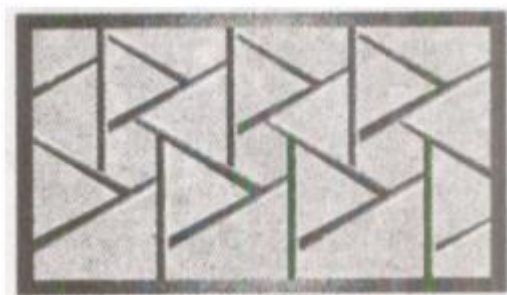


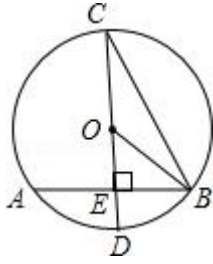
2011 年湖南省永州市中考数学试卷

一、填空题（本大题共 8 小题，请将答案填在答题卡的答题栏内，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) $\frac{1}{2011}$ 的倒数是_____.
2. (3 分) 根据第六次全国人口普查公布的数据，按标准时间 2010 年 11 月 1 日 0 时登记的大陆人口约为 1339000000 人，将 1339000000 用科学记数法表示为_____.
3. (3 分) 因式分解： $m^2 - m =$ _____.
4. (3 分) 永州市新田县的龙家大院至今已有 930 多年历史，因该村拥有保存完好的“三堂九井二十四巷四十八栋”明清建筑，而申报为中国历史文化名村．如图是龙家大院的一个窗花图案，它具有很好的对称美，这个图案是由：①正六边形；②正三角形；③等腰梯形；④直角梯形等几何图形构成，在这四种几何图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是_____（只填序号）.



5. (3 分) 化简 $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} =$ _____.
6. (3 分) 某商场开展购物抽奖促销活动，抽奖箱中有 200 张抽奖卡，其中有一等奖 5 张，二等奖 10 张，三等奖 25 张，其余抽奖卡无奖．某顾客购物后参加抽奖活动，他从抽奖箱中随机抽取一张，则中奖的概率为_____.
7. (3 分) 若点 $P_1(1, m)$, $P_2(2, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，则 m _____ n (填“>”、“<”或“=”号).
8. (3 分) 如图，在 $\odot O$ 中，直径 CD 垂直弦 AB 于点 E ，连接 OB , CB ，已知 $\odot O$ 的半径为 2, $AB = 2\sqrt{3}$ ，则 $\angle BCD =$ _____度.



二、选择题（本大题共 8 个小题，每小题只有一个正确选项，请将正确选项填涂到答题卡上．每小题 3 分，共 24 分）

9.（3 分）下列运算正确的是（ ）

A. $-(a-1) = -a-1$

B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

C. $\sqrt{a^2} = a$

D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

10.（3 分）如图所示的几何体的左视图是（ ）



11.（3 分）某同学参加射击训练，共射击了六发子弹，击中的环数分别为 3，4，5，7，7，10．则下列说法错误的是（ ）

A. 其平均数为 6

B. 其众数为 7

C. 其中位数为 7

D. 其中位数为 6

12.（3 分）下列说法正确的是（ ）

A. 等腰梯形的对角线互相平分

B. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

C. 线段的垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等

D. 两边对应成比例且有一个角对应相等的两个三角形相似

13.（3 分）由二次函数 $y = 2(x-3)^2 + 1$ ，可知（ ）

A. 其图象的开口向下

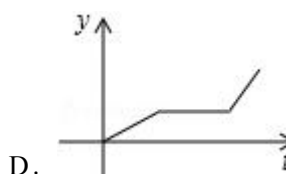
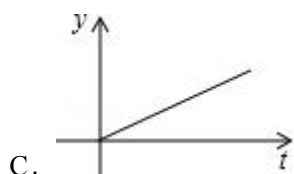
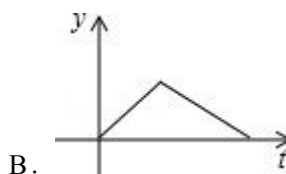
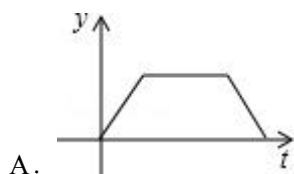
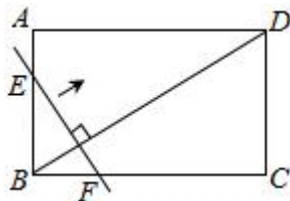
B. 其图象的对称轴为直线 $x = -3$

