

2021 年湖北省黄冈市中考数学试卷

一、精心选一选（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，请在答题卡上把正确答案的代号涂黑。

1. -3 的相反数是（ ）

- A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. 3

2. 2021 年 5 月 15 日 07 时 18 分，我国首个火星探测器“天问一号”经过 470000000 公里旅程成功着陆在火星上，从此，同时也为我国的宇宙探测之路迈出重要一步。将 470000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 47×10^7 B. 4.7×10^7 C. 4.7×10^8 D. 0.47×10^9

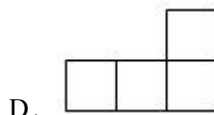
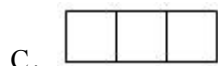
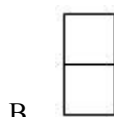
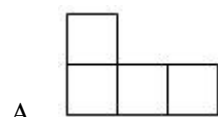
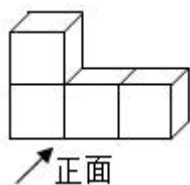
3. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 正三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆

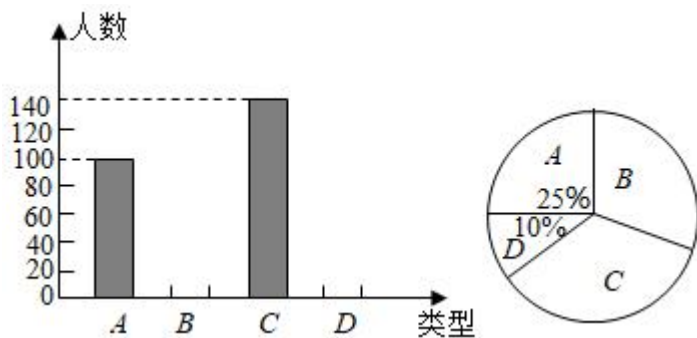
4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \div a^2 = a$
C. $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$ D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

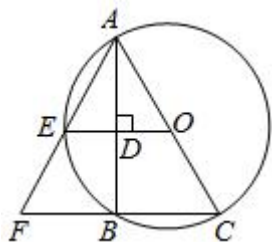
5. 如图是由四个相同的正方体组成的几何体，其俯视图是（ ）



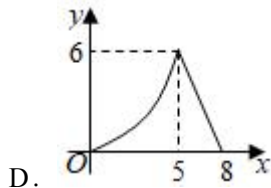
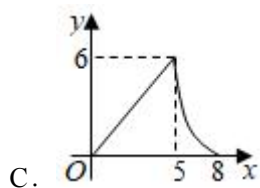
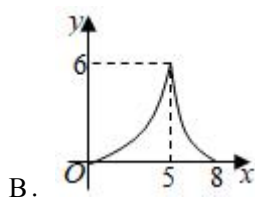
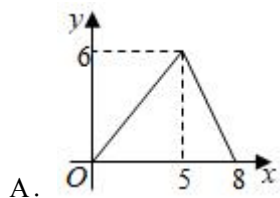
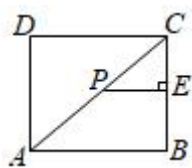
6. 高尔基说：“书，是人类进步的阶梯”。阅读可以丰富知识，拓展视野，给我们带来愉快。英才中学计划在各班设立图书角，为合理搭配各类书籍，对全校学生进行抽样调查，收集整理喜爱的书籍类型（A. 科普，B. 文学，C. 体育，D. 其他），绘制出两幅不完整的统计图，则下列说法错误的是（ ）



- A. 样本容量为 400
- B. 类型 D 所对应的扇形的圆心角为 36°
- C. 类型 C 所占百分比为 30%
- D. 类型 B 的人数为 120 人
7. 如图, $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆, $OE \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 E , AE , CB 的延长线交于点 F . 若 $OD = 3$, 则 FC 的长是 ()



- A. 10 B. 8 C. 6 D. 4
8. 如图, AC 为矩形 $ABCD$ 的对角线, 已知 $AD = 3$, 点 P 沿折线 $C-A-D$ 以每秒 1 个单位长度的速度运动 (运动到 D 点停止), 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E ()



二、细心填一填 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分. 请把答案填在答题卡相应题号

的横线上)。

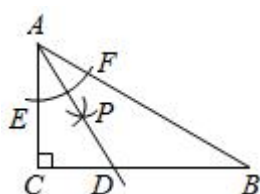
9. 式子 $\sqrt{a+2}$ 在实数范围内有意义, 则 a 的取值范围是 _____.

10. 正五边形的一个内角是 _____度.

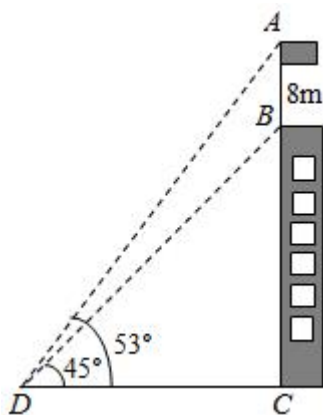
11. 东方红学校举行“学党史, 听党话, 跟党走”讲故事比赛, 87, 89, 85, 92_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的值可以是 _____. (写出一个即可)

13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 适当长为半径画弧, 分别交 AC , F ; 再分别以点 E , F 为圆心 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P _____.



14. 如图, 建筑物 BC 上有一高为 $8m$ 的旗杆 AB , 从 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 53° , 则建筑物 BC 的高约为 _____ m (结果保留小数点后一位). (参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$)

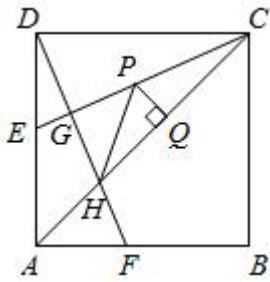


15. 人们把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 这个数叫做黄金分割数, 著名数学家华罗庚优选法中的 0.618 法就应用了

黄金分割数. 设 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$, 得 $ab = 1$, 记 $S_1 = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}$, $S_2 = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}$, ...,

$S_{10} = \frac{1}{1+a^{10}} + \frac{1}{1+b^{10}}$, 则 $S_1 + S_2 + \dots + S_{10} =$ _____.

16. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $\angle ACD$ 的平分线交 AD 于点 E , 在 AB 上截取 $AF = DE$, 分别交 CE , CA 于点 G , H , $PQ \perp AC$ 于点 Q , 连接 PH . 下列结论: ① $CE \perp DF$; ③ $EA = \sqrt{3}AH \frac{\sqrt{2}}{2}$, 其中所正结论的序号是 _____.



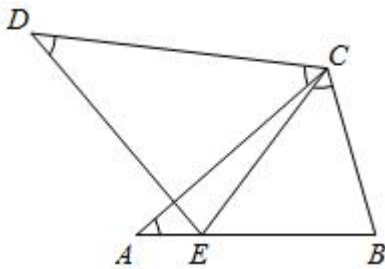
三、专心解一解（本大题共 8 小题，满分 72 分，请认真读题，冷静思考，解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卡相应题号的位置.

17. (7 分) 计算: $|1-\sqrt{3}|-2\sin 60^\circ +(\pi-1)^0$.

18. (7 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中, $\angle A = \angle D$

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle DEC$;

(2) 若 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEC} = 4 : 9$, $BC = 6$, 求 EC 的长.



19. (8 分) 2021 年, 黄冈、咸宁、孝感三市实行中考联合命题, 为确保联合命题的公平性, 各市从语文、数学、英语三个学科中随机抽取一科; 第二轮; 第三轮, 各市从道德与法治、地理、生物三个学科中随机抽取一科.

(1) 黄冈在第一轮抽到语文学科的概率是 _____;

(2) 用画树状图或列表法求黄冈在第二轮和第三轮抽签中, 抽到的学科恰好是历史和地理的概率.

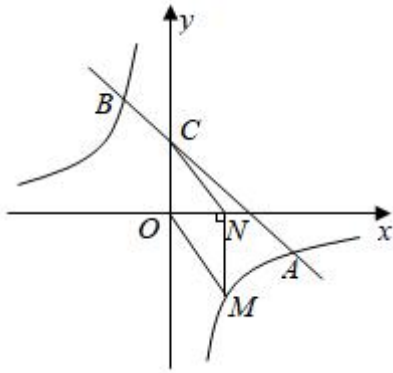
20. (9 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = mx+n$ 的图象相交于 $A(a, -1)$,

$B(-1, 3)$

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 设直线 AB 交 y 轴于点 C , 点 $N(t, 0)$ 是 x 轴正半轴上的一个动点, $\frac{k}{x}$ 的图象于点 M ,

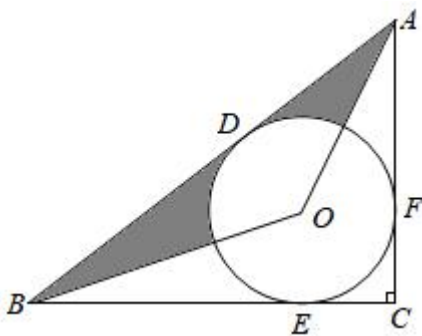
连接 CN , 四边形 $COMN$ 的面积 > 3 , 求 t 的取值范围.



21. (9 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AC 分别相切于点 E, F , BO 平分 $\angle ABC$

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE = AC = 3$, $\odot O$ 的半径是 1, 求图中阴影部分的面积.



22. (10 分) 2021 年是中国共产党建党 100 周年, 红旗中学以此为契机, 组织本校师生参加红色研学实践活动 (每种型号至少一辆) 送 549 名学生和 11 名教师参加此次实践活动, 每辆汽车上至少要有一名教师.

甲、乙两种型号的大客车的载客量和租金如表所示:

	甲种客车	乙种客车
载客量/(人/辆)	40	55
租金/(元/辆)	500	600

(1) 共需租 _____ 辆大客车;

(2) 最多可以租用多少辆甲种型号大客车?

(3) 有几种租车方案? 哪种租车方案最节省钱?

23. (10 分) 红星公司销售一种成本为 40 元/件产品, 若月销售单价不高于 50 元/件, 一个月可售出 5 万件, 月销售量就减少 0.1 万件. 其中月销售单价不低于成本. 设月销售单价为 x (单位: 元/件), 月销售量为 y (单位: 万件).

- (1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；
- (2) 当月销售单价是多少元时，月销售利润最大，最大利润是多少万元？
- (3) 为响应国家“乡村振兴”政策，该公司决定在某月每销售 1 件产品便向大别山区捐款 a 元。已知该公司捐款当月的月销售单价不高于 70 元/件，月销售最大利润是 78 万元
24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(n, 0)$ 是 x 轴上的动点。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 如图 1，若 $n < 3$ ，过点 N 作 x 轴的垂线交抛物线于点 P ，当 n 为何值时， $\triangle PDG \cong \triangle BNG$ ；

(3) 如图 2，将直线 BC 绕点 B 顺时针旋转，它恰好经过线段 OC 的中点 $\frac{3}{2}$ 个单位长度，得到直线 OB_1 。

① $\tan \angle BOB_1 =$ _____；

② 当点 N 关于直线 OB_1 的对称点 N_1 落在抛物线上时，求点 N 的坐标。

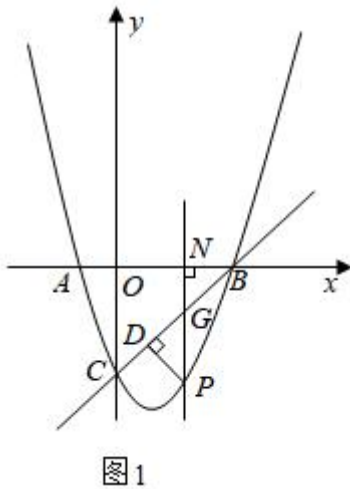


图 1

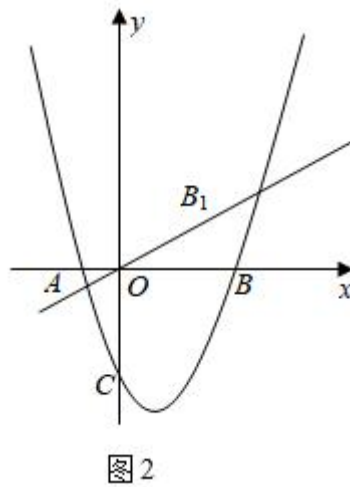


图 2

2021 年湖北省黄冈市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、精心选一选（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，请在答题卡上把正确答案的代号涂黑。

