

2010 年湖南省衡阳市中考数学试卷

一、选择题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

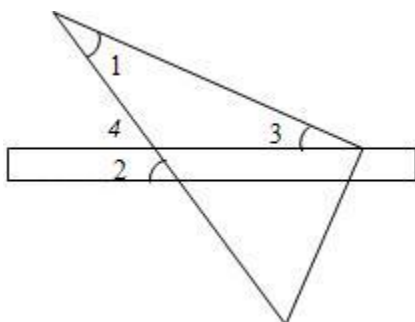
1. (2010•衡阳) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. 2

2. (2010•衡阳) 从 n 个苹果和 3 个雪梨中, 任选 1 个, 若选中苹果的概率是 $\frac{1}{2}$, 则 n 的值是 ()

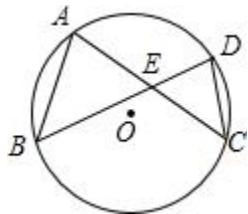
- A. 6 B. 3 C. 2 D. 1

3. (2010•衡阳) 如图, 将三角尺的直角顶点放在直尺的一边上, $\angle 1=30^\circ$, $\angle 2=50^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数等于 ()



- A. 50° B. 30° C. 20° D. 15°

4. (2010•衡阳) 如图, 已知 $\odot O$ 的两条弦 AC , BD 相交于点 E , $\angle A=70^\circ$, $\angle C=50^\circ$, 那么 $\sin \angle AEB$ 的值为 ()

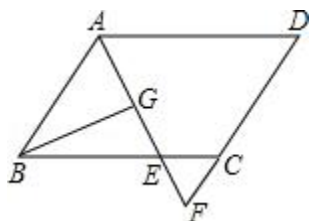


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. (2010•衡阳) 某农机厂四月份生产零件 50 万个, 第二季度共生产零件 182 万个. 设该厂五、六月份平均每月的增长率为 x , 那么 x 满足的方程是 ()

- A. $50(1+x)^2=182$ B. $50+50(1+x)+50(1+x)^2=182$ C. $50(1+2x)=182$ D. $50+50(1+x)+50(1+2x)^2=182$

6. (2010•衡阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=9$, $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E , 交 DC 的延长线于点 F , $BG \perp AE$, 垂足为 G , $BG=4\sqrt{2}$, 则 $\triangle CEF$ 的周长为 ()



- A. 8 B. 9.5 C. 10 D. 11.5

二、填空题 (共 9 小题, 每小题 3 分, 满分 27 分)

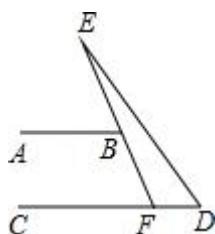
7. (2010•衡阳) 3 的绝对值是_____.

8. (2010•衡阳) 若 $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 的和是单项式, 则 n^m =_____.

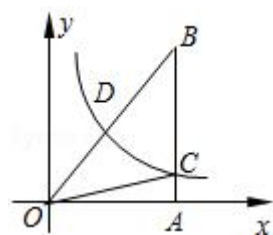
9. (2010•衡阳) 据统计, 去年我国粮食产量达 10 570 亿斤, 用科学记数法表示为_____亿斤.

10. (2010•衡阳) 某校九年级 (2) 班 (1) 组女生的体重 (单位: kg) 为: 38, 40, 35, 36, 65, 42, 42, 则这组数据的中位数是_____.

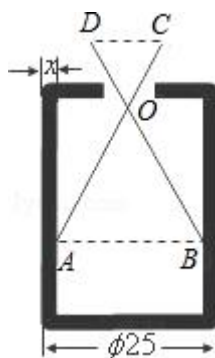
11. (2010•衡阳) 如图所示, $AB \parallel CD$, $\angle ABE=66^\circ$, $\angle D=54^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数为_____度.



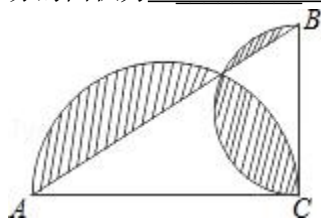
12. (2010•衡阳) 如图, 已知双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 经过直角三角形 OAB 斜边 OB 的中点 D, 与直角边 AB 相交于点 C. 若 $\triangle OBC$ 的面积为 3, 则 k =_____.



13. (2010•衡阳) 如图, 已知零件的外径为 25mm, 现用一个交叉卡钳 (两条尺长 AC 和 BD 相等, $OC=OD$) 量零件的内孔直径 AB. 若 $OC:OA=1:2$, 量得 $CD=10$ mm, 则零件的厚度 x =_____mm.