C. 其最小值为 1

D. 当 $x < 3$ 时， y 随 x 的增大而增大

14.（3 分）如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，垂直于对角线 BD 的直线 l ，从点 B 开始沿着线段

BD 匀速平移到 D . 设直线 l 被矩形所截线段 EF 的长度为 y , 运动时间为 t , 则 y 关于 t 的函数的大致图象是 ()



15. (3 分) 某市打市电话的收费标准是: 每次 3 分钟以内 (含 3 分钟) 收费 0.2 元, 以后每分钟收费 0.1 元 (不足 1 分钟按 1 分钟计). 某天小芳给同学打了一个 6 分钟的市话, 所用电话费为 0.5 元; 小刚现准备给同学打市电话 6 分钟, 他经过思考以后, 决定先打 3 分钟, 挂断后再打 3 分钟, 这样只需电话费 0.4 元. 如果你想给某同学打市话, 准备通话 10 分钟, 则你所需要的电话费至少为 ()

A. 0.6 元 B. 0.7 元 C. 0.8 元 D. 0.9 元

16. (3 分) 对点 (x, y) 的一次操作变换记为 $P_1(x, y)$, 定义其变换法则如下: $P_1(x, y) = (x+y, x-y)$; 且规定 $P_n(x, y) = P_1(P_{n-1}(x, y))$ (n 为大于 1 的整数). 如 $P_1(1, 2) = (3, -1)$, $P_2(1, 2) = P_1(P_1(1, 2)) = P_1(3, -1) = (2, 4)$, $P_3(1, 2) = P_1(P_2(1, 2)) = P_1(2, 4) = (6, -2)$. 则 $P_{2011}(1, -1) = ()$

A. $(0, 2^{1005})$ B. $(0, -2^{1005})$ C. $(0, -2^{1006})$ D. $(0, 2^{1006})$

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 72 分, 解答题要求写出证明步骤或解答过程)

17. (6 分) 计算: $2\sin 45^\circ + |-\sqrt{2}| - \sqrt{8} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

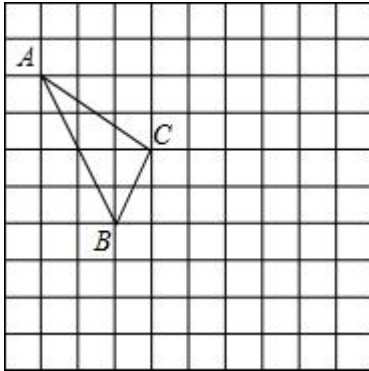
18. (6 分) 解方程组:
$$\begin{cases} 4x-3y=11 \\ 2x+y=13 \end{cases}$$
.

19. (6 分) 在如图所示的正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 格点三角形 (顶点是网格线的交点的三角形) ABC 的顶点 A, C 的坐标分别为 $(-4, 5), (-1, 3)$.

(1) 请在如图所示的网格平面内作出平面直角坐标系;

(2) 请作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A' B' C'$ ；

(3) 写出点 B' 的坐标.



20. (8 分) 为了解某县 2011 年初中毕业生的实验考查成绩等级的分布情况，随机抽取了该县若干名学生的实验考查成绩进行统计分析，并根据抽取的成绩绘制了如下的统计图表：

成绩等级	A	B	C	D
人数	60	x	y	10
百分比	30%	50%	15%	m

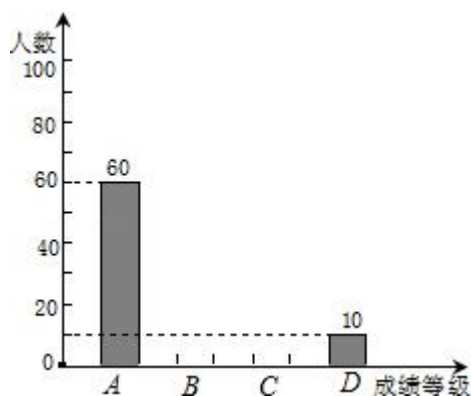
请根据以上统计图表提供的信息，解答下列问题：

(1) 本次抽查的学生有_____名；

(2) 表中 x , y 和 m 所表示的数分别为： $x =$ _____, $y =$ _____, $m =$ _____；

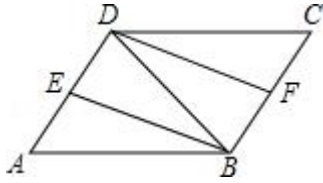
(3) 请补全条形统计图；

(4) 根据抽样调查结果，请你估计 2011 年该县 5400 名初中毕业生实验考查成绩为 D 类的学生人数.



