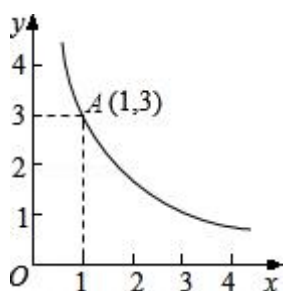


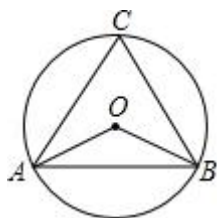
2011 年湖南省常德市中考数学试卷

一、填空题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) $|-2|$ 的绝对值 = _____.
2. (3 分) 分解因式: $x^3 - 4x =$ _____.
3. (3 分) 函数 $y = \frac{x+1}{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 _____.
4. (3 分) 四边形的外角和 = _____.
5. (3 分) 如图所示的曲线是一个反比例函数图象的一支, 点 A 在此曲线上, 则该反比例函数的解析式为 _____.



6. (3 分) 质量检测部门抽样检测出某品牌电器产品的次品率为 5%, 一位经销商现有这种产品 1000 件, 估计其中次品有 _____ 件.
7. (3 分) 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 且 $\angle C = 70^\circ$, 则 $\angle OAB =$ _____.

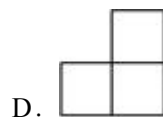
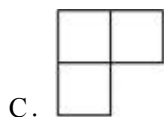
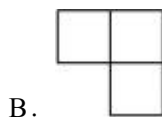
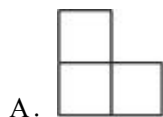


8. (3 分) 先找规律, 再填数: $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$, $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$, $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = \frac{1}{56}$, 则 $\frac{1}{2011} + \frac{1}{2012} - \frac{1}{2011 \times 2012} =$ _____.

二、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (3 分) 下列计算错误的是 ()

A. $2011^0 = 1$
B. $\sqrt{81} = \pm 9$
C. $(\frac{1}{3})^{-1} = 3$
D. $2^4 = 16$
10. (3 分) 如图, 是由四个相同的小正方体组成的立体图形, 它的左视图是 ()



11. (3分) 我国以 2010 年 11 月 1 日零时为标准计时点, 进行了第六次全国人口普查, 查得全国总人口约为 1370000000 人, 请将总人口用科学记数法表示为 ()

- A. 1.37×10^8 B. 1.37×10^9 C. 1.37×10^{10} D. 13.7×10^8

12. (3分) 在平面直角坐标系中, $\square ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(4, 2)$, 则顶点 D 的坐标为 ()

- A. $(7, 2)$ B. $(5, 4)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 1)$

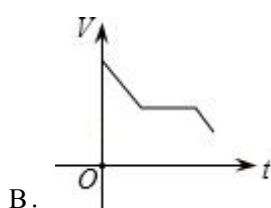
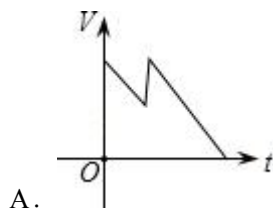
13. (3分) 在某校艺体节的乒乓球比赛中, 李东同学顺利进入总决赛, 且个人技艺高超, 有同学预测“李东夺冠的可能性是 80%”, 对该同学的说法理解正确的是 ()

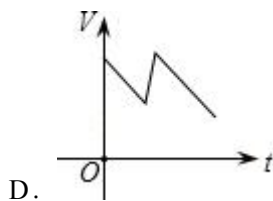
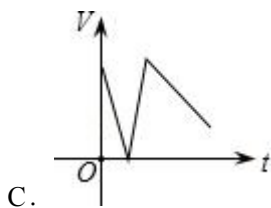
- A. 李东夺冠的可能性较小
B. 李东和他的对手比赛 10 局时, 他一定赢 8 局
C. 李东夺冠的可能性较大
D. 李东肯定会赢

14. (3分) 已知圆锥底面圆的半径为 6 厘米, 高为 8 厘米, 则圆锥的侧面积为 () 厘米².

