

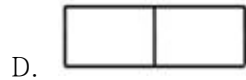
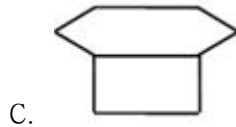
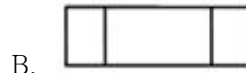
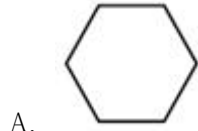
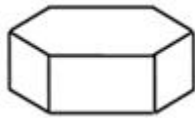
2019 年湖北省江汉油田中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分．在下列各小题中，均给出四个答案，其中有且只有一个正确答案，请将正确答案的字母代号在答题卡上涂黑，涂错或不涂均为零分．）

1. (3 分) 下列各数中，是无理数的是 ()

- A. 3.1415 B. $\sqrt{4}$ C. $\frac{22}{7}$ D. $\sqrt{6}$

2. (3 分) 如图所示的正六棱柱的主视图是 ()



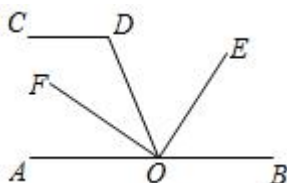
3. (3 分) 据海关统计，今年第一季度我国外贸进出口总额是 70100 亿元人民币，比去年同期增长了 3.7%，数 70100 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 7.01×10^4 B. 7.01×10^{11} C. 7.01×10^{12} D. 7.01×10^{13}

4. (3 分) 下列说法正确的是 ()

- A. 了解我市市民知晓“礼让行人”交通新规的情况，适合全面调查
B. 甲、乙两人跳远成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 3$, $S_{\text{乙}}^2 = 4$ ，说明乙的跳远成绩比甲稳定
C. 一组数据 2, 2, 3, 4 的众数是 2，中位数是 2.5
D. 可能性是 1% 的事件在一次试验中一定不会发生

5. (3 分) 如图， $CD \parallel AB$ ，点 O 在 AB 上， OE 平分 $\angle BOD$ ， $OF \perp OE$ ， $\angle D = 110^\circ$ ，则 $\angle AOF$ 的度数是 ()



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

6. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0, \\ 5-2x \geq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



7. (3分) 若方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的两个实数根为 α , β , 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值为 ()

- A. 12 B. 10 C. 4 D. -4

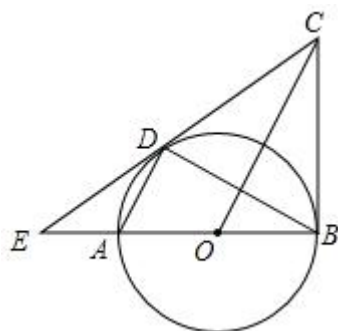
8. (3分) 把一根 $9m$ 长的钢管截成 $1m$ 长和 $2m$ 长两种规格均有的短钢管, 且没有余料, 设某种截法中 $1m$ 长的钢管有 a 根, 则 a 的值可能有 ()

- A. 3种 B. 4种 C. 5种 D. 9种

9. (3分) 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$, 下列说法不正确的是 ()

- A. 图象经过点 $(1, -3)$ B. 图象位于第二、四象限
C. 图象关于直线 $y = x$ 对称 D. y 随 x 的增大而增大

10. (3分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 为 $\odot O$ 的切线, 弦 $AD \parallel OC$, 直线 CD 交 BA 的延长线于点 E , 连接 BD . 下列结论: ① CD 是 $\odot O$ 的切线; ② $CO \perp DB$; ③ $\triangle EDA \sim \triangle EBD$; ④ $ED \cdot BC = BO \cdot BE$. 其中正确结论的个数有 ()



- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 满分 18 分. 请将结果直接填写在答题卡对应的横线上.)

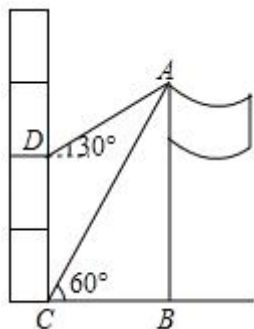
11. (3分) 分解因式: $x^4 - 4x^2 =$ _____.

12. (3分) 75° 的圆心角所对的弧长是 $2.5\pi cm$, 则此弧所在圆的半径是 _____ cm .

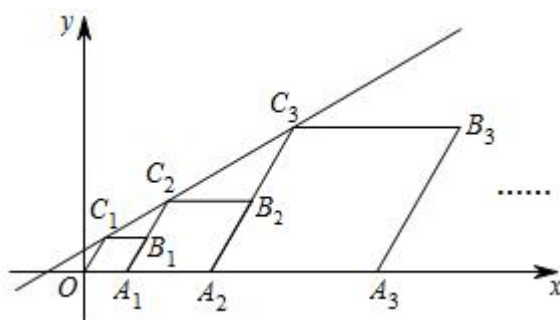
13. (3分) 矩形的周长等于 40, 则此矩形面积的最大值是 _____.

14. (3分) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 其上分别标有数字 1, 2, 4, 8. 随机摸取一个小球后不放回, 再随机摸取一个小球, 则两次取出的小球上数字之积等于 8 的概率是_____.

15. (3分) 如图, 为测量旗杆 AB 的高度, 在教学楼一楼点 C 处测得旗杆顶部的仰角为 60° , 在四楼点 D 处测得旗杆顶部的仰角为 30° , 点 C 与点 B 在同一水平线上. 已知 $CD=9.6m$, 则旗杆 AB 的高度为_____ m .



16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $\dots$ 都是菱形, 点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 都在 x 轴上, 点 $C_1, C_2, C_3, \dots$ 都在直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{\sqrt{3}}{3}$ 上, 且 $\angle C_1OA_1 = \angle C_2A_1A_2 = \angle C_3A_2A_3 = \dots = 60^\circ$, $OA_1=1$, 则点 C_6 的坐标是_____.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 72 分.)

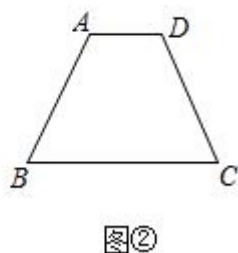
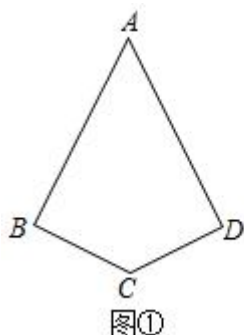
17. (12分) (1) 计算: $(-2)^2 - |-3| + \sqrt{2} \times \sqrt{8} + (-6)^0$;

(2) 解分式方程: $\frac{2}{x-1} = \frac{5}{x^2-1}$.

