

2011 年湖南省张家界市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1.（3 分）计算： $-(-1)^{2011}$ 的结果是（ ）

- A. 1 B. -1 C. 2011 D. -2011

2.（3 分）下列事件中，不是必然事件的是（ ）

- A. 对顶角相等 B. 内错角相等
C. 三角形内角和等于 180° D. 等腰梯形是轴对称图形

3.（3 分）一家鞋店对上一周某品牌女鞋的销量统计如下：

尺码（厘米）	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
销量（双）	1	2	5	11	7	3	1

该店决定本周进货时，多进一些尺码为 23.5 厘米的鞋，影响鞋店决策的统计量是（ ）

- A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 众数

4.（3 分）不等式 $3x - 5 < 3 + x$ 的解集是（ ）

- A. $x \leq 4$ B. $x \geq 4$ C. $x < 4$ D. $x > 4$

5.（3 分）已知 1 是关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + 1 = 0$ 的一个根，则 m 的值是（ ）

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 无法确定

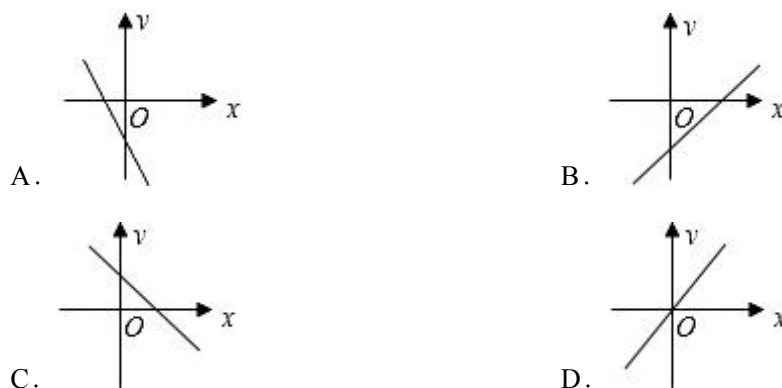
6.（3 分）顺次连接任意四边形四边中点所得的四边形一定是（ ）

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

7.（3 分）已知两圆相外切，连心线长度是 10 厘米，其中一圆的半径为 6 厘米，则另一圆的半径是（ ）

- A. 16 厘米 B. 10 厘米 C. 6 厘米 D. 4 厘米

8.（3 分）关于 x 的一次函数 $y = kx + k^2 + 1$ 的图象可能正确的是（ ）



二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9.（3 分）2011 年 4 月 10 日 4 时 47 分，我国第八颗北斗导航卫星发射成功，标志着北斗区域卫星导航系统的基本系统建成，打破了欧美对该领域的垄断．据中科院详细估算，该系统到 2020 年有望形成价值 400000000000 元的产业，用科学记数法表示为_____元．

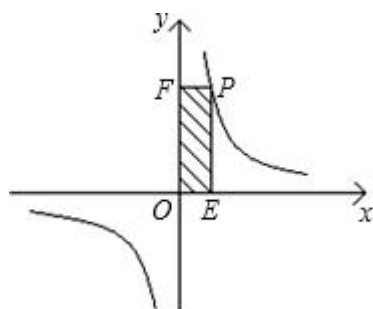
10.（3 分）我们可以利用计算器求一个正数 a 的算术平方根，其操作方法是按顺序进行按键输入： $\sqrt{}$ a $=$ ．小明按键输入 $\sqrt{}$ 1 6 $=$ 显示结果为 4，则他按键 $\sqrt{}$ 1 6 0 0 $=$ 输入显示结果应为_____．

11.（3 分）因式分解： $x^3y^2 - x^5 =$ _____．

12.（3 分）一个物体的三视图如图所示，这个几何体是_____．



13.（3 分）如图，点 P 是反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上的一点，则矩形 $PEOF$ 的面积是_____．



14.（3 分）两个袋子中分别装着写有 1、2、3、4 的四张卡片，从每一个袋子中各抽取一张，则两张卡片上的数字之和是 6 的机会是_____．

15.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 为 BC 边的中点， $\angle BAD = 20^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____．



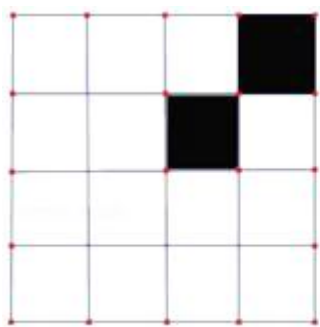
16.（3 分）在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ ， $AC = 6$ ，在 $\triangle DEF$ 中， $DE = 4$ ， $DF = 3$ ，要使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle$

DEF 相似, 则需添加的一个条件是_____ (写出一种情况即可).

