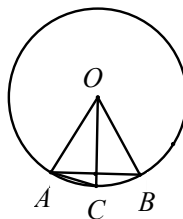


2010 年长沙市初中毕业学业水平考试试卷

数 学

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的。请在答题卡中填涂符合题意的选项。本题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

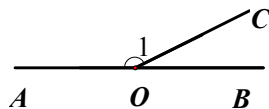
1. 4 的平方根是
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. ± 2 D. $\pm\sqrt{2}$
2. 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围是
A. $x > -1$ B. $x < -1$ C. $x \neq -1$ D. $x \neq 1$
3. 一个几何体的主视图、左视图、俯视图的图形完全相同，它可能是
A. 三棱锥 B. 长方体 C. 球体 D. 三棱柱
4. 下列事件是必然事件的是
A. 通常加热到 100°C ，水沸腾；
B. 抛一枚硬币，正面朝上；
C. 明天会下雨；
D. 经过城市中某一有交通信号灯的路口，恰好遇到红灯.
5. 下列每一组数据中的三个数值分别为三角形的三边长，不能构成直角三角形的是
A. 3、4、5 B. 6、8、10 C. $\sqrt{3}$ 、2、 $\sqrt{5}$ D. 5、12、13
6. 已知 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 的半径分别是 $r_1 = 2$ 、 $r_2 = 4$ ，若两圆相交，则圆心距 O_1O_2 可能取的值是
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
7. 下列计算正确的是
A. $a^2 + a^2 = 2a^4$ B. $(2a)^2 = 4a$
C. $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ D. $\sqrt{12} \div 3 = 2$
8. 如图，在 $\odot O$ 中， $OA = AB$ ， $OC \perp AB$ ，则下列结论错误的是
A. 弦 AB 的长等于圆内接正六边形的边长
B. 弦 AC 的长等于圆内接正十二边形的边长
C. $\widehat{AC} = \widehat{BC}$
D. $\angle BAC = 30^{\circ}$



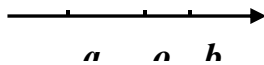
第 8 题图

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

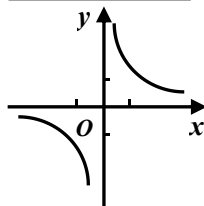
9. -3 的相反数是_____.
10. 截止到 2010 年 5 月 31 日，上海世博园共接待 8 000 000 人，用科学记数法表示是_____人.
11. 如图， O 为直线 AB 上一点， $\angle COB = 26^{\circ} 30'$ ，则 $\angle 1 =$ _____度.
12. 实数 a 、 b 在数轴上位置如图所示，则 $|a|$ 、 $|b|$ 的大小关系是_____.



第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图

13. 已知反比例函数 $y = \frac{1-m}{x}$ 的图象如图, 则 m 的取值范围是_____.
14. 已知扇形的面积为 12π , 半径等于 6, 则它的圆心角等于_____度.
15. 等腰梯形的上底是 4cm, 下底是 10 cm, 一个底角是 60° , 则等腰梯形的腰长是_____cm.
16. 2010 年 4 月 14 日青海省玉树县发生 7.1 级大地震后, 湘江中学九年级 (1) 班的 60 名同学踊跃捐款. 有 15 人每人捐 30 元、14 人每人捐 100 元、10 人每人捐 70 元、21 人每人捐 50 元. 在这次每人捐款的数值中, 中位数是_____.

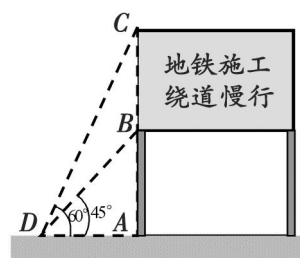
三、解答题 (本题共 6 个小题, 每小题 6 分, 共 36 分)

17. 计算: $2^{-1} + \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ - (\pi - 2010)^0$

18. 先化简, 再求值:

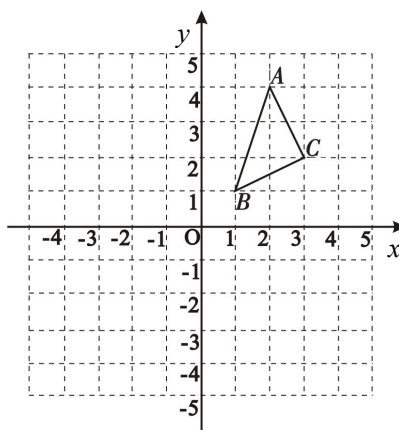
$$\left(\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3}\right) \cdot \frac{1}{x^2+3x} \text{ 其中 } x = \frac{1}{3}.$$

19. 为了缓解长沙市区内一些主要路段交通拥挤的现状, 交警队在一些主要路口设立了交通路况显示牌 (如图). 已知立杆 AB 高度是 3m, 从侧面 D 点测得显示牌顶端 C 点和底端 B 点的仰角分别是 60° 和 45° . 求路况显示牌 BC 的高度.



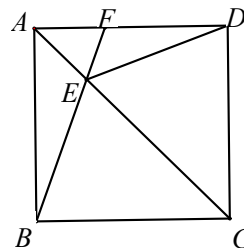
第 19 题图

20. 有四张完全一样的空白纸片, 在每张纸片的一个面上分别写上 1、2、3、4. 某同学把这四张纸片写有字的一面朝下, 先洗匀随机抽出一张, 放回洗匀后, 再随机抽出一张. 求抽出的两张纸片上的数字之积小于 6 的概率. (用树状图或列表法求解)
21. $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示. A 、 B 、 C 三点在格点上.
- (1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 C_1 的坐标;
 - (2) 作出 $\triangle ABC$ 关于原点 O 对称的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出点 C_2 的坐标.



第 21 题图

22. 在正方形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, E 为 AC 上一点, 连接 EB 、 ED .
- (1) 求证: $\triangle BEC \cong \triangle DEC$;
 - (2) 延长 BE 交 AD 于 F , 当 $\angle BED = 120^\circ$ 时, 求 $\angle EFD$ 的度数.

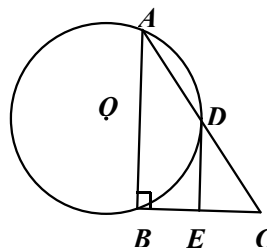


四、解答题 (本题共 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

第 22 题图

23. 长沙市某楼盘准备以每平方米 5000 元的均价对外销售, 由于国务院有关房地产的新政策出台后, 购房者持币观望. 为了加快资金周转, 房地产开发商对价格经过两次下调后, 决定以每平方米 4050 元的均价开盘销售.
- (1) 求平均每次下调的百分率;
 - (2) 某人准备以开盘均价购买一套 100 平方米的房子. 开发商还给予以下两种优惠方案以供选择: ① 打 9.8 折销售; ② 不打折, 送两年物业管理费. 物业管理费是每平方米每月 1.5 元. 请问哪种方案更优惠?

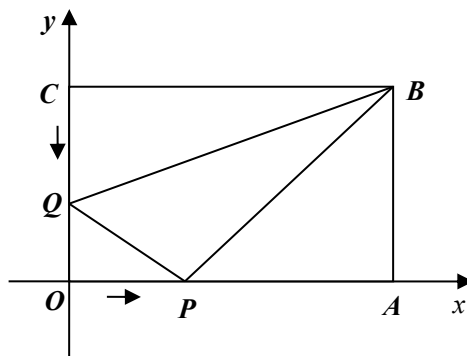
24. 已知: AB 是 $\odot O$ 的弦, D 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 过 B 作 AB 的垂线交 AD 的延长线于 C .
- (1) 求证: $AD = DC$;
 - (2) 过 D 作 $\odot O$ 的切线交 BC 于 E , 若 $DE = EC$, 求 $\sin C$.