18. (6分) 请仅用无刻度的直尺完成下列画图, 不写画法, 保留画图痕迹.

(1) 如图①, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle B=\angle D$, 画出四边形 $ABCD$ 的对称轴 m ;

(2) 如图②, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A=\angle D$, 画出 BC 边的垂直平分线 n .

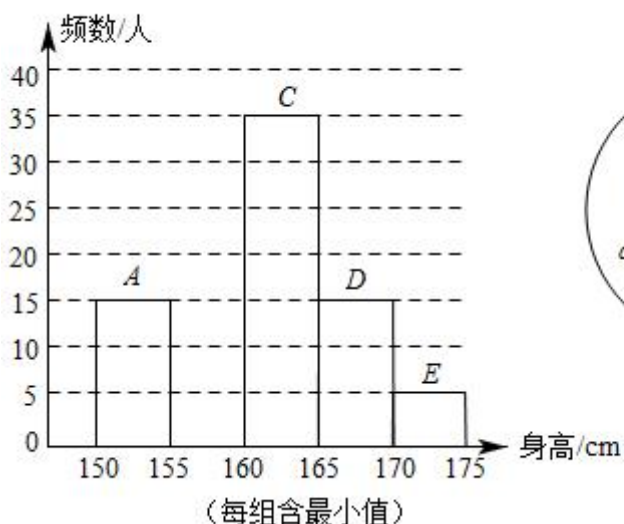


19. (7 分) 为了解某地七年级学生身高情况, 随机抽取部分学生, 测得他们的身高 (单位: cm), 并绘制了如下两幅不完整的统计图, 请结合图中提供的信息, 解答下列问题.

- (1) 填空: 样本容量为_____, $a =$ _____;
- (2) 把频数分布直方图补充完整;
- (3) 若从该地随机抽取 1 名学生, 估计这名学生身高低于 $160cm$ 的概率.

学生身高频数分布直方图

学生身高扇形统计图

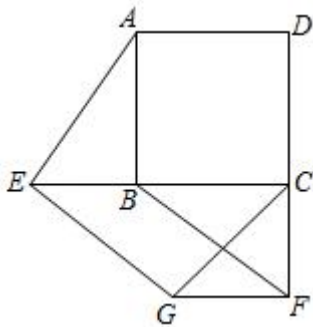


20. (8 分) 某农贸公司销售一批玉米种子, 若一次购买不超过 5 千克, 则种子价格为 20 元/千克, 若一次购买超过 5 千克, 则超过 5 千克部分的种子价格打 8 折. 设一次购买量为 x 千克, 付款金额为 y 元.

- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式;
- (2) 某农户一次购买玉米种子 30 千克, 需付款多少元?

21. (8 分) 如图, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CB, DC 延长线上的点, 且 $BE = CF$, 过点 E 作 $EG \parallel BF$, 交正方形外角的平分线 CG 于点 G , 连接 GF . 求证:

- (1) $AE \perp BF$;
- (2) 四边形 $BEGF$ 是平行四边形.

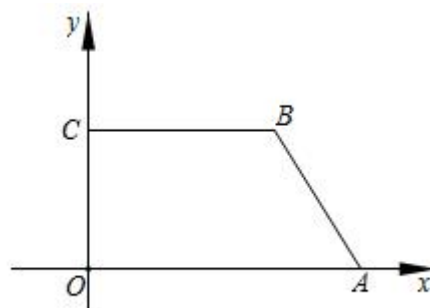
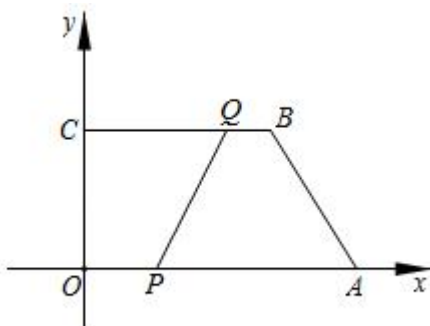


22. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(8, 6)$, $C(0, 6)$. 动点 P 从点 O 出发, 以每秒 3 个单位长度的速度沿边 OA 向终点 A 运动; 动点 Q 从点 B 同时出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿边 BC 向终点 C 运动. 设运动的时间为 t 秒, $PQ^2 = y$.

(1) 直接写出 y 关于 t 的函数解析式及 t 的取值范围: _____;

(2) 当 $PQ = 3\sqrt{5}$ 时, 求 t 的值;

(3) 连接 OB 交 PQ 于点 D , 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 经过点 D , 问 k 的值是否变化? 若不变化, 请求出 k 的值; 若变化, 请说明理由.



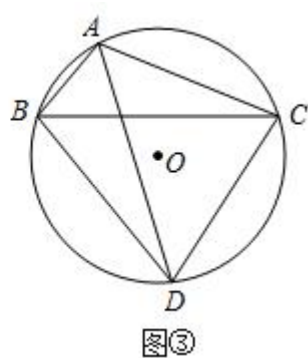
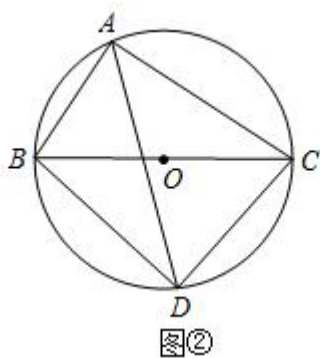
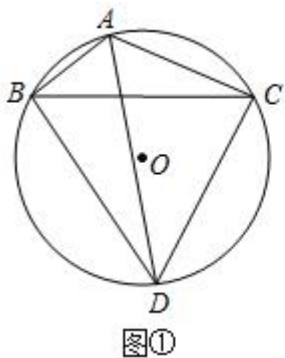
备用图

23. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 DB , DC .

(1) 如图①, 当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时, 请直接写出线段 AB , AC , AD 之间满足的等量关系式: _____;

(2) 如图②, 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时, 试探究线段 AB , AC , AD 之间满足的等量关系, 并证明你的结论;

(3) 如图③, 若 $BC = 5$, $BD = 4$, 求 $\frac{AD}{AB+AC}$ 的值.



24. (11 分) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $C: y = ax^2 + 2x - 1$ ($a \neq 0$) 和直线 $l: y = kx + b$, 点 $A(-3, -3)$, $B(1, -1)$ 均在直线 l 上.

- (1) 若抛物线 C 与直线 l 有交点, 求 a 的取值范围;
- (2) 当 $a = -1$, 二次函数 $y = ax^2 + 2x - 1$ 的自变量 x 满足 $m \leq x \leq m+2$ 时, 函数 y 的最大值为 -4 , 求 m 的值;
- (3) 若抛物线 C 与线段 AB 有两个不同的交点, 请直接写出 a 的取值范围.