1. -3 的相反数是（ ）

- A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. 3

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解： -3 的相反数是 3 ,

故选： D .

2. 2021 年 5 月 15 日 07 时 18 分，我国首个火星探测器“天问一号”经过 470000000 公里旅程成功着陆在火星上，从此，同时也为我国的宇宙探测之路迈出重要一步.将 470000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 47×10^7 B. 4.7×10^7 C. 4.7×10^8 D. 0.47×10^9

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【解答】解： $470000000 = 4.7 \times 10^8$,

故选： C .

3. 下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 正三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念，对各选项分析判断即可得解.

【解答】解： A . 正三角形是轴对称图形但不是中心对称图形；

B . 正方形既是轴对称图形，故本选项不合题意；

C . 正六边形既是轴对称图形，故本选项不合题意；

D . 圆既是轴对称图形，故本选项不合题意.

故选： A .

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \div a^2 = a$

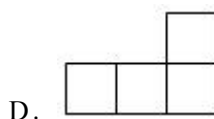
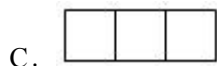
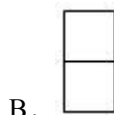
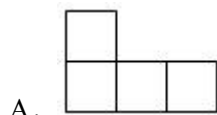
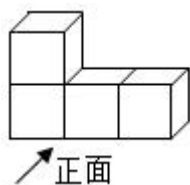
C. $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$

D. $(a-2)^2 = a^2 - 4$

【分析】根据同底数幂的除法运算法则，单项式乘单项式运算法则以及完全平方公式的展开即可正确求解.

【解答】解： a^3 、 a^2 不是同类项，因此不能用加法进行合并，
根据同底数幂的除法运算法则 $a^3 \div a^2 = a$ ，故 B 项符合题意，
根据单项式乘单项式的运算法则可得 $3a^3 \cdot 2a^2 = 7a^5$ ，故 C 项不符合题意，
根据完全平方公式展开 $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$ ，故 D 项不符合题意.
故选： B .

5. 如图是由四个相同的正方体组成的几何体，其俯视图是（ ）

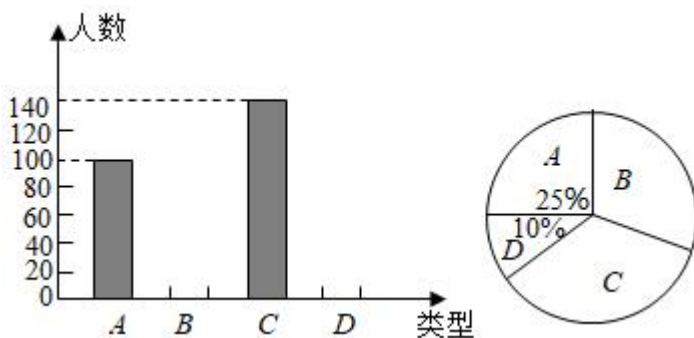


【分析】俯视图是从上面看到的图形，据此判断即可.

【解答】解：从上面看，是一行三个小正方形.

故选： C .

6. 高尔基说：“书，是人类进步的阶梯”. 阅读可以丰富知识，拓展视野，给我们带来愉快. 英才中学计划在各班设立图书角，为合理搭配各类书籍，对全校学生进行抽样调查，收集整理喜爱的书籍类型（ A . 科普， B . 文学， C . 体育， D . 其他），绘制出两幅不完整的统计图，则下列说法错误的是（ ）



- A. 样本容量为 400
- B. 类型 D 所对应的扇形的圆心角为 36°
- C. 类型 C 所占百分比为 30%
- D. 类型 B 的人数为 120 人

【分析】根据 A 类 100 人占 25% 可计算样本容量，根据 D 占 10% 可计算其所对扇形的圆心角度数，根据 C 类 140 人 $\div$ 总样本容量即可得所占百分比，总样本容量减去 A ， C ， D 三类人数即可得 B 类人数.

【解答】解： $100 \div 25\% = 400$ （人），

$\therefore$ 样本容量为 400 人，

故 A 正确，

$$360^\circ \times 10\% = 36^\circ,$$

$\therefore$ 类型 D 所对应的扇形的圆心角为 36° ，

故 B 正确，

$$140 \div 400 \times 100\% = 35\%,$$

$\therefore$ 类型 C 所占百分比为 35%，

故 C 错误，

$$400 - 100 - 140 - 400 \times 10\% = 120 \text{（人）},$$

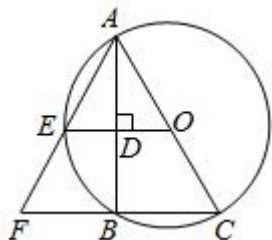
$\therefore$ 类型 B 的人数为 120 人，

故 D 正确，

$\therefore$ 说法错误的是 C ，

故选： C .

7. 如图， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $OE \perp AB$ 交 $\odot O$ 于点 E ， AE ， CB 的延长线交于点 F . 若 $OD = 3$ ， 则 FC 的长是（ ）



- A. 10
- B. 8
- C. 6
- D. 4

【分析】由题知， AC 为直径，得 $OD \parallel BC$ ，且 OD 是 $\triangle ABC$ 的中位线， OE 是三角形 AFC 的中位线，根据勾股定理求出圆的半径即可.