第 24 题图

五、解答题 (本题共 2 个小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

25. 已知: 二次函数 $y = ax^2 + bx - 2$ 的图象经过点 $(1, 0)$, 一次函数图象经过原点和点 $(1, -b)$, 其中 $a > b > 0$ 且 a 、 b 为实数.
- (1) 求一次函数的表达式 (用含 b 的式子表示);
 - (2) 试说明: 这两个函数的图象交于不同的两点;
 - (3) 设 (2) 中的两个交点的横坐标分别为 x_1 、 x_2 , 求 $|x_1 - x_2|$ 的范围.
26. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的两边分别在 x 轴和 y 轴上, $OA = 8\sqrt{2}$ cm, $OC = 8$ cm, 现有两动点 P 、 Q 分别从 O 、 C 同时出发, P 在线段 OA 上沿 OA 方向以每秒 $\sqrt{2}$ cm 的速度匀速运动, Q 在线段 CO 上沿 CO 方向以每秒 1 cm 的速度匀速运动. 设运动时间为 t 秒.
- (1) 用 t 的式子表示 $\triangle OPQ$ 的面积 S ;
 - (2) 求证: 四边形 $OPBQ$ 的面积是一个定值, 并求出这个定值;
 - (3) 当 $\triangle OPQ$ 与 $\triangle PAB$ 和 $\triangle QPB$ 相似时, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过 B 、 P 两点, 过线段 BP 上一动点 M 作 y 轴的平行线交抛物线于 N , 当线段 MN 的长取最大值时, 求直线 MN 把四边形 $OPBQ$ 分成两部分的面积之比.



第 26 题图

2010 年长沙市初中毕业学业水平考试试卷

数学参考答案及评分标准

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）请将你认为正确的选项的代号填在答题卡上.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	C	C	A	C	B	C	D

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. 3 10. 8×10^6 11. 153. 5 12. $|a| > |b|$
 13. $m < 1$ 14. 120 15. 6 16. 50

三、解答题（本题共 6 个小题，每小题 6 分，共 36 分）

17. 原式 = $\frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 1$ 3 分

= $\frac{1}{2}$ 6 分

18. 原式 = $\frac{(x+3)(x-3)}{x-3} \cdot \frac{1}{x(x+3)}$ 2 分

= $\frac{1}{x}$ 4 分

当 $x = \frac{1}{3}$ 时, 原式 = 3 6 分

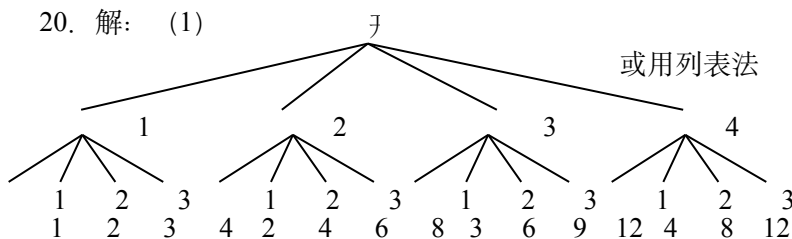
19. 解: $\because$ 在 $Rt\triangle ADB$ 中, $\angle BDA = 45^\circ$, $AB = 3 \therefore DA = 3$ 2 分

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\angle CDA = 60^\circ \therefore \tan 60^\circ = \frac{CA}{AD} \therefore CA = 3\sqrt{3}$ 4 分

$\therefore BC = CA - BA = (3\sqrt{3} - 3)$ 米

答: 路况显示牌 BC 的高度是 $(3\sqrt{3} - 3)$ 米 6 分

20. 解: (1) 3 分



(2) $P_{\text{(小于6)}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ 6 分

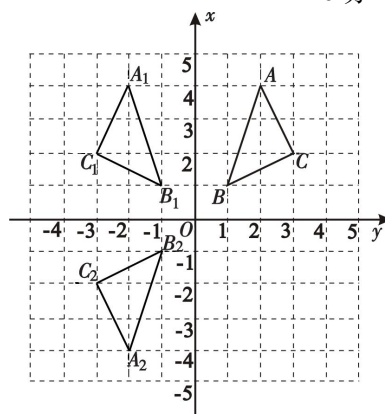
21. 解: (1) 如图 $C_1 (-3, 2)$ 3

(2) 如图 $C_2 (-3, -2)$ 6 分

22. (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore BC = CD$, $\angle ECB = \angle ECD = 45^\circ$

