

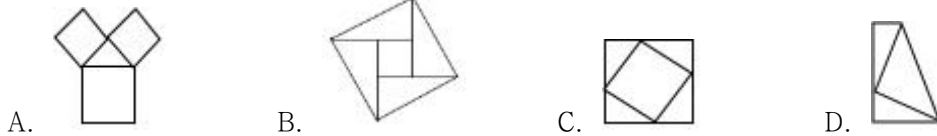
2019 年湖北省咸宁市中考数学试卷

一、精心选一选 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分.)

1. 下列关于 0 的说法正确的是 ()

- A. 0 是正数 B. 0 是负数 C. 0 是有理数 D. 0 是无理数

2. 勾股定理是“人类最伟大的十个科学发现之一”. 我国对勾股定理的证明是由汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 他用来证明勾股定理的图案被称为“赵爽弦图”. 2002 年在北京召开的国际数学大会选它作为会徽. 下列图案中是“赵爽弦图”的是 ()



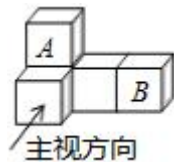
3. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ C. $a^5 \div a^2 = a^3$ D. $(ab^2)^3 = ab^6$

4. 若正多边形的内角和是 540° , 则该正多边形的一个外角为 ()

- A. 45° B. 60° C. 72° D. 90°

5. 如图是由 5 个完全相同的小正方形搭成的几何体, 如果将小正方体 A 放到小正方体 B 的正上方, 则它的 ()



- A. 主视图会发生改变 B. 俯视图会发生改变
C. 左视图会发生改变 D. 三种视图都会发生改变

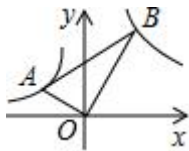
6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m \geq 1$

7. 已知点 $A(-1, m)$, $B(1, m)$, $C(2, m-n)$ ($n > 0$) 在同一个函数的图象上, 这个函数可能是 ()

- A. $y = x$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = x^2$ D. $y = -x^2$

8. 在平面直角坐标系中, 将一块直角三角板如图放置, 直角顶点与原点 O 重合, 顶点 A , B 恰好分别落在函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$), $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 则 $\sin \angle ABO$ 的值为 ()



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

二、细心填一填 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

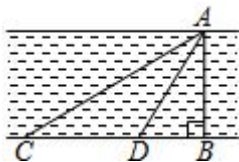
9. 计算: $(\sqrt{2})^0 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 一个质地均匀的小正方体, 六个面分别标有数字“1”“1”“2”“4”“5”“5”, 随机掷一次小正方体, 朝上一面的数字是奇数的概率是_____.

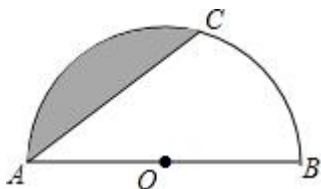
11. 若整式 $x^2 + my^2$ (m 为常数, 且 $m \neq 0$) 能在有理数范围内分解因式, 则 m 的值可以是 (写一个即可).

12. 《孙子算经》中有一道题: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 译文大致是: “用一根绳子去量一根木条, 绳子剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木条, 木条剩余 1 尺, 问木条长多少尺?” 如果设木条长 x 尺, 绳子长 y 尺, 可列方程组为_____.

13. 如图所示, 九 (1) 班数学课外活动小组在河边测量河宽 AB (这段河流的两岸平行), 他们在点 C 测得 $\angle ACB = 30^\circ$, 点 D 处测得 $\angle ADB = 60^\circ$, $CD = 80m$, 则河宽 AB 约为 m (结果保留整数, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



14. 如图, 半圆的直径 $AB = 6$, 点 C 在半圆上, $\angle BAC = 30^\circ$, 则阴影部分的面积为_____ (结果保留 π).



15. 有一列数, 按一定规律排列成 1, -2, 4, -8, 16, -32, ..., 其中某三个相邻数的积是 4^{12} , 则这三个数的和是_____.

16. 如图, 先有一张矩形纸片 $ABCD$, $AB = 4$, $BC = 8$, 点 M , N 分别在矩形的边 AD , BC 上, 将矩形纸片沿直线 MN 折叠, 使点 C 落在矩形的边 AD 上, 记为点 P , 点 D 落在 G 处, 连接 PC , 交 MN 于点 Q , 连接 CM . 下列结论:

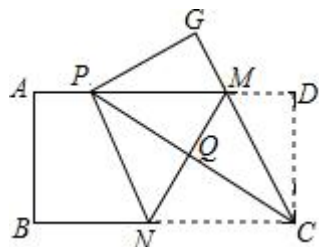
① $CQ = CD$;

② 四边形 $CMPN$ 是菱形;

③ P, A 重合时, $MN = 2\sqrt{5}$;

④ $\triangle PQM$ 的面积 S 的取值范围是 $3 \leq S \leq 5$.

其中正确的是_____ (把正确结论的序号都填上).



三、专心解一解 (本大题共 8 小题, 满分 72 分)

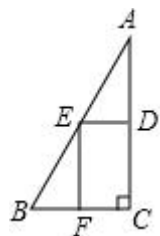
17. (8 分) (1) 化简: $\frac{2}{m^2 - m} \div \frac{1}{m - 1}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} x + 3 > 1 \\ 5x \leq 6 + 3x \end{cases}$

18. (7 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, D, E, F 分别是 AC, AB, BC 的中点, 连接 ED, EF .

(1) 求证: 四边形 $DEFC$ 是矩形;

(2) 请用无刻度的直尺在图中作出 $\angle ABC$ 的平分线 (保留作图痕迹, 不写作法).

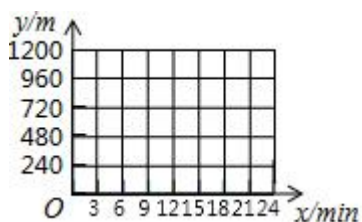


19. (8 分) 小慧家与文具店相距 $960m$, 小慧从家出发, 沿笔直的公路匀速步行 $12min$ 来到文具店买笔记本, 停留 $3min$, 因家中有事, 便沿着原路匀速跑步 $6min$ 返回家中.

(1) 小慧返回家中的速度比去文具店的速度快多少?

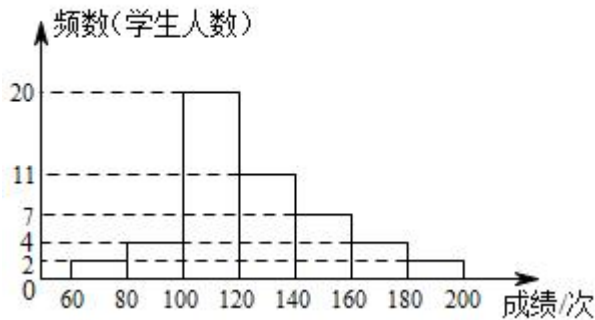
(2) 请你画出这个过程中, 小慧离家的距离 y 与时间 x 的函数图象;

(3) 根据图象回答, 小慧从家出发后多少分钟离家距离为 $720m$?