14. (2010•衡阳) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=4$, $BC=2$, 分别以 AC 、 BC 为直径画半圆, 则图中阴影部分的面积为_____ (结果保留 π).



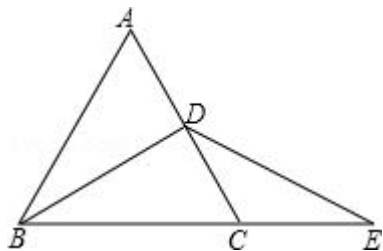
15. (2010•衡阳) 如图是一组有规律的图案, 第 1 个图案由 4 个基础图形组成, 第 2 个图案由 7 个基础图形组成, ..., 第 n (n 是正整数) 个图案中由_____个基础图形组成.



三、解答题（共 8 小题，满分 75 分）

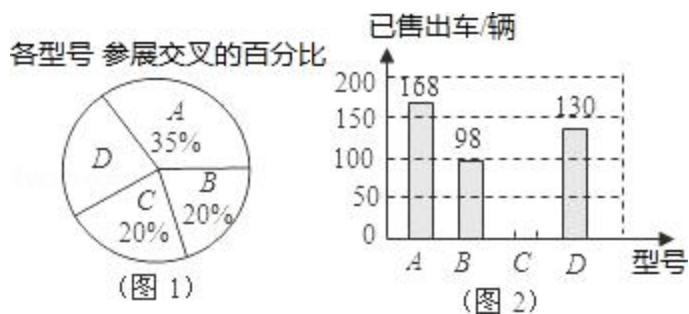
16. (2010•衡阳) 先化简再求值: $(x - \frac{x-4}{x-3}) \div \frac{x^2-4}{x-3}$, 其中 $x=5$.

17. (2010•衡阳) 已知: 如图, 在等边三角形 ABC 的 AC 边上取中点 D, BC 的延长线上取一点 E, 使 $CE=CD$. 求证: $BD=DE$.

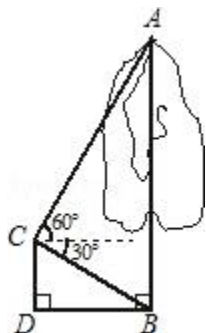


18. (2010•衡阳) 在“首届中国西部（银川）房•车生活文化节”期间, 某汽车经销商推出 A、B、C、D 四种型号的小轿车共 1000 辆进行展销. C 型号轿车销售的成交率为 50%, 其它型号轿车的销售情况绘制在图 1 和图 2 两幅尚不完整的统计图中.

- (1) 参加展销的 D 型号轿车有多少辆?
- (2) 请你将图 2 的统计图补充完整;
- (3) 通过计算说明, 哪一种型号的轿车销售情况最好?
- (4) 若对已售出轿车进行抽奖, 现将已售出 A、B、C、D 四种型号轿车的发票（一车一票）放到一起, 从中随机抽取一张, 求抽到 A 型号轿车发票的概率.



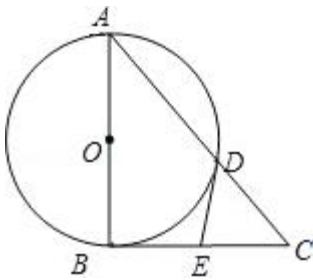
19. (2010•衡阳) 为申办 2010 年冬奥会, 须改变哈尔滨市交通状况. 在大直街拓宽工程中, 要伐掉一棵树 AB, 在地面上事先划定以 B 为圆心, 半径与 AB 等长的圆形危险区, 现在某工人站在离 B 点 3 米远的 D 处, 从 C 点测得树的顶端 A 点的仰角为 60° , 树的底部 B 点的俯角为 30° . 问: 距离 B 点 8 米远的保护物是否在危险区内?



20. (2010•衡阳) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 D, 过点 D 的切线交 BC 于 E.

(1) 求证: $DE = \frac{1}{2}BC$;

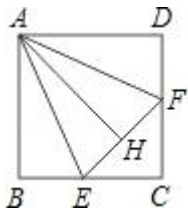
(2) 若 $\tan C = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $DE=2$, 求 AD 的长.



21. (2010•衡阳) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 上移动, 但 A 到 EF 的距离 AH 始终保持与 AB 长相等, 问在 E 、 F 移动过程中:

(1) $\angle EAF$ 的大小是否有变化? 请说明理由.

