2 + 2 \times (2-1)^2] = \frac{2}{3}$

$\therefore S^2_{\text{甲}} > S^2_{\text{乙}}$,

$\therefore$ 乙台机床性能较稳定.

故答案为乙.

【点评】本题考查了方差的计算公式和意义：一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，其平均数为 $\bar{x}$ ，则这组数据的方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ；方差反映一组数据在其平均数左右的波动大小，方差越大，波动就越大，越不稳定，方差越小，波动越小，越稳定.

15. (3 分)

【考点】一次函数的性质；一次函数的图象；一次函数与一元一次方程.

【分析】根据一次函数的性质，结合一次函数的图形进行解答.

【解答】解：①因为一次函数的图象经过二、四象限，所以 y 随 x 的增大而减小，故本项正确

②因为一次函数的图象与 y 轴的交点在正半轴上，所以 $b > 0$ ，故本项正确

③因为一次函数的图象与 x 轴的交点为 $(2, 0)$ ，所以当 $y=0$ 时， $x=2$ ，即关于 x 的方程 $kx+b=0$ 的解为 $x=2$ ，故本项正确

故答案为①②③.

【点评】本题主要考查一次函数的性质、一次函数的图象、一次函数与一元一次方程，关键是要熟练掌握一次函数的所有性质

16. (3 分)

【考点】圆周角定理；垂径定理.

【分析】根据垂径定理得出弧 DE 等于弧 DF ，再利用圆周角定理得出 $\angle FCD=20^\circ$.

【解答】解： $\because \odot O$ 的直径 CD 过弦 EF 的中点 G ,

$$\therefore \widehat{ED} = \widehat{DF},$$

$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle EOD,$$

$$\because \angle EOD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = 20^\circ,$$

故答案为： 20° .

【点评】此题主要考查了垂径定理以及圆周角定理的推论，灵活应用相关定理是解决问题的关键.

17. (3 分) (

【考点】翻折变换（折叠问题）；勾股定理.

【分析】先根据勾股定理求出 BC 的长，再根据图形翻折变换的性质得出 $AE=CE$ ，进而求出 $\triangle ABE$ 的周长.

【解答】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $AC=5$,

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$\because \triangle ADE$ 是 $\triangle CDE$ 翻折而成,

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore AE + BE = BC = 4,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长} = AB + BC = 3 + 4 = 7.$$

故答案为： 7.

【点评】本题考查的是图形翻折变换的性质，即折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

18. (3 分)

【考点】动点问题的函数图象.

【分析】本题需先结合函数的图象求出 AB 、 BC 的值，即可得出 $\triangle ABC$ 的面积.

【解答】解： $\because$ 动点 P 从点 B 出发，沿 BC 、 CD 、 DA 运动至点 A 停止，而当点 P 运动到点 C 、 D 之间时， $\triangle ABP$ 的面积不变，

函数图象上横轴表示点 P 运动的路程， $x=4$ 时， y 开始不变，说明 $BC=4$ ， $x=9$ 时，接着变化，说明 $CD=9-4=5$ ，

$$\therefore AB=5, BC=4,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积是: $\frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$.

故答案为: 10.

【点评】 本题主要考查了动点问题的函数图象, 在解题时要能根据函数的图象求出线段的长度从而得出三角形的面积是本题的关键.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (6 分)

【考点】 整式的混合运算—化简求值.

【分析】 本题需先把要求的式子进行化简整理, 再把 x 的值代入即可求出结果.

【解答】 解: $(x+1)^2 + x(x-2)$
 $= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x$
 $= 2x^2 + 1$

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时

原式 $= 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1$

$= \frac{3}{2}$

【点评】 本题主要考查了整式的混合运算, 在解题时要注意运算顺序和乘法公式的综合应用是本题的关键.

20. (6 分)

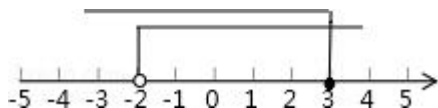
【考点】 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

【分析】 首先解每个不等式, 确定两个不等式的解集的公共部分即可确定不等式组的解集.

【解答】 解: 解第一个不等式得: $x \leq 3$;

解第二个不等式得: $x > -2$.

