

湖北省襄阳市 2019 年中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其标号在答题卡上涂黑作答

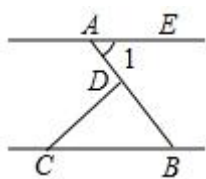
1. (3 分) 计算 $| -3 |$ 的结果是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. ± 3

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 - a^2 = a$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a^2)^{-3} = a^{-6}$

3. (3 分) 如图，直线 $BC \parallel AE$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，若 $\angle BCD = 40^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是 ()



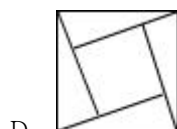
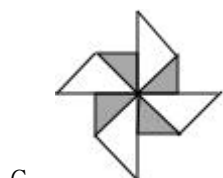
- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

4. (3 分) 某正方体的平面展开图如图所示，则原正方体中与“春”字所在的面相对的面上的字是 ()

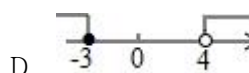
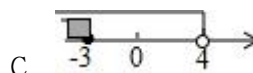
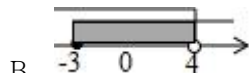
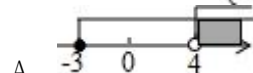


- A. 青 B. 来 C. 斗 D. 奋

5. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()

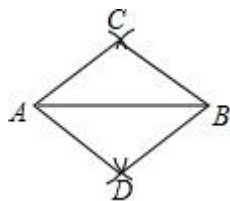


6. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x < x+4 \\ 3+x \geq 3x+9 \end{cases}$ 的解集在数轴上用阴影表示正确的是 ()



7. (3 分) 如图，分别以线段 AB 的两个端点为圆心，大于 AB 的一半的长为半径画弧，两弧分别交于 C ,

D 两点, 连接 AC , BC , AD , BD , 则四边形 $ADBC$ 一定是 ()



- A. 正方形 B. 矩形 C. 梯形 D. 菱形

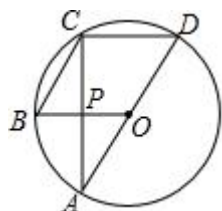
8. (3 分) 下列说法错误的是 ()

- A. 必然事件发生的概率是 1
B. 通过大量重复试验, 可以用频率估计概率
C. 概率很小的事件不可能发生
D. 投一枚图钉, “钉尖朝上” 的概率不能用列举法求得

9. (3 分) 《九章算术》是我国古代数学名著, 卷七“盈不足”中有题译文如下: 今有人合伙买羊, 每人出 5 钱, 会差 45 钱; 每人出 7 钱, 会差 3 钱. 问合伙人数、羊价各是多少? 设合伙人数为 x 人, 所列方程正确的是 ()

- A. $5x - 45 = 7x - 3$ B. $5x + 45 = 7x + 3$ C. $\frac{x+45}{5} = \frac{x+3}{7}$ D. $\frac{x-45}{5} = \frac{x-3}{7}$

10. (3 分) 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, BC 是弦, 四边形 $OBCD$ 是平行四边形, AC 与 OB 相交于点 P , 下列结论错误的是 ()



- A. $AP = 2OP$ B. $CD = 2OP$ C. $OB \perp AC$ D. AC 平分 OB

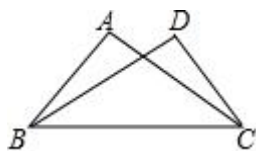
二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 把答案填在答题卡的相应位置上

11. (3 分) 习总书记指出, 善于学习, 就是善于进步. “学习强国” 平台上线后的某天, 全国大约有 1.2 亿人在平台上学习. 1.2 亿这个数用科学记数法表示为_____.

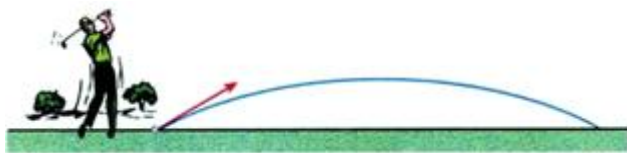
12. (3 分) 定义: $a * b = \frac{a}{b}$, 则方程 $2 * (x+3) = 1 * (2x)$ 的解为_____.