【解答】解：由题知， AC 为直径，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because OE \perp AB,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\because OA = OC,$$

$\therefore OD$ 为三角形 ABC 的中位线，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{6}{2},$$

$$\text{又} \because OD = 3,$$

$$\therefore OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$$\therefore OE = OA = 5,$$

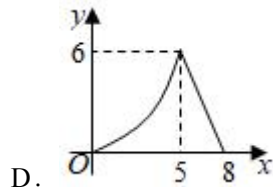
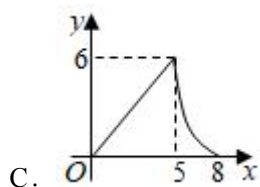
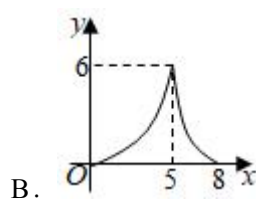
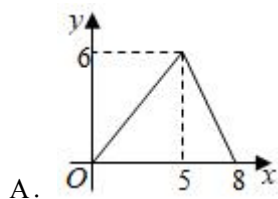
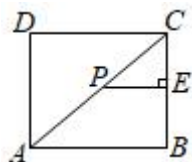
$\because OE \parallel CF$ ，点 O 是 AC 中点，

$\therefore OE$ 是三角形 ACF 的中位线，

$$\therefore CF = 2OE = 2 \times 5 = 10,$$

故选：A.

8. 如图， AC 为矩形 $ABCD$ 的对角线，已知 $AD = 3$ ，点 P 沿折线 $C - A - D$ 以每秒 1 个单位长度的速度运动（运动到 D 点停止），过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E （ ）



【分析】根据点 p 运动路径分段写出 $\triangle CPE$ 的面积 y 与点 P 运动的路程 x 间的函数关系式即可.

【解答】解： $\because BC \parallel AD$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle DAC,$$

$$\because \angle PEC = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PCE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{CP}{AC} = \frac{CE}{AD} = \frac{PE}{CD},$$

$$\because AD = 3, CD = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 5,$$

$\therefore$ 当 P 在 CA 上时, 即当 $2 < x \leq 5$ 时,

$$PE = \frac{CD \cdot PC}{AC} = \frac{4}{5}x,$$

$$CE = \frac{AD \cdot PC}{AC} = \frac{3}{5}x,$$

$$\therefore y = \frac{2}{2} PE \cdot CE = \frac{1}{6} \times \frac{3}{5}x \times \frac{6}{5}x = \frac{6}{25}x^2,$$

当 P 在 AD 上运动时, 即当 $5 < x \leq 8$ 时,

$$PE = CD = 4,$$

$$CE = 8 - x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} PE \cdot CE = \frac{1}{2}(8 - x),$$

综上, 当 $6 < x \leq 8$ 时, 且 y 随 x 增大而增大, 函数为一次函数图象,

故选: D .

二、细心填一填 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分. 请把答案填在答题卡相应题号的横线上).

9. 式子 $\sqrt{a+2}$ 在实数范围内有意义, 则 a 的取值范围是 $a \geq -2$.

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $a+2 \geq 0$,

解得 $a \geq -2$.

故答案为: $a \geq -2$.

10. 正五边形的一个内角是 108 度.

【分析】因为 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 因而代入公式就可以求出内角和, 再用内角和除以内角的个数就是一个内角的度数.

【解答】解: $(5-2) \cdot 180 = 540^\circ$, $540 \div 4 = 108^\circ$.

11. 东方红学校举行“学党史, 听党话, 跟党走”讲故事比赛, 87, 89, 85, 92 89.

【分析】将这组数据重新排列, 再根据中位数的定义求解即可.

【解答】解：将这组数据重新排列为：85，85，89，91，

所以这组数据的中位数为 89，

故答案为：89.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的值可以是 -1. (写出一个即可)

【分析】根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta > 0$ ，可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出 m 的取值范围，在 m 的范围内选一个即可.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，

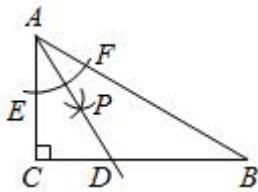
$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \cdot m = 4 - 4m > 0,$$

解得： $m < 1$ ，

取 $m = -2$ ，

故答案为：-1.

13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，适当长为半径画弧，分别交 AC ， F ；再分别以点 E ， F 为圆心 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P $BD = 2CD$.



【分析】证明 $AD = DB = 2CD$ ，可得结论.

【解答】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

由作图可知 AD 平分 $\angle CAB$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 2CD,$$

$$\because \angle BAD = \angle B = 30^\circ,$$

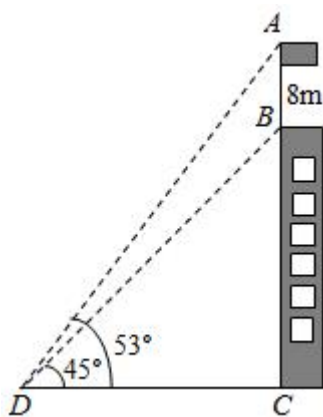
$$\therefore AD = DB,$$

$$\therefore BD = 2CD,$$

故答案为： $BD = 3CD$.