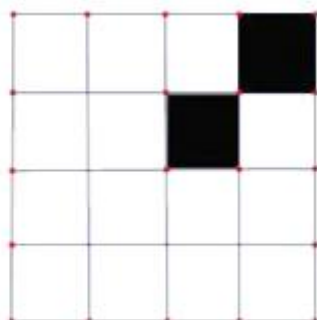
三、解答题 (本大题共 9 个小题, 满分为 72 分)

17. (6 分) 计算: $(\sqrt{2012} - \sqrt{2011})^0 + \sqrt[3]{-8} + 2\cos 60^\circ$.

18. (6 分) 将 16 个相同的小正方形拼成正方形网格, 并将其中的两个小正方形涂成黑色, 请你用两种不同的方法分别在图甲、图乙中再将两个空白的小正方形涂黑, 使它成为轴对称图形.



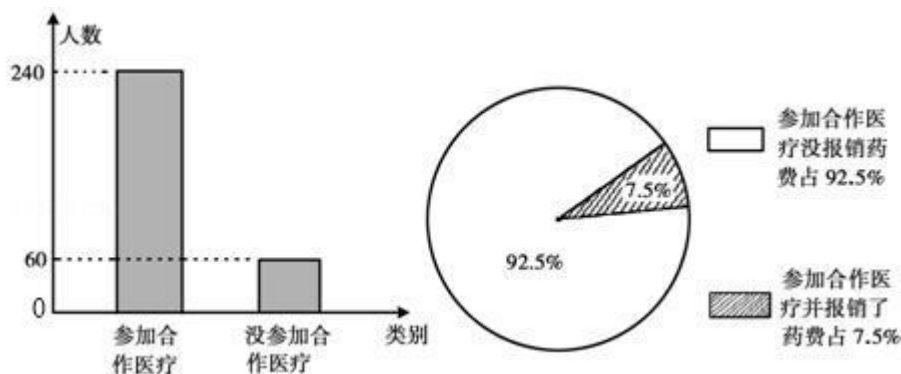
图甲



图乙

19. (8 分) 先化简, 再把 x 取一个你最喜欢的数代入求值: $(\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} + \frac{2-x}{x+2}) \div \frac{x}{x-2}$.

20. (8 分) 推行新型农村合作医疗是近几年我国实行的一系列惠农政策之一, 村民只要每人每年自负 20 元, 各级政府负担 80 元, 就可以加入合作医疗, 享受农村合作医疗带来的实惠. 小华与同学随机抽样调查了他们乡的部分村民, 根据收集的数据, 对参加合作医疗的情况绘制了条形统计图, 并对其中参加合作医疗者的药费报销情况绘制了扇形统计图;

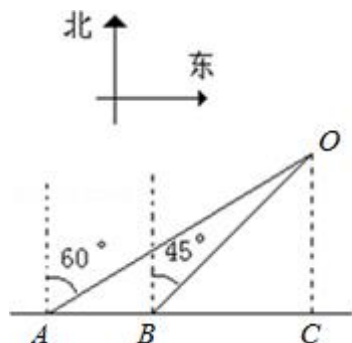


根据以上信息, 解答以下问题:

- (1) 本次调查了村民_____位, 被调查的村民中有_____人报销了医药费;
- (2) 若该乡共有 10000 村民, 请你估算一下已有多少人参加了合作医疗, 要使参加合作医疗的村民达到 95%, 还需多少村民参加.

21. (8分) 张家界市为了治理城市污水, 需要铺设一段全长为 300 米的污水排放管道, 铺设 120 米后, 为了尽可能减少施工对城市交通所造成的影响, 后来每天的工作量比原计划增加 20%, 结果共用了 27 天完成了这一任务, 求原计划每天铺设管道多少米?

