

2019 湖北省宜昌中考数学

满分：120 分 时间：120 分钟

一.选择题 (每题 3 分, 共 15 个小题, 共 45 分)

1. -66 的相反数是 ()

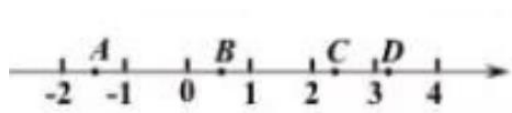
- A. -66 B. 66 C. $\frac{1}{66}$ D. $-\frac{1}{66}$

2. 如下字体的四个汉字中, 是轴对称图形的是 ()

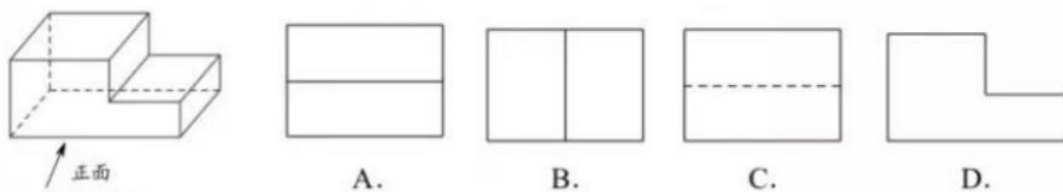


3. 如图, A, B, C, D 是数轴上的四个点, 其中最适合表示无理数 π 的点是 ()

- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D



4. 如图所示的几何体的主视图是 ()

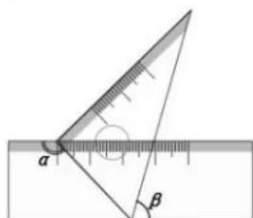


5. 在纳木错开展的第二次青藏高原综合科学考查研究中, 我国自主研发的系留浮空器于 5 月 23 日凌晨达到海拔 7003 米的高度. 这一高度也是已知的同类型同量级浮空器驻空高度的世界纪录. 数据 7003 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.7×10^4 B. 70.03×10^2 C. 7.003×10^3 D. 7.003×10^4

6.如图，将一块含有 30° 角的直角三角板的两个顶点分别放在直尺的两条平行对边上，若 $\angle \alpha = 135^\circ$ ，则 $\angle \beta$ 等于 ()

- A. 45° B. 60° C. 75° D. 85°



7.下列计算正确的是 ()

- A. $3ab - 2ab = 1$ B. $(3a^2)^2 = 9a^4$ C. $a^6 \div a^2 = a^4$ D. $3a^2 \cdot 2a = 6a^2$

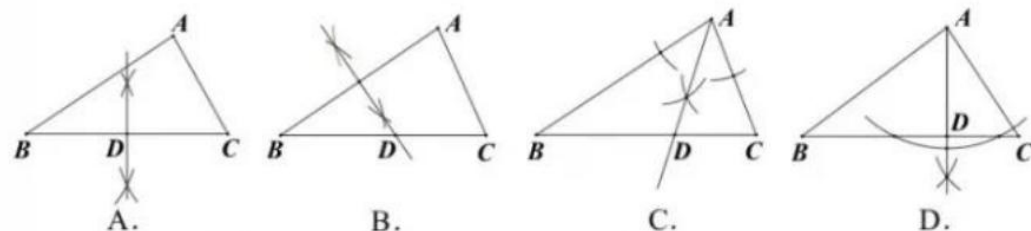
8.李大伯前年在驻村扶贫工作队的帮助下种了一片果林，今年收货一批成熟的果子.他选取了 5 棵果树，采摘后分别称重.每棵果树果子总质量（单位：kg）分别为：90,100,120,110,80. 这五个数据的中位数是 ()

- A. 120 B. 110 C. 100 D. 90

9.化简 $(x-3)^2 - x(x-6)$ 的结果为 ()