故不等式组的解集是: $-2 < x \leq 3$.



【点评】 把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$, $\geq$ 向右画; $<$, $\leq$ 向左画), 数轴上的点把数轴分成若干段, 如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样, 那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

21. (6 分)

【考点】 全等三角形的判定与性质.

【分析】 利用 $CF \parallel BE$ 和 D 是 BC 边的中点可以得到全等条件证明 $\triangle BDE \cong \triangle CDF$, 从而得出结论.

【解答】 证明: $\because D$ 是 BC 边上的中点,

$\therefore BD = CD$,

又 $\because$ 分别过点 B 、 C 作 AD 延长线及 AD 的垂线 BE 、 CF ,

$\therefore CF \parallel BE$,

$\therefore \angle E = \angle CFD$, $\angle DBE = \angle FCD$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF$,

$\therefore CF=BE$.

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定与性质，难易程度适中，是一道很典型的题目.

22. (6分)

【考点】二元一次方程组的应用.

【分析】由题意得出两个相等关系为：甲、乙两种蔬菜共 10 亩和共获利 18000 元，依次列方程组求解.

【解答】解：设甲、乙两种蔬菜各种植了 x 、 y 亩，依题意得：

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2000x+1500y=18000 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$

答：李大叔去年甲、乙两种蔬菜各种植了 6 亩、4 亩.

【点评】此题考查的是二元一次方程组的应用，关键是确定两个相等关系列方程组求解.

23. (6分)

【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】(1) 根据扇形统计图的特点可知，用 1 减去其他 3 种节水措施所占的百分比即可解答.

(2) 用安装节水设备所在的扇形的百分比乘 360 度，即可得出正确答案.

(3) 根据随机调查了本校 120 名同学家庭可知总数为 120，减去其他 4 组的户数得出答案，再画图即可解答.

(4) 先求出这 120 名同学家庭月人均用水量，再用样本估计总体的方法即可解答.

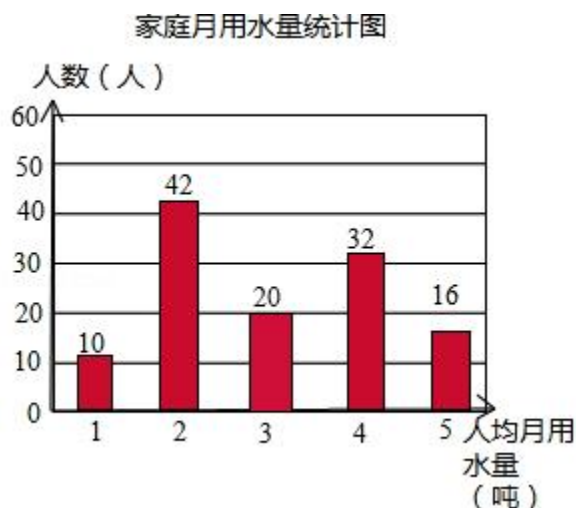
【解答】解：(1) 淘米水浇花所占的百分比为 $1 - 30\% - 44\% - 11\% = 15\%$.

(2) 安装节水设备所在的扇形的圆心角度数为 $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$.

(3) 如图

(4) $(1 \times 10 + 2 \times 42 + 3 \times 20 + 4 \times 32 + 5 \times 16) \div 120 \times 3000$
 $= 9100$ 吨.

即全校学生家庭月用水总量是 9100 吨.



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

24. (8分) (

【考点】 切线的判定与性质; 勾股定理; 垂径定理; 圆周角定理.

【分析】 (1) 连接 OC , 证明 $OC \perp DC$, 利用经过半径的外端且垂直于半径的直线是圆的切线判定切线即可;

(2) 利用等弧所对的圆心角相等和题目中的已知角得到 $\angle D = 30^\circ$, 利用解直角三角形求得 CD 的长即可.