20. (8分) 某校为了解七、八年级学生一分钟跳绳情况, 从这两个年级随机抽取 50 名学生进行测试, 并对测试成绩 (一分钟跳绳次数) 进行整理、描述和分析, 下面给出了部分信息:

七年级学生一分钟跳绳成绩频数分布直方图



七、八年级学生一分钟跳绳成绩分析表

年级	平均数	中位数	众数
七	116	a	115
八	119	126	117

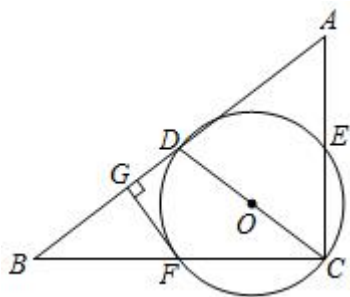
七年级学生一分钟跳绳成绩 (数据分 7 组: $60 \leq x < 80$, $80 \leq x < 100$, $\dots$, $180 \leq x < 200$)

在 $100 \leq x < 120$ 这一组的是:

100 101 102 103 105 106 108 109 109 110 110 111 112 113 115
115 115 116 117 119

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 表中 $a =$ _____;
 - (2) 在这次测试中, 七年级甲同学的成绩 122 次, 八年级乙同学的成绩 125 次, 他们的测试成绩, 在各自年级所抽取的 50 名同学中, 排名更靠前的是 _____ (填“甲”或“乙”), 理由是 _____.
 - (3) 该校七年级共有 500 名学生, 估计一分钟跳绳不低于 116 次的有多少人?
21. (9分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 的中点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC , BC 于点 E , F 两点, 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G .
- (1) 试判断 FG 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.
 - (2) 若 $AC = 3$, $CD = 2.5$, 求 FG 的长.



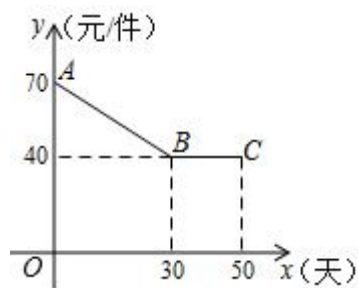
22. (10 分) 某工厂用 50 天时间生产一款新型节能产品，每天生产的该产品被某网店以每件 80 元的价格全部订购，在生产过程中，由于技术的不断更新，该产品第 x 天的生产成本 y (元/件) 与 x (天) 之间的关系如图所示，第 x 天该产品的生产量 z (件) 与 x (天) 满足关系式 $z = -2x + 120$.

(1) 第 40 天，该厂生产该产品的利润是_____元;

(2) 设第 x 天该厂生产该产品的利润为 w 元.

①求 w 与 x 之间的函数关系式，并指出第几天的利润最大，最大利润是多少?

②在生产该产品的过程中，当天利润不低于 2400 元的共有多少天?



23. (10 分) 定义：有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做等补四边形.

理解：

(1) 如图 1，点 A, B, C 在 $\odot O$ 上， $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ，连接 AD, CD .

求证：四边形 $ABCD$ 是等补四边形；

探究：

(2) 如图 2，在等补四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ，连接 AC ， AC 是否平分 $\angle BCD$? 请说明理由.

运用：

(3) 如图 3，在等补四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ，其外角 $\angle EAD$ 的平分线交 CD 的延长线于点 F ， $CD = 10$ ， $AF = 5$ ，求 DF 的长.

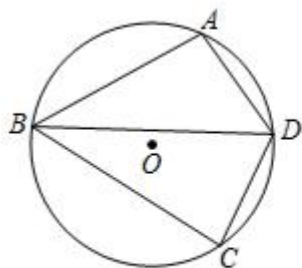


图1

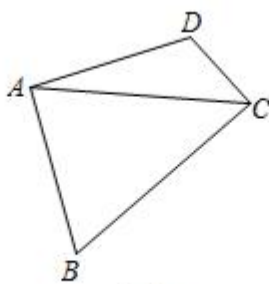


图2

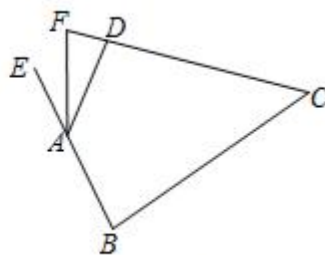


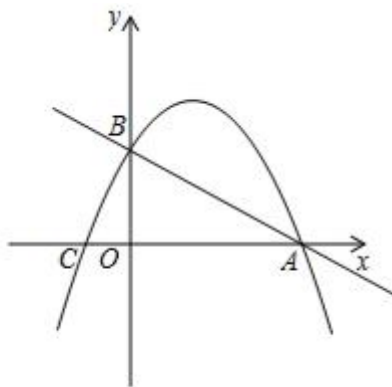
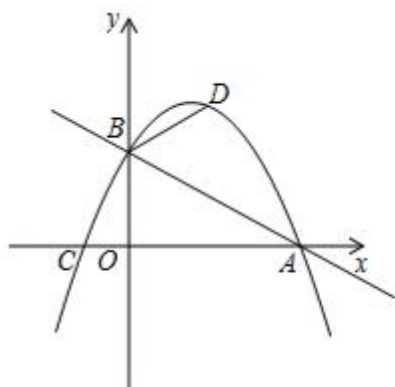
图3

24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点且与 x 轴的负半轴交于点 C .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若点 D 为直线 AB 上方抛物线上的一个动点, 当 $\angle ABD = 2\angle BAC$ 时, 求点 D 的坐标;

(3) 已知 E, F 分别是直线 AB 和抛物线上的动点, 当 B, O, E, F 为顶点的四边形是平行四边形时, 直接写出所有符合条件的 E 点的坐标.



备用图

2019 年湖北省咸宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、精心选一选 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分.)

1. 下列关于 0 的说法正确的是 ()

- A. 0 是正数 B. 0 是负数 C. 0 是有理数 D. 0 是无理数

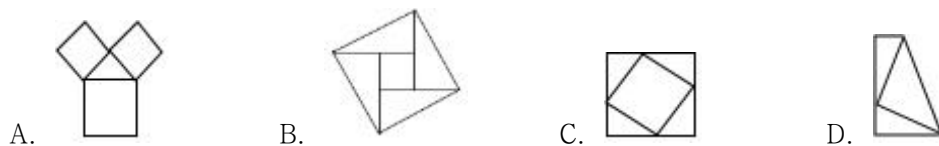
【分析】直接利用有理数、无理数、正负数的定义分析得出答案.

【解答】解: 0 既不是正数也不是负数, 0 是有理数.

故选: C.

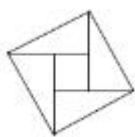
【点评】此题主要考查了实数, 正确把握实数有关定义是解题关键.