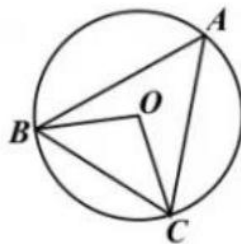
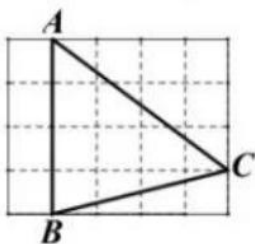
- A. $6x-9$ B. $-12x+9$ C. 9 D. $3x+9$

10.通过如下尺规作图，能确定点 D 是 BC 边中点的是 ()



11.如图，在 5×4 的正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1， $\triangle ABC$ 的顶点都在这些小正方形的顶点上，则 $\sin \angle BAC$ 的值为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$



12.如图, 点 A, B, C 均在 $\odot O$ 上, 当 $\angle OBC=40^\circ$ 时, $\angle A$ 的度数是 ()

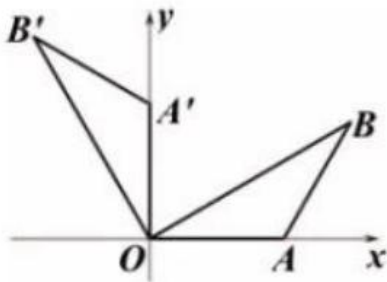
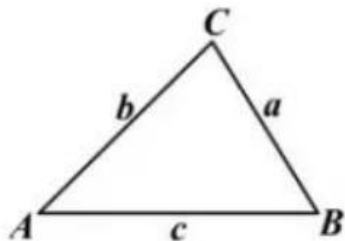
- A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°

13.在“践行生态文明, 你我一起行动”主题有奖竞赛活动中, 903 班共设置“生态知识、生态技能、生态习惯、生态文化”四个类别的竞赛内容, 如果参赛同学抽到每一类别的可能性相同, 那么小宇参赛时抽到“生态知识”的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{16}$

14.古希腊几何学家海伦和我国宋代数学家秦九韶都曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 称为海伦-秦九韶公式: 如果一个三角形的三边长分别是 a, b, c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 那么三角形的面积为 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别记为 a, b, c , 若 $a=5, b=6, c=7$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $6\sqrt{6}$ B. $6\sqrt{3}$ C.18 D. $\frac{19}{2}$



15.如图, 平面直角坐标系中, 点 B 在第一象限, 点 A 在 x 轴的正半轴上, $\angle AOB = \angle B = 30^\circ$, $OA=2$, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° , 点 B 的对应点 B' 的坐标是 ()

- A. $(-1, 2+\sqrt{3})$ B. $(-\sqrt{3}, 3)$ C. $(-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$ D. $(-3, \sqrt{3})$

二.解答题 (本大题共有 9 个小题, 共 75 分)

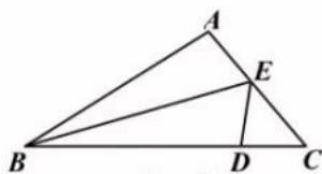
16. (6 分) 已知: $x \neq y$, $y = -x + 8$, 求代数式 $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x}$ 的值

17. (6 分) 解不等式组 $\begin{cases} x > \frac{1-x}{2} \\ 3(x - \frac{7}{3}) < x + 1 \end{cases}$, 并求此不等式组的整数解.

18. (7 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的一点, $AB = DB$, BE 平分 $\angle ABC$, 交 AC 边于点 E , 连接 DE .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DBE$;

(2) 若 $\angle A = 100^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.



19. (7 分)《人民日报》点赞湖北宜昌“智慧停车平台”.作为“全国智慧城市”试点,我市通过“互联网”、“大数据”等新科技,打造“智慧停车平台”,着力化解城市“停车难”问题.市内某智慧公共停车场的收费标准是:停车不超过 30 分钟,不收费;超过 30 分钟,不超过 60 分钟,计 1 小时,收费 3 元;超过 1 小时后,超过 1 小时的部分按每小时 2 元收费(不足 1 小时,按 1 小时计).

(1) 填空:若市民张先生某次在该停车场停车 2 小时 10 分钟,应交停车费元.

若李先生也在该停车场停车,支付停车费 11 元,则停车场按小时(填整数)计时收费.

