

2011 年湖南省岳阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分。在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

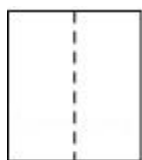
1.（3 分）负数的引入是数学发展史上的一大飞跃，使数的家族得到了扩张，为人们认识世界提供了更多的工具．最早使用负数的国家是（ ）

- A. 中国 B. 印度 C. 英国 D. 法国

2.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $\sqrt{4}=\pm 2$
C. $(2a)^3=6a^3$ D. $(-3x-2)(3x-2)=4-9x^2$

3.（3 分）下面给出的三视图表示的几何体是（ ）



主视图



左视图



俯视图

- A. 圆锥 B. 正三棱柱 C. 正三棱锥 D. 圆柱

4.（3 分）下列说法正确的是（ ）

- A. 要调查人们对“低碳生活”的了解程度，宜采用普查方式
B. 一组数据 3，4，4，6，8，5 的众数和中位数都是 3
C. 必然事件的概率是 100%，随机事件的概率是 50%
D. 若甲组数据的方差 $S_{甲}^2=0.128$ ，乙组数据的方差 $S_{乙}^2=0.036$ ；则乙组数据比甲组数据稳定

5.（3 分）下列四句话中的文字有三句具有对称规律，其中没有这种规律的一句是（ ）

- A. 上海自来水来自海上 B. 有志者事竟成
C. 清水池里池水清 D. 蜜蜂酿蜂蜜

6.（3 分）小芳家房屋装修时，选中了一种漂亮的正八边形地砖．建材店老板告诉她，只用一种八边形地砖是不能密铺地面的，便向她推荐了几种形状的地砖．你认为要使地面密铺，小芳应选择另一种形状的地砖是（ ）



A.



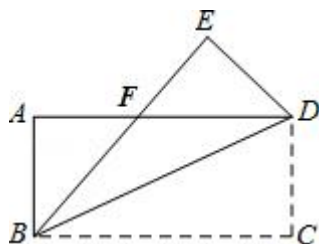
B.



7. (3分) 如图, 把一张长方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 折叠, 使 C 点落在 E 处, BE 与 AD 相交于点 F , 下列结论:

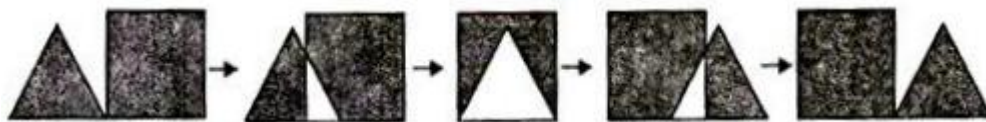
- ① $BD = AD^2 + AB^2$; ② $\triangle ABF \cong \triangle EDF$; ③ $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{AF}$; ④ $AD = BD \cdot \cos 45^\circ$.

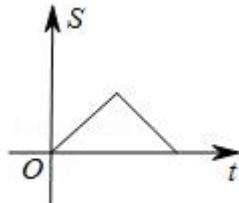
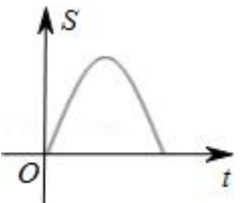
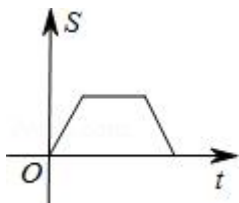
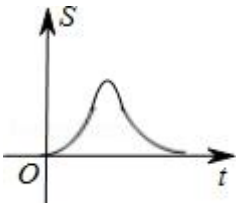
其中正确的一组是 ()



- A. ①② B. ②③ C. ①④ D. ③④

8. (3分) 如图, 边长都是 1 的正方形和正三角形, 其一边在同一水平线上, 三角形沿该水平线自左向右匀速穿过正方形. 设穿过的时间为 t , 正方形与三角形重合部分的面积为 S (空白部分), 那么 S 关于 t 的函数大致图象应为 ()



- A.  B. 
- C.  D. 

二、填空题 (本大题共 8 道小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

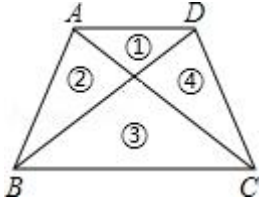
9. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

10. (3分) 分解因式: $a^4 - 1 =$ _____.

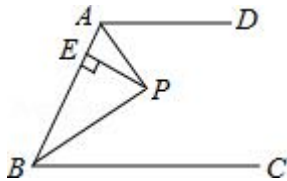
11. (3分) 今年3月7日, 岳阳市人民政府新闻发布会发布, 2010年全市经济增长14.8%, 岳阳市GDP达到1539.4亿元. 1539.4亿元用科学记数法表示为(保留两位有效数字) 亿元.

12. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 6x-7 \leq 0 \\ 3x < 5x+2 \end{cases}$ 的解集是_____.

13. (3分) 如图, 在等腰梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, 对角线AC、BD把等腰梯形分成了四个小三角形, 任意选取其中两个小三角形是全等三角形的概率是_____.

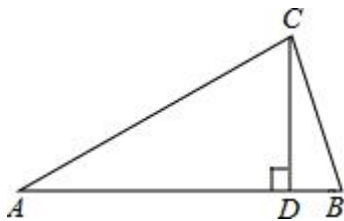


14. (3分) 如图, $AD \parallel BC$, $\angle ABC$ 的角平分线BP与 $\angle BAD$ 的角平分线AP相交于点P, 作 $PE \perp AB$ 于点E. 若 $PE = 2$, 则两平行线AD与BC间的距离为_____.