- A. 48 B. 48π C. 120π D. 60π

15. (3分) 小华同学利用假期时间乘坐一大巴去看望在外打工的妈妈, 出发时, 大巴的油箱装满了油, 匀速行驶一段时间后, 油箱内的汽油恰剩一半时又加满了油, 接着按原速度行驶, 到目的地时油箱中还剩有 $\frac{1}{3}$ 箱汽油, 设油箱中所剩汽油量为 V 升, 时间为 t (分钟), 则 V 与 t 的大致图象是 ()





16. (3分) 设 $\min\{x, y\}$ 表示 x, y 两个数中的最小值, 例如 $\min\{0, 2\} = 0$, $\min\{12, 8\} = 8$, 则关于 x 的函数 $y = \min\{2x, x+2\}$ 可以表示为 ()

A. $y = \begin{cases} 2x & (x < 2) \\ x+2 & (x \geq 2) \end{cases}$

B. $y = \begin{cases} x+2 & (x < 2) \\ 2x & (x \geq 2) \end{cases}$

C. $y = 2x$

D. $y = x+2$

三、解答题 (共 10 小题, 满分 72 分)

17. (5分) 计算: $17 - 2^3 \div (-2) \times 3$.

18. (5分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > x+1 & \text{①} \\ 4x-8 < x+1 & \text{②} \end{cases}$.

19. (6分) 先化简, 再求值, $(\frac{1}{x+1} + \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}) \div \frac{x-1}{x+1}$, 其中 $x = 2$.

20. (6分) 在 1 个不透明的口袋里, 装有红、白、黄三种颜色的乒乓球 (除颜色外, 其余都相同), 其中有白球 2 个, 黄球 1 个, 若从中任意摸出一个球, 这个球是白色的概率为 0.5.

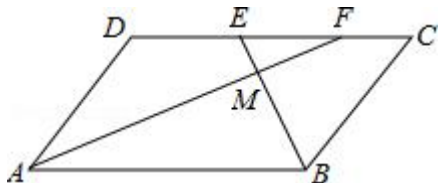
(1) 求口袋中红球的个数;

(2) 若摸到红球记 0 分, 摸到白球记 1 分, 摸到黄球记 2 分, 甲从口袋中摸出一个球, 不放入, 再找出一个画树状图的方法求甲摸的两个球且得 2 分的概率.

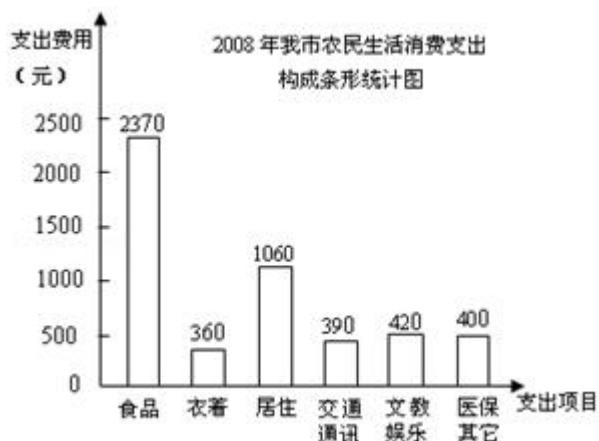
21. (7分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(1) 求证: $\triangle MEF \sim \triangle MBA$;

(2) 若 AF 、 BE 分别是 $\angle DAB$, $\angle CBA$ 的平分线, 求证: $DF = EC$.



22. (7分) 随着“十一五”期间中央系列强农惠农政策的出台, 农民的收入和生活质量及消费走势发生了巨大的变化, 农民的生活消费结构趋于理性化, 并呈现出多层次的消费结构, 为了解我市农民消费结构状况, 随机调查了部分农民, 并根据调查数据, 将 2008 年和 2010 年我市农民生活消费支出情况绘成了如下的统计图表:



2010 年我市农民生活消费支出统计表

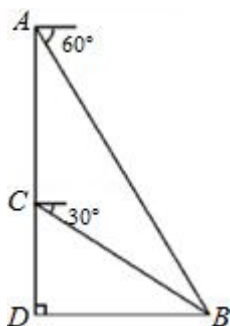
消费支出项目	支出费用 (元)	占生活消费总额的百分比
食品	2630	0.43
衣着	521	0.09
居住	1380	0.23
交通通讯	430	0.07
文教娱乐	a	b
医保及其它	605	c
支出总额	6050	1