(2) 当 x 取整数且 $x \geq 1$ 时,求该停车场停车费 y (单位:元)关于停车计时 x (单位:小时)的函数解析式.

20. (8 分) 某校在参加了宜昌市教育质量综合评价学业素养测试后, 随机抽取八年级部分学生, 针对发展水平四个维度“阅读素养、数学素养、科学素养、人文素养”, 开展了“你最需要提升的学业素养”问卷调查 (每名学生必选且只能选择一项). 小明、小颖和小雯在协助老师进行统计后, 有这样一段对话:

小明: “选科学素养和人文素养的同学分别为 16 人, 12 人.”

小颖: “选数学素养的同学比选阅读素养的同学少 4 人”

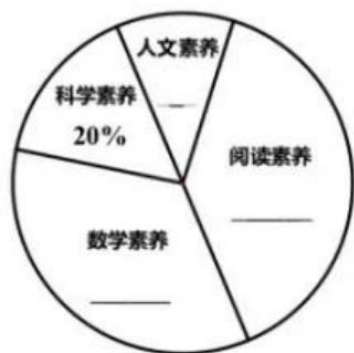
小雯: “选科学素养的同学占样本总数的 20%”

(1) 这次抽样调查了多少名学生?

(2) 样本总数中, 选“阅读素养”、“数学素养”的学生各多少人?

(3) 如图是调查结果整理后绘制成的扇形图. 请直接在横线上补全相关百分比;

(4) 该校八年级有学生 400 人, 请根据调查结果估计全年级选择“阅读素养”的学生有多少人?

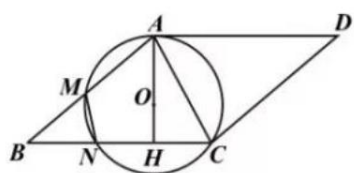


21. (8 分) 如图, 点 O 是线段 AH 上一点, $AH=3$, 以点 O 为圆心, OA 的长为半径作 $\odot O$, 过点 H 作 AH 的垂线交 $\odot O$ 于 C, N 两点, 点 B 在线段 CN 的延长线上, 连接 AB 交 $\odot O$ 于点 M , 以 AB, BC 为边作 $\square ABCD$.

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OH = \frac{1}{3}AH$, 求四边形 $AHCD$ 与 $\odot O$ 重叠部分的面积;

(3) 若 $NH = \frac{1}{3}AH, BN = \frac{5}{4}$, 连接 MN , 求 OH 和 MN 的长.



22. (10 分) HW 公司 2018 年使用自主研发生产的“QL”系列甲、乙、丙三类芯片共 2800 万块, 生产了 2800 万部手机, 其中乙类芯片的产量是甲类芯片的 2 倍, 丙类芯片的产量比甲、乙两类芯片产量的和还多 400 万块. 这些“QL”芯片解决了该公司 2018 年生产的全部手机所需芯片的 10%.

(1) 求 2018 年甲类芯片的产量;

(2) HW 公司计划 2020 年生产的手机全部使用自主研发的“QL”系列芯片. 从 2019 年起逐年扩大“QL”芯片的产量, 2019 年、2020 年这两年, 甲类芯片每年的产量都比前一年增长一个相同的百分数 $m\%$, 乙类芯片的产量平均每年增长的百分数比 $m\%$ 小 1, 丙类芯片的产

量每年按相同的数量递增.2018 年到 2020 年, 丙类芯片三年的总产量达到 1.44 亿块.这样, 2020 年的 HW 公司的手机产量比 2018 年全年的手机产量多 10%, 求丙类芯片 2020 年的产量及 m 的值.

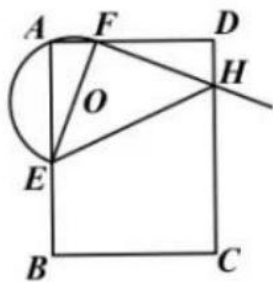
23. (11 分) 已知: 在矩形 ABCD 中, E, F 分别是边 AB, AD 上的点, 过点 F 作 EF 的垂线交 DC 于点 H, 以 EF 为直径作半圆 O.