21. (8 分) 如图， BD 是 $\square ABCD$ 的对角线， $\angle ABD$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E ， $\angle CDB$ 的平分线 DF 交 BC 于点 F .

求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.



22. (8分) 某学校为开展“阳光体育”活动, 计划拿出不超过 3000 元的资金购买一批篮球、羽毛球拍和乒乓球拍, 已知篮球、羽毛球拍和乒乓球拍的单价比为 8: 3: 2, 且其单价和为 130 元.

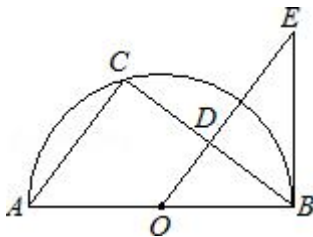
(1) 请问篮球、羽毛球拍和乒乓球拍的单价分别是多少元?

(2) 若要求购买篮球、羽毛球拍和乒乓球拍的总数量是 80 个 (副), 羽毛球拍的数量是篮球数量的 4 倍, 且购买乒乓球拍的数量不超过 15 副, 请问有几种购买方案?

23. (10分) 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点 (不与 A, B 重合), 连接 AC, BC , 过点 O 作 $OD \parallel AC$ 交 BC 于点 D , 在 OD 的延长线上取一点 E , 连接 EB , 使 $\angle OEB = \angle ABC$.

(1) 求证: BE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OA = 10, BC = 16$, 求 BE 的长.

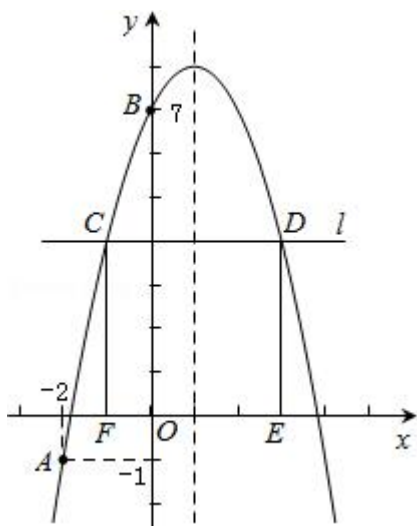


24. (10分) 如图, 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(-2, -1), B(0, 7)$ 两点.

(1) 求该抛物线的解析式及对称轴;

(2) 当 x 为何值时, $y > 0$?

(3) 在 x 轴上方作平行于 x 轴的直线 l , 与抛物线交于 C, D 两点 (点 C 在对称轴的左侧), 过点 C, D 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 F, E . 当矩形 $CDEF$ 为正方形时, 求 C 点的坐标.



25. (10分) 探究问题:

(1) 方法感悟:

如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为 DC, BC 边上的点, 且满足 $\angle EAF = 45^\circ$, 连接 EF , 求证 $DE + BF = EF$.

感悟解题方法, 并完成下列填空:

将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ABG$, 此时 AB 与 AD 重合, 由旋转可得:

$AB = AD$, $BG = DE$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle ABG = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABG + \angle ABF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$,

因此, 点 G, B, F 在同一条直线上.

$\because \angle EAF = 45^\circ \therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle BAD - \angle EAF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

$\because \angle 1 = \angle 2, \therefore \angle 1 + \angle 3 = 45^\circ$.

即 $\angle GAF = \angle$ _____.

又 $AG = AE$, $AF = AF$

$\therefore \triangle GAF \cong$ _____.

$\therefore$ _____ $= EF$, 故 $DE + BF = EF$.