请解答如下问题：

- (1) 2008 年的生活消费，支出总额是多少？支出费用中支出最多的项目是哪一项？
- (2) 2010 年我市农民生活消费支出构成表中 a 、 b 、 c 的值分别是多少？
- (3) 2008 年到 2010 年的生活消费支出总额的年平均增长率是多少？

23. (8 分) 某城市规定：出租车起步价允许行驶的最远路程为 3 千米，超过 3 千米的部分按每千米另行收费，甲说：“我乘这种出租车走了 11 千米，付了 17 元”；乙说：“我乘这种出租车走了 23 千米，付了 35 元”。请你算一算这种出租车的起步价是多少元？以及超过 3 千米后，每千米的车费是多少元？

24. (8 分) 青青草原上，灰太狼每天都想着如何抓羊，而且是屡败屡试，永不言弃。(如图 所示)一天，灰太狼在自家城堡顶部 A 处观察羊羊们时，发现懒洋洋在大树底下睡懒觉，此时，测得懒洋洋所在地 B 处的俯角为 60° ，然后下到城堡的 C 处，测得 B 处的俯角为 30° 。已知 $AC = 40$ 米，若灰太狼以 $5m/s$ 的速度从城堡底部 D 处出发，几秒钟后能抓到懒羊羊？(结果精确到个位)。

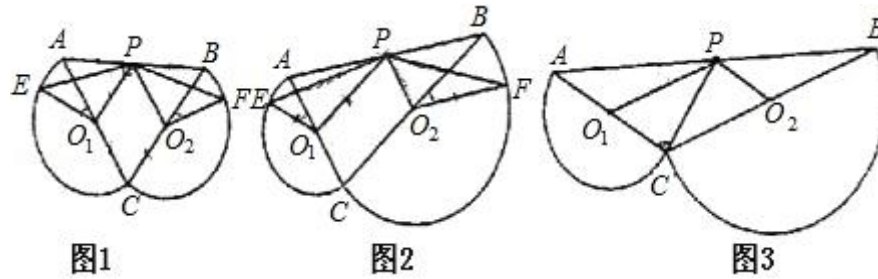


25. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ ，分别以 AC 和 BC 为直径作半圆 O_1 ， O_2 ， P 是 AB 的中点，

- (1) 如图 1，若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，且 $AC = BC$ ，在 $\widehat{AC}$ ， $\widehat{BC}$ 上分别取点 E 、 F ，使 $\angle AO_1E = \angle BO_2F$ ，则有结论① $\triangle PO_1E \cong \triangle FO_2P$ ，② 四边形 PO_1CO_2 是菱形，请给出结论②的证明；

(2) 如图 2, 若 (1) 中 $\triangle ABC$ 是任意三角形, 其他条件不变, 则 (1) 中的两个结论还成立吗? 若成立, 请给出证明;

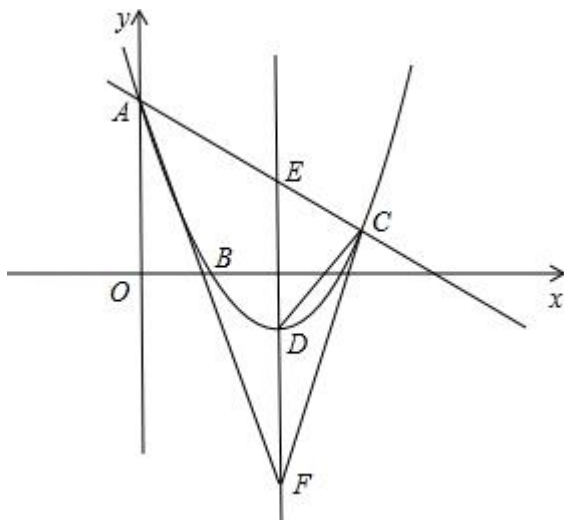
(3) 如图 3, 若 PC 是 $\odot O_1$ 的切线, 求证: $AB^2 =$



$BC^2 + 3AC^2$.