15. (3分) 将边长分别为 $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$...的正方形的面积记作 S_1 , S_2 , S_3 , S_4 ..., 计算 $S_2 - S_1$, $S_3 - S_2$, $S_4 - S_3$... 若边长为 $n\sqrt{2}$ (n 为正整数)的正方形面积记作 S_n , 根据你的计算结果, 猜想 $S_{n+1} - S_n =$ _____.

16. (3分) 如图, 在顶角为 30° 的等腰三角形ABC中, $AB = AC$, 若过点C作 $CD \perp AB$ 于点D, 则 $\angle BCD = 15^\circ$. 根据图形计算 $\tan 15^\circ =$ _____.



三、解答题(本大题共10道小题, 满分72分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

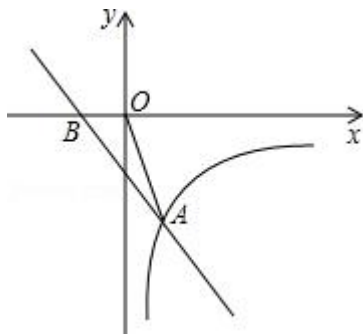
17. (6分) 计算: $|\sqrt{3}-2| - (\pi - 3.14)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - 2\sin 60^\circ$.

18. (6分) 先化简, 再选择一个你喜欢的数代入求值. $\frac{2011a}{a^2-2a+1} \div (\frac{a+1}{a^2-1} + 1)$.

19. (6分) 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=3 & \text{①} \\ 5x-3(x+y)=1 & \text{②} \end{cases}$$

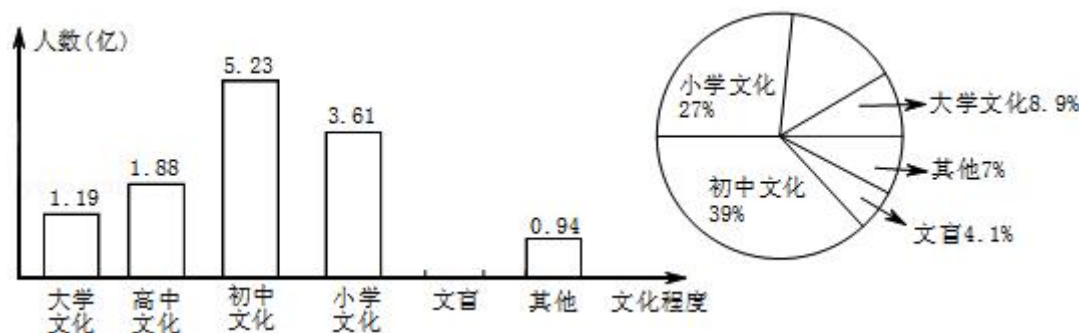
20. (6分) 如图, 一次函数图象与 x 轴相交于点 B , 与反比例函数图象相交于点 $A(1, -6)$;

$\triangle AOB$ 的面积为 6. 求一次函数和反比例函数的解析式.



21. (6分) 为了建设社会主义新农村, 华新村修筑了一条长 $3000m$ 的公路, 实际工作效率比原计划提高了 20%, 结果提前 5 天完成任务. 问原计划每天应修路多长?

22. (8分) 根据国务院新闻办公室 2011 年 4 月 28 日发布的《2011 年全国第六次人口普查主要数据公报 (第 1 号)》, 就全国人口受教育情况的数据绘制了条形统计图和扇形统计图.



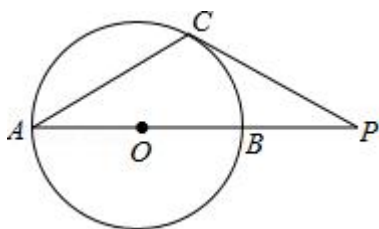
根据统计图提供的信息, 解答下列问题:

(1) 这次人口普查统计的全国人口总数约为_____亿人 (精确到 0.1);

(2) 补全条形统计图和扇形统计图;

(3) 求扇形统计图中表示“高中文化”的圆心角的度数.

23. (8分) 已知 $\odot O$ 的直径 AB 的长为 $4cm$, C 是 $\odot O$ 上一点, $\angle BAC = 30^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 P , 求 BP 的长.



24. (8分) 某工厂有一种材料, 可加工甲、乙、丙三种型号机械配件共 240 个. 厂方计划

由 20 个工人一天内加工完成，并要求每人只加工一种配件．根据下表提供的信息，解答下列问题：

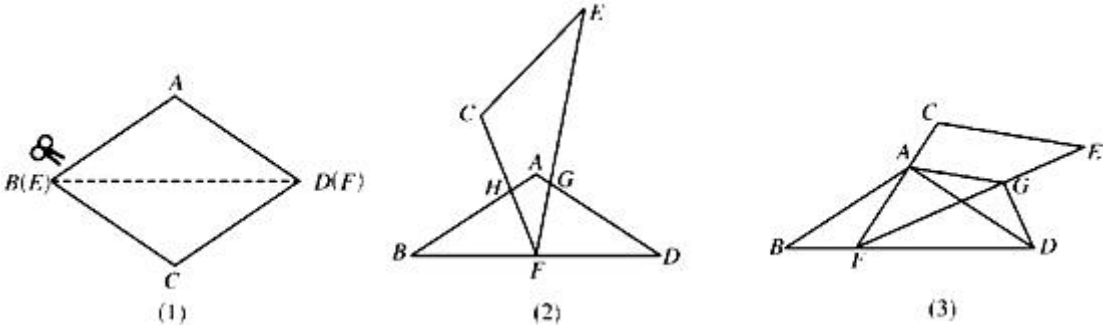
配件种类	甲	乙	丙
每人可加工配件的数量（个）	16	12	10
每个配件获利（元）	6	8	5