(2) $\triangle ECF$ 的周长是否有变化? 请说明理由.



22. (2010•衡阳) 某汽车制造厂开发了一款新式电动汽车, 计划一年生产安装 240 辆. 由于抽调不出足够的熟练工来完成新式电动汽车的安装, 工厂决定招聘一些新工人; 他们经过培训后上岗, 也能独立进行电动汽车的安装. 生产开始后, 调研部门发现: 1 名熟练工和 2 名新工人每月可安装 8 辆电动汽车; 2 名熟练工和 3 名新工人每月可安装 14 辆电动汽车.

(1) 每名熟练工和新工人每月分别可以安装多少辆电动汽车?

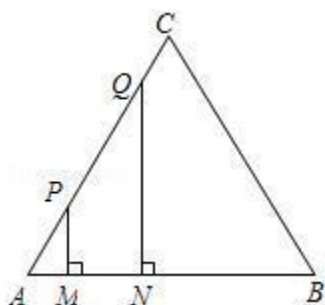
(2) 如果工厂招聘 n ($0 < n < 10$) 名新工人, 使得招聘的新工人和抽调的熟练工刚好能完成一年的安装任务, 那么工厂有哪几种新工人的招聘方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 工厂给安装电动汽车的每名熟练工每月发 2000 元的工资, 给每名新工人每月发 1200 元的工资, 那么工厂应招聘多少名新工人, 使新工人的数量多于熟练工, 同时工厂每月支出的工资总额 W (元) 尽可能地少?

23. (2010•衡阳) 已知: 等边三角形 ABC 的边长为 4 厘米, 长为 1 厘米的线段 MN 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上沿 AB 方向以 1 厘米/秒的速度向 B 点运动 (运动开始时, 点 M 与点 A 重合, 点 N 到达点 B 时运动终止), 过点 M 、 N 分别作 AB 边的垂线, 与 $\triangle ABC$ 的其它边交于 P 、 Q 两点, 线段 MN 运动的时间为 t 秒.

(1) 线段 MN 在运动的过程中, t 为何值时, 四边形 $MNQP$ 恰为矩形并求出该矩形的面积;

(2) 线段 MN 在运动的过程中, 四边形 $MNQP$ 的面积为 S , 运动的时间为 t , 求四边形 $MNQP$ 的面积 S 随运动时间 t 变化的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围.



2010 年湖南省衡阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1.

考点：绝对值。

分析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解。第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号。

解答：解： $|- \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$ 。

故选 A.

点评：规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2.

考点：概率公式。

分析：利用选中苹果的概率公式列出方程求解即可。

解答：解：根据概率公式 $\frac{n}{n+3} = \frac{1}{2}$, $n=3$ 。

故选 B.

点评：用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比。

3.

考点：平行线的性质；三角形的外角性质。

专题：计算题。

分析：首先根据平行线的性质得到 $\angle 2$ 的同位角 $\angle 4$ 的度数，再根据三角形的外角的性质进行求解。

解答：解：根据平行线的性质，得 $\angle 4 = \angle 2 = 50^\circ$ 。 $\therefore \angle 3 = \angle 4 - \angle 1 = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$ 。 故选 C.

点评：本题应用的知识点为：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和。两直线平行，同位角相等。

4.

考点：特殊角的三角函数值；三角形内角和定理；圆心角、弧、弦的关系。

分析：根据三角形的内角和是 180° 求得 $\angle AEB$ 的度数，再根据特殊角的锐角三角函数值求解。

解答：解： $\because \angle A = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle C = 50^\circ$, $\angle AEB = 60^\circ$,

$\therefore \sin \angle AEB = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

故选 D.

点评：考查了圆周角定理、三角形的内角和是 180° ，还要熟记特殊角的锐角三角函数值。

5.

考点：由实际问题抽象出一元二次方程。

专题：增长率问题。

分析：主要考查增长率问题，一般增长后的量=增长前的量 $\times$ （1+增长率），如果该厂五、六月份平均每月的增长率为 x ，那么可以用 x 分别表示五、六月份的产量，然后根据题意可得出方程。

解答：解：依题意得五、六月份的产量为 $50(1+x)$ 、 $50(1+x)^2$ ，

$\therefore 50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 182$ 。

故选 B.

点评：增长率问题，一般形式为 $a(1+x)^2 = b$ ， a 为起始时间的有关数量， b 为终止时间的有关数量。

6.