26. (10 分) 如图, 已知抛物线过点 $A(0, 6)$, $B(2, 0)$, $C(7, \frac{5}{2})$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 若 D 是抛物线的顶点, E 是抛物线的对称轴与直线 AC 的交点, F 与 E 关于 D 对称, 求证: $\angle CFE = \angle AFE$;
- (3) 在 y 轴上是否存在这样的点 P , 使 $\triangle AFP$ 与 $\triangle FDC$ 相似? 若有请求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若没有, 请说明理由.



2011 年湖南省常德市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】根据绝对值的定义；数轴上一个数所对应的点与原点的距离叫做该数绝对值解答即可.

【解答】解： $|-2|=2$,

故答案为 2.

【点评】本题考查了绝对值的定义，解答时要熟记绝对值只能为非负数，属于基础题.

2. 【分析】应先提取公因式 x ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $x^3 - 4x$,

$$= x(x^2 - 4),$$

$$= x(x+2)(x-2).$$

故答案为： $x(x+2)(x-2)$.

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次因式分解，分解因式一定要彻底，直到不能再分解为止.

3. 【分析】分式有意义的条件是分母不等于 0，根据这一点就可以求出 x 的范围.

【解答】解：根据题意得： $x - 3 \neq 0$ ，解得： $x \neq 3$.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0.

4. 【分析】根据多边形的内角和定理和邻补角的关系即可求出四边形的外角和.

【解答】解： $\because$ 四边形的内角和为 $(4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$ ，

而每一组内角和相邻的外角是一组邻补角，

$$\therefore \text{四边形的外角和等于 } 4 \times 180^\circ - 360^\circ = 360^\circ，$$

故答案为 360° .

【点评】本题主要考查了多边形的内角和定理和多边形的外角和，比较简单.

5. 【分析】根据图示知 $A(1, 3)$ ，将其代入反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ ，求得 k 值，进而求出反比例函数的解析式.

【解答】解：设该反比例函数的解析式是 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$.

$\because$ 点 $A(1, 3)$ 在此曲线上，

$$\therefore 3 = k, \text{ 即 } k = 3,$$

∴该反比例函数的解析式为 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$).

故答案为: $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$).

【点评】本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式. 解题时, 借用了反比例函数图象上点的坐标特征, 经过函数的某点一定在函数的图象上.

6. 【分析】根据题意知检测部门抽样检测出某品牌电器产品的次品率为 5%, 一位经销商现有这种产品 1000 件, 则估计其中次品有 $1000 \times 5\% = 50$ (件).

【解答】解: $1000 \times 5\% = 50$ (件),

故答案为: 50.

【点评】本题比较容易, 考查根据实际问题进行计算.

7. 【分析】根据圆周角定理 (同弧所对的圆周角是所对的圆心角的一半) 填空.

【解答】解: ∵ $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆,

∴ $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB$ (同弧所对的圆周角是所对的圆心角的一半);

又 ∵ $\angle C = 70$ 度,

∴ $\angle AOB = 140^\circ$.

∴ $\angle OAB = (180 - 140) \div 2 = 20^\circ$.

故答案为: 20° .

【点评】本题考查了圆周角定理. 利用圆周角定理解答问题时, 一定要注意是“同弧”或“等弧”所对的圆周角与圆心角之间的数量关系.

8. 【分析】观察这些算式我们可以得到一个规律: 每个算式第一个加数的分母依次是 1, 3, 5, 7, ..., 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列, 每个算式的减数的分母依次是 1, 2, 3, 4, ... 即是第几个算式, 减数的分母就是几, 先由第一个加数的分母是 2011, 求出是第几个算式, 从而得出答案.

【解答】解: 通过观察得:

每个算式第一个加数的分母依次是 1, 3, 5, 7, ..., 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列,

每个算式的减数的分母依次是 1, 2, 3, 4, ... 即是第几个算式,

设要求的是第 n 个算式,

则: $1 + (n - 1) \times 2 = 2011$,

解得: $n = 1006$,

故答案为： $\frac{1}{1006}$.