(1) 填空: 点 A (填“在”或“不在”) $\odot O$ 上; 当 $\widehat{AE} = \widehat{AF}$ 时, $\tan \angle AEF$ 的值是;

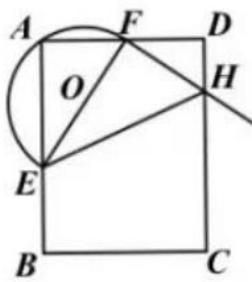
(2) 如图 1, 在 $\triangle EFH$ 中, 当 $FE = FH$ 时, 求证: $AD = AE + DH$;

(3) 如图 2, 当 $\triangle EFH$ 的顶点 F 是边 AD 的中点时, 求证: $EH = AE + DH$;

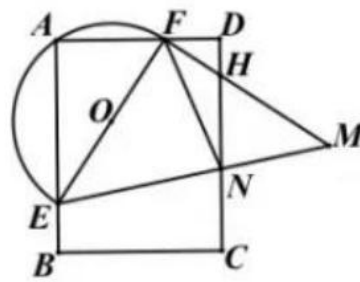
(4) 如图 3, 点 M 在线段 FH 的延长线上, 若 $FM = FE$, 连接 EM 交 DC 于点 N, 连接 FN, 当 $AE = AD$ 时, $FN = 4$, $HN = 3$, 求 $\tan \angle AEF$ 的值



(第 23 题图 1)



(第 23 题图 2)



(第 23 题图 3)

24. (12 分) 在平面直角坐标系中, 正方形 ABCD 的四个顶点坐标分别为 A (-2,4), B (-2, -2), C (4, -2), D (4,4) .

(1) 填空: 正方形的面积为; 当双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与正方形 ABCD 有四个交点时, k 的取值范围是;

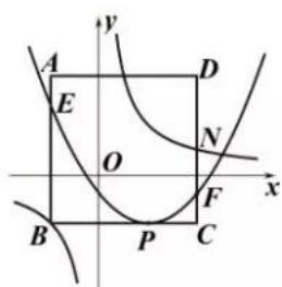
(2) 已知抛物线 L: $y = a(x-m)^2 + n (a > 0)$ 顶点 P 在边 BC 上, 与边 AB, DC 分别相交

于点 E, F, 过点 B 的双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与边 DC 交于点 N.

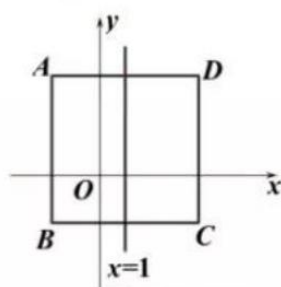
①点 $Q(m, -m^2 - 2m + 3)$ 是平面内一动点, 在抛物线 L 的运动过程中, 点 Q 随 m 运动, 分别切运动过程中点 Q 在最高位置和最低位置时的坐标;

②当点 F 在点 N 下方, $AE = NF$, 点 P 不与 B, C 两点重合时, 求 $\frac{BE}{BP} - \frac{CF}{CP}$ 的值;

③求证: 抛物线 L 与直线 $x = 1$ 的交点 M 始终位于 x 轴下方.



(第 24 题 此图仅供参考)



(第 24 题 备用图)

参考答案

一.选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	B	D	D	D	C	C	B	C	C	A	D	A	B	A	B

16. (6分) 解: 原式 $= \frac{x^2}{x-y} - \frac{y^2}{x-y}$ 2分

$$= \frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x+y)(x-y)}{x-y}$$

$= x+y$4分

当 $x \neq y$, $y = -x+8$ 时,
原式 $= x + (-x+8) = 8$6分

或: 由 $y = -x+8$ 得,
 $x+y=8$, 原式 $= 8$6分

17. (6分) 解: 解不等式①, 得 $x > \frac{1}{3}$2分

解不等式②, 得 $x < 4$4分

$\therefore$ 原不等式组的解集 $\frac{1}{3} < x < 4$5分

$\therefore$ 该不等式组的整数解为 1, 2, 3.6分

18. (7分) 证明: (1) 由 BE 平分 $\angle ABC$, 得 $\angle ABE = \angle DBE$1分

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle DBE$ 中, $\begin{cases} BA = BD \\ \angle ABE = \angle DBE \\ BE = BE \end{cases}$ 3分