考点：相似三角形的判定与性质；勾股定理；平行四边形的性质。

专题：计算题。

分析：本题意在综合考查平行四边形、相似三角形、和勾股定理等知识的掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对数学中的数形结合思想的考查. 在□ABCD 中， $AB=CD=6$ ， $AD=BC=9$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，可得△ADF 是等腰三角形， $AD=DF=9$ ；△ABE 是等腰三角形， $AB=BE=6$ ，所以 $CF=3$ ；在△ABG 中， $BG \perp AE$ ， $AB=6$ ， $BG=4\sqrt{2}$ ，可得 $AG=2$ ，又△ADF 是等腰三角形， $BG \perp AE$ ，所以 $AE=2AG=4$ ，所以△ABE 的周长等于 16，又由□ABCD 可得 $\triangle CEF \sim \triangle BEA$ ，相似比为 1: 2，所以△CEF 的周长为 8，因此选 A.

解答：解：∵在□ABCD 中， $AB=CD=6$ ， $AD=BC=9$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E，

∴△ADF 是等腰三角形，△ABE 是等腰三角形， $AD=DF=9$ ；

∴ $AB=BE=6$ ，

∴ $CF=3$ ；

∴在△ABG 中， $BG \perp AE$ ， $AB=6$ ， $BG=4\sqrt{2}$ ，可得： $AG=2$ ，

又 $BG \perp AE$ ，

∴ $AE=2AG=4$ ，

∴△ABE 的周长等于 16，

又∵□ABCD

∴ $\triangle CEF \sim \triangle BEA$ ，相似比为 1: 2，

∴△CEF 的周长为 8.

故选 A.

点评：本题考查勾股定理、相似三角形的知识，相似三角形的周长比等于相似比.

二、填空题 (共 9 小题，每小题 3 分，满分 27 分)

7.

考点：绝对值.

分析：绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

解答：解：根据正数的绝对值是它本身，得 $|3|=3$.

点评：此题主要考查了绝对值的性质.

8.

考点：同类项；解一元一次方程.

专题：方程思想.

分析：根据同类项的定义（所含字母相同，相同字母的指数相同）列出方程 $m+5=3$ ， $n=2$ ，求出 n，m 的值，再代入代数式计算即可.

解答：解：∵ $3x^{m+5}y^2$ 与 x^3y^n 是同类项，

∴ $m+5=3$ ， $n=2$ ， $m=-2$ ，

∴ $n^m=n-2^{-2}=\frac{1}{4}$.

点评：本题考查同类项的定义、方程思想及负整数指数的意义，是一道基础题，比较容易解答，但有的学生可能会把 2^{-2} 误算为 -4.

9.

考点：科学记数法—表示较大的数.

专题：应用题.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时，n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数.

解答：解：10 570 亿斤，用科学记数法表示为 1.057×10^4 亿斤.

点评：把一个大于 10 的数写成科学记数法 $a \times 10^n$ 的形式时，将小数点放到左边第一个不为 0 的数位后作为 a，把整数位数减 1 作为 n，从而确定它的科学记数法形式.

10.

考点：中位数.

专题：应用题.

分析：根据中位数的定义求解. 把数据按大小排列，第 4 个数为中位数.

解答：解：题目中数据共有 7 个，中位数是按从小到大排列后第 4 个数作为中位数，故这组数据的中位数是 40.
故答案为 40.

点评：本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数的能力. 要明确定义：将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）叫做这组数据的中位数.

11.

考点：三角形的外角性质；平行线的性质.

专题：计算题.

分析：利用三角形的外角与内角的关系及平行线的性质可直接解答.

解答：解：∵ $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BFC = \angle ABE = 66^\circ,$$

在 $\triangle EFD$ 中利用三角形外角等于不相邻的两个内角的和，得到 $\angle E = \angle BFC - \angle D = 12^\circ$.

点评：本题考查了三角形外角与内角的关系及平行线的性质，比较简单.

12.

考点：反比例函数系数 k 的几何意义.

分析：过双曲线上任意一点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 是个定值，即

$$S = \frac{1}{2}|k|.$$

解答：解：过 D 点作 $DE \perp x$ 轴，垂足为 E ,

$$\because \text{Rt}\triangle OAB \text{ 中, } \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\because D \text{ 为 Rt}\triangle OAB \text{ 斜边 } OB \text{ 的中点 } D,$$

$$\therefore DE \text{ 为 Rt}\triangle OAB \text{ 的中位线,}$$

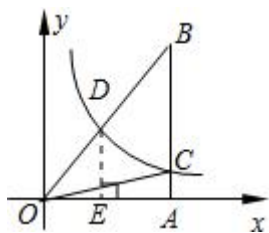
$$\because \text{双曲线 } y = \frac{k}{x} \text{ (} k > 0 \text{), 可知 } S_{\triangle AOC} = S_{\triangle DOE} = \frac{1}{2}k,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 4S_{\triangle DOE} = 2k,$$

$$\text{由 } S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOC} = S_{\triangle OBC} = 3, \text{ 得 } 2k - \frac{1}{2}k = 3,$$

解得 $k = 2$.