2019 年湖北省江汉油田中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分．在下列各小题中，均给出四个答案，其中有且只有一个正确答案，请将正确答案的字母代号在答题卡上涂黑，涂错或不涂均为零分．）

1. (3 分) 下列各数中，是无理数的是 ()

- A. 3.1415 B. $\sqrt{4}$ C. $\frac{22}{7}$ D. $\sqrt{6}$

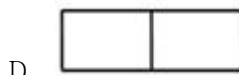
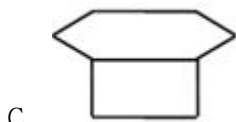
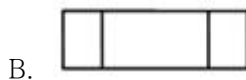
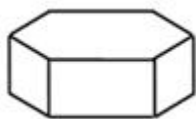
【分析】根据无理数的定义：无限不循环小数进行判断， $\sqrt{4}=2$ 是有理数；

【解答】解： $\sqrt{4}=2$ 是有理数， $\sqrt{6}$ 是无理数，

故选：D.

【点评】本题考查无理数的定义；能够准确辨识无理数是解题的关键．

2. (3 分) 如图所示的正六棱柱的主视图是 ()



【分析】主视图是从正面看所得到的图形即可，可根据正六棱柱的特点作答．

【解答】解：正六棱柱的主视图如图所示：



故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

3. (3 分) 据海关统计，今年第一季度我国外贸进出口总额是 70100 亿元人民币，比去年同期增长了 3.7%，数 70100 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 7.01×10^4 B. 7.01×10^{11} C. 7.01×10^{12} D. 7.01×10^{13}

【分析】把一个很大的数写成 $a \times 10^n$ 的形式.

【解答】解: 70100 亿 $= 7.01 \times 10^{12}$.

故选: C.

【点评】本能运用了科学记数法的定义这一知识点, 掌握好 n 与数位之间的关系是解题的关键.

4. (3 分) 下列说法正确的是 ()

A. 了解我市市民知晓“礼让行人”交通新规的情况, 适合全面调查

B. 甲、乙两人跳远成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 3$, $S_{\text{乙}}^2 = 4$, 说明乙的跳远成绩比甲稳定

C. 一组数据 2, 2, 3, 4 的众数是 2, 中位数是 2.5

D. 可能性是 1% 的事件在一次试验中一定不会发生

【分析】全面调查与抽样调查的优缺点: ①全面调查收集的到数据全面、准确, 但一般花费多、耗时长, 而且某些调查不宜用全面调查. ②抽样调查具有花费少、省时的特点, 但抽取的样本是否具有代表性, 直接关系到对总体估计的准确程度. 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

【解答】解: A. 了解我市市民知晓“礼让行人”交通新规的情况, 适合抽样调查, A 错误;

B. 甲、乙两人跳远成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 3$, $S_{\text{乙}}^2 = 4$, 说明甲的跳远成绩比乙稳定, B 错误;

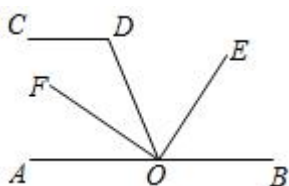
C. 一组数据 2, 2, 3, 4 的众数是 2, 中位数是 2.5, 正确;

D. 可能性是 1% 的事件在一次试验中可能会发生, D 错误.

故选: C.

【点评】本题考查了统计的应用, 正确理解概率的意义是解题的关键.

5. (3 分) 如图, $CD \parallel AB$, 点 O 在 AB 上, OE 平分 $\angle BOD$, $OF \perp OE$, $\angle D = 110^\circ$, 则 $\angle AOF$ 的度数是 ()



A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

【分析】根据平行线的性质解答即可.

【解答】解: $\because CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle AOD + \angle D = 180^{\circ},$$

$$\therefore \angle AOD = 70^{\circ},$$

$$\therefore \angle DOB = 110^{\circ},$$

$$\because OE \text{ 平分 } \angle BOD,$$

$$\therefore \angle DOE = 55^{\circ},$$

$$\because OF \perp OE,$$

$$\therefore \angle FOE = 90^{\circ},$$

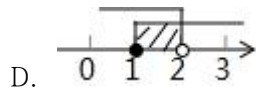
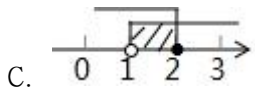
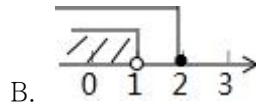
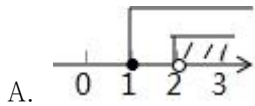
$$\therefore \angle DOF = 90^{\circ} - 55^{\circ} = 35^{\circ},$$

$$\therefore \angle AOF = 70^{\circ} - 35^{\circ} = 35^{\circ},$$

故选: D.

【点评】此题考查平行线的性质, 关键是根据平行线的性质解答.

6. (3分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 > 0, \\ 5-2x \geq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $x-1 > 0$ 得 $x > 1$,

解不等式 $5-2x \geq 1$ 得 $x \leq 2$,

则不等式组的解集为 $1 < x \leq 2$,

故选: C.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

7. (3分) 若方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的两个实数根为 α , β , 则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值为 ()

A. 12

B. 10

C. 4

D. -4

【分析】根据根与系数的关系可得 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha \beta = -4$, 再利用完全平方公式变形 $\alpha^2 + \beta^2$
 $= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$, 代入即可求解;

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的两个实数根为 α , β ,

$$\therefore \alpha + \beta = 2, \quad \alpha \beta = -4,$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4 + 8 = 12;$$

故选: A.

【点评】本题考查一元二次方程根与系数的关系; 熟练掌握韦达定理, 灵活运用完全平方公式是解题的关键.

8. (3分) 把一根 $9m$ 长的钢管截成 $1m$ 长和 $2m$ 长两种规格均有的短钢管, 且没有余料, 设某种截法中 $1m$ 长的钢管有 a 根, 则 a 的值可能有 ()

A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 9 种

【分析】可列二元一次方程解决这个问题.

【解答】解: 设 $2m$ 的钢管 b 根, 根据题意得:

$$a + 2b = 9,$$

$\because a, b$ 均为整数,

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}, \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases}, \begin{cases} a=5 \\ b=2 \end{cases}, \begin{cases} a=7 \\ b=1 \end{cases}.$$

故选: B.

【点评】本题运用了二元一次方程的整数解的知识点, 运算准确是解此题的关键.