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBE$4分

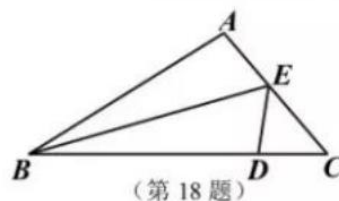
(2) 方法一: $\because \angle A = 100^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 得 $\angle ABC = 30^\circ$5分

$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 15^\circ$6分

在 $\triangle ABE$ 中, $\angle AEB = 180^\circ - \angle A - \angle ABE$,
 $= 180^\circ - 100^\circ - 15^\circ$
 $= 65^\circ$7分

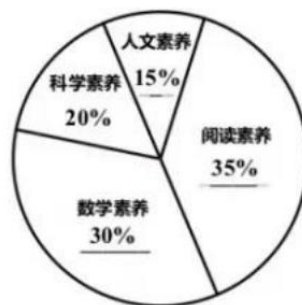
方法二: $\because \triangle ABE \cong \triangle DBE$,
 $\therefore \angle A = \angle BDE = 100^\circ$, $\angle AEB = \angle BED$5分

$\because \angle BDE = \angle C + \angle CED$, $\angle C = 50^\circ$,
 $\therefore \angle CED = 100^\circ - 50^\circ = 50^\circ$6分



(第18题)

- $\therefore \angle AED = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.
 $\therefore \angle AEB = 130^\circ + 2^\circ = 65^\circ$.
 19. (7分) 解: (1) 7元.
 5小时.
 (2) $y = 3 + 2(x - 1)$,
 $\therefore y = 2x + 1$.
 20. (8分) 解: (1) $16 \div 20\% = 80$
 $\therefore$ 这次抽样调查了 80 名学生.
 (2) 设样本中选“阅读素养”的学生有 x 人, 选“数学素养”的学生有 y 人,
 则 $\begin{cases} x + y = 80 - 16 - 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$.
 解得 $\begin{cases} x = 28 \\ y = 24 \end{cases}$.
 $\therefore$ 样本中选“阅读素养”的学生有 28 人,
 选“数学素养”的学生有 24 人.
 (3) 人文素养 15%,
 阅读素养 35%,
 数学素养 30%.
 (4) $400 \times 35\% = 140$ (人)
 $\therefore$ 该校选“阅读素养”的学生有 140 人.



(第 20 题)

21. (8分) (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$.
 $\because \angle AHC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle HAD = 90^\circ$, 即 $OA \perp AD$.

又 $\because OA$ 为半径,
 $\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: 连接 OC

$$\because OH = \frac{1}{2}OA, AH = 3,$$

$$\therefore OH = 1, OA = 2.$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle OHC \text{ 中, } \angle OHC = 90^\circ, OH = \frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore \angle OCH = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle AOC = \angle OHC + \angle OCH = 120^\circ.$$

$$\therefore S_{\text{扇形}OAC} = \frac{120 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{4\pi}{3}.$$

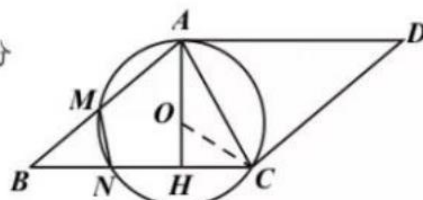
$$\because CH = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{Rt}\triangle OHC} = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 与 } \odot O \text{ 重叠部分的面积} = S_{\text{扇形}OAC} + S_{\text{Rt}\triangle OHC} = \frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