2. 勾股定理是“人类最伟大的十个科学发现之一”. 我国对勾股定理的证明是由汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 他用来证明勾股定理的图案被称为“赵爽弦图”. 2002 年在北京召开的国际数学大会选它作为会徽. 下列图案中是“赵爽弦图”的是 ()



【分析】“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的一个大正方形.

【解答】解: “赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的一个大正方形, 如图所示:



故选: B.

【点评】本题主要考查了勾股定理的证明, 证明勾股定理时, 用几个全等的直角三角形拼成一个规则的图形, 然后利用大图形的面积等于几个小图形的面积和化简整理得到勾股定理.

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$ C. $a^5 \div a^2 = a^3$ D. $(ab^2)^3 = ab^6$

【分析】直接利用合并同类项法则以及二次根式的加减运算法则、积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：A、 $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ ，无法计算，故此选项错误；

B、 $\sqrt{(-2)^2}=2$ ，故此选项错误；

C、 $a^5 \div a^2 = a^3$ ，正确；

D、 $(ab^2)^3 = a^3b^6$ ，故此选项错误.

故选：C.

【点评】此题主要考查了合并同类项以及二次根式的加减运算、积的乘方运算、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. 若正多边形的内角和是 540° ，则该正多边形的一个外角为 ()

A. 45°

B. 60°

C. 72°

D. 90°

【分析】根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 求出多边形的边数，再根据多边形的外角和是固定的 360° ，依此可以求出多边形的一个外角.

【解答】解： $\because$ 正多边形的内角和是 540° ，

$\therefore$ 多边形的边数为 $540^\circ \div 180^\circ + 2 = 5$ ，

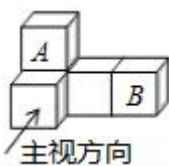
$\therefore$ 多边形的外角和都是 360° ，

$\therefore$ 多边形的每个外角 $= 360 \div 5 = 72^\circ$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了多边形的内角和与外角和之间的关系，关键是记住内角和的公式与外角和的特征，难度适中.

5. 如图是由 5 个完全相同的小正方形搭成的几何体，如果将小正方体 A 放到小正方体 B 的正上方，则它的 ()



A. 主视图会发生改变

B. 俯视图会发生改变

C. 左视图会发生改变

D. 三种视图都会发生改变

【分析】根据从上面看得到的图形是俯视图，从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：如果将小正方体 A 放到小正方体 B 的正上方，则它的主视图会发生改变，俯视图和左视图不变.

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图，从正面看得到的图形是主视图，从左边看得到的图形是左视图.

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数根，则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m < 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m \geq 1$

【分析】根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta \geq 0$ ，即可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出实数 m 的取值范围.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数根，

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m \geq 0,$$

解得： $m \leq 1$.

故选：B.

【点评】本题考查了根的判别式，牢记“当 $\Delta \geq 0$ 时，方程有实数根”是解题的关键.

7. 已知点 $A(-1, m)$ ， $B(1, m)$ ， $C(2, m-n)$ ($n > 0$) 在同一个函数的图象上，这个函数可能是 ()

A. $y = x$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = x^2$ D. $y = -x^2$

【分析】由点 $A(-1, m)$ ， $B(1, m)$ 的坐标特点，可知函数图象关于 y 轴对称，于是排除选项 A、B；再根据 $B(1, m)$ ， $C(2, m-n)$ 的特点和二次函数的性质，可知抛物线的开口向下，即 $a < 0$ ，故 D 选项正确.

【解答】解： $\because A(-1, m)$ ， $B(1, m)$ ，

$\therefore$ 点 A 与点 B 关于 y 轴对称；

由于 $y = x$ ， $y = -\frac{2}{x}$ 的图象关于原点对称，因此选项 A、B 错误；

$\because n > 0$ ，

$\therefore m - n < m$ ；

由 $B(1, m)$ ， $C(2, m-n)$ 可知，在对称轴的右侧， y 随 x 的增大而减小，

对于二次函数只有 $a < 0$ 时，在对称轴的右侧， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ D 选项正确

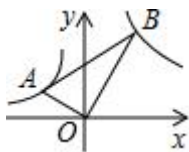
故选：D.

【点评】考查正比例函数、反比例函数、二次函数的图象和性质，可以采用排除法，直接法得出答案.

8. 在平面直角坐标系中，将一块直角三角板如图放置，直角顶点与原点 O 重合，顶点 A，

B 恰好分别落在函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$), $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 则 $\sin \angle ABO$ 的值为

()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】 点 A , B 落在函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$), $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 根据反比例函数的几何意义, 可得直角三角形的面积; 根据题意又可知这两个直角三角形相似, 而相似比恰好是直角三角形 AOB 的两条直角边的比, 再利用勾股定理, 可得直角边与斜边的比, 从而得出答案.

【解答】 解: 过点 A 、 B 分别作 $AD \perp x$ 轴, $BE \perp x$ 轴, 垂足为 D 、 E ,

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ ($x < 0$) 上, 点 B 在 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 上,

$$\therefore S_{\triangle AOD} = 1, S_{\triangle BOE} = 4,$$

$$\text{又} \because \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = \angle OBE,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle OBE,$$

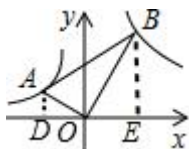
$$\therefore \left(\frac{AO}{OB}\right)^2 = \frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle OBE}} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{AO}{OB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{设 } OA = m, \text{ 则 } OB = 2m, AB = \sqrt{m^2 + (2m)^2} = \sqrt{5}m,$$

$$\text{在 } Rt\triangle AOB \text{ 中, } \sin \angle ABO = \frac{OA}{AB} = \frac{m}{\sqrt{5}m} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

故选: D .



【点评】 考查反比例函数的几何意义、相似三角形的性质, 将面积比转化为相似比, 利用勾股定理可得直角边与斜边的比, 求出 $\sin \angle ABO$ 的值.

二、细心填一填 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 计算: $(\sqrt{2})^0 - 1 = \underline{0}$.

【分析】直接利用零指数幂的性质化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= 1 - 1 = 0$.

故答案为: 0.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确掌握运算法则是解题关键.

10. 一个质地均匀的小正方体, 六个面分别标有数字“1”“1”“2”“4”“5”“5”, 随机掷一次小正方体, 朝上一面的数字是奇数的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.

【分析】直接利用概率求法进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 一个质地均匀的小正方体, 六个面分别标有数字“1”“1”“2”“4”“5”“5”,

$\therefore$ 随机掷一次小正方体, 朝上一面的数字是奇数的概率是: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】此题主要考查了概率公式, 正确掌握概率公式是解题关键.

11. 若整式 $x^2 + my^2$ (m 为常数, 且 $m \neq 0$) 能在有理数范围内分解因式, 则 m 的值可以是 $\underline{-1}$ (写一个即可).