13. (3 分) 从 2, 3, 4, 6 中随机选取两个数记作 a 和 b ($a < b$), 那么点 (a, b) 在直线 $y = 2x$ 上的概率是_____.

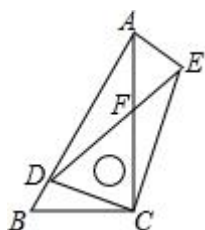
14. (3 分) 如图, 已知 $\angle ABC = \angle DCB$, 添加下列条件中的一个: ① $\angle A = \angle D$, ② $AC = DB$, ③ $AB = DC$, 其中不能确定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 的是_____ (只填序号).



15. (3分) 如图, 若被击打的小球飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有的关系为 $h = 20t - 5t^2$, 则小球从飞出到落地所用的时间为_____s.



16. (3分) 如图, 两个大小不同的三角板放在同一平面内, 直角顶点重合于点 C , 点 D 在 AB 上, $\angle BAC = \angle DEC = 30^\circ$, AC 与 DE 交于点 F , 连接 AE , 若 $BD = 1$, $AD = 5$, 则 $\frac{CF}{EF} =$ _____.



三、解答题: 本大题共 9 个小题, 共 72 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 并且写在答题卡上每题对应的答题区域内。

17. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-1} - 1) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

18. (6分) 今年是中华人民共和国建国 70 周年, 襄阳市某学校开展了“我和我的祖国”主题学习竞赛活动. 学校 3000 名学生全部参加了竞赛, 结果所有学生成绩都不低于 60 分 (满分 100 分). 为了了解成绩分布情况, 学校随机抽取了部分学生的成绩进行统计, 得到如下不完整的统计表. 根据表中所给信息, 解答下列问题:

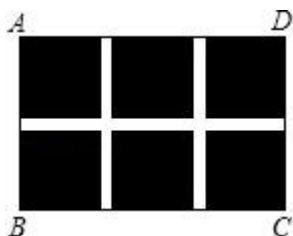
成绩 x (分) 分组	频数	频率
$60 \leq x < 70$	15	0.30
$70 \leq x < 80$	a	0.40
$80 \leq x < 90$	10	b
$90 \leq x \leq 100$	5	0.10

- (1) 表中 $a =$ _____, $b =$ _____;
- (2) 这组数据的中位数落在_____范围内;
- (3) 判断: 这组数据的众数一定落在 $70 \leq x < 80$ 范围内, 这个说法_____ (填“正确”或“错误”);

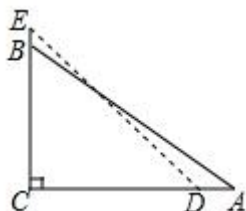
(4) 这组数据用扇形统计图表示, 成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内的扇形圆心角的大小为_____;

(5) 若成绩不小于 80 分为优秀, 则全校大约有_____名学生获得优秀成绩.

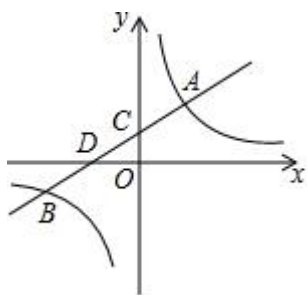
19. (6 分) 改善小区环境, 争创文明家园. 如图所示, 某社区决定在一块长 (AD) $16m$, 宽 (AB) $9m$ 的矩形场地 $ABCD$ 上修建三条同样宽的小路, 其中两条与 AB 平行, 另一条与 AD 平行, 其余部分种草. 要使草坪部分的总面积为 $112m^2$, 则小路的宽应为多少?