【解答】 解: (1) CD 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

如图, 连接 OC ,

$$\because CA = CB,$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{CB}$$

$$\therefore OC \perp AB,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$$\because OC \text{ 是半径},$$

$$\therefore CD \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}.$$

$$(2) \because CA = CB, \angle ACB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = 60^\circ$$

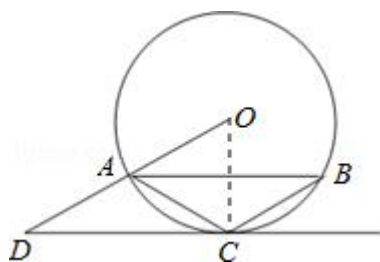
$$\therefore \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}OD$$

$$\because OA = OC = 2,$$

$$\therefore OD = 4,$$

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = 2\sqrt{3}$$



【点评】 本题考查常见的几何题型，包括切线的判定，角的大小及线段长度的求法，要求学生掌握常见的解题方法，并能结合图形选择简单的方法解题.

25. (8 分)

【考点】 反比例函数综合题.

【分析】 (1) 设直线 AB 的解析式为: $y=kx+b$, 把 A $(0, 2\sqrt{3})$, B $(2, 0)$ 分别代入, 得到 a, b 方程组, 解出 a, b, 得到直线 AB 的解析式; 把 D 点坐标代入直线 AB 的解析式, 确定 D 点坐标, 再代入反比例函数解析式确定 m 的值;

(2) 由 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 和 $y=-\frac{3\sqrt{3}}{x}$ 联立解方程组求出 C 点坐标 $(3, -\sqrt{3})$, 利用勾股定理计算出 OC 的长, 得到 $OA=OC$; 在 $Rt\triangle OAB$ 中, 利用勾股定理计算 AB, 得到 $\angle OAB=30^\circ$, 从而得到 $\angle ACO$ 的度数;

(3) 由 $\angle ACO=30^\circ$, 要 $OC'\perp AB$, 则 $\angle COC'=90^\circ-30^\circ=60^\circ$, 即 $\alpha=60^\circ$, 得到 $\angle BOB'=60^\circ$, 而 $\angle OBA=60^\circ$, 得到 $\triangle OBB'$ 为等边三角形, 于是有 B' 在 AB 上, $BB'=2$, 即可求出 AB' .

【解答】 解: (1) 设直线 AB 的解析式为: $y=kx+b$,
把 A $(0, 2\sqrt{3})$, B $(2, 0)$ 分别代入, 得 $\begin{cases} b=2\sqrt{3} \\ 2k+b=0 \end{cases}$, 解得 $k=-\sqrt{3}$, $b=2\sqrt{3}$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为: $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$;

$\because$ 点 D $(-1, a)$ 在直线 AB 上,

$\therefore a=\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$, 即 D 点坐标为 $(-1, 3\sqrt{3})$,

又 $\because$ D 点 $(-1, 3\sqrt{3})$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象上,

$\therefore m=-1\times 3\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y=-\frac{3\sqrt{3}}{x}$;

(2) 过 C 点作 $CE\perp x$ 轴于 E, 如图,

根据题意得 $\begin{cases} y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3} \\ y=-\frac{3\sqrt{3}}{x} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3\sqrt{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

$\therefore$ C 点坐标为 $(3, -\sqrt{3})$,

$\therefore OE=3$, $CE=\sqrt{3}$,

$\therefore OC=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$.

而 $OA=2\sqrt{3}$,

$\therefore OA=OC$,

又 $\because OB=2$,

$$\therefore AB=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4,$$

$$\therefore \angle OAB=30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO=30^\circ;$$

$$(3) \because \angle ACO=30^\circ,$$

而要 $OC' \perp AB$,

$$\therefore \angle COC'=90^\circ - 30^\circ=60^\circ,$$

即 $\triangle OBC$ 绕点 O 逆时针方向旋转 α 角 (α 为锐角), 得到 $\triangle OB'C'$, 当 α 为 60° 时, $OC' \perp AB$;
如图,

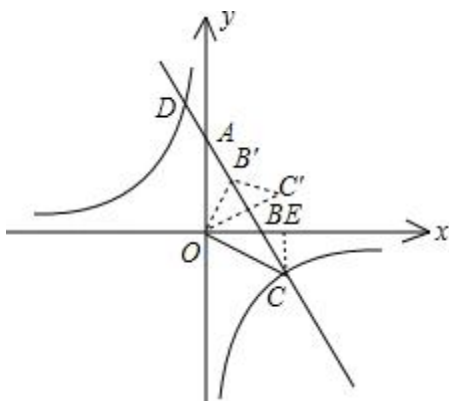
$$\therefore \angle BOB'=60^\circ,$$

$\therefore$ 点 B' 在 AB 上,

$$\text{而 } \angle OBA=60^\circ,$$

$$\therefore BB'=2,$$

$$\therefore AB'=4 - 2=2.$$



【点评】 本题考查了利用待定系数法求图象的解析式. 也考查了点在函数图象上, 点的横纵坐标满足函数图象的解析式和旋转的性质以及含 30° 的直角三角形三边的关系.