又 $EC = EC$ 2 分



$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABE &\cong \triangle ADE && \cdots \cdots 3 \text{ 分} \\ (2) \therefore \triangle ABE &\cong \triangle ADE \\ \therefore \angle BEC &= \angle DEC = \frac{1}{2} \angle BED && \cdots \cdots 4 \text{ 分} \\ \therefore \angle BED &= 120^\circ \therefore \angle BEC = 60^\circ = \angle AEF && \cdots \cdots 5 \text{ 分} \\ \therefore \angle EFD &= 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ && \cdots \cdots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

四、解答题 (本题共 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

$$\begin{aligned} 23. \text{ 解: } (1) \text{ 设平均每次降价的百分率是 } x, \text{ 依题意得} &&& \cdots \cdots 1 \text{ 分} \\ 5000 (1-x)^2 &= 4050 && \cdots \cdots 3 \text{ 分} \\ \text{解得: } x_1 &= 10\% \quad x_2 = \frac{19}{10} \text{ (不合题意, 舍去)} && \cdots \cdots 4 \text{ 分} \\ \text{答: 平均每次降价的百分率为 } 10\%. &&& \cdots \cdots 5 \text{ 分} \\ (2) \text{ 方案①的房款是: } 4050 \times 100 \times 0.98 &= 396900 \text{ (元)} && \cdots \cdots 6 \text{ 分} \\ \text{方案②的房款是: } 4050 \times 100 - 1.5 \times 100 \times 12 \times 2 &= 401400 \text{ (元)} && \cdots \cdots 7 \text{ 分} \\ \therefore 396900 &< 401400 \\ \therefore \text{选方案①更优惠.} &&& \cdots \cdots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24. \text{ 证明: 连 } BD \therefore \widehat{BD} &= \widehat{AD} \therefore \angle A = \angle ABD \therefore AD = BD && \cdots \cdots 2 \text{ 分} \\ \therefore \angle A + \angle C &= 90^\circ, \angle DBA + \angle DBC = 90^\circ \therefore \angle C = \angle DBC \therefore BD = DC \\ \therefore AD &= DC && \cdots \cdots 4 \text{ 分} \\ (2) \text{ 连接 } OD \therefore DE &\text{ 为 } \odot O \text{ 切线} \therefore OD \perp DE && \cdots \cdots 5 \text{ 分} \\ \therefore \widehat{BD} &= \widehat{AD}, OD \text{ 过圆心} \therefore OD \perp AB \\ \text{又} \therefore AB &\perp BC \therefore \text{四边形 } FBED \text{ 为矩形} \therefore DE \perp BC && \cdots \cdots 6 \text{ 分} \\ \therefore BD &\text{ 为 } Rt\triangle ABC \text{ 斜边上的中线} \therefore BD = DC \therefore BE = EC = DE \\ \therefore \angle C &= 45^\circ && \cdots \cdots 7 \text{ 分} \\ \therefore \sin \angle C &= \frac{\sqrt{2}}{2} && \cdots \cdots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

五、解答题 (本题共 2 个小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

$$\begin{aligned} 25. \text{ 解: } (1) \therefore \text{一次函数过原点} \therefore \text{设一次函数的解析式为 } y &= kx \\ \therefore \text{一次函数过 } (1, -b) \therefore y &= -bx && \cdots \cdots 3 \text{ 分} \\ (2) \therefore y = ax^2 + bx - 2 \text{ 过 } (1, 0) \text{ 即 } a + b &= 2 && \cdots \cdots 4 \text{ 分} \\ \text{由 } \begin{cases} y = -bx \\ y = (2-b)x^2 + bx - 2 \end{cases} \text{ 得} &&& \cdots \cdots 5 \text{ 分} \\ ax^2 + 2(2-a)x - 2 &= 0 \text{ ①} \therefore \Delta = 4(2-a)^2 + 8a = 4(a-1)^2 + 12 > 0 \\ \therefore \text{方程①有两个不相等的实数根} \therefore \text{方程组有两组不同的解} \\ \therefore \text{两函数有两个不同的交点.} &&& \cdots \cdots 6 \text{ 分} \\ (3) \therefore \text{两交点的横坐标 } x_1, x_2 \text{ 分别是方程①的解} \end{aligned}$$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{2(a-2)}{a} = \frac{2a-4}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{-2}{a}$$

$$\therefore |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{\frac{4a^2 - 8a + 16}{a^2}} = \sqrt{\left(\frac{4}{a} - 1\right)^2 + 3}$$