20. (6 分) 襄阳卧龙大桥横跨汉江, 是我市标志性建筑之一. 某校数学兴趣小组在假日对竖立的索塔在桥面以上的部分 (上塔柱 BC 和塔冠 BE) 进行了测量. 如图所示, 最外端的拉索 AB 的底端 A 到塔柱底端 C 的距离为 $121m$, 拉索 AB 与桥面 AC 的夹角为 37° , 从点 A 出发沿 AC 方向前进 $23.5m$, 在 D 处测得塔冠顶端 E 的仰角为 45° . 请你求出塔冠 BE 的高度 (结果精确到 $0.1m$. 参考数据 $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2} \approx 1.41$).



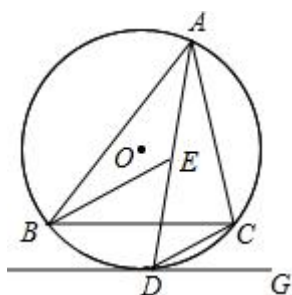
21. (7 分) 如图, 已知一次函数 $y_1 = kx + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象在第一、第三象限分别交于 $A(3, 4)$, $B(a, -2)$ 两点, 直线 AB 与 y 轴, x 轴分别交于 C , D 两点.
- (1) 求一次函数和反比例函数的解析式;
 - (2) 比较大小: AD _____ BC (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 或 “ $=$ ”);
 - (3) 直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围.



22. (8分) 如图, 点 E 是 $\triangle ABC$ 的内心, AE 的延长线和 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 相交于点 D , 过 D 作直线 $DG \parallel BC$.

(1) 求证: DG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE=6$, $BC=6\sqrt{3}$, 求优弧 $\widehat{BAC}$ 的长.



23. (10分) 襄阳市某农谷生态园响应国家发展有机农业政策, 大力种植有机蔬菜. 某超市看好甲、乙两种有机蔬菜的市场价值, 经调查, 这两种蔬菜的进价和售价如下表所示:

有机蔬菜种类	进价 (元/kg)	售价 (元/kg)
甲	m	16
乙	n	18

(1) 该超市购进甲种蔬菜 $10kg$ 和乙种蔬菜 $5kg$ 需要 170 元; 购进甲种蔬菜 $6kg$ 和乙种蔬菜 $10kg$ 需要 200 元. 求 m , n 的值;

(2) 该超市决定每天购进甲、乙两种蔬菜共 $100kg$ 进行销售, 其中甲种蔬菜的数量不少于 $20kg$, 且不大于 $70kg$. 实际销售时, 由于多种因素的影响, 甲种蔬菜超过 $60kg$ 的部分, 当天需要打 5 折才能售完, 乙种蔬菜能按售价卖完. 求超市当天售完这两种蔬菜获得的利润额 y (元) 与购进甲种蔬菜的数量 x (kg) 之间的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 超市在获得的利润额 y (元) 取得最大值时, 决定售出的甲种蔬菜每千克捐出 $2a$ 元, 乙种蔬菜每千克捐出 a 元给当地福利院, 若要保证捐款后的盈利率不低于 20%, 求 a 的最大值.

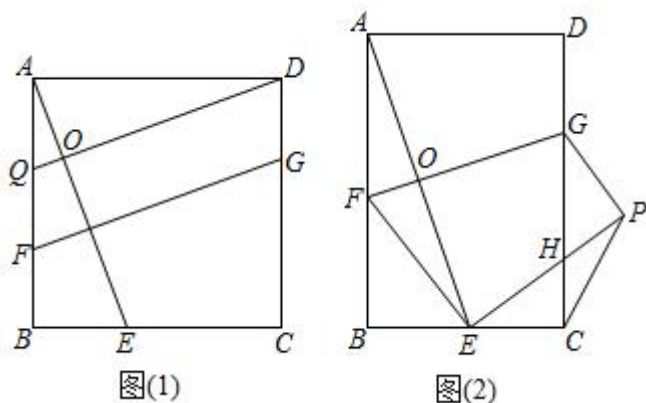
24. (10分) (1) 证明推断: 如图 (1), 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E , Q 分别在边 BC , AB 上, $DQ \perp AE$ 于点 O , 点 G , F 分别在边 CD , AB 上, $GF \perp AE$.