9. (3分) 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$, 下列说法不正确的是 ()

A. 图象经过点 $(1, -3)$ B. 图象位于第二、四象限
C. 图象关于直线 $y = x$ 对称 D. y 随 x 的增大而增大

【分析】通过反比例图象上的点的坐标特征, 可对 A 选项做出判断; 通过反比例函数图象和性质、增减性、对称性可对其它选项做出判断, 得出答案.

【解答】解: 由点 $(1, -3)$ 的坐标满足反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$, 故 A 是正确的;

由 $k = -3 < 0$, 双曲线位于二、四象限, 故 B 也是正确的;

由反比例函数的对称性, 可知反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 关于 $y = x$ 对称是正确的, 故 C 也是正确的,

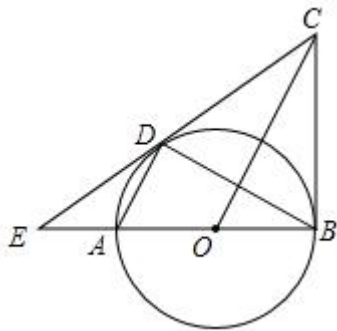
由反比例函数的性质, $k < 0$, 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大, 不在同一象限, 不具

有此性质，故 D 是不正确的，

故选： D .

【点评】考查反比例函数的性质，当 $k < 0$ 时，在每个象限内 y 随 x 的增大而增大的性质、反比例函数的图象是轴对称图象， $y = x$ 和 $y = -x$ 是它的对称轴，同时也是中心对称图形；熟练掌握反比例函数图象上点的坐标特征和反比例函数图象和性质是解答此题的基础；多方面、多角度考查反比例函数的图象和性质.

10. (3分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， BC 为 $\odot O$ 的切线，弦 $AD \parallel OC$ ，直线 CD 交 BA 的延长线于点 E ，连接 BD 。下列结论：① CD 是 $\odot O$ 的切线；② $CO \perp DB$ ；③ $\triangle EDA \sim \triangle EBD$ ；④ $ED \cdot BC = BO \cdot BE$ 。其中正确结论的个数有 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】由切线的性质得 $\angle CBO = 90^\circ$ ，首先连接 OD ，易证得 $\triangle COD \cong \triangle COB$ (SAS)，然后由全等三角形的对应角相等，求得 $\angle CDO = 90^\circ$ ，即可证得直线 CD 是 $\odot O$ 的切线，根据全等三角形的性质得到 $CD = CB$ ，根据线段垂直平分线的判定定理得到即 $CO \perp DB$ ，故②正确；根据余角的性质得到 $\angle ADE = \angle BDO$ ，等量代换得到 $\angle EDA = \angle DBE$ ，根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle EDA \sim \triangle EBD$ ，故③正确；根据相似三角形的性质得到 $\frac{ED}{BE} = \frac{OD}{BC}$ ，于是得到 $ED \cdot BC = BO \cdot BE$ ，故④正确.

【解答】解：连结 DO .

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径， BC 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle CBO = 90^\circ$ ，

$\because AD \parallel OC$ ，

$\therefore \angle DAO = \angle COB$ ， $\angle ADO = \angle COD$.

又 $\because OA = OD$ ，

$\therefore \angle DAO = \angle ADO$ ，

$$\therefore \angle COD = \angle COB.$$

$$\text{在} \triangle COD \text{和} \triangle COB \text{中, } \begin{cases} CO=CO \\ \angle COD=\angle COB, \\ OD=OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle COD \cong \triangle COB \text{ (SAS),}$$

$$\therefore \angle CDO = \angle CBO = 90^\circ.$$

又 $\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线; 故①正确,

$$\therefore \triangle COD \cong \triangle COB,$$

$$\therefore CD = CB,$$

$$\therefore OD = OB,$$

$$\therefore CO \text{ 垂直平分 } DB,$$

即 $CO \perp DB$, 故②正确;

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径, DC 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle EDO = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDA + \angle ADO = \angle BDO + \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BDO,$$

$$\therefore OD = OB,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle OBD,$$

$$\therefore \angle EDA = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle E = \angle E,$$

$$\therefore \triangle EDA \sim \triangle EBD, \text{ 故③正确;}$$

$$\therefore \angle EDO = \angle EBC = 90^\circ,$$

$$\angle E = \angle E,$$

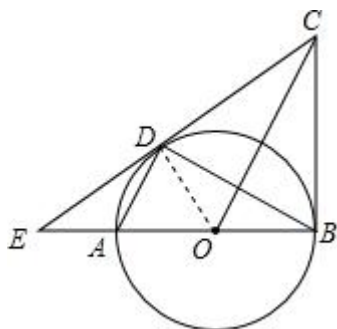
$$\therefore \triangle EOD \sim \triangle ECB,$$

$$\therefore \frac{ED}{BE} = \frac{OD}{BC},$$

$$\therefore OD = OB,$$

$$\therefore ED \cdot BC = BO \cdot BE, \text{ 故④正确;}$$

故选: A.



【点评】 本题主要考查了切线的判定、全等三角形的判定与性质以及相似三角形的判定与性质，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用是解答此题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分. 请将结果直接填写在答题卡对应的横线上.)

11. (3 分) 分解因式: $x^4 - 4x^2 = \underline{x^2 (x+2) (x-2)}$.

【分析】 先提取公因式再利用平方差公式进行分解，即 $x^4 - 4x^2 = x^2 (x^2 - 4) = x^2 (x+2) (x-2)$;

【解答】 解: $x^4 - 4x^2 = x^2 (x^2 - 4) = x^2 (x+2) (x-2)$;

故答案为 $x^2 (x+2) (x-2)$;

【点评】 本题考查因式分解; 熟练运用提取公因式法和平方差公式进行因式分解是解题的关键.

12. (3 分) 75° 的圆心角所对的弧长是 2.5π cm, 则此弧所在圆的半径是 6 cm.

【分析】 由弧长公式: $l = \frac{n\pi R}{180}$ 计算.

【解答】 解: 由题意得: 圆的半径 $R = 180 \times 2.5\pi \div (75\pi) = 6$ cm.

故本题答案为: 6.

【点评】 本题考查了弧长公式.

13. (3 分) 矩形的周长等于 40, 则此矩形面积的最大值是 100.

【分析】 设矩形的宽为 x , 则长为 $(20 - x)$, $S = x(20 - x) = -x^2 + 20x = -(x - 10)^2 + 100$,

当 $x = 10$ 时, S 最大值为 100.

【解答】 解: 设矩形的宽为 x , 则长为 $(20 - x)$,

$S = x(20 - x) = -x^2 + 20x = -(x - 10)^2 + 100$,

当 $x = 10$ 时, S 最大值为 100.