- (3) 设 $\odot O$ 半径 $OA = r = OC$, $OH = 3 - r$,
 在 $\text{Rt}\triangle OHC$ 中 $OH^2 + HC^2 = OC^2$,

$$\therefore (3 - r)^2 + 1^2 = r^2.$$



(第 21 题)

$$\therefore r = \frac{5}{3}, \text{ 则 } OH = \frac{4}{3}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } AH=3, BH=\frac{5}{4}+1=\frac{9}{4}, \text{ 则 } AB=\frac{15}{4}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACH \text{ 中, } AH=3, CH=NH=1, \text{ 得 } AC=\sqrt{10}.$$

在 $\triangle BMN$ 和 $\triangle BCA$ 中,

$$\angle B = \angle B, \angle BMN = \angle BCA, \text{ 或 } \angle BNM = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle BMN \sim \triangle BCA. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{MN}{AC} = \frac{BN}{AB} \text{ 即 } \frac{MN}{\sqrt{10}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{15}{4}} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{10}}{3}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. (10 分) 解: (1) 设 2018 年甲类芯片的产量为 x 万块,

$$\text{则 } x + 2x + (x + 2x) + 400 = 2800. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x = 400. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 2018 年甲类芯片的产量为 400 万块.

(2) 2018 年丙类芯片的产量为 $3x + 400 = 1600$ 万块.

设丙类芯片的产量每年增加的数量为 y 万块,

$$\text{则 } 1600 + 1600 + y + 1600 + 2y = 14400.$$

$$\therefore y = 3200. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{丙类芯片 2020 年的产量为 } 1600 + 2 \times 3200 = 8000 \text{ 万块.} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

2018 年 HW 公司手机产量为 $2800 \div 10\% = 28000$ 万部.

$$400(1+m\%)^2 + 2 \times 400(1+m\%-1)^2 + 8000 = 28000 \times (1+10\%). \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{令 } m\% = t, \text{ 化简得, } 3t^2 + 2t - 56 = 0 \text{ 即 } (3t + 14)(t - 4) = 0.$$

$$\therefore t = -\frac{14}{3} \text{ (舍去) 或 } t = 4. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore m\% = 4 \text{ 即 } m = 400. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

23. (11 分) 解: (1) 点 A 在 $\odot O$ 上.1 分

$\tan \angle AEF$ 的最大值是 1.2 分

(2) $\because EF \perp FH,$

$$\therefore \angle EFH = 90^\circ.$$

$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle D = 90^\circ,$

$$\therefore \angle AEF + \angle AFE = 90^\circ.$$

$$\because \angle DFH + \angle AFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle DFH.$$

又 $\because EF = FH,$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DFH. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

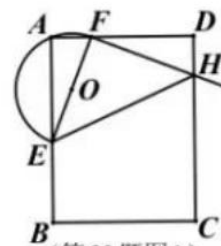
$$\therefore AF = DH, AE = DF.$$

$$\therefore AD = AF + FD = AE + DH. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) 解法一: 延长 EF 交 HD 的延长线于点 $G,$

$\because F$ 是边 AD 的中点,

$$\therefore AF = DF,$$



(第 23 题图 1)

又 $\because \angle A = \angle FDG = 90^\circ$, $\angle AFE = \angle DFG$,
 $\therefore \triangle AEF \cong \triangle DGF$,5 分
 $\therefore AE = DG$, $EF = FG$.

$\because EF \perp FH$,
 $\therefore EH = GH$ 6 分

(用全等证出 $EH = GH$ 也可以得 1 分)
 $\therefore GH = DH + DG = DH + AE$.
 $\therefore EH = DH + AE$ 7 分

解法二：延长 HF 交 EA 的延长线于点 G ,

$\because F$ 是边 AD 的中点 ,
 $\therefore AF = DF$.

又 $\because \angle GAF = \angle FDH = 90^\circ$, $\angle AFG = \angle DFH$,
 $\therefore \triangle AGF \cong \triangle DHF$ 5 分
 $\therefore AG = DH$, $GF = HF$.

$\because EF \perp FH$,
 $\therefore EG = EH$ 6 分

(用全等证出 $EG = EH$ 也可以得 1 分)
 $\therefore EG = AG + AE = DH + AE$.
 $\therefore EH = DH + AE$ 7 分

解法三： $\because \angle EAF = \angle FDH = 90^\circ$, $\angle AEF = \angle DFH$,
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle DFH$.

