

2019 年湖北省荆州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 下列实数中最大的是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. π

C. $\sqrt{15}$

D. $|-4|$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

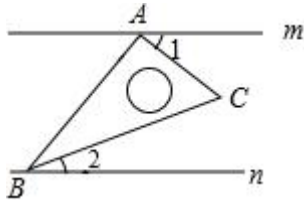
A. $x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}$

B. $a^3 \cdot (-a^2) = -a^6$

C. $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 4$

D. $-(a^2)^2 = a^4$

3. (3 分) 已知直线 $m \parallel n$ ，将一块含 30° 角的直角三角板 ABC 按如图方式放置 ($\angle ABC = 30^\circ$)，其中 A, B 两点分别落在直线 m, n 上，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



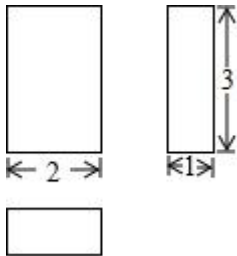
A. 10°

B. 20°

C. 30°

D. 40°

4. (3 分) 某几何体的三视图如图所示，则下列说法错误的是 ()



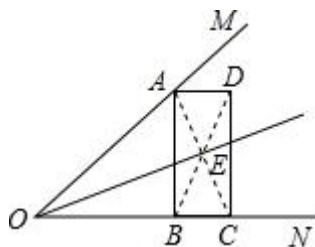
A. 该几何体是长方体

B. 该几何体的高是 3

C. 底面有一边的长是 1

D. 该几何体的表面积为 18 平方单位

5. (3 分) 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B, C 分别落在 $\angle MON$ 的边 OM, ON 上，若 $OA = OC$ ，要求只用无刻度的直尺作 $\angle MON$ 的平分线. 小明的作法如下：连接 AC, BD 交于点 E ，作射线 OE ，则射线 OE 平分 $\angle MON$. 有以下几条几何性质：①矩形的四个角都是直角，②矩形的对角线互相平分，③等腰三角形的“三线合一”. 小明的作法依据是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

6. (3分) 若一次函数 $y=kx+b$ 的图象不经过第二象限, 则关于 x 的方程 $x^2+kx+b=0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 无法确定

7. (3分) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 以原点为中心, 将点 A 顺时针旋转 30° 得到点 A' , 则点 A' 的坐标为 ()

- A. $(\sqrt{3}, 1)$ B. $(\sqrt{3}, -1)$ C. $(2, 1)$ D. $(0, 2)$

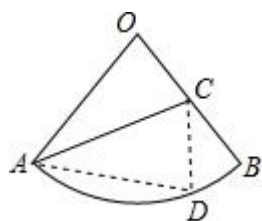
8. (3分) 在一次体检中, 甲、乙、丙、丁四位同学的平均身高为 1.65 米, 而甲、乙、丙三位同学的平均身高为 1.63 米, 下列说法一定正确的是 ()

- A. 四位同学身高的中位数一定是其中一位同学的身高
B. 丁同学的身高一定高于其他三位同学的身高
C. 丁同学的身高为 1.71 米
D. 四位同学身高的众数一定是 1.65

9. (3分) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} - 2 = \frac{k}{1-x}$ 的解为正数, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $-2 < k < 0$ B. $k > -2$ 且 $k \neq -1$ C. $k > -2$ D. $k < 2$ 且 $k \neq 1$

10. (3分) 如图, 点 C 为扇形 OAB 的半径 OB 上一点, 将 $\triangle OAC$ 沿 AC 折叠, 点 O 恰好落在 $\widehat{AB}$ 上的点 D 处, 且 $\widehat{BD} : \widehat{AD} = 1 : 3$ ($\widehat{BD}$ 表示 $\widehat{BD}$ 的长), 若将此扇形 OAB 围成一个圆锥, 则圆锥的底面半径与母线长的比为 ()

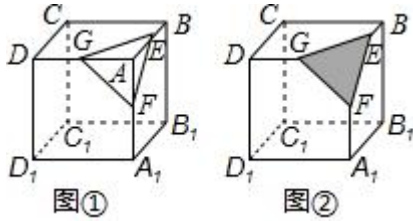


- A. 1: 3 B. 1: π C. 1: 4 D. 2: 9

二、填空题 (本大题共 6 小题每小题 3 分, 共 18 分)

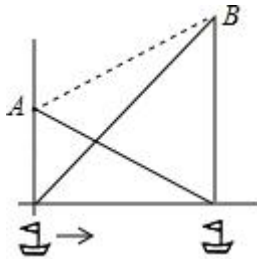
11. (3分) 二次函数 $y = -2x^2 - 4x + 5$ 的最大值是_____.