22. (8分) 如图, 某船由西向东航行, 在点 A 测得小岛 O 在北偏东 60° , 船航行了 10 海里后到达点 B , 这时测得小岛 O 在北偏东 45° , 船继续航行到点 C 时, 测得小岛 O 恰好在船的正北方, 求此时船到小岛的垂直距离.



23. (8分) 阅读材料:

如果 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根, 那么, $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$. 这就是著名的韦达定理. 现在我们利用韦达定理解决问题:

已知 m 与 n 是方程 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 的两根

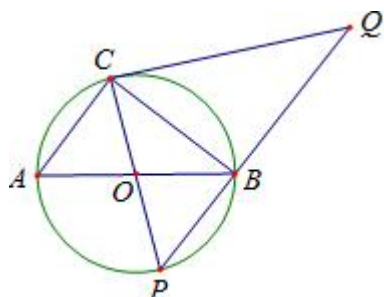
(1) 填空: $m+n =$ _____, $m \cdot n =$ _____;

(2) 计算 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值.

24. (8分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 的两侧有定点 C 和动点 P , 点 P 在弧 AB 上运动 (不与 A, B 重合), 过点 C 作 CP 的垂线, 与 PB 的延长线交于点 Q .

(1) 试猜想: $\triangle PCQ$ 与 $\triangle ACB$ 具有何种关系? (不要求证明);

(2) 当点 P 运动到什么位置时, $\triangle ABC \cong \triangle PCB$, 并给出证明.



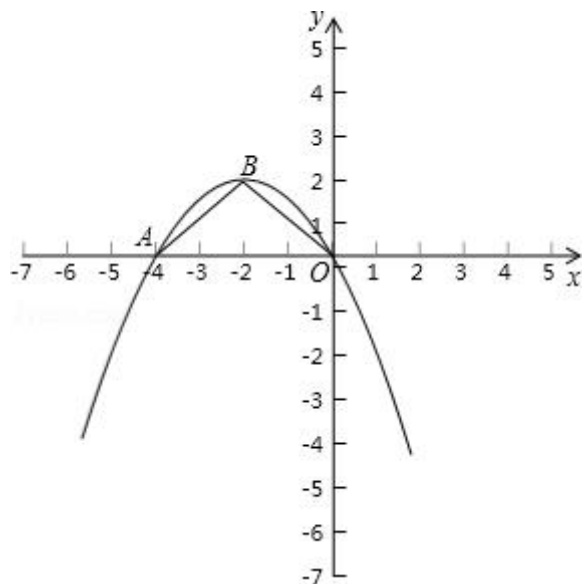
25. (12分) 如图, 抛物线 $y = ax^2+bx$ 经过点 $A(-4, 0)$ 、 $B(-2, 2)$, 连接 OB 、 AB ,

(1) 求该抛物线的解析式.

(2) 求证: $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形.

(3) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 135° ，得到 $\triangle OA'B'$ ，写出 $A'B'$ 的中点 P 的坐标，试判断点 P 是否在此抛物线上。

(4) 在抛物线上是否存在这样的点 M ，使得四边形 $ABOM$ 成直角梯形？若存在，请求出点 M 坐标及该直角梯形的面积；若不存在，请说明理由。



2011 年湖南省张家界市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】根据有理数的乘方法则，可知 $(-1)^{2011} = -1$ ，所以： $-(-1)^{2011} = 1$.

【解答】解：原式 $= -(-1) = 1$.

故选：A.

【点评】本题主要考查有理数的乘方法则，关键在于求出： $(-1)^{2011} = -1$.

2. 【分析】必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件．据此判断即可解答．

【解答】解：A、为必然事件，不符合题意；

B、为不确定事件，两直线平行时才成立，符合题意；

C、为必然事件，不符合题意；

D、为必然事件，不符合题意．

故选：B.

【点评】本题主要考查必然事件、不可能事件、随机事件的概念，理解概念是解决基础题的主要方法．

用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

3. 【分析】平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量；方差、标准差是描述一组数据离散程度的统计量．销量大的尺码就是这组数据的众数．

【解答】解：由于众数是数据中出现次数最多的数，故应最关心这组数据中的众数．

故选：D.