【分析】令 $m = -1$, 使其能利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 令 $m = -1$, 整式为 $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$.

故答案为: -1 (答案不唯一).

【点评】此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

12. 《孙子算经》中有一道题: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 译文大致是: “用一根绳子去量一根木条, 绳子剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木条, 木条剩余 1 尺, 问木条长多少尺?” 如果设木条长 x 尺, 绳子长 y

尺, 可列方程组为
$$\begin{cases} x + 4.5 = y \\ x - 1 = \frac{1}{2}y \end{cases}$$
.

【分析】设木条长 x 尺, 绳子长 y 尺, 根据绳子和木条长度间的关系, 可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 此题得解.

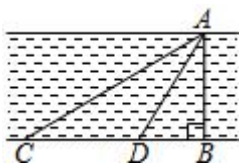
【解答】解: 设木条长 x 尺, 绳子长 y 尺,

依题意，得：
$$\begin{cases} x+4.5=y \\ x-1=\frac{1}{2}y \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x+4.5=y \\ x-1=\frac{1}{2}y \end{cases}$$

【点评】 本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

13. 如图所示，九（1）班数学课外活动小组在河边测量河宽 AB （这段河流的两岸平行），他们在点 C 测得 $\angle ACB = 30^\circ$ ，点 D 处测得 $\angle ADB = 60^\circ$ ， $CD = 80m$ ，则河宽 AB 约为 69 m （结果保留整数， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）.



【分析】 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，则 $\angle DAC = 30^\circ$ ，所以 $DA = DC = 80$ ，在 $Rt\triangle ABD$ 中，通过三角函数关系求得 AB 的长.

【解答】 解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle DAC = 30^\circ$ ，
 $\therefore DA = DC = 80$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中，

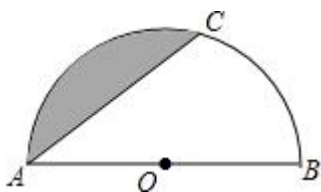
$$\frac{AB}{AD} = \sin \angle ADB = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{3}}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 80 = 40\sqrt{3} \approx 69 \text{ (米)},$$

故答案为 69.

【点评】 本题考查了解直角三角形，熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

14. 如图，半圆的直径 $AB = 6$ ，点 C 在半圆上， $\angle BAC = 30^\circ$ ，则阴影部分的面积为 $\frac{3\pi}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{4}$ （结果保留 π ）.



【分析】 根据题意，作出合适的辅助线，即可求得 CD 和 $\angle COB$ 的度数，即可得到阴影部分的面积是半圆的面积减去 $\triangle AOC$ 和扇形 BOC 的面积.

【解答】解：连接 OC 、 BC ，作 $CD \perp AB$ 于点 D ，

$\because$ 直径 $AB=6$ ，点 C 在半圆上， $\angle BAC=30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ， $\angle COB=60^\circ$ ，

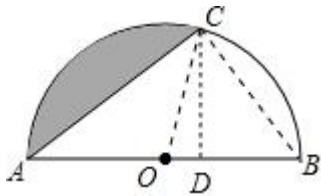
$\therefore AC=3\sqrt{3}$ ，

$\because \angle CDA=90^\circ$ ，

$\therefore CD=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore$ 阴影部分的面积是： $\frac{\pi \cdot 3^2}{2} - \frac{3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} - \frac{60 \times \pi \times 3^2}{360} = 3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$ ，

故答案为： $3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$ 。



【点评】本题考查扇形面积的计算、圆周角定理，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答。

15. 有一列数，按一定规律排列成 $1, -2, 4, -8, 16, -32, \dots$ ，其中某三个相邻数的积是 4^{12} ，则这三个数的和是 -384 。

【分析】根据题目中的数字，可以发现它们的变化规律，再根据其中某三个相邻数的积是 4^{12} ，可以求得这三个数，从而可以求得这三个数的和。

【解答】解： $\because$ 一列数为 $1, -2, 4, -8, 16, -32, \dots$ ，

$\therefore$ 这列数的第 n 个数可以表示为 $(-2)^{n-1}$ ，

$\therefore$ 其中某三个相邻数的积是 4^{12} ，

$\therefore$ 设这三个相邻的数为 $(-2)^{n-1}$ 、 $(-2)^n$ 、 $(-2)^{n+1}$ ，

则 $(-2)^{n-1} \cdot (-2)^n \cdot (-2)^{n+1} = 4^{12}$ ，

即 $(-2)^{3n} = (2^2)^{12}$ ，

$\therefore (-2)^{3n} = 2^{24}$ ，

$\therefore 3n = 24$ ，

解得， $n = 8$ ，

$\therefore$ 这三个数的和是： $(-2)^7 + (-2)^8 + (-2)^9 = (-2)^7 \times (1 - 2 + 4) = (-128) \times 3 = -384$ ，

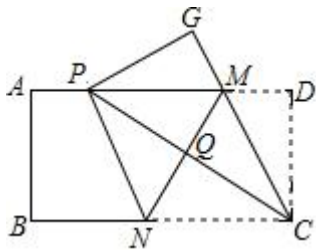
故答案为：-384.

【点评】本题考查数字的变化类，解答本题的关键是明确题意，发现题目中数字的变化规律.

16. 如图，先有一张矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $BC=8$ ，点 M ， N 分别在矩形的边 AD ， BC 上，将矩形纸片沿直线 MN 折叠，使点 C 落在矩形的边 AD 上，记为点 P ，点 D 落在 G 处，连接 PC ，交 MN 于点 Q ，连接 CM 。下列结论：

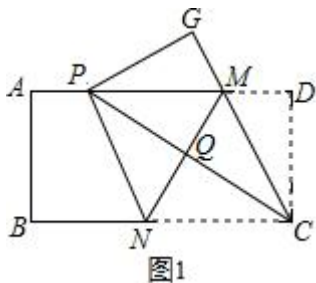
- ① $CQ=CD$;
- ② 四边形 $CMPN$ 是菱形;
- ③ P ， A 重合时， $MN=2\sqrt{5}$;
- ④ $\triangle PQM$ 的面积 S 的取值范围是 $3 \leq S \leq 5$.

其中正确的是 ②③ (把正确结论的序号都填上).



【分析】先判断出四边形 $CFHE$ 是平行四边形，再根据翻折的性质可得 $CN=NP$ ，然后根据邻边相等的平行四边形是菱形证明，判断出②正确；假设 $CQ=CD$ ，得 $\text{Rt}\triangle CMQ \cong \triangle CMD$ ，进而得 $\angle DCM = \angle QCM = \angle BCP = 30^\circ$ ，这个不一定成立，判断①错误；点 P 与点 A 重合时，设 $BN=x$ ，表示出 $AN=NC=8-x$ ，利用勾股定理列出方程求解得 x 的值，进而用勾股定理求得 MN ，判断出③正确；当 MN 过 D 点时，求得四边形 $CMPN$ 的最小面积，进而得 S 的最小值，当 P 与 A 重合时， S 的值最大，求得最大值便可.