12. (3分) 如图①, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4cm , E, F, G 分别是 AB, AA_1, AD 的中点, 截面 EFG 将这个正方体切去一个角后得到一个新的几何体 (如图②), 则图②中阴影部分的面积为_____ cm^2 .

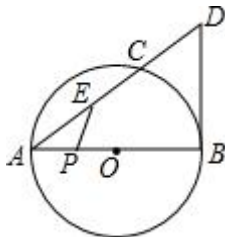


13. (3分) 对非负实数 x “四舍五入”到个位的值记为 (x) , 即当 n 为非负整数时, 若 $n - 0.5 \leq x < n + 0.5$, 则 $(x) = n$. 如 $(1.34) = 1$, $(4.86) = 5$. 若 $(0.5x - 1) = 6$, 则实数 x 的取值范围是_____.

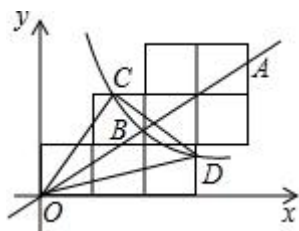
14. (3分) 如图, 灯塔 A 在测绘船的正北方向, 灯塔 B 在测绘船的东北方向, 测绘船向正东方向航行 20 海里后, 恰好在灯塔 B 的正南方向, 此时测得灯塔 A 在测绘船北偏西 63.5° 的方向上, 则灯塔 A, B 间的距离为_____海里 (结果保留整数). (参考数据 $\sin 26.5^\circ \approx 0.45$, $\cos 26.5^\circ \approx 0.90$, $\tan 26.5^\circ \approx 0.50$, $\sqrt{5} \approx 2.24$)



15. (3分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\odot O$ 上一点, 过 B 点的切线交 AC 的延长线于点 D , E 为弦 AC 的中点, $AD = 10$, $BD = 6$, 若点 P 为直径 AB 上的一个动点, 连接 EP , 当 $\triangle AEP$ 是直角三角形时, AP 的长为_____.



16. (3分) 边长为 1 的 8 个正方形如图摆放在直角坐标系中, 直线 $y = k_1x$ 平分这 8 个正方形所组成的图形的面积, 交其中两个正方形的边于 A, B 两点, 过 B 点的双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 的一支交其中两个正方形的边于 C, D 两点, 连接 OC, OD, CD , 则 $S_{\triangle OCD} =$ _____.



三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）

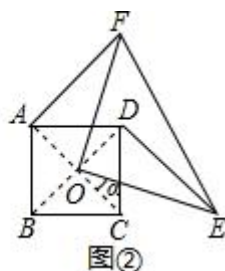
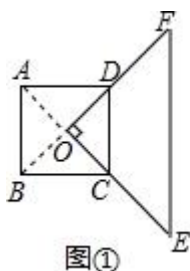
17. (8 分) 已知: $a = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) + 1 - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{8} - 2\sin 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$, 求 $b-a$ 的算术平方根.

18. (8 分) 先化简 $(\frac{a}{a-1} - 1) \div \frac{2}{a^2-a}$, 然后从 $-2 \leq a < 2$ 中选出一个合适的整数作为 a 的值代入求值.

19. (8 分) 如图①, 等腰直角三角形 OEF 的直角顶点 O 为正方形 $ABCD$ 的中心, 点 C, D 分别在 OE 和 OF 上, 现将 $\triangle OEF$ 绕点 O 逆时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 连接 AF, DE (如图②).

(1) 在图②中, $\angle AOF =$ _____; (用含 α 的式子表示)

(2) 在图②中猜想 AF 与 DE 的数量关系, 并证明你的结论.