【点评】此题考查的是数字的变化类问题，解题的关键是通过观察找出规律，即每个算式第一个加数的分母依次是 1, 3, 5, 7, …, 是首项为 1, 公差为 2 的等差数列，每个算式的减数的分母依次是 1, 2, 3, 4, …即是第几个算式，求解.

二、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. 【分析】本题涉及负整数指数幂、有理数的乘方、算术平方根、零指数幂 4 个考点，在计算时，针对每个考点对各选项依次计算即可.

【解答】解：A、 $2011^0 = 1$ ，故本选项正确，不符合题意；

B、 $\sqrt{81} = 9$ ，故本选项错误，符合题意；

C、 $(\frac{1}{3})^{-1} = 3$ ，故本选项正确，不符合题意；

D、 $2^4 = 16$ ，故本选项正确，不符合题意.

故选：B.

【点评】本题考查了负整数指数幂、有理数的乘方、算术平方根、零指数幂的考点，此题比较容易，易于掌握.

10. 【分析】找到从左侧面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.

【解答】解：从左面看，这个立体图形有两层，且底层有两个小正方形，第二层的左边有一个小正方形.

故选：A.

【点评】本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左侧面看得到的视图.

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 1 370 000 000 用科学记数法表示为 1.37×10^9 .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 【分析】首先根据题意作图，然后由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，根据平行四边形的性质，即可求得顶点 D 的坐标.

【解答】解：如图：

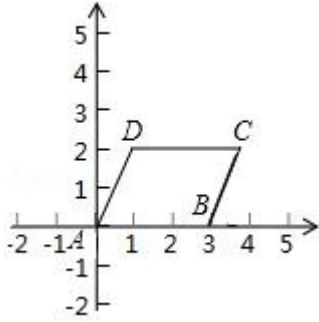
∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $CD = AB$, $CD \parallel AB$,

∵ $\square ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(4, 2)$,

∴ 顶点 D 的坐标为 $(1, 2)$.

故选: C .



【点评】 此题考查了平行四边形的性质. 注意数形结合思想的应用是解此题的关键.

13. **【分析】** 根据概率的意义, 反映的只是这一事件发生的可能性的的大小, 不一定发生也不一定不发生, 依次分析可得答案.

【解答】 解: 根据题意, 有人预测李东夺冠的可能性是 80%, 结合概率的意义,

A、李东夺冠的可能性较大, 故本选项错误;

B、李东和他的对手比赛 10 局时, 他可能赢 8 局, 故本选项错误;

C、李东夺冠的可能性较大, 故本选项正确;

D、李东可能会赢, 故本选项错误.

故选: C .

【点评】 本题主要考查了概率的意义: 反映的只是这一事件发生的可能性的的大小, 难度较小.

14. **【分析】** 根据圆锥的侧面积公式 $= \frac{1}{2}lR = \pi rl$ 计算.

【解答】 解: 圆锥的侧面面积 $= 6 \times \sqrt{6^2 + 8^2} \times \pi = 60\pi$.

故选: D .

【点评】 此题主要考查圆锥的侧面面积的计算及勾股定理的运用. 解题的关键是正确的运用公式.

15. **【分析】** 油箱的汽油量依次是: 满 - $\frac{1}{2}$ 箱 - 满 - $\frac{1}{3}$ 箱, 以此来判断纵坐标, 看是否合适.

【解答】 解: A、从图象可知最后纵坐标为 0, 即油箱是空的, 与题意不符, 故本选项错

误；

B、图象没有显示油箱内的汽油恰剩一半时又加满了油的过程，与题意不符，故本选项错误；

C、图象显示油箱的油用完以后又加满，与题意不符，故本选项错误；

D、当 t 为 0 时，大巴油箱是满的，然后匀速减少至一半，又加满，到目的地是油箱中还剩有 $\frac{1}{3}$ 箱汽油，故本选项正确．

故选：D．

【点评】 本题考查利用函数的图象解决实际问题，正确理解函数图象横纵坐标表示的意义，理解问题的过程，就能够通过图象得到函数问题的相应解决．

16. **【分析】** 根据题意要求及函数性质，可对每个选项加以论证得出正确选项．

【解答】 解：根据已知，在没有给出 x 的取值范围时，不能确定 $2x$ 和 $x+2$ 的大小，所以不能直接表示为，C: $y = 2x$, D: $y = x+2$ ．