【解答】解：如图 1，



$$\because PM \parallel CN,$$

$$\therefore \angle PMN = \angle MNC,$$

$$\because \angle MNC = \angle PNM,$$

$$\therefore \angle PMN = \angle PNM,$$

$$\therefore PM = PN,$$

$$\therefore NC = NP,$$

$$\therefore PM = CN,$$

$$\therefore MP \parallel CN,$$

$\therefore$ 四边形 $CNPM$ 是平行四边形,

$$\therefore CN = NP,$$

$\therefore$ 四边形 $CNPM$ 是菱形, 故②正确;

$$\therefore CP \perp MN, \angle BCP = \angle MCP,$$

$$\therefore \angle MQC = \angle D = 90^\circ,$$

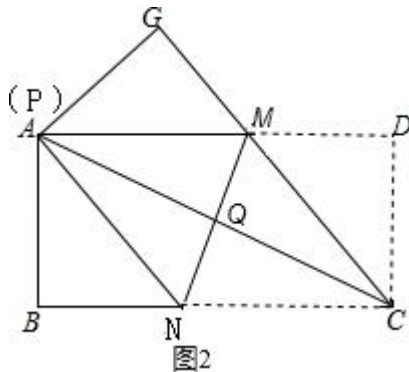
$$\therefore CP = CP,$$

若 $CQ = CD$, 则 $\text{Rt}\triangle CMQ \cong \triangle CMD$,

$$\therefore \angle DCM = \angle QCM = \angle BCP = 30^\circ, \text{ 这个不一定成立,}$$

故①错误;

点 P 与点 A 重合时, 如图 2,



设 $BN = x$, 则 $AN = NC = 8 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle ABN$ 中, $AB^2 + BN^2 = AN^2$,

$$\text{即 } 4^2 + x^2 = (8 - x)^2,$$

解得 $x = 3$,

$$\therefore CN = 8 - 3 = 5, AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{5},$$

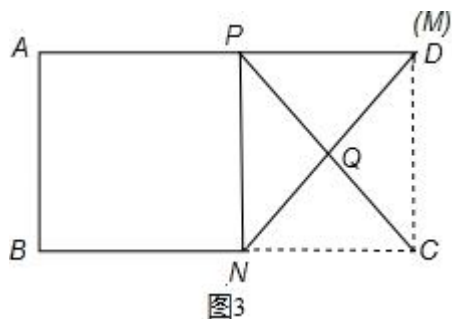
$$\therefore CQ = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore QN = \sqrt{CN^2 - CQ^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore MN = 2QN = 2\sqrt{5}.$$

故③正确;

当 MN 过点 D 时, 如图 3,



此时, CN 最短, 四边形 $CMPN$ 的面积最小, 则 S 最小为 $S = \frac{1}{4} S_{\text{菱形}CMPN} = \frac{1}{4} \times 4 \times 4 = 4$,

当 P 点与 A 点重合时, CN 最长, 四边形 $CMPN$ 的面积最大, 则 S 最大为 $S = \frac{1}{4} \times 5 \times 4 = 5$,

$\therefore 4 \leq S \leq 5$,

故④错误.

故答案为: ②③.

【点评】 此题是四边形综合题, 主要考查了折叠问题与菱形的判定与性质、勾股定理的综合应用, 熟练掌握菱形的判定定理和性质定理、勾股定理是解本题的关键.

三、专心解一解 (本大题共 8 小题, 满分 72 分)

17. (8 分) (1) 化简: $\frac{2}{m^2 - m} \div \frac{1}{m - 1}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} x + 3 > 1 \\ 5x \leq 6 + 3x \end{cases}$

【分析】 (1) 直接利用分式的乘除运算法则计算得出答案;

(2) 分别解不等式进而得出不等式组的解.

【解答】 解: (1) 原式 $= \frac{2}{m(m-1)} \times (m-1)$
 $= \frac{2}{m}$;

(2) $\begin{cases} x + 3 > 1 \text{ ①} \\ 5x \leq 6 + 3x \text{ ②} \end{cases}$,

解①得: $x > -2$,

解②得: $x \leq 3$,

所以这个不等式组的解集为:

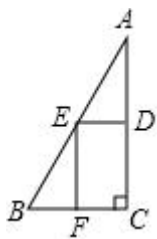
$$-2 < x \leq 3.$$

【点评】此题主要考查了分式的乘除运算以及不等式组的解，正确掌握解题方法是解题关键.

18. (7分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, D, E, F 分别是 AC, AB, BC 的中点, 连接 ED, EF .

(1) 求证: 四边形 $DEFC$ 是矩形;

(2) 请用无刻度的直尺在图中作出 $\angle ABC$ 的平分线 (保留作图痕迹, 不写作法).

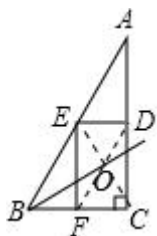


【分析】(1) 首先证明四边形 $DEFC$ 是平行四边形, 再根据有一个角是直角的平行四边形是矩形即可判断.

(2) 连接 EC, DF 交于点 O , 作射线 BO 即可.

【解答】(1) 证明: $\because D, E, F$ 分别是 AC, AB, BC 的中点,
 $\therefore DE \parallel FC, EF \parallel CD$,
 $\therefore$ 四边形 $DEFC$ 是平行四边形,
 $\because \angle DCF = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $DEFC$ 是矩形.

(2) 连接 EC, DF 交于点 O , 作射线 BO , 射线 BO 即为所求.



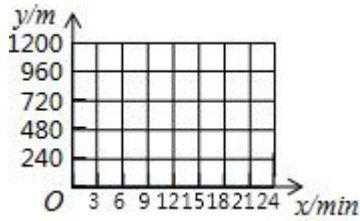
【点评】本题考查三角形中位线定理, 矩形的判定和性质, 等边三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

19. (8分) 小慧家与文具店相距 960m , 小慧从家出发, 沿笔直的公路匀速步行 12min 来到文具店买笔记本, 停留 3min , 因家中有事, 便沿着原路匀速跑步 6min 返回家中.

(1) 小慧返回家中的速度比去文具店的速度快多少?