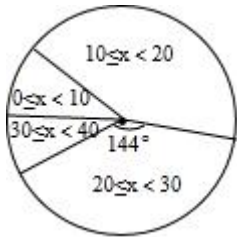
20. (8 分) 体育组为了了解九年级 450 名学生排球垫球的情况, 随机抽查了九年级部分学生进行排球垫球测试 (单位: 个), 根据测试结果, 制成了下面不完整的统计图表:

组别	个数段	频数	频率
1	$0 \leq x < 10$	5	0.1
2	$10 \leq x < 20$	21	0.42
3	$20 \leq x < 30$	a	
4	$30 \leq x < 40$		b

(1) 表中的数 $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 估算该九年级排球垫球测试结果小于 10 的人数;

(3) 排球垫球测试结果小于 10 的为不达标, 若不达标的 5 人中有 3 个男生, 2 个女生, 现从这 5 人中随机选出 2 人调查, 试通过画树状图或列表的方法求选出的 2 人为一个男生一个女生的概率.



21. (8 分) 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的顶点在一次函数 $y = kx + t$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则称 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 为 $y = kx + t$ ($k \neq 0$) 的伴随函数, 如: $y = x^2 + 1$ 是 $y = x + 1$ 的伴随函数.

(1) 若 $y = x^2 - 4$ 是 $y = -x + p$ 的伴随函数, 求直线 $y = -x + p$ 与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2) 若函数 $y = mx - 3$ ($m \neq 0$) 的伴随函数 $y = x^2 + 2x + n$ 与 x 轴两个交点间的距离为 4, 求 m, n 的值.

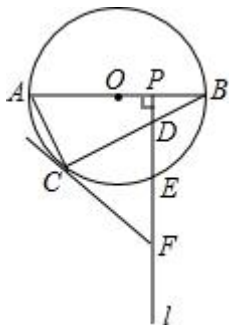
22. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, 点 P 是半径 OB 上一动点 (不与 O, B 重合), 过点 P 作射线 $l \perp AB$, 分别交弦 $BC, \widehat{BC}$ 于 D, E 两点, 在射线 l 上取点 F , 使 $FC = FD$.

(1) 求证: FC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点时,

①若 $\angle BAC = 60^\circ$, 判断以 O, B, E, C 为顶点的四边形是什么特殊四边形, 并说明理由;

②若 $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 且 $AB = 20$, 求 DE 的长.



23. (10 分) 为拓展学生视野, 促进书本知识与生活实践的深度融合, 荆州市某中学组织八

年级全体学生前往松滋洧水研学基地开展研学活动. 在此次活动中, 若每位老师带队 14 名学生, 则还剩 10 名学生没老师带; 若每位老师带队 15 名学生, 就有一位老师少带 6 名学生, 现有甲、乙两种大型客车, 它们的载客量和租金如表所示:

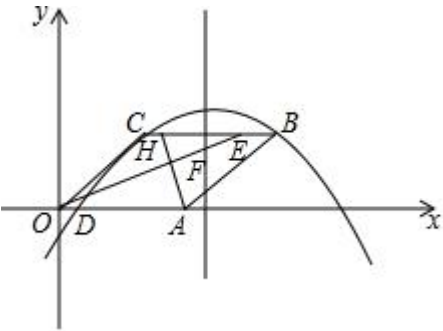
	甲型客车	乙型客车
载客量 (人/辆)	35	30
租金 (元/辆)	400	320

学校计划此次研学活动的租金总费用不超过 3000 元, 为安全起见, 每辆客车上至少要有 2 名老师.

- (1) 参加此次研学活动的老师和学生各有多少人?
- (2) 既要保证所有师生都有车坐, 又要保证每辆车上至少要有 2 名老师, 可知租车总辆数为_____辆;
- (3) 学校共有几种租车方案? 最少租车费用是多少?

24. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 平行四边形 $OABC$ 的顶点 A, C 的坐标分别为 $(6, 0)$, $(4, 3)$, 经过 B, C 两点的抛物线与 x 轴的一个交点 D 的坐标为 $(1, 0)$.

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 若 $\angle AOC$ 的平分线交 BC 于点 E , 交抛物线的对称轴于点 F , 点 P 是 x 轴上一动点, 当 $PE+PF$ 的值最小时, 求点 P 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 过点 A 作 OE 的垂线交 BC 于点 H , 点 M, N 分别为抛物线及其对称轴上的动点, 是否存在这样的点 M, N , 使得以点 M, N, H, E 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 直接写出点 M 的坐标, 若不存在, 说明理由.



2019 年湖北省荆州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【解答】解： $\because \frac{3}{2} < \pi < \sqrt{15} < |-4| = 4$,

$\therefore$ 所给的几个数中，最大的数是 $|-4|$.