故答案为 100.

【点评】 本题考查了函数的最值, 熟练运用配方法是解题的关键.

14. (3分) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，其上分别标有数字 1, 2, 4, 8. 随机摸取一个小球后不放回，再随机摸取一个小球，则两次取出的小球上数字之积等于 8 的概率是 $\frac{1}{3}$.

【分析】列表将所有等可能的结果列举出来，然后利用概率公式求解即可.

【解答】解：列表如下

	1	2	4	8
1		2	4	8
2	2		8	16
4	4	8		32
8	8	16	32	

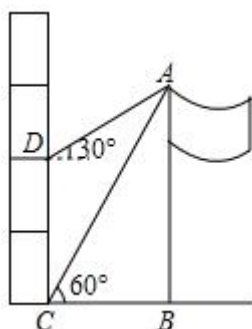
由表知，共有 12 种等可能结果，其中两次取出的小球上数字之积等于 8 的有 4 种结果，

所以两次取出的小球上数字之积等于 8 的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图的知识，解题的关键是能够用列表或列树状图将所有等可能的结果列举出来，难度不大.

15. (3分) 如图，为测量旗杆 AB 的高度，在教学楼一楼点 C 处测得旗杆顶部的仰角为 60° ，在四楼点 D 处测得旗杆顶部的仰角为 30° ，点 C 与点 B 在同一水平线上. 已知 $CD=9.6m$ ，则旗杆 AB 的高度为 14.4 m .



【分析】作 $DE \perp AB$ 于 E ，则 $\angle AED = 90^\circ$ ，四边形 $BCDE$ 是矩形，得出 $BE = CD = 9.6m$ ， $\angle CDE = \angle DEA = 90^\circ$ ，求出 $\angle ADC = 120^\circ$ ，证出 $\angle CAD = 30^\circ = \angle ACD$ ，得出 $AD = CD = 9.6m$ ，在 $Rt\triangle ADE$ 中，由直角三角形的性质得出 $AE = \frac{1}{2}AD = 4.8m$ ，即可得出答案.

【解答】解：作 $DE \perp AB$ 于 E ，如图所示：

则 $\angle AED = 90^\circ$ ，四边形 $BCDE$ 是矩形，

$$\therefore BE = CD = 9.6m, \quad \angle CDE = \angle DEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ = \angle ACD,$$

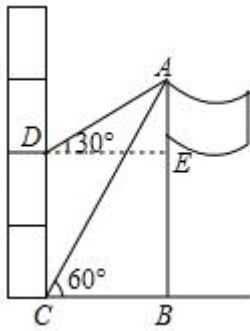
$$\therefore AD = CD = 9.6m,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $\angle ADE = 30^\circ$ ，

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = 4.8m,$$

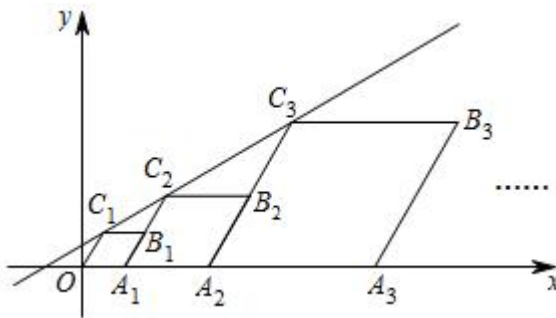
$$\therefore AB = AE + BE = 4.8m + 9.6m = 14.4m;$$

故答案为：14.4.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用—仰角俯角问题、矩形的判定与性质、等腰三角形的判定；正确作出辅助线是解题的关键.

16. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OA_1B_1C_1$ ， $A_1A_2B_2C_2$ ， $A_2A_3B_3C_3$ ， $\dots$ 都是菱形，点 A_1 ， A_2 ， A_3 ， $\dots$ 都在 x 轴上，点 C_1 ， C_2 ， C_3 ， $\dots$ 都在直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$ 上，且 $\angle C_1OA_1 = \angle C_2A_1A_2 = \angle C_3A_2A_3 = \dots = 60^\circ$ ， $OA_1 = 1$ ，则点 C_6 的坐标是 $(97, 32\sqrt{3})$.



【分析】 根据菱形的边长求得 A_1 、 A_2 、 A_3 ... 的坐标然后分别表示出 C_1 、 C_2 、 C_3 ... 的坐标找出规律进而求得 C_6 的坐标.

【解答】解：∵ $OA_1 = 1$,

$$\therefore OC_1 = 1,$$

$$\therefore \angle C_1OA_1 = \angle C_2A_1A_2 = \angle C_3A_2A_3 = \cdots = 60^\circ,$$

$$\therefore C_1 \text{ 的纵坐标为: } \sin 60^\circ \cdot OC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 横坐标为 } \cos 60^\circ \cdot OC_1 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore C_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

∵ 四边形 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $\cdots$ 都是菱形,

$$\therefore A_1C_2 = 2, A_2C_3 = 4, A_3C_4 = 8, \cdots,$$

$$\therefore C_2 \text{ 的纵坐标为: } \sin 60^\circ \cdot A_1C_2 = \sqrt{3}, \text{ 代入 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 求得横坐标为 } 2,$$

$$\therefore C_2 (2, \sqrt{3}),$$

$$C_3 \text{ 的纵坐标为: } \sin 60^\circ \cdot A_2C_3 = 4\sqrt{3}, \text{ 代入 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 求得横坐标为 } 11,$$

$$\therefore C_3 (11, 4\sqrt{3}),$$

$$\therefore C_4 (23, 8\sqrt{3}),$$

$$C_5 (47, 16\sqrt{3}),$$

$$\therefore C_6 (97, 32\sqrt{3});$$

故答案为 $(97, 32\sqrt{3})$.

【点评】本题是对点的坐标变化规律的考查，主要利用了菱形的性质，解直角三角形，根据已知点的变化规律求出菱形的边长，得出系列 C 点的坐标，找出规律是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 个小题，满分 72 分.)

17. (12 分) (1) 计算: $(-2)^2 - |-3| + \sqrt{2} \times \sqrt{8} + (-6)^0$;

(2) 解分式方程: $\frac{2}{x-1} = \frac{5}{x^2-1}$.

【分析】(1) 先计算乘方、取绝对值符号、计算二次根式的乘法及零指数幂，再计算加减可得;

(2) 去分母化分式方程为整式方程，解之求得 x 的值，再检验即可得.