(2) 请你画出这个过程中，小慧离家的距离 y 与时间 x 的函数图象；

(3) 根据图象回答，小慧从家出发后多少分钟离家距离为 720m？



【分析】(1) 根据速度 = 路程/时间的关系，列出等式 $\frac{960}{6} - \frac{960}{12} = 80$ 即可求解；

(2) 根据题中已知，描点画出函数图象；

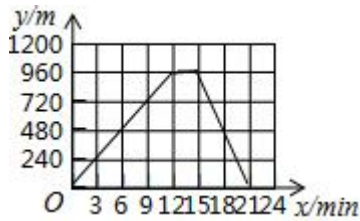
(3) 根据图象可得小慧从家出发后 9 分钟或 16.5 分钟分钟离家距离为 720m；

【解答】解：(1) 由题意可得， $\frac{960}{6} - \frac{960}{12} = 80$ (m/min)

答：小慧返回家中的速度比去文具店的速度快 80m/min；

(2) 如图所示：

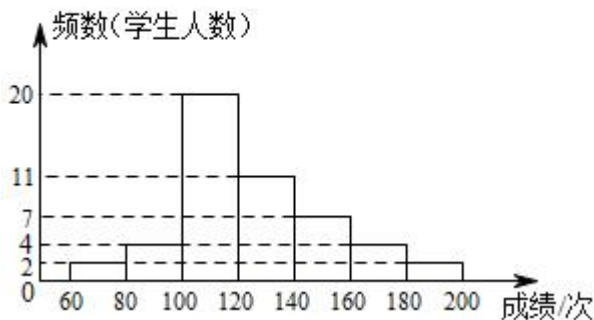
(3) 根据图象可得，小慧从家出发后 9 分钟或 16.5 分钟分钟离家距离为 720m；



【点评】本题考查一次函数的应用；能够理解题意，准确画出函数图象，并从图象中获取信息是解题的关键。

20. (8 分) 某校为了解七、八年级学生一分钟跳绳情况，从这两个年级随机抽取 50 名学生进行测试，并对测试成绩（一分钟跳绳次数）进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息：

七年级学生一分钟跳绳成绩频数分布直方图



七、八年级学生一分钟跳绳成绩分析表

年级	平均数	中位数	众数
七	116	a	115
八	119	126	117

七年级学生一分钟跳绳成绩（数据分 7 组： $60 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 100$ ， $\dots$ ， $180 \leq x < 200$ ）在 $100 \leq x < 120$ 这一组的是：

100 101 102 103 105 106 108 109 109 110 110 111 112 113 115
115 115 116 117 119

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 表中 $a = \underline{118}$ ；

(2) 在这次测试中，七年级甲同学的成绩 122 次，八年级乙同学的成绩 125 次，他们的测试成绩，在各自年级所抽取的 50 名同学中，排名更靠前的是 甲（填“甲”或“乙”），理由是 甲的成绩 122 超过中位数 118，乙的成绩 125 低于其中位数 126。

(3) 该校七年级共有 500 名学生，估计一分钟跳绳不低于 116 次的有多少人？

【分析】 (1) 根据中位数，结合条形统计图及所给数据求解可得；

(2) 将甲、乙成绩与对应的中位数对比，从俄日得出答案；

(3) 利用样本估计总体思想求解可得。

【解答】 解：(1) $\because$ 七年级 50 名学生成绩的中位数是第 25、26 个数据的平均数，而第 25、26 个数据分别是 117、119，

$$\therefore \text{中位数 } a = \frac{117+119}{2} = 118,$$

故答案为：118；

(2) $\therefore$ 在各自年级所抽取的 50 名同学中，排名更靠前的是甲，

理由是甲的成绩 122 超过中位数 118，乙的成绩 125 低于其中位数 126，

故答案为：甲，甲的成绩 122 超过中位数 118，乙的成绩 125 低于其中位数 126。

(3) 估计一分钟跳绳不低于 116 次的有 $500 \times \frac{3+11+7+4+2}{50} = 270$ （人）。

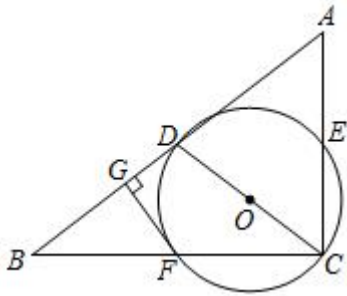
【点评】 本题主要考查频数分布直方图、中位数及样本估计总体，解题的关键是根据直

方图得出解题所需数据及中位数的定义和意义、样本估计总体思想的运用.

21. (9分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 的中点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC , BC 于点 E , F 两点, 过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G .

(1) 试判断 FG 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.

(2) 若 $AC=3$, $CD=2.5$, 求 FG 的长.



【分析】 (1) 如图, 连接 OF , 根据直角三角形的性质得到 $CD=BD$, 得到 $\angle DBC = \angle DCB$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle OFC = \angle OCF$, 得到 $\angle OFC = \angle DBC$, 推出 $\angle OFG = 90^\circ$, 于是得到结论;

(2) 连接 DF , 根据勾股定理得到 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 4$, 根据圆周角定理得到 $\angle DFC = 90^\circ$, 根据三角函数的定义即可得到结论.

【解答】 解: (1) FG 与 $\odot O$ 相切,

理由: 如图, 连接 OF ,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, D 为 AB 的中点,

$\therefore CD = BD$,

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$,

$\because OF = OC$,

$\therefore \angle OFC = \angle OCF$,

$\therefore \angle OFC = \angle DBC$,

$\therefore OF \parallel DB$,

$\therefore \angle OFG + \angle DGF = 180^\circ$,

$\because FG \perp AB$,

$\therefore \angle DGF = 90^\circ$,

$\therefore \angle OFG = 90^\circ$,

$\therefore FG$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连接 DF ,

$\because CD=2.5$,

$\therefore AB=2CD=5$,

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=4$,

$\because CD$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle DFC=90^\circ$,

$\therefore FD \perp BC$,

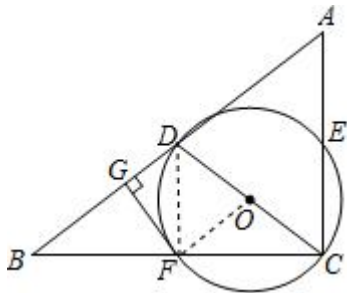
$\because DB=DC$,

$\therefore BF=\frac{1}{2}BC=2$,

$\because \sin \angle ABC=\frac{AC}{AB}=\frac{FG}{FB}$,

即 $\frac{3}{5}=\frac{FG}{2}$,

$\therefore FG=\frac{6}{5}$.



【点评】 本题考查了直线与圆的位置关系，平行线的判定和性质，勾股定理，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

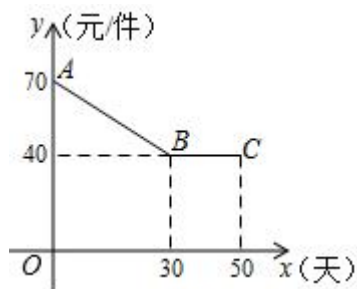
22. (10 分) 某工厂用 50 天时间生产一款新型节能产品，每天生产的该产品被某网店以每件 80 元的价格全部订购，在生产过程中，由于技术的不断更新，该产品第 x 天的生产成本 y (元/件) 与 x (天) 之间的关系如图所示，第 x 天该产品的生产量 z (件) 与 x (天) 满足关系式 $z = -2x+120$.

(1) 第 40 天，该厂生产该产品的利润是 1600 元;

(2) 设第 x 天该厂生产该产品的利润为 w 元.