故本题答案为：2.



点评：主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得三角形面积为 $\frac{1}{2}|k|$ ，

是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义.

13.

考点：相似三角形的应用.

分析：要求零件的厚度，由题可知只需求出 AB 即可. 因为 CD 和 AB 平行，可得 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ ，可以根据相似三角形对应边成比例即可解答.

解答：解：∵ 两条尺长 AC 和 BD 相等， $OC = OD$

$$\therefore OA = OB$$

$$\therefore OC : OA = 1 : 2$$

$$\therefore OD : OB = OC : OA = 1 : 2$$

$$\therefore \angle COD = \angle AOB$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle COD$$

$$\therefore CD : AB = OC : OA = 1 : 2$$

$$\therefore CD=10\text{mm}$$

$$\therefore AB=20\text{mm}$$

$$\therefore 2x+20=25$$

$$\therefore x=2.5\text{mm}.$$

点评：本题只要是把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程求出零件的内孔直径 AB 即可求得 x 的值.

14.

考点：扇形面积的计算。

分析：图中阴影部分的面积为两个半圆的面积 - 三角形的面积，然后利用三角形的面积计算即可.

解答：解：阴影部分的面积 $= \pi \times 4 \div 2 + \pi \times 1 \div 2 - 4 \times 2 \div 2 = \frac{5\pi}{2} - 4$.

点评：此题的关键是看出图中阴影部分的面积为两个半圆的面积 - 三角形的面积.

15.

考点：规律型：图形的变化类。

专题：规律型。

分析：观察图形很容易看出每加一个图案就增加三个基础图形，以此类推，便可求出结果.

解答：解：第一个图案基础图形的个数：3+1=4；

第二个图案基础图形的个数：3×2+1=7；

第三个图案基础图形的个数：3×3+1=10；

...

第 n 个图案基础图形的个数就应该为：3n+1.

点评：本题是一道找规律的题目，这类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的.

三、解答题 (共 8 小题，满分 75 分)

16.

考点：分式的化简求值。

专题：计算题。

分析：本题的关键是正确进行分式的通分、约分，并准确代值计算.

解答：解：原式 $= \frac{x(x-3) - (x-4)}{x-3} \div \frac{x^2-4}{x-3}$,

$$= \frac{(x-2)^2}{x-3} \cdot \frac{x-3}{(x+2)(x-2)},$$

$$= \frac{x-2}{x+2};$$

当 x=5 时，原式 $= \frac{5-2}{5+2} = \frac{3}{7}$.

点评：本题是分式的混合运算，应特别注意运算顺序以及运算符号的处理.

17.

考点：等边三角形的性质；三角形内角和定理；等腰三角形的判定与性质。

专题：证明题。

分析：欲证 BD=DE，只需证 $\angle DBE = \angle E$ ，根据等边三角形的性质及角的等量关系可证明 $\angle DBE = \angle E = 30^\circ$.

解答：证明： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，BD 是 AC 边的中线，

$$\therefore BD \perp AC, BD \text{ 平分 } \angle ABC, \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ.$$

$$\therefore CD = CE,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle E.$$

$\therefore \angle ACB=60^\circ$, 且 $\angle ACB$ 为 $\triangle CDE$ 的外角,
 $\therefore \angle CDE+\angle E=60^\circ$,
 $\therefore \angle CDE=\angle E=30^\circ$,
 $\therefore \angle DBE=\angle DEB=30^\circ$,
 $\therefore BD=DE$.

点评: 本题考查等腰三角形与等边三角形的性质及三角形内角和为 180° 等知识. 此类已知三角形边之间的关系求角的度数的题, 一般是利用等腰 (等边) 三角形的性质得出有关角的度数, 进而求出所求角的度数.

18.

考点: 利用频率估计概率; 扇形统计图; 条形统计图; 概率公式.

专题: 图表型.

分析: (1) 先求出 D 型号轿车所占的百分比, 再利用总数 1000 辆即可求出答案;

(2) 利用 C 型号轿车销售的成交率为 50%, 求出 C 型号轿车的售出量, 补充统计图即可;

(3) 分别求出各种型号轿车的成交率即可作出判断;

(4) 先求出已售出轿车的总数, 利用售出的 A 型号车的数量即可求出答案.