【点评】此题主要考查统计的有关知识，主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义．

4. 【分析】根据解不等式的步骤，移项，合并同类项，把 x 的系数化为 1，注意解题过程中要注意符号的变化．

【解答】解： $3x - 5 < 3 + x$ ，

移项得： $3x - x < 3 + 5$ ，

合并同类项得： $2x < 8$ ，

把 x 的系数化为 1 得： $x < 4$ ，

$\therefore$ 不等式的解集为： $x < 4$ ．

故选：C.

【点评】此题主要考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错，因此同学们要注意符号问题.

5. 【分析】把 $x=1$ 代入方程，即可得到一个关于 m 的方程，即可求解.

【解答】解：根据题意得： $(m-1)+1+1=0$,

解得： $m=-1$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了方程的解的定义，正确理解定义是关键.

6. 【分析】顺次连接任意四边形四边中点所得的四边形，一组对边平行并且等于原来四边形某一对角线的一半，说明新四边形的对边平行且相等. 所以是平行四边形.

【解答】解：连接 BD ,

已知任意四边形 $ABCD$, E 、 F 、 G 、 H 分别是各边中点.

$\because$ 在 $\triangle ABD$ 中, E 、 H 是 AB 、 AD 中点,

$$\therefore EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2}BD.$$

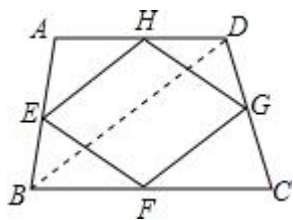
$\because$ 在 $\triangle BCD$ 中, G 、 F 是 DC 、 BC 中点,

$$\therefore GF \parallel BD, GF = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore EH = GF, EH \parallel GF,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

故选：A.



【点评】本题三角形的中位线的性质考查了平行四边形的判定：三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半.

7. 【分析】由两圆相外切，连心线长度是 10 厘米，其中一圆的半径为 6 厘米，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R ， r 的数量关系间的联系即可求得另一圆的半径.

【解答】解： $\because$ 两圆相外切，连心线长度是 10 厘米，其中一圆的半径为 6 厘米，

$$\therefore 10 - 6 = 4 \text{ (厘米)},$$

$\therefore$ 另一圆的半径是 4 厘米.

故选：D.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d , 两圆半径 R , r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

8. 【分析】根据图象与 y 轴的交点直接解答即可.

【解答】解：令 $x=0$, 则函数 $y=kx+k^2+1$ 的图象与 y 轴交于点 $(0, k^2+1)$, $\because k^2+1>0$, $\therefore$ 图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上.

故选：C.

【点评】本题考查一次函数的图象, 考查学生的分析能力和读图能力.

二、填空题(本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解：将 400 000 000 000 用科学记数法表示为: $400000000000 = 4 \times 10^{11}$,
故答案为 4×10^{11} .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. 【分析】根据被开方数扩大 100 倍, 算术平方根扩大 10 倍, 直接解答即可.

【解答】解： $\because \sqrt{16} = 4$,
 $\therefore \sqrt{1600} = \sqrt{16 \times 100} = 40$.

故答案为：40.

【点评】本题主要考查数的开方, 根据题意找出规律是解答本题的关键.

11. 【分析】先提取公因式 x^3 , 再根据平方差公式进行二次分解即可求得答案.

【解答】解： $x^3y^2 - x^5 = x^3(y^2 - x^2) = x^3(y - x)(y + x)$.
故答案为： $x^3(y - x)(y + x)$.

【点评】本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用平方差公式进行二次分解, 注意分解要彻底.

12. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

【解答】解：由于俯视图为圆形可得为球、圆柱、圆锥. 主视图和左视图为三角形可得此几何体为圆锥.

故答案为：圆锥.

【点评】考查学生对圆锥三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

13. 【分析】因为过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积 S 是个定值，即 $S = |k|$ ，再根据反比例函数的图象所在的象限确定 k 的值

【解答】解： $\because$ 点 P 是反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上的一点，

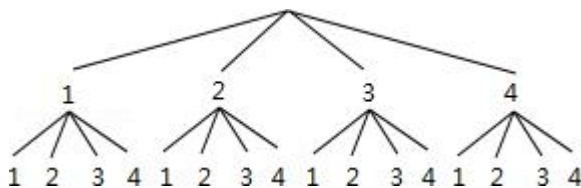
$$\therefore S = |k| = 6.$$

故答案为：6.