故选：D.

2. 【解答】解：A、 $x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$ ，故本选项错误；

B、 $a^3 \cdot (-a^2) = -a^5$ ，故本选项错误；

C、 $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) = 5-1=4$ ，故本选项正确；

D、 $-(a^2)^2 = -a^4$ ，故本选项错误；

故选：C.

3. 【解答】解： $\because$ 直线 $m \parallel n$,

$\therefore \angle 2 + \angle ABC + \angle 1 + \angle BAC = 180^\circ$,

$\because \angle ABC = 30^\circ$, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle 1 = 40^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 20^\circ$,

故选：B.

4. 【解答】解：A、该几何体是长方体，正确；

B、该几何体的高为 3，正确；

C、底面有一边的长是 1，正确；

D、该几何体的表面积为： $2 \times (1 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 3) = 22$ 平方单位，故错误，

故选：D.

5. 【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore AE = CE$,

而 $OA = OC$,

$\therefore OE$ 为 $\angle AOC$ 的平分线.

故选：C.

6. 【解答】解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象不经过第二象限，

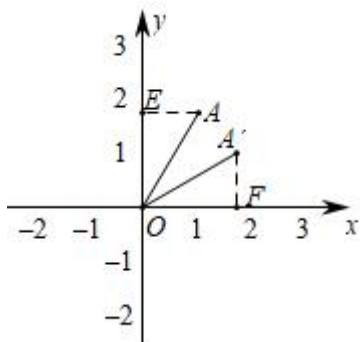
$\therefore k > 0$, $b \leq 0$,

$$\therefore \Delta = k^2 - 4b > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

7. 【解答】解: 如图, 作 $AE \perp x$ 轴于 E , $A'F \perp x$ 轴于 F .



$$\therefore \angle AEO = \angle OFA' = 90^\circ, \angle AOE = \angle AOA' = \angle A'OF = 30^\circ$$

$$\therefore \angle AOE = \angle A'F,$$

$$\therefore OA = OA',$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle OA'F \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OF = AE = \sqrt{3}, A'F = OE = 1,$$

$$\therefore A'(\sqrt{3}, 1).$$

故选: A.

8. 【解答】解: A、四位同学身高的中位数可能是某两个同学身高的平均数, 故错误;

B、丁同学的身高一定高于其他三位同学的身高, 错误;

C、丁同学的身高为 $1.65 \times 4 - 1.63 \times 3 = 1.71$ 米, 正确;

D、四位同学身高的众数一定是 1.65, 错误.

故选: C.

9. 【解答】解: $\because \frac{x}{x-1} - \frac{k}{1-x} = 2,$

$$\therefore \frac{x+k}{x-1} = 2,$$

$$\therefore x = 2+k,$$

$\therefore$ 该分式方程有解,

$$\therefore 2+k \neq 1,$$

$$\therefore k \neq -1,$$

$$\therefore x > 0,$$

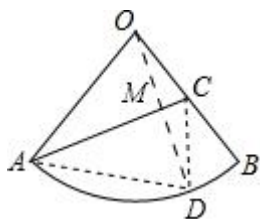
$$\therefore 2+k>0,$$

$$\therefore k>-2,$$

$$\therefore k>-2 \text{ 且 } k \neq -1,$$

故选: *B*.

10. 【解答】解: 连接 *OD* 交 *OC* 于 *M*.



由折叠的知识可得: $OM = \frac{1}{2}OA$, $\angle OMA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle OAM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{且 } \widehat{BD} : \widehat{AD} = 1 : 3,$$

$$\therefore \angle AOB = 80^\circ$$

设圆锥的底面半径为 *r*, 母线长为 *l*,

$$\frac{80\pi l}{180} = 2\pi r,$$

$$\therefore r : l = 2 : 9.$$

故选: *D*.

二、填空题 (本大题共 6 小题每小题 3 分, 共 18 分)

11. 【解答】解: $y = -2x^2 - 4x + 5 = -2(x+1)^2 + 7$,

即二次函数 $y = -x^2 - 4x + 5$ 的最大值是 7,

故答案为: 7.