（1）设加工甲种配件的人数为 x ，加工乙种配件的人数为 y ，求 y 与 x 之间的函数关系式．

（2）如果加工每种配件的人数均不少于 3 人，那么加工配件的人数安排方案有几种？并写出每种安排方案．

（3）要使此次加工配件的利润最大，应采用（2）中哪种方案？并求出最大利润值．

25.（8 分）如图 1，将菱形纸片 $AB(E)CD(F)$ 沿对角线 $BD(EF)$ 剪开，得到 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECF$ ，固定 $\triangle ABD$ ，并把 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ECF$ 叠放在一起



（1）操作：如图 2，将 $\triangle ECF$ 的顶点 F 固定在 $\triangle ABD$ 的 BD 边上的中点处， $\triangle ECF$ 绕点 F 在 BD 边上方左右旋转，设旋转时 FC 交 BA 于点 H （ H 点不与 B 点重合）， FE 交 DA 于点 G （ G 点不与 D 点重合）．

求证： $BH \cdot GD = BF^2$

（2）操作：如图 3， $\triangle ECF$ 的顶点 F 在 $\triangle ABD$ 的 BD 边上滑动（ F 点不与 B 、 D 点重合），且 CF 始终经过点 A ，过点 A 作 $AG \parallel CE$ ，交 FE 于点 G ，连接 DG ．

探究： $FD + DG =$ _____．请予证明．

26.（10 分）九（1）班数学课题学习小组，为了研究学习二次函数问题，他们经历了实践——应用——探究的过程：

（1）实践：他们对一条公路上横截面为抛物线的单向双车道的隧道（如图①）进行测量，测得一隧道路路面宽为 $10m$ ，隧道顶部最高处距地面 $6.25m$ ，并画出了隧道截面图，建立

了如图②所示的直角坐标系，请你求出抛物线的解析式．

(2) 应用：按规定机动车辆通过隧道时，车顶部与隧道顶部在竖直方向上的高度差至少为 $0.5m$ ．为了确保安全，问该隧道能否让最宽 $3m$ ，最高 $3.5m$ 的两辆厢式货车居中并列行驶（两车并列行驶时不考虑两车间的空隙）？

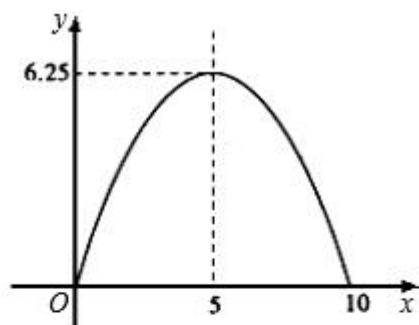
(3) 探究：该课题学习小组为进一步探索抛物线的有关知识，他们借助上述抛物线模型，提出了以下两个问题，请予解答：

I. 如图③，在抛物线内作矩形 $ABCD$ ，使顶点 C 、 D 落在抛物线上，顶点 A 、 B 落在 x 轴上．设矩形 $ABCD$ 的周长为 l 求 l 的最大值．

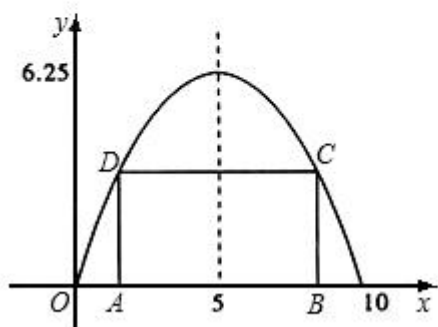
II. 如图④，过原点作一条 $y=x$ 的直线 OM ，交抛物线于点 M ，交抛物线对称轴于点 N ， P 为直线 OM 上一动点，过 P 点作 x 轴的垂线交抛物线于点 Q ，问在直线 OM 上是否存在点 P ，使以 P 、 N 、 Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形？若存在，请求出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由．



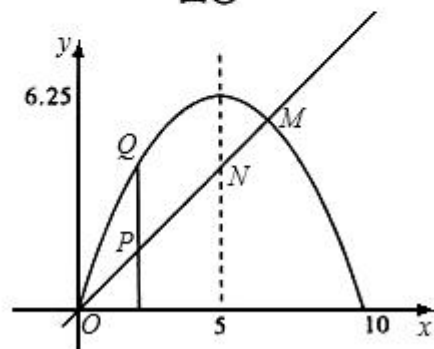
图①



图②



图③



图④

2011 年湖南省岳阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分。在每道小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

1. 【分析】根据数学历史材料即可得出答案.

【解答】解：中国是世界上最早认识和应用负数的国家，比西方早（一千多）年.

负数最早记载于中国的《九章算术》（成书于公元一世纪）中，比国外早一千多年.

故选：A.

【点评】此题主要考查了负数的来源，根据历史记载是解决问题的关键.

2. 【分析】根据合并同类项法则：只把系数相加，字母及其指数完全不变；算术平方根，积的乘方：等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘. 与平方差公式： $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ 的运算方法分别计算，可以得到正确答案.

【解答】解：A、 a^2 与 a^3 不是同类项不能合并，故本选项错误；

B、 $\sqrt{4} = 2$ ，故本选项错误；

C、 $(2a)^3 = 2^3 \cdot a^3 = 8a^3$ ，故本选项错误；

D、 $(-3x-2)(3x-2) = (-2-3x)(-2+3x) = 4 - 9x^2$ ，故本选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了合并同类项法则，算术平方根，积的乘方与平方差公式的运算方法，关键是正确掌握运算法则，不要混淆.