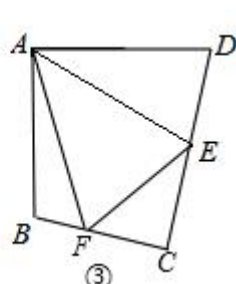
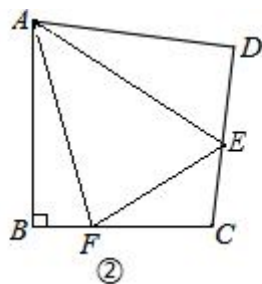
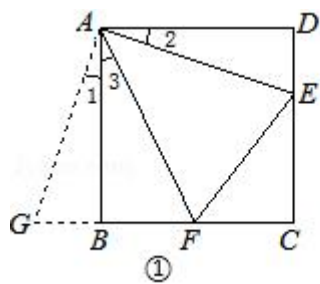
(2) 方法迁移:

如图②, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿斜边翻折得到 $\triangle ADC$, 点 E, F 分别为 DC, BC 边上的点, 且 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle DAB$. 试猜想 DE, BF, EF 之间有何数量关系, 并证明你的猜想.

(3) 问题拓展:

如图③, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, E, F 分别为 DC, BC 上的点, 满足 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle$

DAB ，试猜想当 $\angle B$ 与 $\angle D$ 满足什么关系时，可使得 $DE+BF=EF$ ．请直接写出你的猜想（不必说明理由）．



2011 年湖南省永州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 8 小题，请将答案填在答题卡的答题栏内，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据倒数的意义，乘积为 1 的两个数互为倒数．所以求一个数的倒数即用 1 除以这个数，所得的商即是．

【解答】解： $\frac{1}{2011}$ 的倒数为： $1 \div \frac{1}{2011} = 2011$ ，

故答案为：2011．

【点评】此题考查的知识点是倒数，关键是要明确倒数的意义，要求一个数的倒数即用 1 除以这个数．

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：1 339 000 000 人 $= 1.339 \times 10^9$ 人．

故答案为： 1.339×10^9 人．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3. 【分析】式子的两项含有公因式 m ，提取公因式即可分解．

【解答】解： $m^2 - m = m(m - 1)$

故答案是： $m(m - 1)$ ．

【点评】本题主要考查了提取公因式分解因式，正确确定公因式是解题的关键．

4. 【分析】根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，以及轴对称图形性质即可判断出．

【解答】解： $\because$ ①此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确；

②此图形不是中心对称图形，但是轴对称图形，故此选项错误；

③此图形不是中心对称图形，但是轴对称图形，故此选项错误；

④此图形不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项错误．

故答案为：①．

【点评】此题主要考查了中心对称图形以及轴对称图形的定义，根据题意灵活区分定义是解决问题的关键．

5. 【分析】 首先把两个分式的分母变为相同再计算.

【解答】解：原式 $= \frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} = a+1$.

故答案为： $a+1$.

【点评】 此题考查的知识点是分式的加减法，关键是先把两个分式的分母化为相同再计算.

6. 【分析】 根据随机事件概率大小的求法，找准两点：①符合条件的情况数目，②全部情况的总数，二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解：由题意可知：能中奖的奖券一等奖 5 张，二等奖 10 张，三等奖 25 张，

$\therefore$ 能中奖的奖券共有 $5+10+25 = 40$ 张，

而本活动共有奖券 200 张，

$\therefore$ 从抽奖箱中随机抽取一张，则中奖的概率为 $\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$.

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点评】 本题主要考查了概率的求法与运用，一般方法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ，比较简单.

7. 【分析】 比例系数小于 0，两点在同一象限，根据反比例函数的图象的性质作答即可.

【解答】解： $\because k < 0, 1 < 2$,

$\therefore m < n$.

故答案为 $<$.

【点评】 考查反比例函数点的坐标特征；用到的知识点为：反比例函数的比例系数小于 0，两点在同一象限， y 随 x 的增大而增大.

8. 【分析】 首先在直角三角形 OEB 中利用锐角三角函数求得 $\angle EOB$ 的度数，然后利用同弧所对的圆心角和圆周角之间的关系求得 $\angle BCD$ 的度数即可.

【解答】解： $\because$ 直径 CD 垂直弦 AB 于点 $E, AB = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore EB = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3},$$

$\because \odot O$ 的半径为 2,

$$\therefore \sin \angle EOB = \frac{EB}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore \angle EOB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ .$$

故答案为 30.

【点评】本题考查了垂径定理及特殊角的三角函数值，解题的关键是利用垂径定理得到直角三角形.