当 $x < 2$ 时，可得： $x+x < x+2$ ，即 $2x < x+2$ ，可表示为 $y = 2x$ ．

当 $x \geq 2$ 时，可得： $x+x \geq x+2$ ，即 $2x \geq x+2$ ，可表示为 $y = x+2$ ．

故选：A．

【点评】 此题考查的是一次函数的性质，解题的关键是根据已知和函数性质讨论得出．

三、解答题（共 10 小题，满分 72 分）

17. **【分析】** 本题涉及有理数的混合运算，先乘方，再乘除，最后加减，按照有理数的混合运算法则计算即可得出答案．

【解答】 解： $17 - 2^3 \div (-2) \times 3$
 $= 17 - 8 \div (-2) \times 3$
 $= 17 - (-4) \times 3$
 $= 17 + 12$
 $= 29$ ．

【点评】 本题主要考查了有理数的混合运算，要熟记有理数的混合运算法则，比较简单．

18. **【分析】** 根据不等式的性质求出不等式①和②的解集，根据找不等式组的解集的规律找出不等式组的解集即可．

【解答】 解：由①得： $x > 2$ ，

由②得： $x < 3$ ，

∴不等式组的解集是 $2 < x < 3$.

【点评】 本题主要考查对不等式的性质，解一元一次不等式，解一元一次不等式组等知识点的理解和掌握，能根据不等式的解集找出不等式组的解集是解此题的关键.

19. **【分析】** 本题涉及分式的化简求值，先将括号里的分式加减，然后乘除，将 $x = 2$ 代入化简后的分式，计算即可.

【解答】 解：原式 = $\left(\frac{1}{x+1} + \frac{x-1}{x+1}\right) \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x+1} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$;

将 $x = 2$ 代入原式 = $\frac{2}{2-1} = 2$.

【点评】 本题主要考查了分式的化简求值，先乘除约去公分母，再加减，解答此题的关键是把分式化到最简，然后代值计算，属于基础题.

20. **【分析】** (1) 首先设口袋中红球的个数为 x ；然后由从中任意摸出一个球，这个球是白色的概率为 0.5，根据概率公式列方程即可求得口袋中红球的个数；

(2) 根据题意画树状图，根据题意可得当甲摸得的两个球都是白球或一个黄球一个红球时得 2 分，然后由树状图即可求得甲摸的两个球且得 2 分的概率.

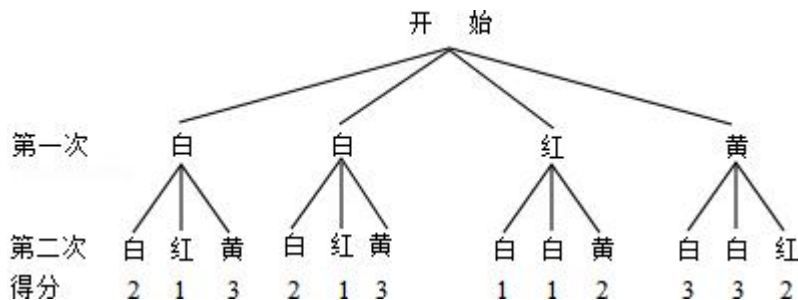
【解答】 解：(1) 设口袋中红球的个数为 x ,

根据题意得： $\frac{2}{2+1+x} = 0.5$,

解得： $x = 1$,

∴口袋中红球的个数是 1 个；

(2) 画树状图得：



∴摸到红球记 0 分，摸到白球记 1 分，摸到黄球记 2 分，

∴当甲摸得的两个球都是白球或一个黄球一个红球时得 2 分，

∴甲摸的两个球且得 2 分的概率为： $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了树状图求概率. 注意树状图法可以不重不漏的表示出所有等可能的结果. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

21. 【分析】(1) 由平行四边形的性质得出角相等, 再根据相似三角形的判定得出答案;

(2) 由 $AB \parallel CD$, 得 $\angle DFA = \angle FAB$, 再由角平分线的定义得出 $\angle DAF = \angle FAB$, 从而得出 $\angle DAF = \angle DFA$, 即 $DA = DF$, 同理得出 $CE = CB$, 由平行四边形的性质得出 $DF = EC$.