3. 【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

【解答】解：根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体，

根据俯视图是正三角形可判断出这个几何体应该是正三棱柱.

故选：B.

【点评】考查了由三视图判断几何体，主视图和左视图的大致轮廓为长方形的几何体为柱体.

4. 【分析】A、人口太多，难以普查；B、根据众数和中位数的定义解答即可；C、根据必然事件的概率为 1，随机事件的概率介于 0 和 1 之间；D、方差越大越不稳定，方差越小越稳定.

【解答】解：A、由于涉及范围太广，故不宜采取普查方式，故本选项错误；

B、数据 3, 4, 4, 6, 8, 5 的众数是 4, 中位数是 4.5, 故本选项错误;

C、必然事件的概率是 100%, 随机事件的概率是 50%, 故本选项错误;

D、方差反映了一组数据的波动情况, 方差越小数据越稳定, 故本选项正确.

故选: D.

【点评】此题考查了统计的相关知识, 是常见的关于概率的杂烩题, 要注意对相关概念的积累.

5. **【分析】**根据四个选项的特点, 分析出与其它三个不同的即为正确选项.

【解答】解: A、上海自来水来自海上, 可将“水”理解为对称轴, 对折后重合的字相同, 故本选项错误;

B、有志者事竟成, 五字均不相同, 所以不对称, 故本选项正确;

C、清水池里池水清, 可将“里”理解为对称轴, 对折后重合的字相同, 故本选项错误;

D、蜜蜂酿蜂蜜, 可将“酿”理解为对称轴, 对折后重合的字相同, 故本选项错误.

故选: B.

【点评】此题考查了生活中的轴对称现象, 题目新颖, 妙趣横生, 找到对称轴是解题的关键.

6. **【分析】**正八边形的一个内角为 135° , 从所给的选项中取出一些进行判断, 看其所有内角和是否为 360° , 并以此为依据进行求解.

【解答】解: A、正八边形、正三角形内角分别为 135° 、 60° , 显然不能构成 360° 的周角, 故不能铺满;

B、正方形、八边形内角分别为 90° 、 135° , 由于 $135 \times 2 + 90 = 360$, 故能铺满;

C、正六边形和正八边形内角分别为 120° 、 135° , 显然不能构成 360° 的周角, 故不能铺满;

D、正八边形、正五边形内角分别为 135° 、 108° , 显然不能构成 360° 的周角, 故不能铺满.

故选: B.

【点评】本题考查平面镶嵌(密铺), 解决此类题, 可以记住几个常用正多边形的内角, 及能够用两种正多边形镶嵌的几个组合.

7. **【分析】**①直接根据勾股定理即可判定是否正确;

②利用折叠可以得到全等条件证明 $\triangle ABF \cong \triangle EDF$;

③利用全等三角形的性质即可解决问题;

④在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中利用三角函数的定义即可判定是否正确.

【解答】解: ① $\because \triangle ABD$ 为直角三角形, $\therefore BD^2 = AD^2 + AB^2$, 不是 $BD = AD^2 + AB^2$, 故说法错误;

②根据折叠可知: $DE = CD = AB$, $\angle A = \angle E$, $\angle AFB = \angle EFD$, $\therefore \triangle ABF \cong \triangle EDF$, 故说法正确;

③根据②可以得到 $\triangle ABF \sim \triangle EDF$, $\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{EF}{AF}$, 故说法正确;

④在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ADB \neq 45^\circ$, $\therefore AD \neq BD \cdot \cos 45^\circ$, 故说法错误.

所以正确的是②③.

故选: B.

【点评】此题主要考查了折叠问题, 也考查了勾股定理、相似三角形的性质、全等三角形的性质及三角函数的定义, 它们的综合性比较强, 对于学生的综合能力要求比较高, 平时加强训练.

8. **【分析】**根据边长都是 1 的正方形和正三角形, 可知三角形进入正方形当 $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ 时, 以

及当 $\frac{1}{2} < t < 1$ 时, 当 $1 < t \leq \frac{3}{2}$ 时以及当 $\frac{3}{2} < t \leq 2$ 时, 求出函数关系式, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 边长都是 1 的正方形和正三角形, 其一边在同一水平线上, 三角形沿该水平线自左向右匀速穿过正方形.

穿过的时间为 t , 正方形与三角形重合部分的面积为 S (空白部分),

$\therefore S$ 关于 t 的函数大致图象应为: 三角形进入正方形以前是空白面积逐渐增大, 当 $0 \leq t$

$\leq \frac{1}{2}$ 时, $S = \frac{1}{2} \times t \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2$,

当 $\frac{1}{2} < t \leq 1$ 时, $S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times (1-t) \times \sqrt{3} (1-t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} t^2 + \sqrt{3} t - \frac{\sqrt{3}}{4}$,

当 $1 < t \leq \frac{3}{2}$ 时, $S = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times (t-1) \times \sqrt{3} (t-1) = -\frac{\sqrt{3}}{2} t^2 + \sqrt{3} t - \frac{\sqrt{3}}{4}$,

当 $\frac{3}{2} < t \leq 2$ 时, $S = \frac{1}{2} \times (2-t) \times \sqrt{3} (2-t) = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2 - 2\sqrt{3} t + 2\sqrt{3}$,

$\therefore S$ 与 t 是二次函数关系.