12. 【解答】解: $\because$ 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4cm, *E*, *F*, *G* 分别是 *AB*, AA_1 , *AD* 的中点,

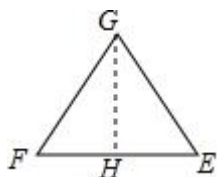
$$\therefore GF = GE = EF = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

过 *G* 作 $GH \perp EF$ 于 *H*,

$$\therefore GH = \frac{\sqrt{3}}{2}GF = \sqrt{6}.$$

$$\therefore \text{图②中阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

故答案为: $2\sqrt{3}$.



13. 【解答】解: 依题意得: $6 - 0.5 \leq 0.5x - 1 < 6 + 0.5$

解得 $13 \leq x < 15$.

故答案是: $13 \leq x < 15$.

14. 【解答】解: 由题意得, $MN = 20$, $\angle ANB = 63.5^\circ$, $\angle BMN = 45^\circ$, $\angle AMN = \angle BNM = 90^\circ$,

$$\therefore BN = MN = 20,$$

如图, 过 A 作 $AE \perp BN$ 于 E ,

则四边形 $AMNE$ 是矩形,

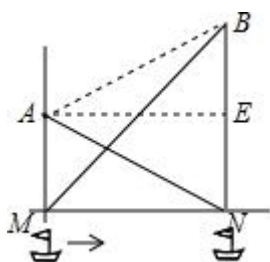
$$\therefore AE = MN = 20, \quad EN = AM,$$

$$\therefore AM = MN \cdot \tan 26.5^\circ = 20 \times 0.50 = 10,$$

$$\therefore BE = 20 - 10 = 10,$$

$$\therefore AB = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} \approx 22.4 \text{ 海里}.$$

故答案为: 22.4.



15. 【解答】解: $\because$ 过 B 点的切线交 AC 的延长线于点 D ,

$$\therefore AB \perp BD,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 - BD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

当 $\angle AEP = 90^\circ$ 时, $\therefore AE = EC$,

$\therefore EP$ 经过圆心 O ,

$$\therefore AP = AO = 4;$$

当 $\angle APE = 90^\circ$ 时, 则 $EP \parallel BD$,

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AE}{AD},$$

$$\therefore DB^2 = CD \cdot AD,$$

$$\therefore CD = \frac{BD^2}{AD} = \frac{36}{10} = 3.6,$$

$$\therefore AC = 10 - 3.6 = 6.4,$$

$$\therefore AE = 3.2,$$

$$\therefore \frac{AP}{8} = \frac{3.2}{10},$$

$$\therefore AP = 2.56.$$

综上 AP 的长为 4 和 2.56.

故答案为 4 和 2.56.

16. 【解答】解: 设 $A(4, t)$,

$\therefore$ 直线 $y = k_1x$ 平分这 8 个正方形所组成的图形的面积,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times t = 4 + 1, \text{ 解得 } t = \frac{5}{2},$$

$$\therefore A(4, \frac{5}{2}),$$

把 $A(4, \frac{5}{2})$ 代入直线 $y = k_1x$ 得 $4k_1 = \frac{5}{2}$, 解得 $k_1 = \frac{5}{8}$,

$$\therefore \text{直线解析式为 } y = \frac{5}{8}x,$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = \frac{5}{8}x = \frac{5}{4}, \text{ 则 } B(2, \frac{5}{4}),$$

$$\therefore \text{双曲线 } y = \frac{k_2}{x} \text{ 经过点 } B,$$

$$\therefore k_2 = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = \frac{\frac{5}{2}}{x} = \frac{5}{2x},$$

$$\text{当 } y = 2 \text{ 时, } \frac{5}{2x} = 2, \text{ 解得 } x = \frac{5}{4}, \text{ 则 } C(\frac{5}{4}, 2);$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, } y = \frac{5}{2x} = \frac{5}{6}, \text{ 则 } D(3, \frac{5}{6}),$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = 3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{5}{4} - \frac{1}{2} (2 - \frac{5}{6}) \times (3 - \frac{5}{4}) = \frac{119}{48}.$$

故答案为 $\frac{119}{48}$.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分)

17. 【解答】解: $\because a = (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) + 1 - \sqrt{2} = 3 - 1 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \sqrt{2}$,

$$b = \sqrt{8} - 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 = \sqrt{2} + 2.$$

$$\therefore b - a = \sqrt{2} + 2 - 1 - \sqrt{2} = 1.$$

$$\therefore \sqrt{b-a} = \sqrt{1} = 1.$$

18. 【解答】解: $\left(\frac{a}{a-1} - 1\right) \div \frac{2}{a^2-a}$

$$= \frac{a-(a-1)}{a-1} \cdot \frac{a(a-1)}{2}$$

$$= \frac{a-a+1}{a-1} \cdot \frac{a(a-1)}{2}$$

$$= \frac{a}{2},$$

当 $a = -2$ 时, 原式 $= \frac{-2}{2} = -1$.