解答: 解: (1) $\therefore 1-35\%-20\%-20\%=25\%$,

$\therefore 1000 \times 25\% = 250$ (辆) (1 分)

(2) 如图, $(1000 \times 20\% \times 50\% = 100)$ (2 分)

(3) 四种型号轿车的成交率:

A: $\frac{168}{350} \times 100\% = 48\%$;

B: $\frac{98}{200} \times 100\% = 49\%$;

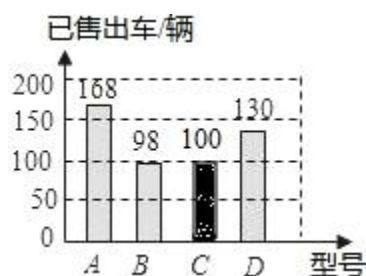
C: 50%;

D: $\frac{130}{250} \times 100\% = 52\%$

$\therefore$ D 种型号的轿车销售情况最好. (4 分)

(4) $\therefore \frac{168}{168+98+100+130} = \frac{168}{496} = \frac{21}{62}$

$\therefore$ 抽到 A 型号轿车发票的概率为 $\frac{21}{62}$. (6 分)



点评: 利用统计图解决问题时, 要善于从图中寻找各种信息.

当一个事件的频率具有稳定性时, 可以用该事件发生的频率来估计这一事件发生的概率. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比. 部分数目 = 总体数目乘以相应概率.

19.

考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题: 应用题.

分析: 首先根据题意分析图形; 本题涉及到两个直角三角形, 分别求解可得 AB 的值, 比较 AB 与 8 的大小, 进而可判断出答案.

解答: 解: 在 $Rt\triangle DBC$ 中, $DB=3$,

$$\therefore BC=BD \div \cos 30^{\circ}=2\sqrt{3};$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC=2\sqrt{3}$, $\angle CAB=30^{\circ}$,

$$\therefore AB=BC \div \sin 30^{\circ}=4\sqrt{3}.$$

$$\because 8 > 4\sqrt{3},$$

$\therefore$ 距离 B 点 8 米远的保护物不在危险区内.

点评: 本题考查俯角、仰角的定义, 要求学生能借助俯角、仰角构造直角三角形并结合图形利用三角函数解直角三角形.

20.

考点: 切线的性质; 圆周角定理; 解直角三角形.

专题: 几何综合题.

分析: (1) 连接 BD, 根据直径所对的圆周角是直角, 得到直角三角形 ABD 和 BCD, 根据切线的判定定理知 BC 是圆的切线, 结合切线长定理得到 $BE=DE$, 再根据等边对等角以及等角的余角相等证明 $DE=CE$;

(2) 在直角三角形 ABC 中, 根据锐角三角函数的概念以及勾股定理计算它的三边, 再根据相似三角形的判定和性质进行计算.

解答: (1) 证明: 连接 BD,

$$\because AB \text{ 是直径, } \angle ABC=90^{\circ},$$

$$\therefore BC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线, } \angle BDC=90^{\circ}.$$

而 DE 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore DE=BE.$$

$$\therefore \angle EBD=\angle EDB.$$

$$\text{又 } \because \angle DCE+\angle EBD=\angle CDE+\angle EDB=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle DCE=\angle CDE,$$

$$\therefore DE=CE.$$

$$\text{故 } DE=\frac{1}{2}BC.$$

(2) 解: 由 (1) 知, $BC=2DE=4$.

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AB=BC \tan C=4 \times \frac{\sqrt{5}}{2}=2\sqrt{5},$$

$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=6.$$

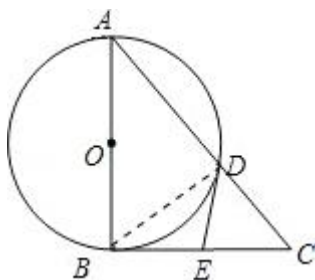
$$\because \angle ADB=\angle ABC=90^{\circ}, \angle A=\angle A,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB.$$

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \frac{AD}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}.$$

$$\text{解得 } AD=\frac{10}{3}.$$



点评: 本题考查了圆及三角函数的相关知识, 注意数形结合思想的运用.

21.

考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质.

分析: (1) 根据题意, 求证 $\triangle BAE \cong \triangle HAE$, $\triangle HAF \cong \triangle DAF$, 然后根据全等三角形的性质求 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$.