或由求根公式得出8 分

$$\therefore a > b > 0, \quad a + b = 2 \quad \therefore 2 > a > 1$$

令函数 $y = \left(\frac{4}{a} - 1\right)^2 + 3$ $\therefore$ 在 $1 < a < 2$ 时 y 随 a 增大而减小.

$$\therefore 4 < \left(\frac{4}{a} - 1\right)^2 + 3 < 12 \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore 2 < \sqrt{\left(\frac{4}{a} - 1\right)^2 + 3} < 2\sqrt{3} \quad \therefore 2 < |x_1 - x_2| < 2\sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26. 解: (1) $\because CQ = t, OP = \sqrt{2}t, CO = 8 \quad \therefore OQ = 8 - t$

$$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2}(8-t) \cdot \sqrt{2}t = -\frac{\sqrt{2}}{2}t^2 + 4\sqrt{2}t \quad (0 < t < 8) \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) $\because S_{\text{四边形 } OPBQ} = S_{\text{矩形 } ABCD} - S_{\triangle PAB} - S_{\triangle CBQ}$

$$= 8 \times 8\sqrt{2} - \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2}t - \frac{1}{2} \times 8 \times (8\sqrt{2} - \sqrt{2}t) = 32\sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$\therefore$ 四边形 $OPBQ$ 的面积为一个定值, 且等于 $32\sqrt{2}$ 6 分

(3) 当 $\triangle OPQ$ 与 $\triangle PAB$ 和 $\triangle QPB$ 相似时, $\triangle QPB$ 必须是一个直角三角形, 依题意只能是 $\angle QPB = 90^\circ$

又 $\because BQ$ 与 AO 不平行 $\therefore \angle QPO$ 不可能等于 $\angle PQB, \angle APB$ 不可能等于 $\angle PBQ$

$\therefore$ 根据相似三角形的对应关系只能是 $\triangle OPQ \sim \triangle PBQ \sim \triangle ABP$ 7 分

$$\therefore \frac{8-t}{8\sqrt{2}-\sqrt{2}t} = \frac{\sqrt{2}t}{8} \text{ 解得: } t = 4$$

经检验: $t = 4$ 是方程的解且符合题意 (从边长关系和速度)

此时 $P(4\sqrt{2}, 0)$

$\because B(8\sqrt{2}, 8)$ 且抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过 B, P 两点,

$\therefore$ 抛物线是 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2\sqrt{2}x + 8$, 直线 BP 是: $y = \sqrt{2}x - 8$ 8 分

设 $M(m, \sqrt{2}m - 8), N(m, \frac{1}{4}m^2 - 2\sqrt{2}m + 8)$

$\because M$ 在 BP 上运动 $\therefore 4\sqrt{2} \leq m \leq 8\sqrt{2}$

$\because y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 2\sqrt{2}x + 8$ 与 $y_2 = \sqrt{2}x - 8$ 交于 P, B 两点且抛物线的顶点是 P

∴ 当 $4\sqrt{2} \leq m \leq 8\sqrt{2}$ 时, $y_1 > y_2$ 9 分

∴ $|MN| = |y_1 - y_2| = -\frac{1}{4}(m - 6\sqrt{2})^2 + 2$ ∴ 当 $m = 6\sqrt{2}$ 时, MN 有最大值是 2

∴ 设 MN 与 BQ 交于 H 点则 $M(6\sqrt{2}, 4)$ 、 $H(6\sqrt{2}, 7)$

∴ $S_{\triangle BHM} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

∴ $S_{\triangle BHM} : S_{\text{五边形 } QOPMH} = 3\sqrt{2} : (32\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) = 3:29$

∴ 当 MN 取最大值时两部分面积之比是 3: 29.10 分