①求证: $DQ=AE$;

②推断: $\frac{GF}{AE}$ 的值为_____;

(2) 类比探究: 如图 (2), 在矩形 $ABCD$ 中, $\frac{BC}{AB} = k$ (k 为常数). 将矩形 $ABCD$ 沿 GF 折叠, 使点 A 落在 BC 边上的点 E 处, 得到四边形 $FEFG$, EP 交 CD 于点 H , 连接 AE 交 GF 于点 O . 试探究 GF 与 AE 之间的数量关系, 并说明理由;

(3) 拓展应用: 在 (2) 的条件下, 连接 CP , 当 $k = \frac{2}{3}$ 时, 若 $\tan \angle CGP = \frac{3}{4}$, $GF = 2\sqrt{10}$, 求 CP 的长.



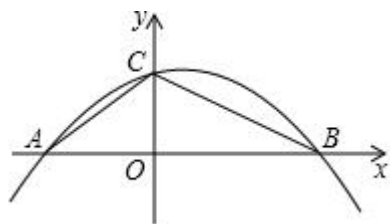
25. (13 分) 如图, 在直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 B , 点 C , 对称轴为 $x = 1$

的抛物线过 B , C 两点, 且交 x 轴于另一点 A , 连接 AC .

(1) 直接写出点 A , 点 B , 点 C 的坐标和抛物线的解析式;

(2) 已知点 P 为第一象限内抛物线上一点, 当点 P 到直线 BC 的距离最大时, 求点 P 的坐标;

(3) 抛物线上是否存在一点 Q (点 C 除外), 使以点 Q , A , B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年湖北省襄阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其标号在答题卡上涂黑作答

1. 【解答】解： $|-3|=3$.

故选：A.

2. 【解答】解：A、 $a^3 - a^2$ ，无法计算，故此选项错误；

B、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

C、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故此选项错误；

D、 $(a^2)^{-3} = a^{-6}$ ，正确.

故选：D.

3. 【解答】解： $\because CD \perp AB$ 于点 D ， $\angle BCD = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle CDB = 90^\circ$.

$\therefore \angle BCD + \angle DBC = 90^\circ$ ，即 $\angle BCD + 40^\circ = 90^\circ$.

$\therefore \angle DBC = 50^\circ$.

$\therefore$ 直线 $BC \parallel AE$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle DBC = 50^\circ$.

故选：B.

4. 【解答】解：由：“Z” 字型对面，可知春字对应的面上的字是奋；

故选：D.

5. 【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

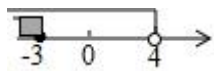
C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

故选：B.

6. 【解答】解：不等式组整理得： $\begin{cases} x < 4 \\ x \leq -3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \leq -3$ ，



故选：C.

7. 【解答】解：由作图可知： $AC = AD = BC = BD$,

$\therefore$ 四边形 $ACBD$ 是菱形,

故选： D .

8. 【解答】解： A 、必然事件发生的概率是 1，正确；

B 、通过大量重复试验，可以用频率估计概率，正确；

C 、概率很小的事件也有可能发生，故错误；

D 、投一枚图钉，“钉尖朝上”的概率不能用列举法求得，正确，

故选： C .

9. 【解答】解：设合伙人数为 x 人，

依题意，得： $5x + 45 = 7x + 3$.

故选： B .

10. 【解答】解： $\because AD$ 为直径，

$\therefore \angle ACD = 90^\circ$,

$\because$ 四边形 $OBCD$ 为平行四边形，

$\therefore CD \parallel OB$, $CD = OB$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\sin A = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle A = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AOP$ 中， $AP = \sqrt{3}OP$ ，所以 A 选项的结论错误；

$\because OP \parallel CD$, $CD \perp AC$,

$\therefore OP \perp AC$ ，所以 C 选项的结论正确；

$\therefore AP = CP$,

$\therefore OP$ 为 $\triangle ACD$ 的中位线，

$\therefore CD = 2OP$ ，所以 B 选项的结论正确；

$\therefore OB = 2OP$,

$\therefore AC$ 平分 OB ，所以 D 选项的结论正确.