【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle EFM = \angle MAB, \angle FEM = \angle MBA,$$

$$\therefore \triangle MEF \sim \triangle MBA;$$

$$(2) \because AB \parallel CD, \therefore \angle DFA = \angle FAB,$$

$\because AF$ 、 BE 分别是 $\angle DAB$, $\angle CBA$ 的平分线,

$$\therefore \angle DAF = \angle FAB,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle DFA,$$

$$\therefore DA = DF,$$

同理得出 $CE = CB$,

$$\therefore DF = EC.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定以及平行四边形的性质, 是基础知识要熟练掌握.

22. 【分析】(1) 将 2008 年各项消费相加即可求出支出总额, 条形最高的即为最多的.

(2) 支出总额减去其他各项即为 a 的值, c 前面的数量除以总额即为 c 的值, 1 减去其余各项的百分比即为 b 的值.

(3) 设 2008 年到 2010 年的生活消费支出总额的年平均增长率是 x , 列出一元二次方程解答即可.

【解答】解: (1) 支出总额为 $2370+360+1060+390+420+400 = 5000$, 食品支出最多;

$$(2) a = 6050 - 605 - 2630 - 521 - 1380 - 430 = 484,$$

$$c = 605 \div 6050 = 0.1,$$

$$b = 1 - 0.43 - 0.09 - 0.23 - 0.07 - 0.1 = 0.08;$$

(3) 设 2008 年到 2010 年的生活消费支出总额的年平均增长率是 x , 由题意得

$$5000 \times (1+x)^2 = 6050,$$

解得： $x = 0.1 = 10\%$ ，或 $x = -2.1$ （舍去），

答：2008 年到 2010 年的生活消费支出总额的年平均增长率 10%。

【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

23. 【分析】 首先根据题意设出未知数，找出其中的相等关系：①出租车走了 11 千米，付了 17 元；②出租车走了 23 千米，付了 35 元，列出方程组，解出得到答案．

【解答】 解：设出租车的起步价是 x 元，超过 3 千米后，每千米的车费是 y 元，由题意得：

$$\begin{cases} x+y(11-3)=17 \\ x+y(23-3)=35 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x=5 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$,

答：出租车的起步价是 5 元，超过 3 千米后，每千米的车费是 1.5 元．

【点评】 此题主要考查了二元一次方程组的应用，解题的关键是弄清题意，找出合适的等量关系，列出方程组．

24. 【分析】 分别在直角三角形中表示出 BD ，利用锐角三角函数求得 CD 的长即可．

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中，

$$\because \angle BCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \tan 60^\circ, \text{ 则 } BD = \sqrt{3}CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，

$$\because \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \tan 60^\circ,$$

$$\text{即 } \frac{40+CD}{\sqrt{3}CD} = \sqrt{3},$$

解得： $CD = 20$ ，

$$\therefore t = \frac{\sqrt{3}CD}{5} \approx \frac{35}{5} = 7 \text{ 秒},$$

故约 7 秒钟后灰太狼能抓到懒羊羊．

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，解题的关键是选择正确的边角关系．

25. 【分析】 (1) 可证明 $\triangle APO_1$ 与 $\triangle BPO_2$ 全等，则 $\angle AO_1P = \angle BO_2P$ ，再根据已知可得出 $EO_1 = FO_2$ ， $PO_1 = PO_2$ ，则 $\triangle PO_1E \cong \triangle FO_2P$ ，可先证明四边形 PO_1CO_2 是平行四边形，

再证明 $CO_1 = CO_2$ ，即可得出四边形 PO_1CO_2 是菱形；

(2) 由已知得出①成立，而②只是平行四边形；

(3) 直角三角形 APC 中，设 $AP = c$ ， $AC = a$ ， $PC = b$ ，则 $c^2 = a^2 + b^2$ ； $AB^2 = 4c^2 = 4(a^2 + b^2)$ ，过点 B 作 AC 的垂线，交 AC 的延长线于 D 点。则 $CD = a$ ， $BD = 2b$ 。 $BC^2 = a^2 + 4b^2$ ，由此得证。