①求 w 与 x 之间的函数关系式，并指出第几天的利润最大，最大利润是多少?

②在生产该产品的过程中，当天利润不低于 2400 元的共有多少天?



【分析】(1) 由图象可知，第 40 天时的成本为 40 元，此时的产量为 $z = -2 \times 40 + 120 = 40$ ，则可求得第 40 天的利润。

(2) 利用每件利润 $\times$ 总销量 = 总利润，进而求出二次函数最值即可。

【解答】解：

(1) 由图象可知，第 40 天时的成本为 40 元，此时的产量为 $z = -2 \times 40 + 120 = 40$
 则第 40 天的利润为： $(80 - 40) \times 40 = 1600$ 元
 故答案为 1600

(2) ①

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，把 (0, 70) (30, 40) 代入得

$$\begin{cases} b=70 \\ 30k+b=40 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=70 \\ k=-1 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 70$

(I) 当 $0 < x \leq 30$ 时

$$w = [80 - (-x + 70)](-2x + 120)$$

$$= -2x^2 + 100x + 1200$$

$$= -2(x - 25)^2 + 2450$$

$\therefore$ 当 $x = 25$ 时， $w_{\text{最大值}} = 2450$

(II) 当 $30 < x \leq 50$ 时，

$$w = (80 - 40) \times (-2x + 120) = -80x + 4800$$

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小

$\therefore$ 当 $x = 31$ 时， $w_{\text{最大值}} = 2320$

$$\therefore w = \begin{cases} -2x^2 + 100x + 1200, & (0 < x \leq 30) \\ -80x + 4800, & (30 < x \leq 50) \end{cases}$$

第 25 天的利润最大，最大利润为 2450 元

② (I) 当 $0 < x \leq 30$ 时，令 $-2(x - 25)^2 + 2450 = 2400$ 元

解得 $x_1 = 20$, $x_2 = 30$

$\therefore$ 抛物线 $w = -2(x-25)^2 + 2450$ 开口向下

由其图象可知, 当 $20 \leq x \leq 30$ 时, $w \geq 2400$

此时, 当天利润不低于 2400 元的天数为: $30 - 20 + 1 = 11$ 天

(II) 当 $30 < x \leq 50$ 时,

由①可知当天利润均低于 2400 元

综上所述, 当天利润不低于 2400 元的共有 11 天.

【点评】 本题考查了二次函数的性质在实际生活中的应用. 最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答, 我们首先要吃透题意, 确定变量, 建立函数模型, 然后结合实际选择最优方案. 根据每天的利润 = 一件的利润 $\times$ 销售件数, 建立函数关系式, 此题为数学建模题, 借助二次函数解决实际问题.

23. (10 分) 定义: 有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做等补四边形.

理解:

(1) 如图 1, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle ABC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD, CD .

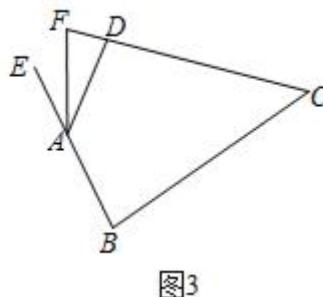
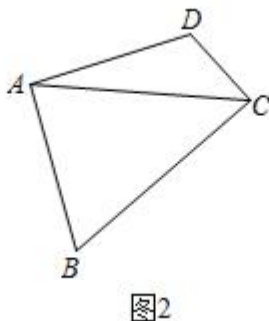
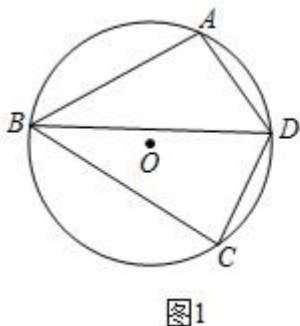
求证: 四边形 $ABCD$ 是等补四边形;

探究:

(2) 如图 2, 在等补四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, 连接 AC , AC 是否平分 $\angle BCD$? 请说明理由.

运用:

(3) 如图 3, 在等补四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, 其外角 $\angle EAD$ 的平分线交 CD 的延长线于点 F , $CD = 10$, $AF = 5$, 求 DF 的长.



【分析】 (1) 由圆内接四边形互补可知 $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, 再证 $AD = CD$, 即可根据等补四边形的定义得出结论;

(2) 过点 A 分别作 $AE \perp BC$ 于点 E , AF 垂直 CD 的延长线于点 F , 证 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$,

得到 $AE = AF$, 根据角平分线的判定可得出结论;

(3) 连接 AC , 先证 $\angle EAD = \angle BCD$, 推出 $\angle FCA = \angle FAD$, 再证 $\triangle ACF \sim \triangle DAF$, 利用相似三角形对应边的比相等可求出 DF 的长.

【解答】解: (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为圆内接四边形,

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ, \quad \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore AD = CD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等补四边形;

(2) AD 平分 $\angle BCD$, 理由如下:

如图 2, 过点 A 分别作 $AE \perp BC$ 于点 E , AF 垂直 CD 的延长线于点 F ,

$$\text{则 } \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等补四边形,

$$\therefore \angle B + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\text{又 } \angle ADC + \angle ADF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADF,$$

$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = AF,$$

$\therefore AC$ 是 $\angle BCF$ 的平分线, 即 AC 平分 $\angle BCD$;

(3) 如图 3, 连接 AC ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等补四边形,

$$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\text{又 } \angle BAD + \angle EAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle BCD,$$

$$\because AF \text{ 平分 } \angle EAD,$$

$$\therefore \angle FAD = \frac{1}{2} \angle EAD,$$

由 (2) 知, AC 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle FCA = \frac{1}{2} \angle BCD,$$