19. 【解答】解: (1) 如图 2,

$$\because \triangle OEF \text{ 绕点 } O \text{ 逆时针旋转 } \alpha \text{ 角},$$

$$\therefore \angle DOF = \angle COE = \alpha,$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 为正方形},$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = 90^\circ - \alpha;$$

$$\text{故答案为 } 90^\circ - \alpha;$$

$$(2) AF = DE.$$

理由如下:

如图②, $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = 90^\circ, \quad OA = OD,$$

$$\because \angle DOF = \angle COE = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle DOE,$$

$$\because \triangle OEF \text{ 为等腰直角三角形},$$

$$\therefore OF = OE,$$

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle DOE$ 中

$$\begin{cases} AO=DO \\ \angle AOF=\angle DOE, \\ OF=OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle DOE$ (SAS),

$\therefore AF = DE$.

20. 【解答】解 (1) 抽查了九年级学生数: $5 \div 0.1 = 50$ (人),

$20 \leq x < 30$ 的人数: $50 \times \frac{144}{360} = 20$ (人), 即 $a = 20$,

$30 \leq x < 40$ 的人数: $50 - 5 - 21 - 20 = 4$ (人),

$b = \frac{4}{50} = 0.08$,

故答案为 20, 0.08;

(2) 该九年级排球垫球测试结果小于 10 的人数 $450 \times (1 - 0.1) = 405$ (人),

答: 该九年级排球垫球测试结果小于 10 的人数为 405 人;

(3) 列表如下

第2次 \ 第1次	男 ₁	男 ₂	男 ₃	女 ₁	女 ₂
男 ₁		男 ₂ 男 ₁	男 ₃ 男 ₁	女 ₁ 男 ₁	女 ₂ 男 ₁
男 ₂	男 ₁ 男 ₂		男 ₃ 男 ₂	女 ₁ 男 ₂	女 ₂ 男 ₂
男 ₃	男 ₁ 男 ₃	男 ₂ 男 ₃		女 ₁ 男 ₃	女 ₂ 男 ₃
女 ₁	男 ₁ 女 ₁	男 ₂ 女 ₁	男 ₃ 女 ₁		女 ₂ 女 ₁
女 ₂	男 ₁ 女 ₂	男 ₂ 女 ₂	男 ₃ 女 ₂	女 ₁ 女 ₂	

$\therefore P$ (选出的 2 人为一个男生一个女生的概率) $= \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

21. 【解答】解: $\because y = x^2 - 4$,

$\therefore$ 其顶点坐标为 $(0, -4)$,

$\because y = x^2 - 4$ 是 $y = -x + p$ 的伴随函数,

$\therefore (0, -4)$ 在一次函数 $y = -x + p$ 的图象上,

$\therefore -4 = 0 + p$.

$\therefore p = -4$,

$\therefore$ 一次函数为: $y = -x - 4$,

$\therefore$ 一次函数与坐标轴的交点分别为 $(0, -4)$, $(-4, 0)$,

$\therefore$ 直线 $y = -x + p$ 与两坐标轴围成的三角形的两直角边都为 $|-4| = 4$,

$\therefore$ 直线 $y = -x + p$ 与两坐标轴围成的三角形的面积为: $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$.

(2) 设函数 $y = x^2 + 2x + n$ 与 x 轴两个交点的横坐标分别为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = -2, x_1 x_2 = n$,

$$\therefore |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{4 - 4n},$$

$\therefore$ 函数 $y = x^2 + 2x + n$ 与 x 轴两个交点间的距离为 4,

$$\therefore \sqrt{4 - 4n} = 4,$$

解得, $n = -3$,

$$\therefore \text{函数 } y = x^2 + 2x + n \text{ 为: } y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4,$$