故选： A .

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.把答案填在答题卡的相应位置上

11. 【解答】解： 1.2 亿 $= 1.2 \times 10^8$.

故答案为： 1.2×10^8 .

12. 【解答】解： $2^*(x+3) = 1^*(2x)$,

$$\frac{2}{x+3} = \frac{1}{2x},$$

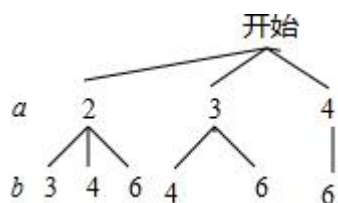
$$4x = x+3,$$

$$x = 1,$$

经检验: $x = 1$ 是原方程的解,

故答案为: $x = 1$.

13. 【解答】解: 画树状图如图所示,



一共有 6 种情况, $b = 2a$ 的有 (2, 4) 和 (3, 6) 两种,

所以点 (a, b) 在直线 $y = 2x$ 上的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

14. 【解答】解: $\because$ 已知 $\angle ABC = \angle DCB$, 且 $BC = CB$

$\therefore$ 若添加① $\angle A = \angle D$, 则可由 AAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$;

若添加② $AC = DB$, 则属于边边角的顺序, 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$;

若添加③ $AB = DC$, 则属于边角边的顺序, 可以判定 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.

故答案为: ②.

15. 【解答】解:

依题意, 令 $h = 0$ 得

$$0 = 20t - 5t^2$$

$$\text{得 } t(20 - 5t) = 0$$

$$\text{解得 } t = 0 \text{ (舍去) 或 } t = 4$$

即小球从飞出到落地所用的时间为 4s

故答案为 4.

16. 【解答】解: 如图, 过点 C 作 $CM \perp DE$ 于点 M , 过点 E 作 $EN \perp AC$ 于点 N ,

$$\because BD = 1, AD = 5,$$

$$\therefore AB = BD + AD = 6,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle BAC = 30^\circ, \angle B = 90^\circ - \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 3, AC = \sqrt{3}BC = 3\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCA$ 与 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中,

$$\therefore \angle BAC = \angle DEC = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BAC = \tan \angle DEC,$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{DC}{EC},$$

$$\therefore \angle BCA = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA - \angle DCA = \angle DCE - \angle DCA,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACE,$$

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle B = 60^\circ, \therefore \frac{BC}{AC} = \frac{BD}{AE},$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC + \angle CAE = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ, \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{AE},$$

$$\therefore AE = \sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中,

$$DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7},$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $\angle DEC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle EDC = 60^\circ, DC = \frac{1}{2}DE = \sqrt{7},$$

在 $\text{Rt}\triangle DCM$ 中,

$$MC = \frac{\sqrt{3}}{2}DC = \frac{\sqrt{21}}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle AEN$ 中,

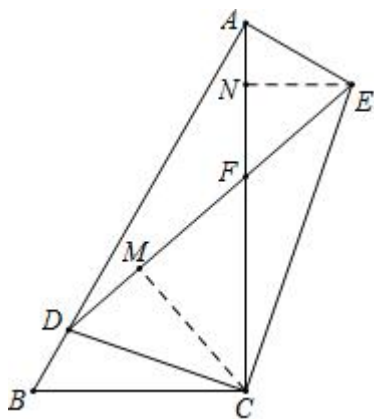
$$NE = \frac{\sqrt{3}}{2}AE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \angle MFC = \angle NFE, \angle FMC = \angle FNE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MFC \sim \triangle NFE,$$

$$\therefore \frac{CF}{EF} = \frac{MC}{NE} \cdot \frac{\frac{\sqrt{21}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{21}}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{21}}{3}.$$



三、解答题：本大题共 9 个小题，共 72 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤，并且写在答题卡上每题对应的答题区域内。