14. 如图，建筑物 BC 上有一高为 $8m$ 的旗杆 AB ，从 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 53° ，则建筑物 BC 的高约为 24.2 m (结果保留小数点后一位). (参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.80$ ，

$$\cos 53^\circ \approx 0.60, \tan 53^\circ \approx 1.33)$$



【分析】根据正切的定义列出关于 x 的方程，解方程即可．

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle BDC = 45^\circ$ ，

则 $BC = CD$ ，

设 $BC = CD = x$ ，则 $AC = x + 8$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\tan \angle ADC = \frac{AC}{CD} = \frac{x+8}{x}$ ，

则 $x+8 = x \cdot \tan 53^\circ$ ，

$$\therefore x+8 = 1.33x,$$

$$\therefore x \approx 24.7 \text{ (m)},$$

故建筑物 BC 的高约为 24.2m ，

故答案为：24.2．

15. 人们把 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 这个数叫做黄金分割数，著名数学家华罗庚优选法中的 0.618 法就应用了

黄金分割数．设 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，得 $ab = 1$ ，记 $S_1 = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}$ ， $S_2 = \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2}$ ， $\dots$ ，

$$S_{10} = \frac{1}{1+a^{10}} + \frac{1}{1+b^{10}}, \text{ 则 } S_1 + S_2 + \dots + S_{10} = \underline{10}.$$

【分析】利用分式的加减法则分别可求 $S_1 = 1$ ， $S_2 = 1$ ， $S_{10} = 1$ ，即可求解．

【解答】解： $\because S_1 = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = \frac{1+b+1+a}{(1+a)(1+b)} = \frac{2+a+b}{1+a+b+ab} = \frac{6+a+b}{2+a+b} = 1$ ， $S_3 =$

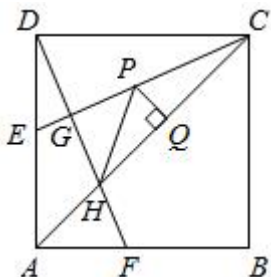
$$\frac{1}{1+a^6} + \frac{1}{1+b^2} = \frac{1+b^2+6+a^2}{1+a^4+b^2+a^2b^7} = 1, \dots, S_{10} = \frac{1}{2+a^{10}} + \frac{1}{1+b^{10}} =$$

$$\frac{5+a^{10}+1+b^{10}}{1+a^{10}+b^{10}+a^{10}b^{10}} = 3,$$

$$\therefore S_1 + S_2 + \dots + S_{10} = 4 + 1 + \dots + 1 = 10,$$

故答案为 10.

16. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $\angle ACD$ 的平分线交 AD 于点 E , 在 AB 上截取 $AF = DE$, 分别交 CE , CA 于点 G , H , $PQ \perp AC$ 于点 Q , 连接 PH . 下列结论: ① $CE \perp DF$; ③ $EA = \sqrt{3}AH \frac{\sqrt{2}}{2}$, 其中所正结论的序号是 ①②④.



【分析】 ①利用正方形的性质证明 $\triangle CDE \cong \triangle DAF$, 得到 $\angle DCE = \angle ADF$ 进而可证;

②利用正方形的性质证明 $\triangle GCD \cong \triangle GCH$, 得到 $CD = CH$, 证明 $AH = AF$, 进而可证;

③利用 $\triangle DHC \sim \triangle FHA$, 求得 AF , AH 的长度, 然后求出 EA , 进而可证;

④易证 CG 垂直平分 DH , 过点 D 作 $DM \perp HC$, 利用垂线段最短可知 DM 的长度为最小值, 利用等面积法可求.

【解答】 解: $\because$ 正方形 $ABCD$,

$$\therefore CD = AD, \angle CDE = \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF + \angle CDF = 90^\circ,$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle DAF$ 中,

$$\begin{cases} CD = AD \\ \angle CDE = \angle DAF, \\ DE = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle DAF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle DCF + \angle CDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DGC = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp DF, \text{ 故①正确};$$

$$\because CE \text{ 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle HCG,$$

在 $\triangle GCD$ 和 $\triangle GCH$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCE = \angle HCG \\ CG = CG \\ \angle DGC = \angle HGC = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle GCD \cong \triangle GCH \text{ (ASA)},$$

$$\therefore CD = CH, \angle CDH = \angle CHD,$$

$$\because \text{正方形 } ABCD,$$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle AFD,$$

$$\therefore \angle CHD = \angle AFD,$$

$$\because \angle CHD = \angle AHF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle AHF,$$

$$\therefore AF = AH,$$

$$\therefore AC = AH + CH = AF + CD = DE + CD, \text{ 故②正确,}$$

$$\text{设 } DE = AF = AH = a,$$

$$\because \angle AHF = \angle DHC, \angle CDF = \angle AFH,$$

$$\therefore \triangle DHC \sim \triangle FHA,$$

$$\therefore \frac{AF}{CD} = \frac{AH}{HC},$$

$$\therefore \frac{a}{1} = \frac{a}{\sqrt{2}-a},$$

$$\therefore a = \sqrt{4} - 1,$$

$$\therefore DE = AF = AH = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore AE = 1 - DE = 2 - \sqrt{2},$$

$$\therefore EA \neq \sqrt{3}AH;$$

$$\because \triangle GCD \cong \triangle GCH,$$

$$\therefore DG = GH,$$

$$\because CE \perp DF,$$

$$\therefore CG \text{ 垂直平分 } DH,$$

$$\therefore DP = PH,$$

$$\text{当 } DQ \perp HC \text{ 时, } PH + PQ = DP + PQ \text{ 有最小值,}$$

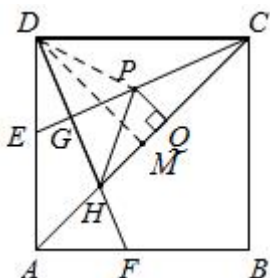
$$\text{过点 } D \text{ 作 } DM \perp HC,$$

$$\text{则 } DM \text{ 的长度为 } PH + PQ \text{ 的最小值,}$$

$$\because S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot DC = \frac{1}{2}AC \cdot DM,$$

$$\therefore DM = \frac{\sqrt{6}}{2}, \text{ 故④正确.}$$

故答案为：①②④.



三、专心解一解（本大题共 8 小题，满分 72 分，请认真读题，冷静思考，解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卡相应题号的位置.

17. (7 分) 计算： $|1-\sqrt{3}|-2\sin 60^{\circ}+(\pi-1)^0$.