【解答】解：(1) $\because P$ 、 O_1 、 O_2 分别为 AB 、 AC 、 BC 的中点，

$$\therefore AP = BP, AO_1 = BO_2, PO_1 \parallel \frac{1}{2}BC, PO_2 \parallel \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore$ 四边形 PO_1CO_2 是平行四边形，

$$\because AC = BC, \therefore PO_1 = PO_2,$$

$\therefore$ 四边形 PO_1CO_2 是菱形；

(2) $\because P$ 为 AB 中点， $\therefore AP = BP$ ，

又 O_1 为 AC 中点， $\therefore O_1P$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore O_1P = O_2B = \frac{1}{2}BC, \text{ 同理可得 } O_2P = AO_1 = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \triangle AO_1P \cong \triangle BO_2P \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle AO_1P = \angle BO_2P, \text{ 又 } \angle AO_1E = \angle BO_2F,$$

$$\therefore \angle AO_1P + \angle AO_1E = \angle BO_2P + \angle BO_2F, \text{ 即 } \angle PO_1E = \angle FO_2P,$$

$$\text{又 } \because O_1A = O_1E = O_2P, \text{ 且 } PO_1 = BO_2 = FO_2,$$

$$\therefore \triangle PO_1E \cong \triangle FO_2P;$$

但四边形 PO_1CO_2 不是菱形；

(3) $\text{Rt}\triangle APC$ 中，设 $AP = c$ ， $AC = a$ ， $PC = b$ ，

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2; AB^2 = 4c^2 = 4(a^2 + b^2),$$

过点 B 作 AC 的垂线，交 AC 的延长线于 D 点。

$$\therefore CD = a, BD = 2b, BC^2 = a^2 + 4b^2,$$

$$\therefore BC^2 + 3AC^2 = a^2 + 4b^2 + 3a^2 = 4(a^2 + b^2),$$

$$\therefore AB^2 = BC^2 + 3AC^2.$$

$\therefore F$ 与 E 关于 D 对称,

$\therefore F(4, -8)$, 则直线 AF 的解析式为 $y = -\frac{7}{2}x + 6$, CF 的解析式为 $y = \frac{7}{2}x - 22$,

$\therefore$ 直线 AF , CF 与 x 轴的交点坐标分别为 $(\frac{12}{7}, 0)$, $(\frac{44}{7}, 0)$,

$$\therefore 4 - \frac{12}{7} = \frac{44}{7} - 4,$$

$\therefore$ 两个交点关于抛物线对称轴 $x = 4$ 对称,

$\therefore \angle CFE = \angle AFE$;

(3) 解: 存在.

设 $P(0, d)$, 则 $AP = |6 - d|$, $AF = \sqrt{4^2 + (6+8)^2} = 2\sqrt{53}$,

$$FD = -2 - (-8) = 6, CF = \sqrt{(7-4)^2 + (\frac{5}{2}+8)^2} = \frac{3\sqrt{53}}{2},$$

$\therefore \angle PAF = \angle CFD$,

$\therefore$ 点 P 位于点 A 的下方,

当 $\triangle AFP \sim \triangle FDC$ 时, $\frac{AP}{AF} = \frac{FC}{FD}$, 即 $\frac{6-d}{2\sqrt{53}} = \frac{\frac{3\sqrt{53}}{2}}{6}$, 解得 $d = -\frac{41}{2}$,

当 $\triangle AFP \sim \triangle FCD$ 时, $\frac{AP}{AF} = \frac{FD}{FC}$, 即 $\frac{6-d}{2\sqrt{53}} = \frac{6}{\frac{3\sqrt{53}}{2}}$, 解得 $d = -2$,

$\therefore P$ 点坐标为 $(0, -\frac{41}{2})$ 或 $(0, -2)$.

【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是根据已知条件求抛物线解析式, 根据抛物线的对称性, 相似三角形的知识解题.