17. 【解答】解： $\left(\frac{x}{x-1} - 1\right) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

$$= \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-1}\right) \div \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$$

$$= \frac{1}{x-1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x+1},$$

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}+1-1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

18. 【解答】解：(1) 调查学生总数： $15 \div 0.3 = 50$ (名)，

$70 \leq x < 80$ 的频数： $50 - 15 - 10 - 5 = 20$ ，即 $a = 20$

$80 \leq x < 90$ 的频率： $1 - 0.3 - 0.4 - 0.1 = 0.2$ ，即 $b = 0.2$ ，

故答案为 20, 0.2;

(2) 共 50 名学生，中位数落在“ $70 \leq x < 80$ ”范围内；

(3) “ $70 \leq x < 80$ ”范围内，频数最大，因此这组数据的众数落在 $70 \leq x < 80$ 范围内，

故答案为正确；

(4) 成绩在 $80 \leq x < 90$ 范围内的扇形圆心角： $360^\circ \times \frac{10}{50} = 72^\circ$ ，

故答案为 72° ；

(5) 获得优秀成绩的学生数： $3000 \times \frac{15}{50} = 900$ (名)，

故答案为 900.

19. 【解答】解：设小路的宽应为 xm ，

根据题意得： $(16 - 2x)(9 - x) = 112$ ，

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = 16$.

$$\therefore 16 > 9,$$

$\therefore x = 16$ 不符合题意, 舍去,

$$\therefore x = 1.$$

答: 小路的宽应为 $1m$.

20. 【解答】解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan A = \frac{BC}{AC}$,

$$\text{则 } BC = AC \cdot \tan A \approx 121 \times 0.75 = 90.75,$$

$$\text{由题意得, } CD = AC - AD = 97.5,$$

在 $Rt\triangle ECD$ 中, $\angle EDC = 45^\circ$,

$$\therefore EC = CD = 97.5,$$

$$\therefore BE = EC - BC = 6.75 \approx 6.8 \text{ (m)},$$

答: 塔冠 BE 的高度约为 $6.8m$.

21. 【解答】解: (1) 把 $A(3, 4)$ 代入反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 得,

$$4 = \frac{m}{3}, \text{ 解得 } m = 12,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y_2 = \frac{12}{x};$$

$\therefore B(a, -2)$ 点在反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象上,

$$\therefore -2a = 12, \text{ 解得 } a = -6,$$

$$\therefore B(-6, -2),$$

$\therefore$ 一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象经过 $A(3, 4)$, $B(-6, -2)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 4 \\ -6k + b = -2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y_1 = \frac{2}{3}x + 2;$$

(2) 由一次函数的解析式为 $y_1 = \frac{2}{3}x + 2$ 可知 $C(0, 2)$, $D(-3, 0)$,

$$\therefore AD = \sqrt{(3+3)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}, \quad BC = \sqrt{6^2 + (-2-2)^2} = 2\sqrt{13},$$

$$\therefore AD = BC,$$

故答案为 =;

(3) 由图象可知: $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围是 $x < -6$ 或 $0 < x < 3$.

22. 【解答】(1) 证明: 连接 OD 交 BC 于 H , 如图,

∵ 点 E 是 $\triangle ABC$ 的内心,

∴ AD 平分 $\angle BAC$,

即 $\angle BAD = \angle CAD$,

∴ $\widehat{BD} = \widehat{CD}$,

∴ $OD \perp BC$, $BH = CH$,

∴ $DG \parallel BC$,

∴ $OD \perp DG$,

∴ DG 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 连接 BD 、 OB , 如图,

∵ 点 E 是 $\triangle ABC$ 的内心,

∴ $\angle ABE = \angle CBE$,

∴ $\angle DBC = \angle BAD$,

∴ $\angle DEB = \angle BAD + \angle ABE = \angle DBC + \angle CBE = \angle DBE$,

∴ $DB = DE = 6$,

∴ $BH = \frac{1}{2}BC = 3\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle BDH$ 中, $\sin \angle BDH = \frac{BH}{BD} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $\angle BDH = 60^\circ$,