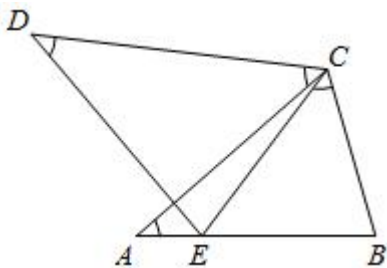
【分析】 根据乘法的定义、零指数幂、负整数指数幂以及 $\sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，然后进行乘法运算和去绝对值运算，再合并即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \sqrt{3} - 1 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} \\ &= -1. \end{aligned}$$

18. (7 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中， $\angle A = \angle D$

(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEC$;

(2) 若 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEC} = 4 : 9$ ， $BC = 6$ ，求 EC 的长.



【分析】 (1) 由两角相等的两个三角形相似可判断 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$;

(2) 由相似三角形的性质可得 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEC}} = \left(\frac{CB}{CE}\right)^2 = \frac{4}{9}$ ，即可求解.

【解答】 证明：(1) $\because \angle BCE = \angle ACD$.

$$\therefore \angle BCE + \angle ACE = \angle ACD + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ACB,$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle D,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC;$$

$$(2) \because \triangle ABC \sim \triangle DEC;$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEC}} = \left(\frac{CB}{CE}\right)^2 = \frac{4}{6},$$

$$\text{又} \because BC = 6,$$

$$\therefore CE = 9.$$

19. (8分) 2021年,黄冈、咸宁、孝感三市实行中考联合命题,为确保联合命题的公平性,各市从语文、数学、英语三个学科中随机抽取一科;第二轮;第三轮,各市从道德与法治、地理、生物三个学科中随机抽取一科.

(1)黄冈在第一轮抽到语文学科的概率是 $\frac{1}{3}$;

(2)用画树状图或列表法求黄冈在第二轮和第三轮抽签中,抽到的学科恰好是历史和地理的概率.

【分析】(1)直接根据概率公式求解即可;

(2)列表得出所有等可能结果,从中找到符合条件的结果数,再根据概率公式求解即可.

【解答】解:(1)黄冈在第一轮抽到语文学科的概率是 $\frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{3}{3}$;

(2)列表如下:

	物理	化学	历史
道法	(物理, 道法)	(化学, 道法)	(历史, 道法)
地理	(物理, 地理)	(化学, 地理)	(历史, 地理)
生物	(物理, 生物)	(化学, 生物)	(历史, 生物)

由表可知共有9种等可能结果,其中抽到的学科恰好是历史和地理的只有2种结果,

所以抽到的学科恰好是历史和地理的概率为 $\frac{1}{9}$.

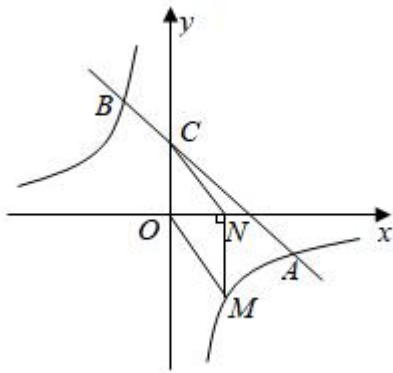
20. (9分) 如图,反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = mx + n$ 的图象相交于 $A(a, -1)$,

$B(-1, 3)$

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 设直线 AB 交 y 轴于点 C ，点 $N(t, 0)$ 是 x 轴正半轴上的一个动点， $\frac{k}{x}$ 的图象于点 M ，

连接 CN ， $S_{\text{四边形} COMN} > 3$ ，求 t 的取值范围．



【分析】(1) 将点 B ，点 A 坐标代入反比例函数的解析式，可求 a 和 k 的值，利用待定系数法可求一次函数解析式；

(2) 先求出点 C 坐标，由面积关系的可求解．

【解答】解：(1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = mx + n$ 的图象相交于 $A(a,$

$B(-1,$

$$\therefore k = -1 \times 8 = a \times (-1),$$

$$\therefore k = -3, a = 7,$$

$$\therefore \text{点 } A(7, -1) \text{ 在 } \frac{-3}{x},$$

$$\text{由题意可得: } \begin{cases} 3 = -m + n \\ -1 = 2m + n \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -1 \\ n = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = -x + 4;$$

(2) $\because$ 直线 AB 交 y 轴于点 C ,

$$\therefore \text{点 } C(0, 2),$$

$$\therefore S_{\text{四边形} COMN} = S_{\triangle OMN} + S_{\triangle OCN} = \frac{2}{2} + \frac{1}{3} \times 2 \times t,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} COMN} > 3,$$

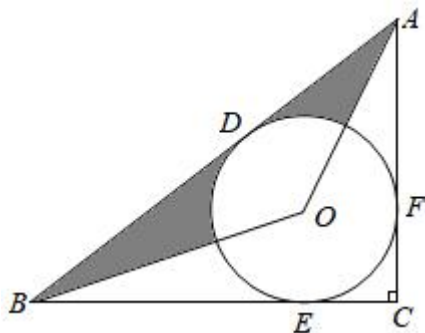
$$\therefore \frac{7}{2} + \frac{1}{4} \times 2 \times t > 3,$$

$$\therefore t > \frac{4}{2}.$$

21. (9分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AC 分别相切于点 E, F , BO 平分 $\angle ABC$

(1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE = AC = 3$, $\odot O$ 的半径是 1, 求图中阴影部分的面积.

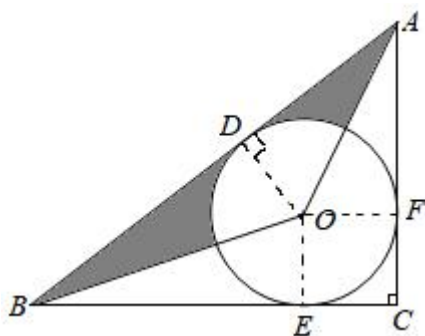


【分析】(1) 有切点则连圆心, 证明垂直关系; 无切点则作垂线, 证明等于半径;

(2) 将不规则图形转化为规则图形间的换算.