【点评】本题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

14. 【分析】列举出所有情况，看两张卡片上的数字之和是 6 的情况数占总情况数的多少即可.

【解答】解：



共 16 种情况，和等于 6 的情况数有 3 种，所以所求的概率为 $\frac{3}{16}$ ，故答案为 $\frac{3}{16}$.

【点评】考查概率的求法；得到两张卡片上的数字之和是 6 的情况数的解决本题的关键；用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. 【分析】由已知条件，利用等边三角形三线合一的性质进行求解.

【解答】解： $\because AB = CA$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$\because D$ 是 BC 边上的中点，

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\because \angle BAD = 20^\circ$.

$\therefore \angle C = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

故答案为： 70° .

【点评】本题考查了等腰三角形的性质；利用三线合一正确解答本题的关键.

16. 【分析】因为两三角形三边对应成比例，那么这两个三角形就相似，从题目知道有两组对应边的比为 2:1，所以第三组也满足这个比例即可。

【解答】解：则需添加的一个条件是： $BC = 2EF$ ，且 $2 < BC < 14$ ， $1 < EF < 7$ 。

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ ， $AC = 6$ ，在 $\triangle DEF$ 中， $DE = 4$ ， $DF = 3$ ，

$\therefore AB:DE = 2:1$ ， $AC:DF = 2:1$ ，

$\therefore BC:EF = 2:1$ 。

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

则添加的条件可以为：① $\angle A = \angle D$ 或 ② $BC:EF = 2:1$ 。

故答案为：① $\angle A = \angle D$ 或 ② $BC:EF = 2:1$ 。

【点评】本题考查相似三角形的判定定理，关键知道两三角形三边对应成比例的话，两三角形相似。

三、解答题（本大题共 9 个小题，满分为 72 分）

17. 【分析】分别根据 0 指数幂、数的立方及特殊角的三角函数值计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可。

【解答】解：原式 $= 1 - 2 + 1$ ，

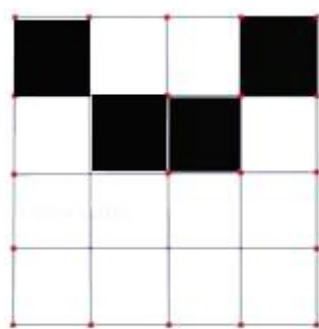
$= 0$ 。

故答案为：0。

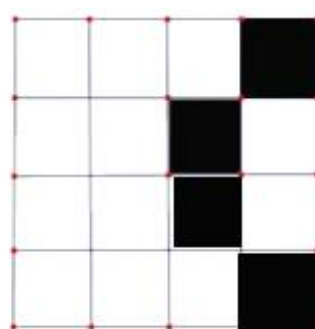
【点评】本题考查的是实数混合运算的法则，熟知 0 指数幂、数的立方及特殊角的三角函数值是解答此题的关键。

18. 【分析】根据轴对称图形的性质得出，分别在图甲、图乙中再将两个空白的小正方形涂黑，使它成为轴对称图形即可。

【解答】解：如图所示：



图甲



图乙

【点评】此题主要考查了轴对称图形的画法以及轴对称图形的性质，轴对称图形的考查是重点题型同学们应熟练掌握。

19. 【分析】将括号里通分，除法化为乘法，约分化简，再代值计算，代值时， x 的取值不能使原式的分母、除式为 0.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= \left[\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{x-2}{x+2} \right] \cdot \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{8x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{8}{x+2},\end{aligned}$$

$\therefore$ 原式中， $x=2$ 或 $x=-2$ 时，分母为 0，分式无意义，故 $x \neq 2$ 且 $x \neq -2$ ，

同时， $x=0$ 时， $\frac{x-2}{x}$ 无意义.

当 $x=6$ 时，原式 $= 1$.

【点评】本题考查了分式的化简求值. 解答此题的关键是把分式化到最简，然后代值计算.