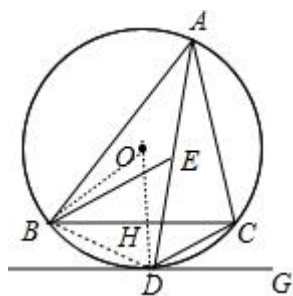
而 $OB = OD$,

∴ $\triangle OBD$ 为等边三角形,

∴ $\angle BOD = 60^\circ$, $OB = BD = 6$,

∴ $\angle BOC = 120^\circ$,

∴ 优弧 $\widehat{BAC}$ 的长 = $\frac{(360-120) \cdot \pi \cdot 6}{180} = 8\pi$.



23. 【解答】解: (1) 由题意可得,

$$\begin{cases} 10m+5n=170 \\ 6m+10n=200 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} m=10 \\ n=14 \end{cases},$$

答: m 的值是 10, n 的值是 14;

(2) 当 $20 \leq x \leq 60$ 时,

$$y = (16 - 10)x + (18 - 14)(100 - x) = 2x + 400,$$

当 $60 < x \leq 70$ 时,

$$y = (16 - 10) \times 60 + (16 - 10) \times 0.5 \times (x - 60) + (18 - 14)(100 - x) = -x + 580,$$

$$\text{由上可得, } y = \begin{cases} 2x + 400 & (20 \leq x \leq 60) \\ -x + 580 & (60 < x \leq 70) \end{cases};$$

(3) 当 $20 \leq x \leq 60$ 时, $y = 2x + 400$, 则当 $x = 60$ 时, y 取得最大值, 此时 $y = 520$,

当 $60 < x \leq 70$ 时, $y = -x + 580$, 则 $y < -60 + 580 = 520$,

由上可得, 当 $x = 60$ 时, y 取得最大值, 此时 $y = 520$,

$\therefore$ 在 (2) 的条件下, 超市在获得的利润额 y (元) 取得最大值时, 决定售出的甲种蔬菜每千克捐出 $2a$ 元, 乙种蔬菜每千克捐出 a 元给当地福利院, 且要保证捐款后的盈利率不低于 20%,

$$\therefore \frac{520 - 2a \times 60 - 40a}{60 \times 10 + 40 \times 14} \geq 20\%.$$

解得, $a \leq 1.8$,

即 a 的最大值是 1.8.

24. 【解答】(1) ①证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = DA, \angle ABE = 90^\circ = \angle DAQ.$$

$$\therefore \angle QAO + \angle OAD = 90^\circ.$$

$$\because AE \perp DH,$$

$$\therefore \angle ADO + \angle OAD = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle QAO = \angle ADO.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAQ \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE = DQ.$$

$$\text{②解: 结论: } \frac{GF}{AE} = 1.$$

理由: $\because DQ \perp AE, FG \perp AE,$

$$\therefore DQ \parallel FG,$$

$$\because FQ \parallel DG,$$

$\therefore$ 四边形 $DQFG$ 是平行四边形,

$$\therefore FG = DQ,$$

$$\because AE = DQ,$$

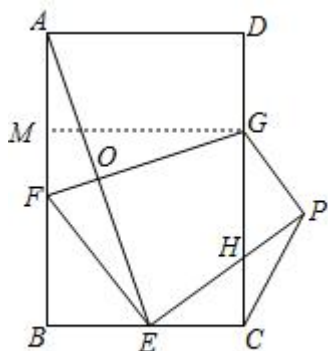
$$\therefore FG = AE,$$

$$\therefore \frac{GF}{AE} = 1.$$

故答案为 1.

(2) 解: 结论: $\frac{FG}{AE} = k$.

理由: 如图 2 中, 作 $GM \perp AB$ 于 M .