$\therefore$ 其顶点坐标为 $(-1, -4)$,

$\therefore y = x^2 + 2x + n$ 是 $y = mx - 3$ ($m \neq 0$) 的伴随函数,

$$\therefore -4 = -m - 3,$$

$$\therefore m = 1.$$

22. 【解答】解: (1) 证明: 连接 OC , $\therefore OB = OC$,

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\therefore PF \perp AB,$$

$$\therefore \angle BPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC + \angle BDP = 90^\circ,$$

$$\therefore FC = FD$$

$$\therefore \angle FCD = \angle FDC$$

$$\therefore \angle FDC = \angle BDP$$

$$\therefore \angle OCB + \angle FCD = 90^\circ$$

$$\therefore OC \perp FC$$

$\therefore FC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 如图 2, 连接 OC, OE, BE, CE ,

①以 O, B, E, C 为顶点的四边形是菱形. 理由如下:

$$\therefore AB \text{ 是直径, } \therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, \therefore \angle BOC = 120^\circ,$$

$\therefore$ 点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点,

$$\therefore \angle BOE = \angle COE = 60^\circ,$$

$$\therefore OB = OE = OC$$

$\therefore \triangle BOE, \triangle OCE$ 均为等边三角形,

(2) $\because (234+16) \div 35 = 7$ (辆) $\cdots \cdots 5$ (人), $16 \div 2 = 8$ (辆),

$\therefore$ 租车总辆数为 8 辆.

故答案为: 8.

(3) 设租 35 座客车 m 辆, 则需租 30 座的客车 $(8-m)$ 辆,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 35m+30(8-m) \geq 234+16 \\ 400m+320(8-m) \leq 3000 \end{cases}$$

解得: $2 \leq m \leq 5\frac{1}{2}$.

$\because m$ 为正整数,

$\therefore m = 2, 3, 4, 5$,

$\therefore$ 共有 4 种租车方案.

设租车总费用为 w 元, 则 $w = 400m + 320(8-m) = 80m + 2560$,

$\because 80 > 0$,

$\therefore w$ 的值随 m 值的增大而增大,

$\therefore$ 当 $m = 2$ 时, w 取得最小值, 最小值为 2720.

$\therefore$ 学校共有 4 种租车方案, 最少租车费用是 2720 元.

24. 【解答】解: (1) $\because$ 平行四边形 $OABC$ 中, $A(6, 0)$, $C(4, 3)$

$\therefore BC = OA = 6$, $BC \parallel x$ 轴

$\therefore x_B = x_C + 6 = 10$, $y_B = y_C = 3$, 即 $B(10, 3)$

设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 B 、 C 、 $D(1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} 100a + 10b + c = 3 \\ 16a + 4b + c = 3 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{9} \\ b = \frac{14}{9} \\ c = -\frac{13}{9} \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{14}{9}x - \frac{13}{9}$

(2) 如图 1, 作点 E 关于 x 轴的对称点 E' , 连接 $E'F$ 交 x 轴于点 P

$\because C(4, 3)$

$\therefore OC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\because BC \parallel OA$

$$\therefore \angle OEC = \angle AOE$$

$$\therefore OE \text{ 平分 } \angle AOC$$

$$\therefore \angle AOE = \angle COE$$

$$\therefore \angle OEC = \angle COE$$

$$\therefore CE = OC = 5$$

$$\therefore x_E = x_C + 5 = 9, \text{ 即 } E(9, 3)$$

$$\therefore \text{直线 } OE \text{ 解析式为 } y = \frac{1}{3}x$$

$$\therefore \text{直线 } OE \text{ 交抛物线对称轴于点 } F, \text{ 对称轴为直线: } x = -\frac{\frac{14}{9}}{2 \times (-\frac{1}{9})} = 7$$

$$\therefore F(7, \frac{7}{3})$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 与点 } E \text{ 关于 } x \text{ 轴对称, 点 } P \text{ 在 } x \text{ 轴上}$$

$$\therefore E(9, -3), PE = PE$$

$$\therefore \text{当点 } F, P, E \text{ 在同一直线上时, } PE + PF = PE + PF = FE \text{ 最小}$$

$$\text{设直线 } EF \text{ 解析式为 } y = kx + h$$

$$\therefore \begin{cases} 9k + h = -3 \\ 7k + h = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = -\frac{8}{3} \\ h = 21 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } EF: y = -\frac{8}{3}x + 21$$

$$\text{当 } -\frac{8}{3}x + 21 = 0 \text{ 时, 解得: } x = \frac{63}{8}$$

$$\therefore \text{当 } PE + PF \text{ 的值最小时, 点 } P \text{ 坐标为 } (\frac{63}{8}, 0).$$

(3) 存在满足条件的点 M, N , 使得以点 M, N, H, E 为顶点的四边形为平行四边形.