$\therefore$ 只有 D 符合要求.

故选: D.

【点评】此题主要考查了函数图象中动点问题, 根据移动路线以及图形边长即可得出空白面积的函数关系式情况是解决问题的关键.

二、填空题（本大题共 8 道小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. 【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x+3 \neq 0$,

解得 $x \neq -3$.

故答案为： $x \neq -3$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

10. 【分析】运用平方差公式进行两次分解即可.

【解答】解： $a^4 - 1$,

$$= (a^2 + 1)(a^2 - 1),$$

$$= (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1).$$

故答案为： $(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$.

【点评】本题考查了用平方差公式分解因式，注意利用平方差公式进行两次分解，注意分解要彻底.

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 1539.4 有 4 位，所以可以确定 $n = 4 - 1 = 3$.

有效数字的计算方法是：从左边第一个不是 0 的数字起，后面所有的数字都是有效数字.

用科学记数法表示的数的有效数字只与前面的 a 有关，与 10 的多少次方无关.

【解答】解： $1539.4 = 1.5394 \times 10^3 \approx 1.5 \times 10^3$ 亿.

故答案为： 1.5×10^3 .

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法，以及用科学记数法表示的数的有效数字的确定方法.

12. 【分析】先解每一个不等式，再求解集的公共部分.

【解答】解：原不等式组为
$$\begin{cases} 6x - 7 \leq 0 & \text{①} \\ 3x < 5x + 2 & \text{②} \end{cases},$$

由不等式①，得 $x \leq \frac{7}{6}$,

由不等式②，得 $3x - 5x < 2$,

即 $-2x < 2$,

解得 $x > -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq \frac{7}{6}$.

故答案为: $-1 < x \leq \frac{7}{6}$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组. 解不等式组的一般方法是, 先解每一个不等式, 再求解集的公共部分.

13. 【分析】 首先根据等腰梯形的性质, 可证得②与④全等, 又由树状图, 可得所有等可能的结果与任意选取其中两个小三角形是全等三角形的情况, 然后有概率公式即可求得答案.

【解答】 解: $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle DCB$,

$\because AB = CD, BC = CB$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$,

$\therefore \angle ACB = \angle DBC$,

$\because \angle AOB = \angle DOC$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$.

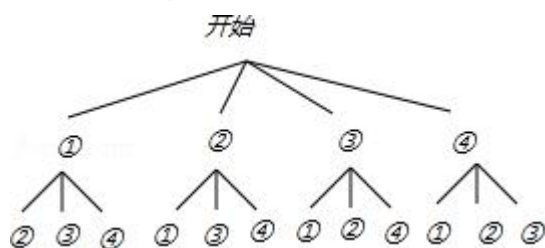
画树状图得:

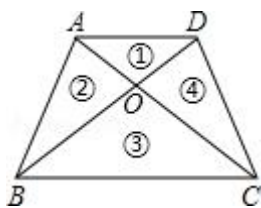
$\therefore$ 一共有 12 种等可能的结果,

任意选取其中两个小三角形是全等三角形的有 2 种,

$\therefore$ 任意选取其中两个小三角形是全等三角形的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

故答案为: $\frac{1}{6}$.





【点评】此题考查了等腰梯形的性质，全等三角形的判定，以及树状图法求概率．此题综合性较强，难度适中，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

14. 【分析】根据角平分线的性质以及平行线的性质即可得出 $PM = PE = 2$ ， $PE = PN = 2$ ，即可得出答案．

【解答】解：过点 P 作 $MN \perp AD$ ，

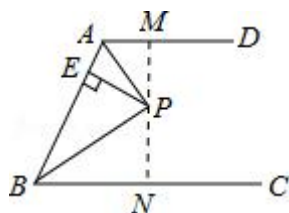
$\because AD \parallel BC$ ， $\angle ABC$ 的角平分线 BP 与 $\angle BAD$ 的角平分线 AP 相交于点 P ， $PE \perp AB$ 于点 E ，

$\therefore AP \perp BP$ ， $PN \perp BC$ ，

$\therefore PM = PE = 2$ ， $PE = PN = 2$ ，

$\therefore MN = 2 + 2 = 4$ ．

故答案为：4．



【点评】此题主要考查了角平分线的性质以及平行线的性质，根据题意作出辅助线是解决问题的关键．

15. 【分析】根据题意计算出所给边长对应的正方形的面积，根据面积差得出规律： $S_2 - S_1 = 6$ ， $S_3 - S_2 = 10$ ， $S_4 - S_3 = 14$ ，总结出规律即可得出答案．

【解答】解： $\because S_1 = 2$ ， $S_2 = 8$ ， $S_3 = 18$ ， $S_4 = 32$ ，

$\therefore S_2 - S_1 = 6$ ， $S_3 - S_2 = 10$ ， $S_4 - S_3 = 14$ ，

据上可得出 $S_{n+1} - S_n = 2(n+1+n) = 4n+2$ ，

故答案为： $4n+2$ ．

【点评】本题主要考查了正方形面积公式及面积差规律解题，需要细心找出规律，难度适中．

16. 【分析】此题可设 $AB = AC = 2x$ ，由已知可求出 CD 和 AD ，那么也能求出 $BD = AB - AD$ ，从而求出 $\tan 15^\circ$ ．

【解答】解：由已知设 $AB = AC = 2x$ ，

$$\because \angle A = 30^\circ, CD \perp AB,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = x,$$

$$\text{则 } AD^2 = AC^2 - CD^2 = (2x)^2 - x^2 = 3x^2,$$

$$\therefore AD = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 2x - \sqrt{3}x = (2 - \sqrt{3})x,$$

$$\therefore \tan 15^\circ = \frac{BD}{CD} = \frac{(2 - \sqrt{3})x}{x} = 2 - \sqrt{3}.$$

故答案为: $2 - \sqrt{3}$.