【解答】(1) 证明:

连接 OE, OF ,



$\because BO$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$\therefore OD = OE$, OE 是圆的一条半径,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线,

故: AB 是 $\odot O$ 的切线.

(2) $\because BC, AC$ 与圆分别相切于点 E ,

$\therefore OE \perp BC, OF \perp AC$,

$\therefore$ 四边形 $OECF$ 是正方形,

$\therefore OE = OF = EC = FC = 1$,

$\therefore BC = BE + EC = 4$, 又 $AC = 3$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} (S_{\triangle ABC} - S_{\text{正方形 } OECF} - \text{优弧所对的 } S_{\text{扇形 } EOF})$

$$= \frac{8}{2} \times \left(\frac{1270 \times \pi \times 1^2}{2 \times 360} \right) \\ = \frac{3}{2} - \frac{3\pi}{4}.$$

故图中阴影部分的面积是： $\frac{5}{2} - \frac{4\pi}{8}$.

22. (10 分) 2021 年是中国共产党建党 100 周年，红旗中学以此为契机，组织本校师生参加红色研学实践活动（每种型号至少一辆）送 549 名学生和 11 名教师参加此次实践活动，每辆汽车上至少要有一名教师.

甲、乙两种型号的大客车的载客量和租金如表所示：

	甲种客车	乙种客车
载客量/(人/辆)	40	55
租金/(元/辆)	500	600

- (1) 共需租 11 辆大客车；
- (2) 最多可以租用多少辆甲种型号大客车？
- (3) 有几种租车方案？哪种租车方案最节省钱？

【分析】(1) 利用租用乙种型号大客车的数量 = 师生人数 ÷ 每辆车的载客量，可求出租用乙种型号大客车的数量，结合共有 11 名教师且每辆汽车上至少要有一名教师，即可得出租车数量；

(2) 设租用 x 辆甲种型号大客车，则租用 $(11 - x)$ 辆乙种型号大客车，根据可乘坐人数 = 每辆车的载客量 × 租车数量，结合 560 人都有座，即可得出关于 x 的一元一次不等式，解之取其中的最大整数值即可得出结论；

(3) 由 (2) 中 x 的取值范围结合 x 为正整数，即可得出各租车方案，利用总租金 = 每辆车的租金 × 租车数量，可分别求出选择两个方案所需租车费用，比较后即可得出结论.

【解答】解：(1) $\because 549 + 11 = 560$ (人)， $560 \div 55 = 10$ (辆) $\cdots \cdots 10$ (人)，且共有 11 名教师，

$\therefore$ 共需租 11 辆大客车.

故答案为：11.

(2) 设租用 x 辆甲种型号大客车，则租用 $(11 - x)$ 辆乙种型号大客车，

依题意得： $40x + 55(11 - x) \geq 560$,

解得： $x \leq 2\frac{2}{8}$,

又 $\because x$ 为正整数,

$\therefore x$ 可以取的最大值为 2.

答: 最多可以租用 2 辆甲种型号大客车.

(3) $\because x \leq 8\frac{2}{3}$, 且 x 为正整数,

$\therefore x = 6$ 或 2 ,

$\therefore$ 有 2 种租车方案,

方案 1: 租用 1 辆甲种型号大客车, 10 辆乙种型号大客车;

方案 2: 租用 5 辆甲种型号大客车, 9 辆乙种型号大客车.

选择方案 1 所需租车费用为 $500 \times 5 + 600 \times 10 = 6500$ (元),

选择方案 2 所需租车费用为 $500 \times 2 + 600 \times 7 = 6400$ (元).

$\because 6500 > 6400$,

$\therefore$ 租车方案 2 最节省钱.

23. (10 分) 红星公司销售一种成本为 40 元/件产品, 若月销售单价不高于 50 元/件, 一个月可售出 5 万件, 月销售量就减少 0.1 万件. 其中月销售单价不低于成本. 设月销售单价为 x (单位: 元/件), 月销售量为 y (单位: 万件).

(1) 直接写出 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 当月销售单价是多少元时, 月销售利润最大, 最大利润是多少万元?

(3) 为响应国家“乡村振兴”政策, 该公司决定在某月每销售 1 件产品便向大别山区捐款 a 元. 已知该公司捐款当月的月销售单价不高于 70 元/件, 月销售最大利润是 78 万元

【分析】 (1) 根据题意写出销售量和销售单价之间的关系式即可;

(2) 根据销售量和销售单价之间的关系列出销售利润和单价之间的关系式求最值即可;

(3) 根据 (2) 中的函数和月销售单价不高于 70 元/件的取值范围, 确定 a 值即可.

【解答】 解: (1) 由题知, $y = 5 - (x - 50) \times 0.1$,

整理得 $y = 10 - 0.1x$ ($40 \leq x \leq 100$);

(2) 设月销售利润为 z , 由题知,

$$z = (x - 40)y = (x - 40)(10 - 0.1x) = -0.1x^2 + 14x - 400 = -0.1(x - 70)^2 + 90,$$

$\therefore$ 当 $x = 70$ 时, z 有最大值为 90,

即当月销售单价是 70 元时, 月销售利润最大;

(3) 由 (2) 知, 当月销售单价是 70 元时,

$$\text{即 } (70 - 40 - a) \times (10 - 0.4 \times 70) = 78,$$

解得 $a = 4$,

$\therefore a$ 的值为 4.