二、选择题（本大题共 8 个小题，每小题只有一个正确选项，请将正确选项填涂到答题卡上. 每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】根据完全平方公式的应用以及二次根式的化简以及同底数幂的乘法运算法则分别计算即可得出答案.

【解答】解：A、 $\because -(a-1) = -a+1$ ，故此选项错误；

B、 $\because (a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$ ，故此选项错误；

C、 $\sqrt{a^2}$ ， $a < 0$ 时， $\sqrt{a^2} = -a$ ，故此选项错误；

D、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了二次根式的化简以及完全平方公式的应用和同底数幂的乘法运算法则等知识，注意知识之间的联系与区别是解决问题的关键.

10. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

【解答】解：从左向右看，得到的几何体的左视图是中间无线条的矩形.

故选：D.

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

11. 【分析】根据众数、算术平均数、中位数的定义解答即可.

【解答】解：A、平均数为： $(3+4+5+7+7+10) \div 6 = 6$ ，故 A 正确；

B、其众数是 7，因为 7 出现的次数最多，故 B 正确；

C、其中位数是 6，故 C 错误，D 正确；

故选：C.

【点评】本题考查了众数、中位数以及算术平均数的定义，牢记定义是关键.

12. 【分析】根据等腰梯形的性质以及平行四边形的判定和垂直平分线的性质以及相似三角形的判定分别分析得出答案.

【解答】解：A、 $\because$ 根据等腰梯形的对角线相等不互相平分，故此选项错误；

B、 $\because$ 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，故此选项错误；

C、 $\because$ 线段的垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等，故此选项正确；

D、两边对应成比例且夹角对应相等的两个三角形相似，故此选项错误．

故选：C．

【点评】此题主要考查了等腰梯形的性质以及平行四边形的判定和垂直平分线的性质以及相似三角形的判定等知识，注意知识之间的联系与区别，把握重点词语是解决问题的关键．

13. 【分析】根据二次函数的性质，直接根据 a 的值得出开口方向，再利用顶点坐标的对称轴和增减性，分别分析即可．

【解答】解：由二次函数 $y = 2(x - 3)^2 + 1$ ，可知：

A： $\because a > 0$ ，其图象的开口向上，故此选项错误；

B： $\because$ 其图象的对称轴为直线 $x = 3$ ，故此选项错误；

C：其最小值为 1，故此选项正确；

D：当 $x < 3$ 时， y 随 x 的增大而减小，故此选项错误．

故选：C．

【点评】此题主要考查了二次函数的性质，同学们应根据题意熟练地应用二次函数性质，这是中考中考查重点知识．

14. 【分析】根据直线的运动路径找到长度变化的几个关键点，在 B 点时， EF 的长为 0，然后逐渐增大，到 A 点长度最大，一直保持到 C 点长度不变，然后逐渐减小，直到 D 点长为 0，据此可以得到函数的图象．

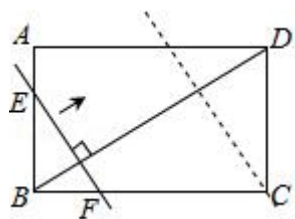
【解答】解：如图，

$\because$ 直线 l 从点 B 开始沿着线段 BD 匀速平移到 D ，

$\therefore$ 在 B 点时， EF 的长为 0，在 A 点长度最大，到 D 点长为 0，

$\therefore$ 图象 A 符合题意．

故选：A．



【点评】本题考查了动点问题的函数图象，注意分析 y 随 x 的变化而变化的趋势，而不

一定要通过求解析式来解决.

15. 【分析】由题意, 分析可得, 可根据小刚通话的方式进行, 需要电话费最少.

【解答】解: 由已知通过分析可得: 根据小刚通话的方式进行, 需要电话费最少,
即先打 3 分钟, 挂断后再打 3 分钟, 再挂断打 $10 - 3 - 3 = 4$ 分钟,
则费用为: $0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.1 = 0.7$.

故选: B.

【点评】此题考查的知识点是一次函数的应用, 关键是根据已知分析判断, 运用小刚通话的方式进行, 需要电话费最少.

16. 【分析】根据题目提供的变化规律, 找到点的坐标的变化规律并按此规律求得 $P_{2011}(1, -1)$ 的值即可.