设 AH 与 OE 相交于点 $G(t, \frac{1}{3}t)$, 如图 2

$$\therefore AH \perp OE \text{ 于点 } G, A(6, 0)$$

$$\therefore \angle AGO = 90^\circ$$

$$\therefore AG^2 + OG^2 = OA^2$$

$$\therefore (6-t)^2 + (\frac{1}{3}t)^2 + (\frac{1}{3}t)^2 = 6^2$$

$$\therefore \text{解得: } t_1 = 0 \text{ (舍去), } t_2 = \frac{27}{5}$$

$$\therefore G\left(\frac{27}{5}, \frac{9}{5}\right)$$

设直线 AG 解析式为 $y = dx + e$

$$\therefore \begin{cases} 6d + e = 0 \\ \frac{27}{5}d + e = \frac{9}{5} \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} d = -3 \\ e = 18 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AG: y = -3x + 18$$

$$\text{当 } y = 3 \text{ 时, } -3x + 18 = 3, \text{ 解得: } x = 5$$

$$\therefore H(5, 3)$$

$$\therefore HE = 9 - 5 = 4, \text{ 点 } H, E \text{ 关于直线 } x = 7 \text{ 对称}$$

①当 HE 为以点 M, N, H, E 为顶点的平行四边形的边时, 如图 2

则 $HE \parallel MN, MN = HE = 4$

$\therefore$ 点 N 在抛物线对称轴: 直线 $x = 7$ 上

$$\therefore x_M = 7 + 4 \text{ 或 } 7 - 4, \text{ 即 } x_M = 11 \text{ 或 } 3$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, } y_M = -\frac{1}{9} \times 9 + \frac{14}{9} \times 9 - \frac{13}{9} = \frac{20}{9}$$

$$\therefore M\left(3, \frac{20}{9}\right) \text{ 或 } \left(11, \frac{20}{9}\right)$$

②当 HE 为以点 M, N, H, E 为顶点的平行四边形的对角线时, 如图 3

则 HE, MN 互相平分

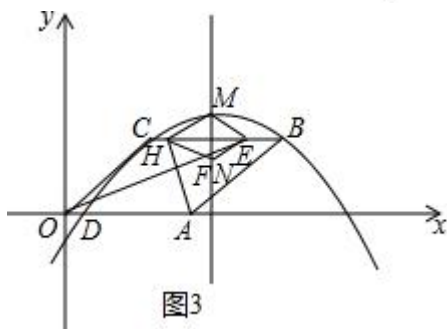
$\therefore$ 直线 $x = 7$ 平分 HE , 点 F 在直线 $x = 7$ 上

$\therefore$ 点 M 在直线 $x = 7$ 上, 即 M 为抛物线顶点

$$\therefore y_M = -\frac{1}{9} \times 49 + \frac{14}{9} \times 7 - \frac{13}{9} = 4$$

$$\therefore M(7, 4)$$

综上所述, 点 M 坐标为 $\left(3, \frac{20}{9}\right)$ 、 $\left(11, \frac{20}{9}\right)$ 或 $(7, 4)$.



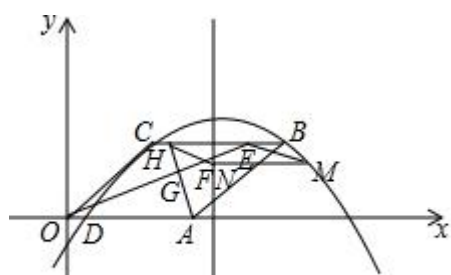


图2

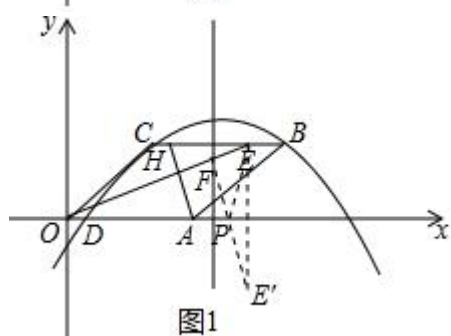


图1

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....