$$\therefore \angle FCA = \angle FAD,$$

$$\text{又 } \angle AFC = \angle DFA,$$

$$\therefore \triangle ACF \sim \triangle DAF,$$

$$\therefore \frac{AF}{DF} = \frac{CF}{AF},$$

$$\text{即 } \frac{5}{DF} = \frac{DF+10}{5},$$

$$\therefore DF = 5\sqrt{2} - 5.$$

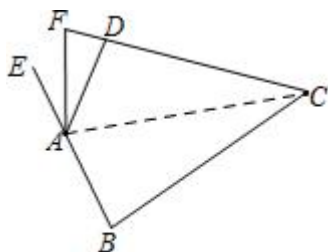


图3

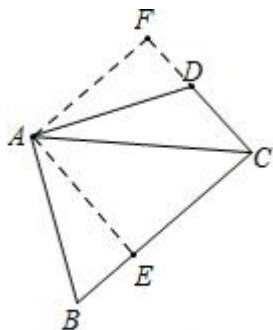


图2

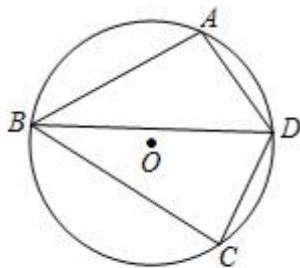


图1

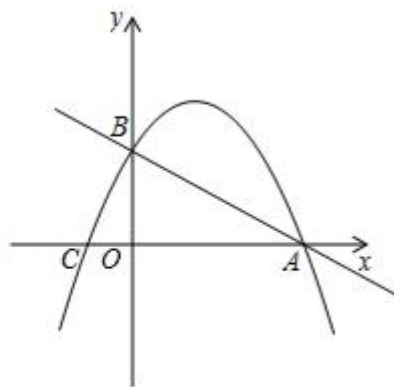
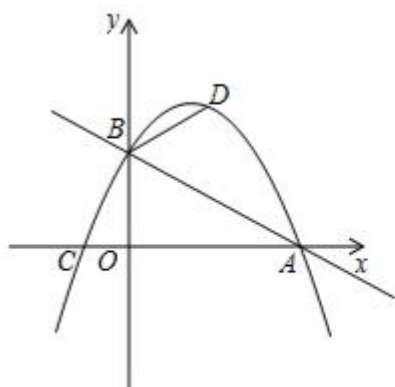
【点评】 本题考查了新定义等补四边形, 圆的有关性质, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的判定, 相似三角形的判定与性质等, 解题关键是要能够通过自主学习来进行探究, 运用等.

24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点且与 x 轴的负半轴交于点 C .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若点 D 为直线 AB 上方抛物线上的一个动点, 当 $\angle ABD = 2\angle BAC$ 时, 求点 D 的坐标;

(3) 已知 E, F 分别是直线 AB 和抛物线上的动点, 当 B, O, E, F 为顶点的四边形是平行四边形时, 直接写出所有符合条件的 E 点的坐标.



备用图

【分析】 (1) 求得 A, B 两点坐标, 代入抛物线解析式, 获得 b, c 的值, 获得抛物线的解析式.

(2) 通过平行线分割 2 倍角条件, 得到相等的角关系, 利用等角的三角函数值相等, 得到点坐标.

(3) B, O, E, F 四点作平行四边形, 以已知线段 OB 为边和对角线分类讨论, 当 OB 为边时, 以 $EF = OB$ 的关系建立方程求解, 当 OB 为对角线时, OB 与 EF 互相平分, 利用直线相交获得点 E 坐标.

【解答】 解: (1) 在 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 中, 令 $y = 0$, 得 $x = 4$, 令 $x = 0$, 得 $y = 2$

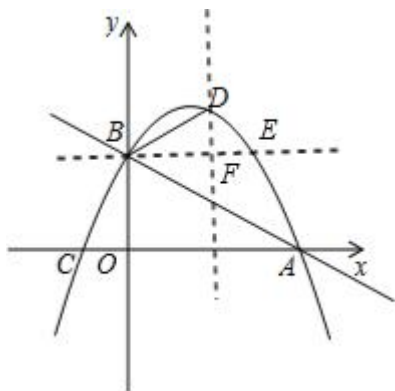
$\therefore A(4, 0), B(0, 2)$

把 $A(4, 0), B(0, 2)$, 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 得

$$\begin{cases} c = 2 \\ -\frac{1}{2} \times 16 + 4b + c = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线得解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

(2) 如图, 过点 B 作 x 轴得平行线交抛物线于点 E , 过点 D 作 BE 得垂线, 垂足为 F



$\because BE \parallel x$ 轴, $\therefore \angle BAC = \angle ABE$

$\because \angle ABD = 2\angle BAC$, $\therefore \angle ABD = 2\angle ABE$

即 $\angle DBE + \angle ABE = 2\angle ABE$

$\therefore \angle DBE = \angle ABE$

$\therefore \angle DBE = \angle BAC$

设 D 点的坐标为 $(x, -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2)$, 则 $BF = x$, $DF = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$

$\because \tan \angle DBE = \frac{DF}{BF}$, $\tan \angle BAC = \frac{BO}{AO}$

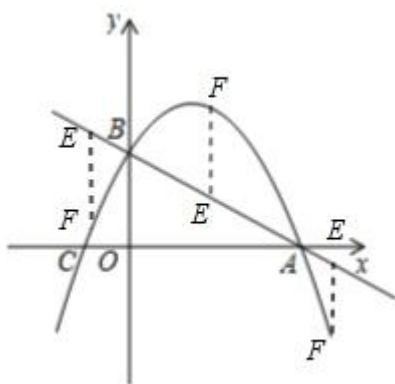
$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{BO}{AO}$, 即 $\frac{-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x}{x} = \frac{2}{4}$

解得 $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 2$

当 $x = 2$ 时, $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 3$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(2, 3)$

(3)



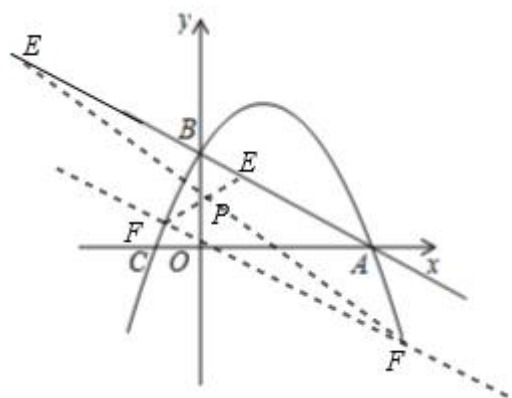
当 BO 为边时, $OB \parallel EF$, $OB = EF$

设 $E(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$, $F(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$

$$EF = |(-\frac{1}{2}m+2) - (-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m+2)| = 2$$

$$\text{解得 } m_1=2, \quad m_2=2-2\sqrt{2}, \quad m_3=2+2\sqrt{2}$$

当 BO 为对角线时, OB 与 EF 互相平分



过点 O 作 $OF \parallel AB$, 直线 OF $y = \frac{1}{2}x$ 交抛物线于点 $F(2+2\sqrt{2}, -1-\sqrt{2})$ 和 $(2-2\sqrt{2}, -1+\sqrt{2})$

求得直线 EF 解析式为 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x+1$ 或 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x+1$

直线 EF 与 AB 的交点为 E , 点 E 的横坐标为 $-2\sqrt{2}-2$ 或 $2\sqrt{2}-2$

$\therefore E$ 点的坐标为 $(2, 1)$ 或 $(2-2\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ 或 $(2+2\sqrt{2}, 1-\sqrt{2})$ 或 $(-2-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{2})$

或 $(-2+2\sqrt{2}, 3-\sqrt{2})$

【点评】 本题考查了待定系数法, 2 倍角关系和平行四边形点存在类问题, 将 2 倍角关系转化为等角关系是 (2) 问题的解题关键, 根据平行四边形的性质, 以 OB 为边和对角线是 (3) 问题的解题关键, 本题综合难度不大, 是一道很好的压轴问题.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....