【解答】解: (1) 原式 $= 4 - 3 + 4 + 1 = 6$;

(2) 两边都乘以 $(x+1)(x-1)$ ，得: $2(x+1) = 5$,

$$\text{解得: } x = \frac{3}{2},$$

检验：当 $x = \frac{3}{2}$ 时， $(x+1)(x-1) = \frac{5}{4} \neq 0$ ，

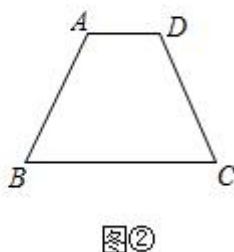
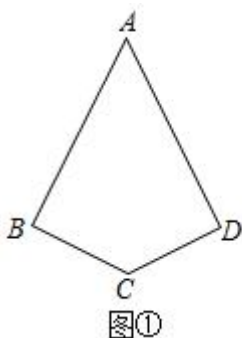
$\therefore$ 原分式方程的解为 $x = \frac{3}{2}$ 。

【点评】 本题主要考查二次根式的混合运算与解分式方程，解题的关键是熟练掌握二次根式的乘法法则及解分式方程的步骤。

18. (6 分) 请仅用无刻度的直尺完成下列画图，不写画法，保留画图痕迹。

(1) 如图①，四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $\angle B = \angle D$ ，画出四边形 $ABCD$ 的对称轴 m ；

(2) 如图②，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = \angle D$ ，画出 BC 边的垂直平分线 n 。

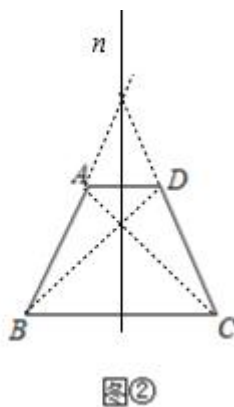
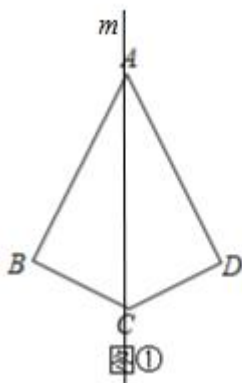


【分析】 (1) 连接 AC ， AC 所在直线即为对称轴 m 。

(2) 延长 BA ， CD 交于一点，连接 AC ， BC 交于一点，连接两点获得垂直平分线 n 。

【解答】 解：(1) 如图①，直线 m 即为所求

(2) 如图②，直线 n 即为所求



【点评】 本题考查了轴对称作图，根据全等关系可以确定点与点的对称关系，从而确定对称轴所在，即可画出直线。

19. (7 分) 为了解某地七年级学生身高情况，随机抽取部分学生，测得他们的身高（单位： cm ），并绘制了如下两幅不完整的统计图，请结合图中提供的信息，解答下列问题。

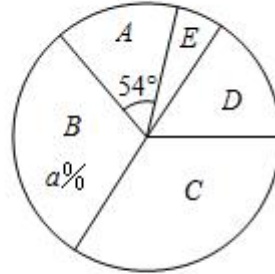
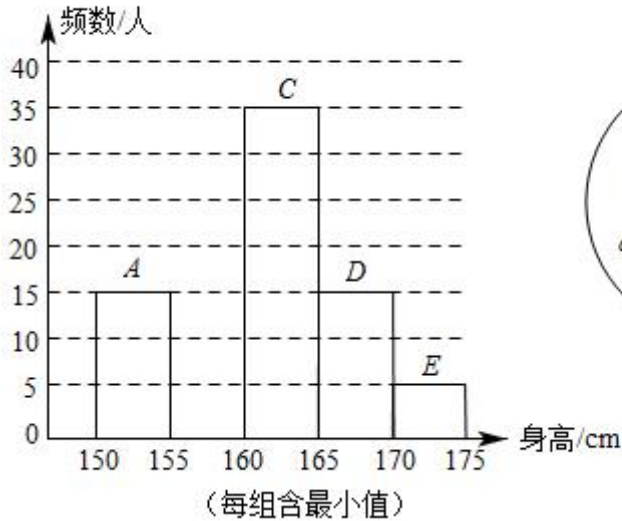
(1) 填空：样本容量为 100， $a =$ 30；

(2) 把频数分布直方图补充完整;

(3) 若从该地随机抽取 1 名学生, 估计这名学生身高低于 160cm 的概率.

学生身高频数分布直方图

学生身高扇形统计图



【分析】 (1) 用 A 组的频数除以它所占的百分比得到样本容量, 然后计算 B 组所占的百分比得到 a 的值;

(2) 利用 B 组的频数为 30 补全频数分布直方图;

(3) 计算出样本中身高低于 160cm 的频率, 然后利用样本估计总体和利用频率估计概率求解.

【解答】 解: (1) $15 \div \frac{54}{360} = 100$,

所以样本容量为 100;

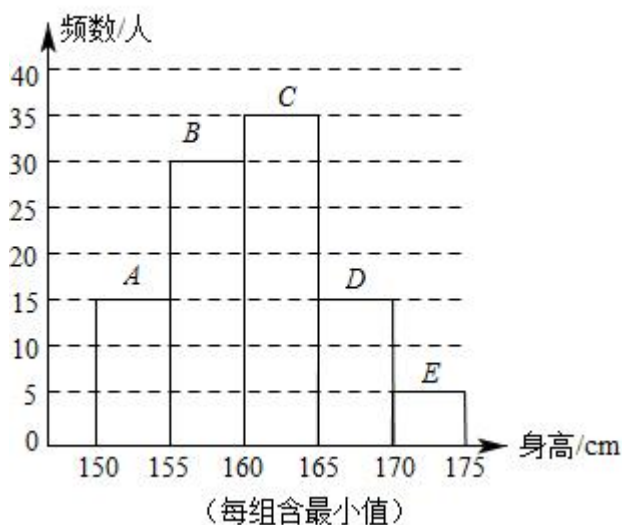
B 组的人数为 $100 - 15 - 35 - 15 - 5 = 30$,

所以 $a\% = \frac{30}{100} \times 100\% = 30\%$, 则 $a = 30$;

故答案为 100, 30;

(2) 补全频数分布直方图为:

学生身高频数分布直方图



(3) 样本中身高低于 160cm 的人数为 $15+30=45$,

样本中身高低于 160cm 的频率为 $\frac{45}{100}=0.45$,

所以估计从该地随机抽取 1 名学生, 估计这名学生身高低于 160cm 的概率为 0.45.

【点评】 本题考查了利用频率估计概率: 用频率估计概率得到的是近似值, 随实验次数的增多, 值越来越精确. 也考查了统计中的有关概念.