(2) 根据 (1) 的求证结果, 用等量代换来计算 $\triangle ECF$ 的周长, 如果结果是定量, 就说明 $\triangle ECF$ 的周长没有变化, 反之, $\triangle ECF$ 的周长有变化.

解答: 解: (1) $\angle EAF$ 的大小没有变化. 理由如下:

根据题意, 知

$$AB=AH, \angle B=90^\circ,$$

$$\text{又} \because AH \perp EF,$$

$$\therefore \angle AHE=90^\circ,$$

$$\because AE=AE,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle BAE \cong \text{Rt}\triangle HAE \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle HAE,$$

同理, $\triangle HAF \cong \triangle DAF$,

$$\therefore \angle HAF = \angle DAF,$$

$$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAH + \frac{1}{2} \angle HAD = \frac{1}{2} (\angle BAH + \angle HAD) = \frac{1}{2} \angle BAD,$$

$$\text{又} \because \angle BAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF=45^\circ,$$

$\therefore \angle EAF$ 的大小没有变化.

(2) $\triangle ECF$ 的周长没有变化. 理由如下:

$$C_{\triangle EFC} = EF + EC + FC,$$

由 (1), 得 $\text{Rt}\triangle BAE \cong \text{Rt}\triangle HAE$,

$$\therefore AE=AF,$$

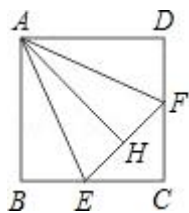
$$\because AH \perp EF, \angle EAF=45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAH = \angle HAF = \angle FAD = 22.5^\circ,$$

$$\therefore BE=EH, HF=DF,$$

$$\therefore C_{\triangle EFC} = EB + DF + EC + FC = 2BC,$$

$\therefore \triangle ECF$ 的周长没有变化.



点评: 解答本题的关键是利用正方形的性质和全等三角形的判定定理来判定三角形全等, 再根据三角形全等的性质来解决问题.

22.

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

专题: 应用题; 方案型.

分析: (1) 设每名熟练工和新工人每月分别可以安装 x 、 y 辆电动汽车.

根据“1 名熟练工和 2 名新工人每月可安装 8 辆电动汽车”和“2 名熟练工和 3 名新工人每月可安装 14 辆电动汽车”列方程组求解.

(2) 设工厂有 a 名熟练工. 根据新工人和抽调的熟练工刚好能完成一年的安装任务, 根据 a , n 都是正整数和 $0 < n < 10$, 进行分析 n 的值的情况;

(3) 建立函数关系式, 根据使新工人的数量多于熟练工, 同时工厂每月支出的工资总额 W (元) 尽可能地少, 两个条件进行分析.

解答: 解: (1) 设每名熟练工和新工人每月分别可以安装 x 、 y 辆电动汽车.

$$\text{根据题意, 得} \begin{cases} x+2y=8 \\ 2x+3y=14 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}.$$

答：每名熟练工和新工人每月分别可以安装 4、2 辆电动汽车.

(2) 设工厂有 a 名熟练工.

根据题意，得 $12(4a+2n)=240$,

$$2a+n=10,$$

$$n=10-2a,$$

又 a, n 都是正整数， $0 < n < 10$,

所以 $n=8, 6, 4, 2$.

即工厂有 4 种新工人的招聘方案.

① $n=8, a=1$ ，即新工人 8 人，熟练工 1 人；

② $n=6, a=2$ ，即新工人 6 人，熟练工 2 人；

③ $n=4, a=3$ ，即新工人 4 人，熟练工 3 人；

④ $n=2, a=4$ ，即新工人 2 人，熟练工 4 人.

(3) 结合 (2) 知：要使新工人的数量多于熟练工，则 $n=8, a=1$ ；或 $n=6, a=2$ ；或 $n=4, a=3$.

根据题意，得

$$W=2000a+1200n=2000a+1200(10-2a)=12000-400a.$$

要使工厂每月支出的工资总额 W (元) 尽可能地少，则 a 应最大.

显然当 $n=4, a=3$ 时，工厂每月支出的工资总额 W (元) 尽可能地少.

点评：此题要能够理解题意，正确找到等量关系和不等关系，熟练解方程组和根据条件分析不等式中未知数的值.

23.

考点：一次函数综合题.

专题：压轴题.