【解答】解: $P_1(1, -1) = (0, 2)$, $P_2(1, -1) = (2, -2)$

$P_3(1, -1) = (0, 4)$, $P_4(1, -1) = (4, -4)$

$P_5(1, -1) = (0, 8)$, $P_6(1, -1) = (8, -8)$

...

当 n 为奇数时, $P_n(1, -1) = (0, 2^{\frac{n+1}{2}})$,

$\therefore P_{2011}(1, -1)$ 应该等于 $(0, 2^{1006})$.

故选: D.

【点评】本题考查了数字的变化类问题, 解题的关键是认真审题并从中找到正确的规律, 并应用此规律解题.

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 72 分, 解答题要求写出证明步骤或解答过程)

17. 【分析】此题涉及特殊角的三角函数值、负指数幂、二次根式化简 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3$

$= \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3$

$= 3$.

【点评】此题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、二次根式、特殊角的三角函数值等考点的运算.

18. 【分析】两个方程中, x 或 y 的系数既不相等也不互为相反数, 需要先求出 x 或 y 的系数

的最小公倍数，即将方程中某个未知数的系数变成其最小公倍数之后，再进行加减．

【解答】解：
$$\begin{cases} 4x-3y=11 & \text{①} \\ 2x+y=13 & \text{②} \end{cases}$$

② $\times 2$ - ①得：

$$5y = 15,$$

$$y = 3,$$

把 $y = 3$ 代入②得：

$$x = 5,$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}.$$

【点评】此题考查的知识点是解二元一次方程组，关键是用加减加减消元法解方程组时，将方程中某个未知数的系数变成其最小公倍数之后，再进行相加减．本题也可以用代入法求解．

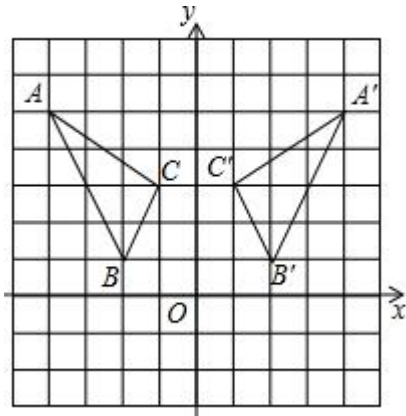
19. 【分析】（1）易得 y 轴在 C 的右边一个单位， x 轴在 C 的下方 3 个单位；

（2）作出 A, B, C 三点关于 y 轴对称的三点，顺次连接即可；

（3）根据所在象限及距离坐标轴的距离可得相应坐标．

【解答】解：（1）（2）如图；

（3）点 B' 的坐标为 $(2, 1)$ ．



【点评】本题考查轴对称作图问题．用到的知识点：图象的变换，看关键点的变换即可．

20. 【分析】（1）由图直接求出答案即可；

（2）用总人数分别乘以他们的百分比即可得到 x, y 的值，然后用 1 减去他们的百分比即可求得 m 的值；

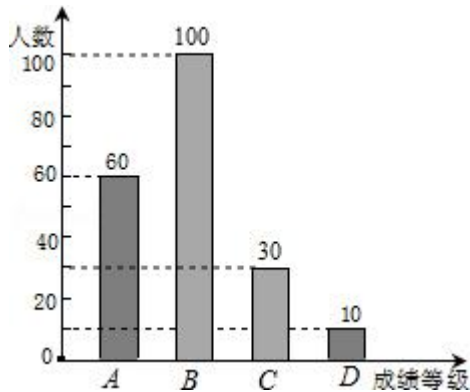
（3）根据求出的数值把图补全即可；

（4）该县 5400 名初中毕业生乘以 D 级学生所占的百分比即可．

【解答】解：（1） $60 \div 30\% = 200$ 名；

（2） $x = 200 \times 50\% = 100$ ， $y = 200 \times 15\% = 30$ ， $m = 1 - 95\% = 5\%$ ；

（3）



（4） $5400 \times 5\% = 270$ 名。

答：估计 2011 年该县 5400 名初中毕业生实验考查成绩为 D 类的学生人数为 270 名。

【点评】本题考查了条形统计图、统计表以及用样本估计总体的知识，此题综合性较强，但难度适中，易于掌握。

21. 【分析】首先根据角平分线性质的平行线性质的证明 $\angle ABD = \angle CDB$ ，再根据平行四边形的性质证出 $CD = AB$ ， $\angle A = \angle C$ ，可利用 ASA 定理判定 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 。

【解答】证明： $\because \angle ABD$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E ，

$$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABD,$$

$\because \angle CDB$ 的平分线 DF 交 BC 于点 F ，

$$\therefore \angle CDF = \frac{1}{2} \angle CDB,$$

$\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ABE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore CD = AB, \angle A = \angle C,$$

$$\text{即} \begin{cases} \angle A = \angle C \\ AB = DC \\ \angle ABE = \angle CDF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA),$$

【点评】此题主要考查了角平分线性质与平行线性质，平行四边形性质以及全等三角形的判定，熟练掌握各个知识点是解题的关键.