20. (8 分) 某农贸公司销售一批玉米种子, 若一次购买不超过 5 千克, 则种子价格为 20 元/千克, 若一次购买超过 5 千克, 则超过 5 千克部分的种子价格打 8 折. 设一次购买量为 x 千克, 付款金额为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 某农户一次购买玉米种子 30 千克, 需付款多少元?

【分析】 (1) 根据题意, 得①当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $y = 20x$; ②当 $x > 5$, $y = 20 \times 0.8(x - 5) + 20 \times 5 = 16x + 20$;

(2) 把 $x = 30$ 代入 $y = 16x + 20$, 即可求解;

【解答】 解: (1) 根据题意, 得

①当 $0 \leq x \leq 5$ 时, $y = 20x$;

②当 $x > 5$, $y = 20 \times 0.8(x - 5) + 20 \times 5 = 16x + 20$;

(2) 把 $x = 30$ 代入 $y = 16x + 20$,

$$\therefore y = 16 \times 30 + 20 = 500;$$

$\therefore$ 一次购买玉米种子 30 千克, 需付款 500 元;

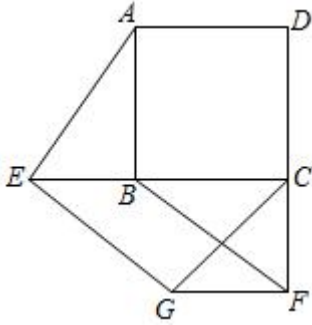
【点评】 本题考查一次函数的应用; 能够根据题意准确列出关系式, 利用代入法求函数

值是解题的关键.

21. (8分) 如图, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 CB, DC 延长线上的点, 且 $BE = CF$, 过点 E 作 $EG \parallel BF$, 交正方形外角的平分线 CG 于点 G , 连接 GF . 求证:

(1) $AE \perp BF$;

(2) 四边形 $BEGF$ 是平行四边形.



【分析】 (1) 由 SAS 证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ 得出 $AE = BF$, $\angle BAE = \angle CBF$, 由平行线的性质得出 $\angle CBF = \angle CEG$, 证出 $AE \perp EG$, 即可得出结论;

(2) 延长 AB 至点 P , 使 $BP = BE$, 连接 EP , 则 $AP = CE$, $\angle EBP = 90^\circ$, 证明 $\triangle APE \cong \triangle ECG$ 得出 $AE = EG$, 证出 $EG = BF$, 即可得出结论.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = BC, \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABE \text{ 和 } \triangle BCF \text{ 中, } \begin{cases} AB = BC \\ \angle ABE = \angle BCF \\ BE = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AE = BF, \angle BAE = \angle CBF,$$

$$\because EG \parallel BF,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CEG,$$

$$\because \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEG + \angle BEA = 90^\circ,$$

$$\therefore AE \perp EG,$$

$$\therefore AE \perp BF;$$

(2) 延长 AB 至点 P , 使 $BP = BE$, 连接 EP , 如图所示:

$$\text{则 } AP = CE, \angle EBP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 45^\circ,$$

$\because CG$ 为正方形 $ABCD$ 外角的平分线,

$$\therefore \angle ECG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle P = \angle ECG,$$

由 (1) 得 $\angle BAE = \angle CEG$,

$$\text{在 } \triangle APE \text{ 和 } \triangle ECG \text{ 中, } \begin{cases} \angle P = \angle ECG \\ AP = CE \\ \angle BAE = \angle CEG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle ECG \text{ (ASA)},$$

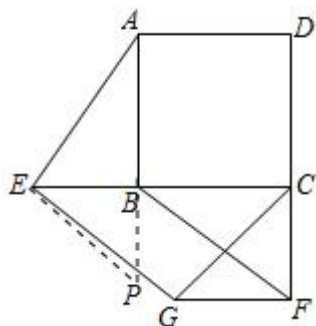
$$\therefore AE = EG,$$

$$\because AE = BF,$$

$$\therefore EG = BF,$$

$$\because EG \parallel BF,$$

$\therefore$ 四边形 $BEGF$ 是平行四边形.



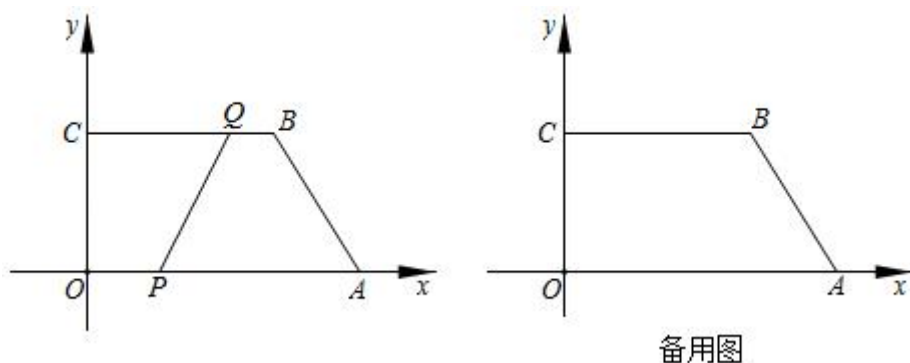
【点评】 本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定、平行线的性质等知识；熟练掌握正方形的性质，证明三角形全等是解题的关键.

22. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(12, 0)$, $B(8, 6)$, $C(0, 6)$. 动点 P 从点 O 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿边 OA 向终点 A 运动；动点 Q 从点 B 同时出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿边 BC 向终点 C 运动. 设运动的时间为 t 秒， $PQ^2 = y$.

(1) 直接写出 y 关于 t 的函数解析式及 t 的取值范围: $y = 25t^2 - 80t + 100$ ($0 \leq t \leq 4$);

(2) 当 $PQ = 3\sqrt{5}$ 时，求 t 的值;

(3) 连接 OB 交 PQ 于点 D ，若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 经过点 D ，问 k 的值是否变化？若不变化，请求出 k 的值；若变化，请说明理由.



【分析】(1) 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 由点 P, Q 的出发点、速度及方向可找出当运动时间为 t 秒时点 P, Q 的坐标, 进而可得出 PE, EQ 的长, 再利用勾股定理即可求出 y 关于 t 的函数解析式 (由时间 = 路程 $\div$ 速度可得出 t 的取值范围);

(2) 将 $PQ = 3\sqrt{5}$ 代入 (1) 的结论中可得出关于 t 的一元二次方程, 解之即可得出结论;

(3) 连接 OB , 交 PQ 于点 D , 过点 D 作 $DF \perp OA$ 于点 F , 利用勾股定理可求出 OB 的长, 由 $BQ \parallel OP$ 可得出 $\triangle BDQ \sim \triangle ODP$, 利用相似三角形的性质结合 $OB = 10$ 可求出 $OD = 6$, 由 $CB \parallel OA$ 可得出 $\angle DOF = \angle OBC$, 在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中可求出 $\sin \angle OBC$ 及 $\cos \angle OBC$ 的值, 由 $OF = OD \cdot \cos \angle OBC$, $DF = OD \cdot \sin \angle OBC$ 可求出点 D 的坐标, 再利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 k 值, 此题得解.