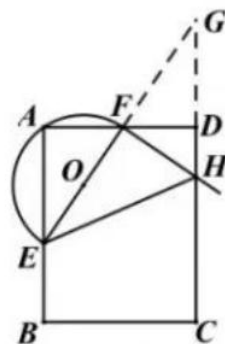
$\therefore \frac{AE}{DF} = \frac{AF}{DH}$ 5 分

设 $AF = DF = x$, $DH = y$, 则 $AE = \frac{x^2}{y}$.

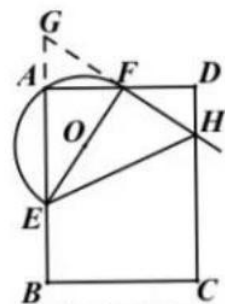
$\therefore EF = \sqrt{\frac{x^4}{y^2} + x^2}$, $FH = \sqrt{y^2 + x^2}$.

$\therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle EFH$ 中 , $EH = \sqrt{EF^2 + FH^2} = \sqrt{\frac{x^4}{y^2} + x^2 + x^2 + y^2}$.

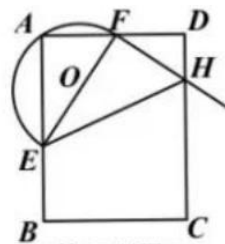
$= \sqrt{\frac{x^4}{y^2} + 2x^2 + y^2} = \sqrt{(\frac{x^2}{y} + y)^2} = \frac{x^2}{y} + y = DH + AE$.



(第 23 题图 2)



(第 23 题图 2)



(第 23 题图 2)

..... 7 分

(4) 过点 M 作 $MQ \perp AD$, 垂足为 Q ,
 设 $AF=x$, $AE=a$,

$\because FM=FE$, $EF \perp FH$,

$\therefore \triangle EFM$ 是等腰直角三角形.

$\therefore \angle FEM = \angle FMN = 45^\circ$.

$\because FM=FE$,

$\angle A = \angle MQF = 90^\circ$,

$\angle AEF = \angle MFQ$,

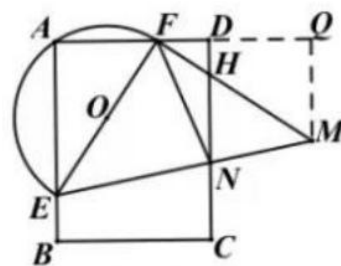
$\therefore \triangle AEF \cong \triangle QFM$.

$\therefore AE=FQ=a$, $AF=QM$.

$\because AE=AD$,

$\therefore AF=DQ=QM=x$.

$\because DC \parallel QM$,



(第23题图3)

$$\therefore \frac{DQ}{FQ} = \frac{HM}{FM} = \frac{x}{a} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\because DC \parallel AB \parallel QM$,

$$\therefore \frac{MN}{EN} = \frac{DQ}{AD} = \frac{x}{a} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{MN}{EN} = \frac{HM}{FM} = \frac{x}{a}.$$

$\because FE=FM$,

$$\therefore \frac{MN}{EN} = \frac{HM}{FE} = \frac{x}{a}.$$

又 $\because \angle FEM = \angle FMN = 45^\circ$,

$\therefore \triangle FEN \sim \triangle HMN$. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}

$$\therefore \frac{MN}{EN} = \frac{HN}{FN} = \frac{x}{a} = \frac{3}{4}.$$

$$\therefore \tan \angle AEF = \frac{AF}{AE} = \frac{x}{a} = \frac{3}{4} \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

24. (12分) 解: (1) 填空: 正方形的面积为 36.1分

当双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与正方形 $ABCD$ 有四个交点时, k 的取值范围:

$0 < k < 4$ 或 $-8 < k < 0$. (写对一种情况得1分)3分

(2) ①由题意, $-2 \leq m \leq 4$, $y_Q = -m^2 - 2m + 3 = -(m+1)^2 + 4$.