22. 【分析】(1) 设单价比中的每一份为 x ，表示出其单价，根据单价和可求得 x ，进而求得相应单价即可；

(2) 关系式为：乒乓球拍的数量 ≤ 15 ，总价 ≤ 3000 ，把相关数值代入求得合适的整数解的个数即可.

【解答】解：(1) 设篮球的单价为 $8x$ ，则羽毛球拍的单价为 $3x$ ，乒乓球拍的单价为 $2x$.

$$8x+3x+2x=130,$$

解得 $x=10$,

$$\therefore 8x=80; 3x=30; 2x=20,$$

答：篮球的单价为 80 元，羽毛球拍的单价为 30 元，乒乓球拍的单价为 20 元；

(2) 设篮球的数量为 y ，则羽毛球拍的个数为 $4y$ ，乒乓球拍的数量为 $80-5y$.

$$\begin{cases} 80y+4y \times 30+(80-5y) \times 20 \leq 3000 \\ 80-5y \leq 15 \end{cases},$$

解得 $13 \leq y \leq 14$,

$$\therefore y=13 \text{ 或 } 14,$$

答：有 2 种购买方案，篮球、羽毛球拍和乒乓球拍的数量分别为：13, 52, 15 或 14, 56, 10.

【点评】考查一元一次方程及二元一次不等式组的应用；得到所需关系式是解决本题的关键.

23. 【分析】(1) 首先由 AB 是半圆 O 的直径可以得到 $\angle ACB=90^\circ$ ，由 $OD \parallel AC$ 利用平行线的性质可以得到 $\angle EDB=90^\circ$ ，而 $\angle OEB=\angle ABC$ ，由此可以证明 $\angle ABC+\angle DBE=90^\circ$ ，最后利用切线的判定即可证明题目的结论；

(2) 首先利用勾股定理可以求出线段 BC 的长度，同时可以利用已知条件证明 $\triangle ACB \sim \triangle OBE$ ，然后利用相似三角形的性质和已知条件即可求解.

【解答】(1) 证明： $\because AB$ 是半圆 O 的直径，

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \angle EDB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle OEB + \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\text{而 } \angle OEB = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ, \because OB \text{ 为半径},$$

$\therefore BE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 由 (1) 知道 $\triangle ABC$ 是直角三角形,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 12,$$

$$\because \angle OEB = \angle ABC, \angle OBE = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle OBE,$$

$$\therefore OB : AC = BE : BC,$$

$$\text{而 } OA = 10, BC = 16,$$

$$\therefore 10 : 12 = BE : 16,$$

$$\therefore BE = \frac{40}{3}.$$

【点评】 此题主要考查了圆的切线的性质与判定, 也利用相似三角形的性质与判定解决问题, 解题时首先利用已知条件证明切线, 然后利用相似三角形的性质解决问题.

24. **【分析】** (1) 根据待定系数法求二次函数解析式, 再用配方法或公式法求出对称轴即可;

(2) 求出二次函数与 x 轴交点坐标即可, 再利用函数图象得出 x 取值范围;

(3) 利用正方形的性质得出横纵坐标之间的关系即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(-2, -1)$, $B(0, 7)$ 两点.

$$\therefore \begin{cases} -1 = -4 - 2b + c \\ c = 7 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 2 \\ c = 7 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 7,$$

$$= -(x^2 - 2x) + 7,$$

$$= -[(x^2 - 2x + 1) - 1] + 7,$$

$$= -(x - 1)^2 + 8,$$

$\therefore$ 对称轴为: 直线 $x = 1$.