【点评】此题考查的知识点是解直角三角形，关键是由直角三角形中 30° 角的性质与勾股定理先求出 CD 与 AD ，再求出 BD 。

三、解答题（本大题共 10 道小题，满分 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. **【分析】**本题涉及零指数幂、绝对值、二次根式化简 3 个考点．在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= 2 - \sqrt{3} - 1 + 2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ &= 2 - \sqrt{3} - 1 + 2 - \sqrt{3}, \\ &= 3 - 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

18. **【分析】**首先化简括号内的分式，进行加法运算，然后把除法转化为乘法运算，化简以后去 x 的值，可以取除 1 和 0 外的任意值，代入求值即可．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{2011a}{(a-1)^2} \div \left[\frac{a+1}{(a+1)(a-1)} + 1 \right], \\ &= \frac{2011a}{(a-1)^2} \div \left(\frac{1}{a-1} + \frac{a-1}{a-1} \right), \\ &= \frac{2011a}{(a-1)^2} \div \frac{1+a-1}{a-1}, \\ &= \frac{2011a}{(a-1)^2} \div \frac{a}{a-1}, \\ &= \frac{2011a}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{a}, \\ &= \frac{2011}{a-1}, \end{aligned}$$

当 $a=2$ 时, 原式 $=\frac{2011}{2-1}=2011$.

【点评】 本题主要考查了分式的化简求值, 解答此题的关键是把分式化到最简, 然后代值计算.

19. **【分析】** 把①代入②即可求得 y , 解得 x 的值, 然后把 x 的值代入①即可求得 y 的值.

【解答】 解: 把①代入②得: $5x - 3 \times 3 = 1$

解得: $x=2$

把 $x=2$ 代入①得: $y=1$

方程组的解集是: $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】 本题主要考查了二元一次方程组的解法, 解方程组时一定要理解基本思想是消元.

20. **【分析】** 根据待定系数法就可以求出函数的解析式; 再利用 $\triangle BOA$ 的面积就是求 B 点的坐标, 然后再利用待定系数法求出一函数解析式.

【解答】 解: 设反比例函数解析式为: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$),

$\because$ 点 $A(1, -6)$ 在反比例函数图象上

$\therefore k = 1 \times (-6) = -6$,

即反比例函数关系式为 $y = -\frac{6}{x}$,

$\because \triangle AOB$ 的面积为 6.

$\therefore \frac{1}{2} \times OB \times 6 = 6$,

$\therefore OB = 2$,

$\therefore B(-2, 0)$,

设一次函数解析式为: $y = kx + b$,

$\because$ 图象经过 $A(1, -6)$, $B(-2, 0)$,

$\therefore \begin{cases} k+b=-6 \\ -2k+b=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-2 \\ b=-4 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数解析式为: $y = -2x - 4$.

【点评】 此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式与反比例函数解析式, 关键把握住凡是图象经过的点都能满足解析式.

21. 【分析】原计划每天应修路 xm ，则根据实际工作效率比原计划提高了 20%，即可得到则实际每天修 $(1+20\%)x = 1.2xm$ ，然后根据提前 5 天完成任务即可列方程求解.

【解答】解：设原计划每天应修路 xm .

则实际每天修 $(1+20\%)x = 1.2xm$.

根据题意得： $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{1.2x} = 5$,

方程两边同乘 $1.2x$ 得：

$$3600 - 3000 = 6x$$

$$x = 100$$

解得： $x = 100$,

经检验 $x = 100$ 是原方程的解.

答：原计划每天应修路 $100m$.

【点评】本题主要考查了分式方程的应用，正确找到相等关系，理解实际工作效率比原计划提高了 20% 的含义是解题的关键.

22. 【分析】(1) 初中文化的人数为 5.23，而它占总人口的 39%，所以这次人口普查统计的全国人口总数 $= 5.23 \div 39\%$ ；

(2) 用 1 减去 5 项的百分比即可得到高中文化所占的百分比；文盲的人数等于全国人口总数 $\times$ 文盲所占的百分比 4.1%；

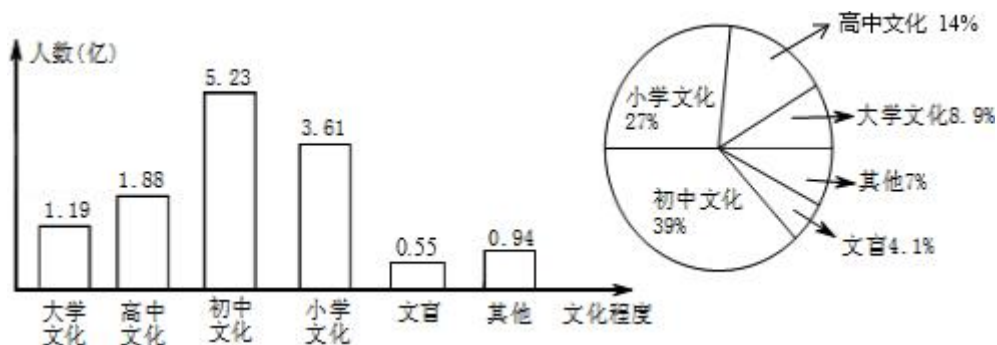
(3) 用 360° 乘以高中文化所占的百分比即可得到扇形统计图中表示“高中文化”的圆心角的度数.