26. (10 分)

【考点】 相似三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 勾股定理; 矩形的性质.

【分析】 (1) 假设存在一点 P , 使点 Q 与点 C 重合, 再设 AP 的长为 x , 利用勾股定理即可用 x 表示出 DP 、 PC 的长, 在 $Rt\triangle PCD$ 中可求出 x 的值;

(2) 连接 AC , 设 $BP=y$, 则 $AP=m-y$, 由相似三角形的判定定理得出 $\triangle PBQ \sim \triangle ABC$, $\triangle APD \sim \triangle BQP$, 再根据相似三角形的对应边成比例即可求出 BQ 的表达式;

(3) 连接 DQ , 把四边形 $PQCD$ 化为两个直角三角形, 再用 m 表示出 PD 及 CQ 的长, 利用三角形的面积公式即可解答.

【解答】 解: (1) 存在点 P .

假设存在一点 P , 使点 Q 与点 C 重合, 如图 1 所示, 设 AP 的长为 x , 则 $BP=10-x$,

$$\text{在 } Rt\triangle APD \text{ 中, } DP^2=AD^2+AP^2, \text{ 即 } DP^2=4^2+x^2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle PBC \text{ 中, } PC^2=BC^2+PB^2, \text{ 即 } PC^2=4^2+(10-x)^2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle PCD \text{ 中, } CD^2=DP^2+PC^2, \text{ 即 } 10^2=4^2+x^2+4^2+(10-x)^2,$$

解得 $x=2$ 或 8 ,

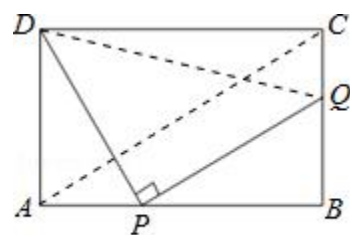
故当 $m=10$ 时, 存在点 P 使得点 Q 与点 C 重合, 此时 $AP=2$ 或 8 ;

(2) 连接 AC, 设 $BP=y$, 则 $AP=m-y$,
 $\because PQ \parallel AC$,
 $\therefore \triangle PBQ \sim \triangle ABC$,
 $\therefore \frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{AB}$, 即 $\frac{BQ}{4} = \frac{y}{m}$ ①,
 $\because DP \perp PQ$,
 $\therefore \angle APD + \angle BPQ = 90^\circ$,
 $\because \angle APD + \angle ADP = 90^\circ$, $\angle BPQ + \angle PQB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle APD = \angle BQP$,
 $\therefore \triangle APD \sim \triangle BQP$,
 $\therefore \frac{AD}{PB} = \frac{AP}{BQ}$, 即 $\frac{4}{m-y} = \frac{y}{BQ}$ ②,
 ①②联立得, $BQ = \frac{4m^2 - 64}{m^2}$;

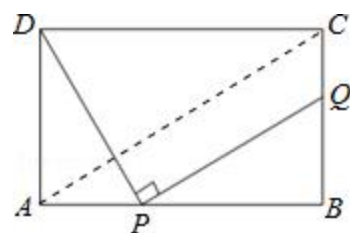
(3) 连接 DQ,
 由已知 $PQ \perp PD$, 所以只有当 $DP=PQ$ 时, $\triangle PQD$ 为等腰三角形 (如图),
 $\therefore \angle BPQ = \angle ADP$, 又 $\angle B = \angle A = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle PBQ \cong \triangle DAP$,
 $\therefore PB=DA=4$, $AP=BQ=m-4$,
 ③以 P、Q、C、D 为顶点的四边形的面积 S 与 m 之间的函数关系式为:
 $S_{\text{四边形 PQCD}} = S_{\text{矩形 ABCD}} - S_{\triangle DAP} - S_{\triangle QBP} = 4m - \frac{1}{2} \times 4 \times (m-4) - \frac{1}{2} \times 4 \times (m-4) = 16$,