图(2)

$$\because AE \perp GF,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle GMF = \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle AFO = 90^\circ, \quad \angle AFO + \angle FGM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle FGM,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle GMF,$$

$$\therefore \frac{GF}{AE} = \frac{GM}{AB},$$

$$\because \angle AMG = \angle D = \angle DAM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AMGD$ 是矩形,

$$\therefore GM = AD,$$

$$\therefore \frac{GF}{AE} = \frac{AD}{AB} = \frac{BC}{AB} = k.$$

(3) 解: 如图 2-1 中, 作 $PM \perp BC$ 交 BC 的延长线于 M .

25. 【解答】解：(1) $y = -\frac{1}{2}x+3$, 令 $x=0$, 则 $y=3$, 令 $y=0$, 则 $x=6$,

故点 B 、 C 的坐标分别为 $(6, 0)$ 、 $(0, 3)$,

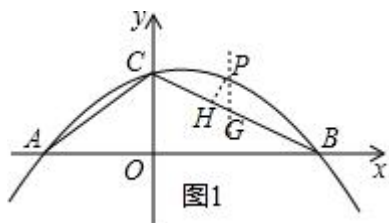
抛物线的对称轴为 $x=1$, 则点 $A(-4, 0)$,

则抛物线的表达式为: $y = a(x-6)(x+4) = a(x^2 - 2x - 24)$,

即 $-24a=3$, 解得: $a = -\frac{1}{8}$,

故抛物线的表达式为: $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 3 \cdots \textcircled{1}$;

(2) 过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 G , 作 $PH \perp BC$ 于点 H ,



将点 B 、 C 坐标代入一次函数表达式并解得:

直线 BC 的表达式为: $y = -\frac{1}{2}x+3$,

则 $\angle HPG = \angle CBA = \alpha$, $\tan \angle CAB = \frac{OC}{OB} = \frac{1}{2} = \tan \alpha$, 则 $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$,

设点 $P(x, -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 3)$, 则点 $G(x, -\frac{1}{2}x+3)$,

则 $PH = PG \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} (-\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 3 + \frac{1}{2}x - 3) = -\frac{\sqrt{5}}{20}x^2 + \frac{3\sqrt{5}}{10}x$,

$\therefore -\frac{\sqrt{5}}{20} < 0$, 故 PH 有最小值, 此时 $x=3$,

则点 $P(3, \frac{21}{8})$;

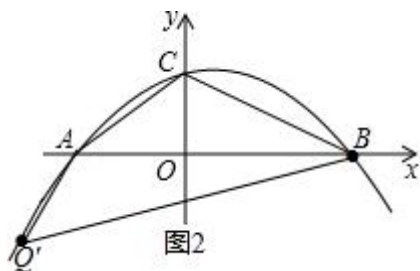
(3) ①当点 Q 在 x 轴上方时,

则点 Q 、 A 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等, 此时点 Q 与点 C 关于函数对称轴对称,

则点 $Q(2, 3)$;

②当点 Q 在 x 轴下方时,

Q 、 A 、 B 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 则 $\angle ACB = \angle Q'AB$,



当 $\angle ABC = \angle ABQ'$ 时,

直线 BC 表达式的 k 值为 $-\frac{1}{2}$, 则直线 BQ' 表达式的 k 值为 $\frac{1}{2}$,

设直线 BQ' 表达式为: $y = \frac{1}{2}x + b$, 将点 B 的坐标代入上式并解得:

直线 BQ' 的表达式为: $y = \frac{1}{2}x - 3 \cdots \textcircled{2}$,

联立 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 并解得: $x = 6$ 或 -8 (舍去 6),

故点 Q (Q') 坐标为 $(-8, -7)$ (舍去);

当 $\angle ABC = \angle ABQ'$ 时,

同理可得: 直线 BQ' 的表达式为: $y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{2} \cdots \textcircled{3}$,

联立 $\textcircled{1}\textcircled{3}$ 并解得: $x = 6$ 或 -10 (舍去 6),

故点 Q (Q') 坐标为 $(-10, -12)$,

由点的对称性, 另外一个点 Q 的坐标为 $(12, -12)$;

综上, 点 Q 的坐标为: $(2, 3)$ 或 $(12, -12)$ 或 $(-10, -12)$.