【解答】解：(1) 这次人口普查统计的全国人口总数 $= 5.23 \div 39\% \approx 13.4$ (亿).

故答案为 13.4；

(2) 高中文化所占的百分比 $= 1 - 27\% - 39\% - 8.9\% - 7\% - 4.1\% = 14\%$,

文盲的人数 $= 13.4 \times 4.1\% \approx 0.55$ ，如图，



(3) “高中文化”的圆心角的度数 $= 360^\circ \times 14\% \approx 50^\circ$.

【点评】 本题考查了条形统计图：条形统计图反映了各小组所占的频数，所有频数的和等于总数，也考查了扇形统计图.

23. **【分析】** 连接 OC ，即可求得 $\angle P = 30^\circ$ ，从而求得 OP 的长，根据 $BP = OP - OB$ 即可求解.

【解答】 解：连接 OC ，

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = 60^\circ,$$

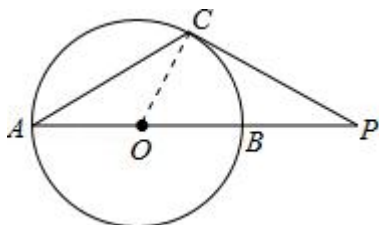
$\because PC$ 是切线，

$$\therefore OC \perp PC,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore OP = 2OC = 4cm,$$

$$\therefore BP = OP - OB = 4 - 2 = 2cm.$$



【点评】 本题主要考查了切线的性质，已知切线时，常用的辅助线是连接圆心与切点，构造直角三角形.

24. **【分析】** (1) 根据图表得出 $16x + 12y + 10(20 - x - y) = 240$ ，从而求出 y 与 x 的关系式即可；

(2) 利用 (1) 中关系式即可得出方案；

(3) 分别求出(2)中方案的利润即可.

【解答】解:(1) ∵ 厂方计划由 20 个工人一天内加工完成, 设加工甲种配件的人数为 x , 加工乙种配件的人数为 y ,

∴ 加工丙种配件的人数为 $(20 - x - y)$ 人,

$$\therefore 16x + 12y + 10(20 - x - y) = 240,$$

$$\therefore y = -3x + 20;$$

(2) 设加工丙种配件的人数为 $z = (20 - x - y)$ 人,

$$\text{由题意可得: } \begin{cases} -3x + 20 \geq 3 \\ 20 - x - (-3x + 20) \geq 3 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } 3 \leq x \leq \frac{17}{3},$$

则当 $x = 3$ 时, $y = -3 \times 3 + 20 = 11$, $z = 20 - 3 - 11 = 6$,

当 $x = 4$ 时, $y = 8$, $z = 8$,

当 $x = 5$ 时, $y = 5$, $z = 10$,

其他都不符合题意,

∴ 加工配件的人数安排方案有三种;

(3) 由图表得: 方案一利润为: $3 \times 16 \times 6 + 11 \times 12 \times 8 + 10 \times 6 \times 5 = 1644$ 元,

方案二利润为: $4 \times 16 \times 6 + 8 \times 12 \times 8 + 10 \times 8 \times 5 = 1552$ 元,

方案三利润为: $5 \times 16 \times 6 + 5 \times 12 \times 8 + 10 \times 10 \times 5 = 1460$ 元,

∴ 应采用(2)中方案一, 最大利润为 1644 元.

【点评】此题主要考查了一次函数的应用, 一次函数的应用是中考中的重点题型, 利用图表得出正确的信息是解决问题的关键.

25. **【分析】**(1) 根据菱形的性质以及相似三角形的判定得出 $\triangle BFH \sim \triangle DGF$, 即可得出答案;

(2) 利用已知以及平行线的性质证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADG$, 即可得出 $FD + DG$ 的关系.

【解答】证明:(1) ∵ 将菱形纸片 $AB(E)CD(F)$ 沿对角线 $BD(EF)$ 剪开,

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

∴ 将 $\triangle ECF$ 的顶点 F 固定在 $\triangle ABD$ 的 BD 边上的中点处, $\triangle ECF$ 绕点 F 在 BD 边上左

右旋转，

$$\therefore BF = DF,$$

$$\therefore \angle HFG = \angle B,$$

$$\text{又} \because \angle HFD = \angle HFG + \angle GFD = \angle B + \angle BHF$$

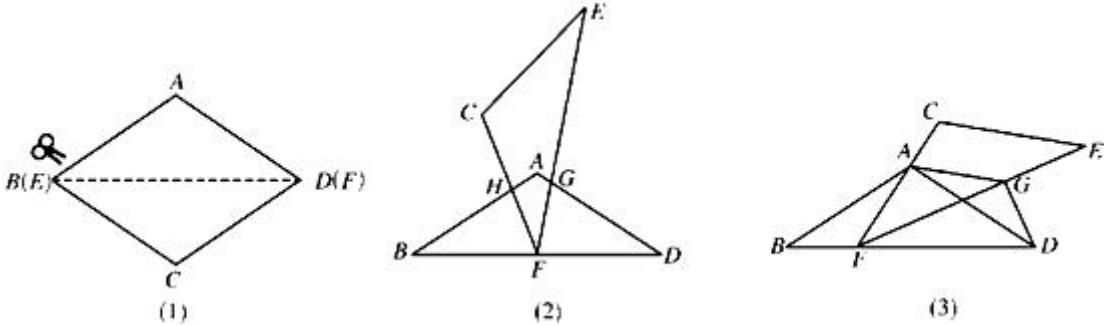
$$\therefore \angle GFD = \angle BHF,$$

$$\therefore \triangle BFH \sim \triangle DGF,$$

$$\therefore \frac{BF}{DG} = \frac{BH}{DF},$$

$$\therefore BH \cdot GD = BF^2;$$

(2) $\therefore AG \parallel CE$,



$$\therefore \angle FAG = \angle C,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle CEF,$$

$$\therefore \angle AGF = \angle CFE,$$

$$\therefore AF = AG,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle C,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle DAG,$$

$$\text{又} \because AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADG,$$

$$\therefore FB = DG,$$

$$\therefore FD + DG = BD,$$

故答案为: BD .