20. 【分析】(1) 用参加合作医疗的人数与没有参加合作医疗的人数相加可得调查总人数，报销了医药费的人数 = 参加合作医疗的人数 $\times 7.5\%$;

(2) 利用全村参加合作医疗人数 = 10000 $\times$ 参加合作医疗的百分率求出数据，前后两个数据相减即可解答.

【解答】解：(1) 调查的村民数 = 240 + 60 = 300 人，

参加合作医疗报销了医药费的人数 = 240 $\times 7.5\%$ = 18 人；

(2) $\therefore$ 参加医疗合作的百分率为 $\frac{240}{300} = 80\%$ ，

$\therefore$ 估计该乡参加合作医疗的村民有 10000 $\times 80\%$ = 8000 人，

9500 - 8000 = 1500 人，即要使参加合作医疗的村民达到 95%，还需 1500 名村民参加.

故答案为：300，18.

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图中各部分占总体的百分比之和为 1，直接反映部分占总体的百分比大小.

21. 【分析】设原计划每天铺设管道 x 米，根据需要铺设一段全长为 300 米的污水排放管道，铺设 120 米后，为了尽可能减少施工对城市交通所造成的影响，后来每天的工作量比原计划增加 20%，结果共用了 27 天完成了这一任务，根据等量关系：铺设 120 米管道的时

间+铺设(300-120)米管道的时间=27天,可列方程求解.

【解答】解:设原计划每天铺设管道 x 米,

依题意得: $\frac{120}{x} + \frac{300-120}{x(1+20\%)} = 27$,

解得 $x = 10$,

经检验, $x = 10$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 原计划每天铺设管道 10 米.

【点评】 本题考查理解题意的能力, 关键是设出原计划每天铺设管道 x 米, 以天数做为等量关系列方程求解.

22. **【分析】** 设 $OC = x$ 海里, 依题意得, $BC = OC = x$, $AC = \sqrt{3}x$, 再根据 $AC - BC = 10$ 即可得到关于 x 的一元一次方程, 求出 x 的值即可.

【解答】 解: 设 $OC = x$ 海里, 依题意得, $BC = OC = x$, $AC = \sqrt{3}x$. (3分)

$\therefore AC - BC = 10$, 即 $(\sqrt{3}-1)x = 10$,

$\therefore x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = 5(\sqrt{3}+1)$,

答: 船与小岛的距离是 $5(\sqrt{3}+1)$ 海里. (8分)

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用-方向角问题, 根据题意得出关于 x 的一元一次方程是解答此题的关键.

23. **【分析】** (1) 直接根据韦达定理计算即可得到 $m+n$ 和 mn ;

(2) 先把 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 变形, 用 $m+n$ 和 mn 表示, 然后把(1)的值整体代入进行计算即可.

【解答】 (1) 答案为 $3, \frac{3}{2}$.

(2) $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$.

【点评】 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: 若方程的两根分别为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

24. **【分析】** (1) 由 $CP \perp CQ$, AB 是 $\odot O$ 的直径, 易得 $\angle PCQ = \angle ACB = 90^\circ$, 又由同弧所对的圆周角相等, 即可得 $\angle A = \angle P$, 根据有两角对应相等的三角形相似, 即可证得 $\triangle PCQ \sim \triangle ACB$;

(2) 由 $\triangle PCQ \sim \triangle ACB$, 只要 $AB = PC$ 即可, 又由 AB 是直径, 则可得当 PC 过圆心时, $\triangle ABC \cong \triangle PCB$.

【解答】解：（1） $\triangle PCQ \sim \triangle ACB$ ；

理由： $\because CP \perp CQ$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle PCQ = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle P,$$

$$\therefore \triangle PCQ \sim \triangle ACB;$$

（2）当 PC 过圆心时， $\triangle ABC \cong \triangle PCB$.（4 分）

证明： $\because PC$ 和 AB 都是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = \angle PBC = 90^\circ, \text{（5 分）}$$