当 Q 在 BC 延长线上时, $S = \frac{1}{2}m^2 - 2m$ ($m > 8$)

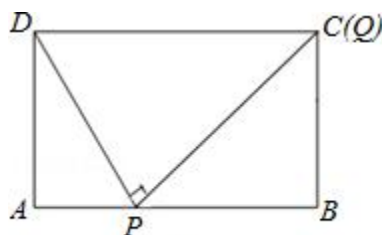
$\because AD=4$, $m > 4$, $\triangle PBC$ 中 PB 是直角三角形的另一直角边,
 $\therefore m > 4$.



图③



图②



图①

【点评】 本题考查的是相似三角形的判定与性质，涉及到矩形的性质、等腰直角三角形的性质及三角形的面积公式，根据题意作出辅助线是解答此题的关键.

27. (10 分)

【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 从函数的判别式出发，判别式总大于等于 3，而证得；

(2) ①由直线 $y=x-1$ 与抛物线交于 A、B 两点，求得点 A，代入抛物线解析式得 m ，由直线 AD 的斜率与直线 PC 的斜率相等，求得点 P 坐标；

②求得 MN 的坐标，从 MN 与 CD 的位置关系解得.

【解答】 解：(1) 该函数的判别式 $=m^2-4m+7=(m-2)^2+3\geq 3$
 $\therefore$ 该抛物线与 x 轴总有两个不同的交点.

(2) 由直线 $y=x-1$ 与抛物线交于 A、B 两点，

$\therefore$ 点 A (1, 0)

代入二次函数式则 $m=3$

故二次函数式为: $y=\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}$

当抛物线的对称轴为直线 $x=3$ 时，则 $y=-2$ ，

即顶点 C 为 (3, -2)，

把 $x=3$ 代入直线 $y=x-1$ 则 $y=2$ ，

即点 D (3, 2)

则 $AD=AC=2\sqrt{2}$

设点 P $(x, \frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2})$

由直线 AD 的斜率与直线 PC 的斜率相等

$$\text{则 } \frac{\frac{1}{2}x^2-3x+\frac{5}{2}+2}{x-3}=1$$

解得: $x=3$ 或 $x=5$

则点 P (3, -2) (与点 D 重合舍去) 或 (5, 0)

经检验点 (5, 0) 符合，

所以点 P (5, 0)

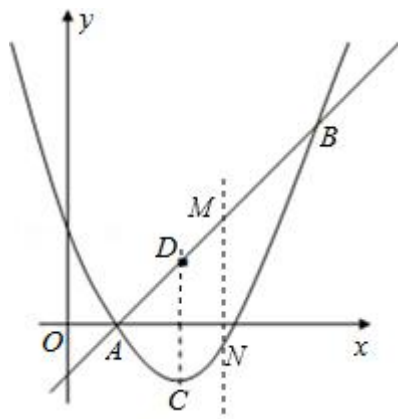
②设直线 AB 解析式为 $y=kx+b$ ，将 A (1, 0)，D (3, 2) 代入得直线 AB: $y=x-1$ ，

设 M $(a, a-1)$ ，N $(a, \frac{1}{2}a^2-3a+\frac{5}{2})$ ，

当以 C、D、M、N 为顶点的四边形是平行四边形， $MN=CD$ ，即 $|(a-1) - (\frac{1}{2}a^2 - 3a + \frac{5}{2})| = 4$,

解得 $a=4\pm\sqrt{17}$ 或 3 或 5,

故把直线 CD 向右平移 $1+\sqrt{17}$ 个单位或 2 个单位，向左平移 $\sqrt{17}-1$ 个单位，能使得以 C、D、M、N 为顶点的四边形是平行四边形.



【点评】 本题考查了二次函数的综合运用，求得判别式总大于等于 3，而证得；求得点 A，代入抛物线解析式得 m，由直线 AD 的斜率与直线 PC 的斜率相等，而解得；平移后得到的情况，得到 M，N 的坐标而解得.