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定以及全等三角形的判定，根据等腰三角形的性质得出 $\angle BAF = \angle DAG$ 是解决问题的关键．

26. **【分析】**(1) 利用顶点式求出二次函数解析式即可；

(2) 根据已知得出当 $x=2$ 时, 正好是汽车宽度, 求出即可;

(3) I. 首先表示出矩形周长, 再利用二次函数最值公式求出;

II. 利用等腰直角三角形的性质得出 $QN=AB=AO$, 以及 P 在 $y=x$ 的图象上, 即可得出 P 点的坐标.

【解答】解: (1) 根据坐标系可知此函数顶点坐标为 $(5, 6.25)$, 且图象过 $(10, 0)$ 点, 代入顶点式得:

$$y = a(x - 5)^2 + 6.25,$$

$$\therefore 0 = a(10 - 5)^2 + 6.25,$$

$$\text{解得: } a = -0.25,$$

$$\therefore y = -0.25(x - 5)^2 + 6.25;$$

(2) 当最宽 $3m$, 最高 $3.5m$ 的两辆厢式货车居中并列行驶时,

$$\therefore 10 - 3 \times 2 = 4,$$

$$4 \div 2 = 2,$$

$\therefore x=2$ 代入解析式得:

$$y = -0.25(2 - 5)^2 + 6.25;$$

$$y = 4,$$

$$4 - 3.5 = 0.5,$$

$\therefore$ 隧道能让最宽 $3m$, 最高 $3.5m$ 的两辆厢式货车居中并列行驶;

(3) I. 假设 $AO=x$, 可得 $AB=10-2x$,

$$\therefore AD = -0.25(x - 5)^2 + 6.25;$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的周长为 } l \text{ 为: } l = 2[-0.25(x - 5)^2 + 6.25] + 2(10 - 2x) = -0.5x^2 + x + 20,$$

$$\therefore l \text{ 的最大值为: } \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4 \times (-\frac{1}{2}) \times 20 - 1}{-2} = 20.5.$$

II. 当以 P 、 N 、 Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形,

$\because P$ 在 $y=x$ 的图象上, 过 P 点作 x 轴的垂线交抛物线于点 Q .

$$\therefore \angle POA = \angle OPA = 45^\circ,$$

$\therefore Q$ 点的纵坐标为 5 ,

$$\therefore 5 = \frac{-m^2 + 10m}{4},$$

$$\text{解得: } m = 5 \pm \sqrt{5},$$

当 $\angle P_3 N Q_3 = 90^\circ$ 时, 过点 Q_3 作 $Q_3 K_1 \perp$ 对称轴,

当 $\triangle N Q_3 K_1$ 为等腰直角三角形时, $\triangle N P_3 Q_3$ 为等腰直角三角形,

$$Q \text{ 点在 } OM \text{ 的上方时, } P_3 Q_3 = 2Q_3 K_1, P_3 Q_3 = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - x,$$

$$Q_3 K_1 = 5 - x,$$

$$Q \text{ 点在 } OM \text{ 的下方时, } P_4 Q_4 = 2Q_4 K_2, P_4 Q_4 = x - \left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x\right),$$

$$Q_4 K_2 = x - 5,$$

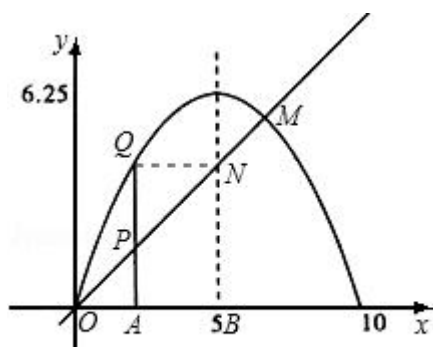
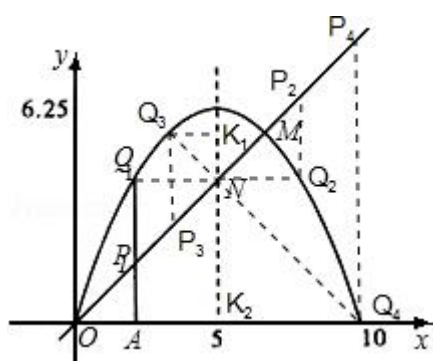
$$\therefore \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + 10 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 4, x_2 = 10,$$

$$P_3(4, 4), P_4(10, 10)$$

$\therefore$ 使以 P 、 N 、 Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形, P 点的坐标为:

$$(5 - \sqrt{5}, 5 - \sqrt{5}) \text{ 或 } (5 + \sqrt{5}, 5 + \sqrt{5}) \text{ 或 } (4, 4) \text{ 或 } (10, 10).$$



图④

【点评】 此题主要考查了顶点式求二次函数解析式以及二次函数最值求法和等腰直角三角形的性质, 根据函数图象获取正确点的坐标以及利用 $y = x$ 图象上点的性质是解决问题的关键.