且 $AB = PC$,（6 分）

又 $\angle A = \angle P$.（7 分）

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle PCB. \text{（8 分）}$$

【点评】此题考查了圆的性质，相似三角形的判定，全等三角形的判定的知识．此题难度不大，解题的关键是注意数形结合思想的应用．

25. 【分析】（1）将 $A(-4, 0)$ 、 $B(-2, 2)$ 代入抛物线解析式 $y = ax^2 + bx$ ，列方程组求 a 、 b 的值即可；

（2）根据所求抛物线解析式求抛物线的顶点坐标，判断三角形的形状；

（3）根据 $\triangle OAB$ 的形状，旋转方向，旋转角，画出图形，可求 A' 、 B' 的坐标，根据中点坐标公式求 P 的坐标，代入抛物线解析式进行判断；

（4）存在．过点 O ，作 $OM \parallel AB$ 交抛物线于点 M ，根据 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形，可求直线 OM 的解析式，与抛物线解析式联立，可求 M 点坐标，同理，过点 A ，作 $AM' \parallel OB$ 交抛物线于点 M' ，联立方程组可求 M' 的坐标，由图形的特殊性可知，两种情况下，梯形面积相等，根据梯形面积公式求解．

【解答】（1）解：由 $A(-4, 0)$ 、 $B(-2, 2)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx$ 图象上，

$$\text{得：} \begin{cases} 0 = a(-4)^2 + b(-4) \\ 2 = a(-2)^2 + b(-2) \end{cases} \text{（2 分）}$$

$$\text{解之得：} a = -\frac{1}{2}, b = -2,$$

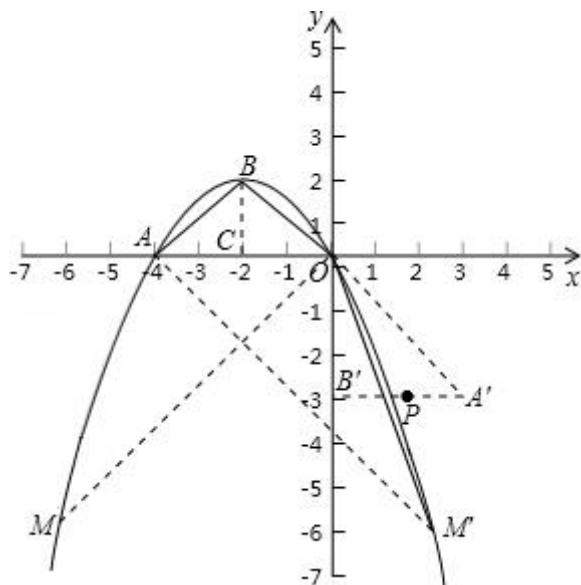
$$\therefore \text{该函数解析式为：} y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x. \text{（4 分）}$$

(2) 证明: 过点 B 作 BC 垂直于 x 轴, 垂足是点 C . (6 分)

$$\because y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2,$$

$\therefore$ 线段 CO 、 CA 、 CB 的长度均为 2,

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle OBC$ 为全等的等腰直角三角形,



$$\therefore AB = OB$$

且 $\angle ABO = \angle ABC + \angle OBC = 90^\circ$

$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形 (8 分)

(3) 解: 如图, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 135° , 得到 $\triangle OA'B'$

其中点 B' 正好落在 y 轴上且 $B'A' \parallel x$ 轴.

又 $\because OB'$ 和 $A'B'$ 的长度为 $2\sqrt{2}$,

$A'B'$ 中点 P 的坐标为 $(\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$, 显然不满足抛物线方程,

$\therefore$ 点 P 不在此抛物线上 (10 分)

(4) 解: 存在 (11 分)

过点 O , 作 $OM \parallel AB$ 交抛物线于点 M

易求出直线 OM 的解析式为: $y = x$

$$\text{联立抛物线解析式得: } \begin{cases} y = x \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$$

解之得点 $M(-6, -6)$,

显然，点 $M(-6, -6)$ 关于对称轴 $x = -2$ 的对称点 $M'(2, -6)$ 也满足要求，
故满足条件的点 M 共有两个，坐标分别为 $(-6, -6)$ 和 $(2, -6)$

$$\therefore S_{ABOM} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle AOM} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 16. \quad (12 \text{ 分})$$

(注：此题方法较多，只要合理均可给分)

【点评】 本题考查了二次函数的综合运用．关键是根据题意求抛物线解析式，根据解析式确定图形的特殊性．