当 $m = -1$, y_Q 最大=4, 在运动过程中点 Q 在最高位置时的坐标为 $(-1, 4)$4分

当 $m < -1$ 时, y_Q 随 m 的增大而增大, 当 $m = -2$ 时, y_Q 最小=3.

当 $m > -1$ 时, y_Q 随 m 的增大而减小, 当 $m = 4$ 时, y_Q 最小=-21.

$\therefore 3 > -21$,

$\therefore y_Q$ 最小=-21, 点 Q 在最低位置时的坐标 $(4, -21)$5分

$\therefore$ 在运动过程中点 Q 在最高位置时的坐标为 $(-1, 4)$, 最低位置时的坐标 $(4, -21)$.

②当双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 经过点 $B(-2, -2)$ 时, $k = 4$.

$\therefore N(4, 1)$.

$\therefore$ 顶点 $P(m, n)$ 在边 BC 上,

$\therefore n = -2$.

$\therefore P(m, -2)$.

$\therefore BP = m + 2$, $CP = 4 - m$.

$\therefore$ 抛物线 $y = a(x - m)^2 - 2$ ($a > 0$) 与边 AB , DC 分别交于点 E , F ,

$\therefore E(-2, a(-2 - m)^2 - 2)$, $F(4, a(4 - m)^2 - 2)$.

$\therefore BE = a(-2 - m)^2$, $CF = a(4 - m)^2$.

$$\therefore \frac{BE}{BP} - \frac{CF}{CP} = \frac{a(-2 - m)^2}{m + 2} - \frac{a(4 - m)^2}{m - 4}.$$

$$= a(m + 2) - a(4 - m) = 2am - 2a = 2a(m - 1) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\therefore AE = NF$, 点 F 在点 N 下方,

$$\therefore 6 - a(-2 - m)^2 = 3 - a(4 - m)^2.$$

$$\therefore 12a(m - 1) = 3. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore a(m - 1) = \frac{1}{4}.$$

$$\therefore \frac{BE}{BP} - \frac{CF}{CP} = \frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

③由题意, $M(1, a(1 - m)^2 - 2)$,

$$\therefore y_M = a(1 - m)^2 - 2 \quad (-2 \leq m \leq 4).$$

$$\text{即 } y_M = a(m - 1)^2 - 2 \quad (-2 \leq m \leq 4).$$

$\therefore a > 0$,

$\therefore$ 对于每一个 a ($a > 0$) 值, 当 $m = 1$ 时, y_M 最小=-2.

当 $m = -2$ 或 4 时,

$$y_M \text{ 最大} = 9a - 2.$$

当 $m = 4$ 时, 抛物线 $L: y = a(x - 4)^2 - 2$,

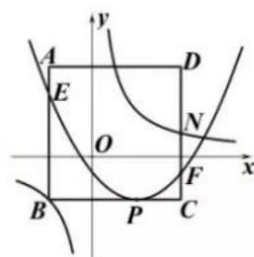
$$\therefore F(4, -2), E(-2, 36a - 2).$$

$\therefore$ 点 E 在边 AB 上, 且此时不与 B 重合,

$$\therefore -2 < 36a - 2 \leq 4.$$

$$\therefore 0 < a \leq \frac{1}{6}.$$

$$\therefore -2 < 9a - 2 \leq -\frac{1}{2}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



(第 24 题)

$$\therefore y_M \leq -\frac{1}{2}.$$

同理，当 $m=-2$ 时，抛物线 L: $y = a(x+2)^2 - 2$,

$$\therefore E(-2, -2), F(4, 36a-2).$$

$\because$ 点 F 在边 CD 上，且此时不与 C 重合，

$$\therefore -2 < 36a-2 \leq 4.$$

$$\text{解得 } 0 < a \leq \frac{1}{6}.$$

$$\therefore -2 < 9a-2 \leq -\frac{1}{2}.$$

$$\therefore y_M \leq -\frac{1}{2}.$$

.....11 分

综上所述，抛物线 L 与直线 $x=1$ 的交点 M 始终位于 x 轴下方.

.....12 分

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....