分析：(1) 过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D . 当 $PQ \parallel AB$ 时即可得出四边形 $MNQP$ 是矩形，根据特殊角的三角函数值求出四边形 $MNQP$ 的面积；

(2) 根据①当 $0 < t < 1$ 时；②当 $1 \leq t \leq 2$ 时；③当 $2 < t < 3$ 时，分别求出四边形 $MNQP$ 的面积，即四边形 $MNQP$ 的面积 S 随运动时间 t 变化的函数关系式.

解答：解：(1) 过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，则 $AD=2$ ，

当 MN 运动到被 CD 垂直平时，四边形 $MNQP$ 是矩形，

即当 $AM=\frac{3}{2}$ 时，四边形 $MNQP$ 是矩形，

$\therefore t=\frac{3}{2}$ 秒时，四边形 $MNQP$ 是矩形，

$$\therefore PM=AM \tan 60^\circ = \frac{3}{2} \sqrt{3}.$$

$$PQ=MN=AB-2AM=4-3=1,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} MNQP} = PM \cdot PQ = \frac{3}{2} \sqrt{3};$$

(2) ①当 $0 < t \leq 1$ 时，点 P, Q 都在 AC 上，并且四边形 $PMNQ$ 为直角梯形，

在 $Rt\triangle AMP$ 中，

$$\therefore \angle A=60^\circ, AM=t,$$

$$\therefore PM=\sqrt{3}AM=\sqrt{3}t,$$

在 $Rt\triangle ANQ$ 中，

$$\text{而 } AN=AM+MN=t+1,$$

$$\therefore QN=\sqrt{3}AN=\sqrt{3}(t+1),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MNQP} = \frac{1}{2} (PM+QN) \cdot MN = \frac{1}{2} [\sqrt{3}t + \sqrt{3}(t+1)] = \sqrt{3}t + \frac{\sqrt{3}}{2};$$

②当 $1 < t < 2$ 时,

点 P 在 AC 上, 点 Q 在 BC 上,

$$PM = \sqrt{3}t,$$

$$BN = AB - AM - MN = 4 - 1 - t = 3 - t,$$

在 $\text{Rt}\triangle BNQ$ 中,

$$QN = \sqrt{3}BN = \sqrt{3}(3 - t),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MNQP} = \frac{1}{2} (PM+QN) \cdot MN = \frac{1}{2} [\sqrt{3}t + \sqrt{3}(3 - t)] \times 1 = \frac{3}{2}\sqrt{3};$$

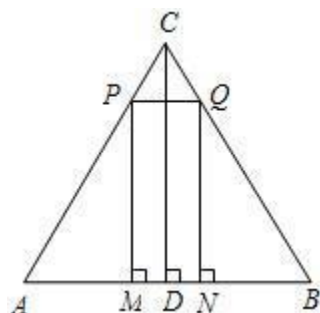
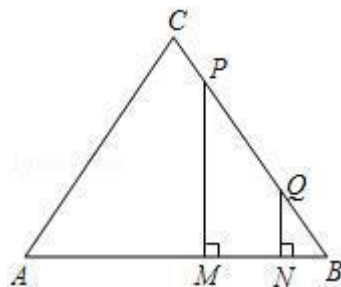
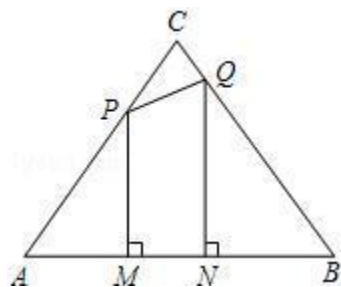
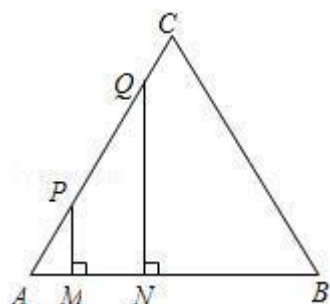
③当 $2 \leq t < 3$ 时, 点 P、Q 都在 BC 上,

$$BM = 4 - t, \quad BN = 3 - t,$$

$$\therefore PM = \sqrt{3}BM = \sqrt{3}(4 - t), \quad QN = \sqrt{3}BN = \sqrt{3}(3 - t),$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MNQP} = \frac{1}{2} (PM+QN) \cdot MN = \frac{1}{2} [\sqrt{3}(3 - t) + \sqrt{3}(4 - t)] = \frac{7}{2}\sqrt{3} - \sqrt{3}t.$$

(10 分)



点评: 本题涉及到动点问题, 比较复杂, 解答此题的关键是根据题意画出图形, 由数形结合便可解答, 体现了数形结合在解题中的重要作用.