(2) 当 $y = 0$,

$$0 = -(x-1)^2 + 8,$$

$$\therefore x-1 = \pm 2\sqrt{2},$$

$$x_1 = 1+2\sqrt{2}, x_2 = 1-2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 抛物线与 x 轴交点坐标为: $(1-2\sqrt{2}, 0), (1+2\sqrt{2}, 0)$,

$\therefore$ 当 $1-2\sqrt{2} < x < 1+2\sqrt{2}$ 时, $y > 0$;

(3) 当矩形 $CDEF$ 为正方形时,

假设 C 点坐标为 $(x, -x^2+2x+7)$,

$\therefore D$ 点坐标为 $(-x^2+2x+7+x, -x^2+2x+7)$,

即: $(-x^2+3x+7, -x^2+2x+7)$,

$\therefore$ 对称轴为: 直线 $x = 1$, D 到对称轴距离等于 C 到对称轴距离相等,

$$\therefore -x^2+3x+7-1 = -x+1,$$

解得: $x_1 = -1, x_2 = 5$ (不合题意舍去),

$$x = -1 \text{ 时, } -x^2+2x+7 = 4,$$

$\therefore C$ 点坐标为: $(-1, 4)$.

【点评】 此题主要考查了待定系数法求二次函数解析式以及利用图象观察函数值和正方形性质等知识, 根据题意得出 C 、 D 两点坐标之间的关系是解决问题的关键.

25. **【分析】** (1) 利用角之间的等量代换得出 $\angle GAF = \angle FAE$, 再利用 SAS 得出 $\triangle GAF \cong \triangle EAF$, 得出答案;

(2) 作出 $\angle 4 = \angle 1$, 利用已知得出 $\angle GAF = \angle FAE$, 再证明 $\triangle AGF \cong \triangle AEF$, 即可得出答案;

(3) 根据角之间关系, 只要满足 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 时, 就可以得出三角形全等, 即可得出答案.

【解答】 解: (1) 根据等量代换得出 $\angle GAF = \angle FAE$,

利用 SAS 得出 $\triangle GAF \cong \triangle EAF$,

$$\therefore GF = EF,$$

故答案为: FAE ; $\triangle EAF$; GF ;

(2) 证明: 延长 CF , 作 $\angle 4 = \angle 1$,

∵ 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿斜边翻折得到 $\triangle ADC$, 点 E, F 分别为 DC, BC 边上的点, 且 $\angle EAF = \frac{1}{2}$

$\angle DAB$,

∴ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 5$,

$\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 5$,

∴ $\angle 4 = \angle 1$,

∴ $\angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 5$,

∴ $\angle GAF = \angle FAE$,

∵ 在 $\triangle AGB$ 和 $\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} \angle 4 = \angle 1 \\ AB = AD \\ \angle ABG = \angle ADE \end{cases},$$

∴ $\triangle AGB \cong \triangle AED$ (ASA),

∴ $AG = AE, BG = DE$,

∵ 在 $\triangle AGF$ 和 $\triangle AEF$ 中,

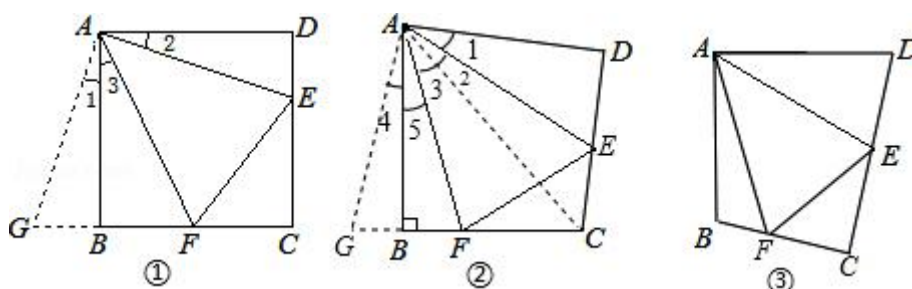
$$\begin{cases} AG = AE \\ \angle GAF = \angle EAF \\ AF = AF \end{cases},$$

∴ $\triangle AGF \cong \triangle AEF$ (SAS),

∴ $GF = EF$,

∴ $DE + BF = EF$;

(3) 当 $\angle B$ 与 $\angle D$ 满足 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 时, 可使得 $DE + BF = EF$.



【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定以及折叠的性质和旋转变换性质等知识, 根据题意作出与已知相等的角, 利用三角形全等是解决问题的关键.