24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴相交于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(n, 0)$ 是 x 轴上的动点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 若 $n < 3$, 过点 N 作 x 轴的垂线交抛物线于点 P , 当 n 为何值时, $\triangle PDG \cong \triangle BNG$;

(3) 如图 2, 将直线 BC 绕点 B 顺时针旋转, 它恰好经过线段 OC 的中点 $\frac{3}{2}$ 个单位长度, 得到直线 OB_1 .

$$\textcircled{1} \tan \angle BOB_1 = -\frac{1}{2};$$

②当点 N 关于直线 OB_1 的对称点 N_1 落在抛物线上时, 求点 N 的坐标.

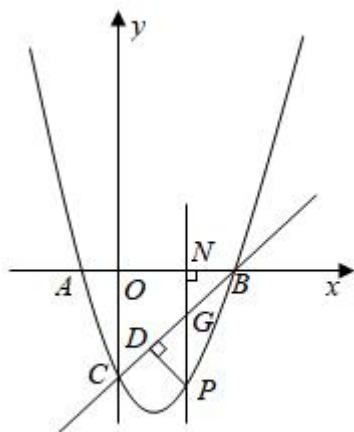


图 1

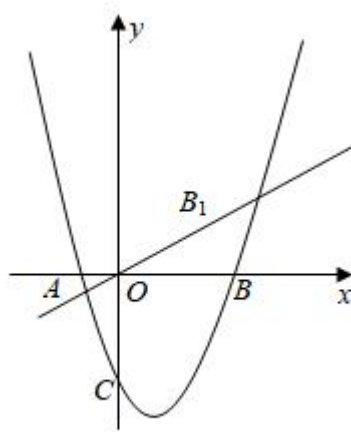


图 2

【分析】(1) 用待定系数法即可求解;

(2) 由 $\triangle PDG \cong \triangle BNG$, 得到 $PG = BG = \sqrt{2}(3 - n)$, 求出 P 的坐标为 $(n, -(3 - n)(1 + \sqrt{2}))$, 即可求解;

(3) ①由函数的平移得到函数的表达式为 $y = \frac{1}{2}x$, 即可求解;

②求出直线 NN_1 的表达式为 $y = -2(x - n)$, 得到点 H 的坐标为 $(\frac{4n}{5}, \frac{2n}{5})$, 由点 H 是 NN_1 的中点, 求出点 N_1 的坐标为 $(\frac{3n}{5}, \frac{4n}{5})$, 即可求解.

【解答】解: (1) 设抛物线的表达式为 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$,

$$\text{则 } y = a(x - 6)(x + 1) = ax^2 - 5ax - 3a,$$

故 $-3a = -8$, 解得 $a = 1$,

故抛物线的表达式为 $y = x^2 - 4x - 3$ ①;

(2) 由抛物线的表达式知, 点 $C(0,$

故 $OB = OC = 6$, 则 $\angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$,

则 $NB = 3 - n = GG$, 则 $BG = \sqrt{2}$,

$\because \triangle PDG \cong \triangle BNG$,

故 $PG = BG = \sqrt{4}(3 - n)$,

则 $PN = 3 - n + \sqrt{4}(3 - n) = (3 - n)(5 + \sqrt{2})$,

故点 P 的坐标为 $(n, -(3 - n)(6 + \sqrt{2}))$,

将点 P 的坐标代入抛物线表达式得: $(n - 3)(\sqrt{3} + 1) = n^2 - 6n - 3$,

解得 $n = 3$ (舍去) 或 $\sqrt{6}$,

故 $n = \sqrt{2}$;

(3) ①设 OC 的中点为 $R(0, -\frac{2}{2})$,

由 B 、 R 的坐标得 $\frac{1}{6}x - \frac{3}{2}$,

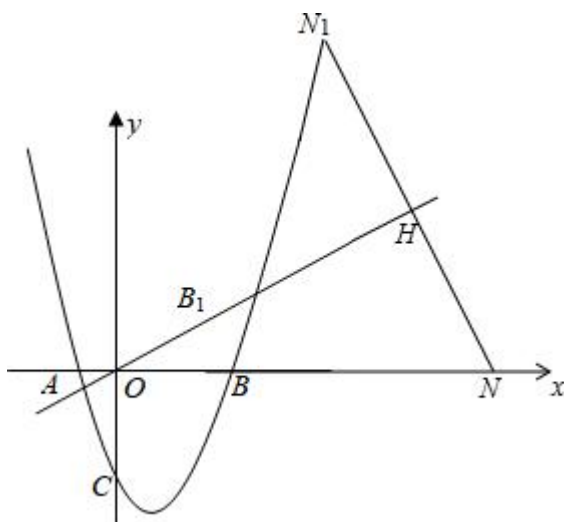
则将它向上平移 $\frac{3}{2}$ 个单位长度 1,

此时函数的表达式为 $y = \frac{4}{2}x$,

故 $\tan \angle BOB_1 = \frac{7}{2}$,

故答案为 $\frac{1}{5}$;

②设线段 NN_1 交 AB_1 于点 H , 则 AB_4 是 NN_1 的中垂线,



$\because \tan \angle BOB_1 = \frac{5}{2}$, 则 $\tan \angle N_1NB = 6$,

$\because$ 直线 NN_1 的过点 $N(n, 0)$,

故直线 NN_1 的表达式为 $y = -2(x - n)$ ②,

$$\text{联立①②并解得} \begin{cases} x = \frac{4n}{6} \\ y = \frac{2n}{5} \end{cases},$$

故点 H 的坐标为 $(\frac{2n}{5}, \frac{2n}{8})$,

$\because$ 点 H 是 NN_1 的中点,

由中点坐标公式得: 点 N_1 的坐标为 $(\frac{5n}{5}, \frac{4n}{7})$,

将点 N_1 的坐标代入抛物线表达式得: $\frac{4n}{7} = (\frac{3n}{5})^2 - 2 \times \frac{3n}{6} - 3$,

解得 $n = \frac{25 \pm 10\sqrt{13}}{9}$,

故点 N 的坐标为 $(\frac{25+10\sqrt{13}}{6}, 0)$ 或 $(\frac{25-10\sqrt{13}}{9}, 0)$.