【解答】解: (1) 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 如图 1 所示.

当运动时间为 t 秒时 ($0 \leq t \leq 4$) 时, 点 P 的坐标为 $(3t, 0)$, 点 Q 的坐标为 $(8-2t, 6)$,

$$\therefore PE = 6, EQ = 18 - 2t - 3t = 18 - 5t,$$

$$\therefore PQ^2 = PE^2 + EQ^2 = 6^2 + (18 - 5t)^2 = 25t^2 - 80t + 100,$$

$$\therefore y = 25t^2 - 80t + 100 \quad (0 \leq t \leq 4).$$

故答案为: $y = 25t^2 - 80t + 100 \quad (0 \leq t \leq 4)$.

$$(2) \text{ 当 } PQ = 3\sqrt{5} \text{ 时, } 25t^2 - 80t + 100 = (3\sqrt{5})^2,$$

$$\text{整理, 得: } 5t^2 - 16t + 11 = 0,$$

$$\text{解得: } t_1 = 1, t_2 = \frac{11}{5}.$$

(3) 经过点 D 的双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的 k 值不变.

连接 OB , 交 PQ 于点 D , 过点 D 作 $DF \perp OA$ 于点 F , 如图 2 所示.

$$\therefore OC = 6, BC = 8,$$

$$\therefore OB = \sqrt{OC^2 + BC^2} = 10.$$

$$\therefore BQ \parallel OP,$$

$$\therefore \triangle BDQ \sim \triangle ODP,$$

$$\therefore \frac{BD}{OD} = \frac{BQ}{OP} = \frac{2t}{3t} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OD = 6.$$

$$\therefore CB \parallel OA,$$

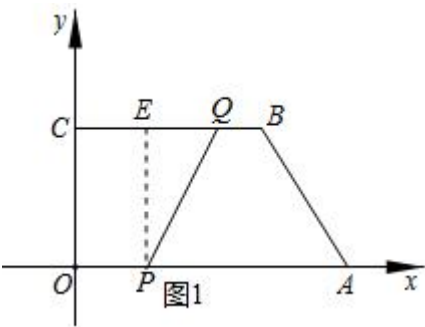
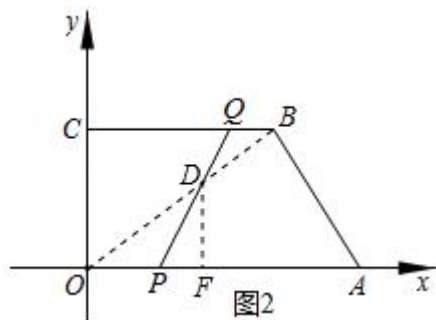
$$\therefore \angle DOF = \angle OBC.$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBC \text{ 中, } \sin \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \cos \angle OBC = \frac{BC}{OB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore OF = OD \cdot \cos \angle OBC = 6 \times \frac{4}{5} = \frac{24}{5}, DF = OD \cdot \sin \angle OBC = 6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } \left(\frac{24}{5}, \frac{18}{5} \right),$$

$$\therefore \text{经过点 } D \text{ 的双曲线 } y = \frac{k}{x} \text{ (} k \neq 0 \text{) 的 } k \text{ 值为 } \frac{24}{5} \times \frac{18}{5} = \frac{432}{25}.$$



【点评】 本题考查了勾股定理、解直角三角形、解一元二次方程、相似三角形的判定与性质、平行线的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：(1) 利用勾股定理，找出 y 关于 t 的函数解析式；(2) 通过解一元二次方程，求出当 $PQ = 3\sqrt{5}$ 时 t 的值；(3) 利用相似三角形的性质及解直角三角形，找出点 D 的坐标。

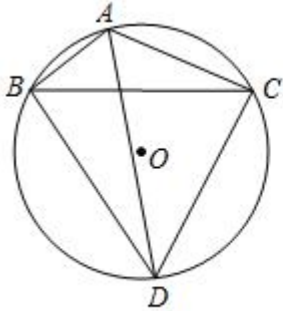
23. (10 分) 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 DB , DC .

(1) 如图①, 当 $\angle BAC = 120^\circ$ 时, 请直接写出线段 AB , AC , AD 之间满足的等量关系式: $AB + AC = AD$;

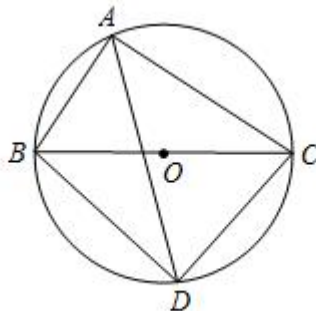
(2) 如图②, 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时, 试探究线段 AB , AC , AD 之间满足的等量关系, 并

证明你的结论;

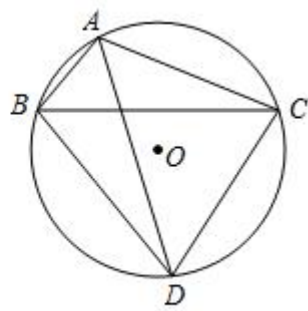
(3) 如图③, 若 $BC=5$, $BD=4$, 求 $\frac{AD}{AB+AC}$ 的值.



图①



图②



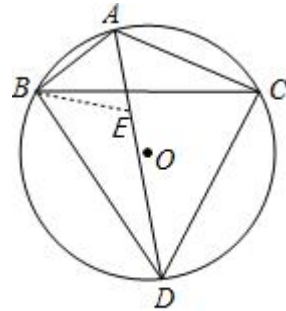
图③

【分析】(1) 在 AD 上截取 $AE=AB$, 连接 BE , 由条件可知 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$ 都是等边三角形, 可证明 $\triangle BED \cong \triangle BAC$, 可得 $DE=AC$, 则 $AB+AC=AD$;

(2) 延长 AB 至点 M , 使 $BM=AC$, 连接 DM , 证明 $\triangle MBD \cong \triangle ACD$, 可得 $MD=AD$, 证得 $AB+AC=\sqrt{2}AD$;

(3) 延长 AB 至点 N , 使 $BN=AC$, 连接 DN , 证明 $\triangle NBD \cong \triangle ACD$, 可得 $ND=AD$, $\angle N = \angle CAD$, 证 $\triangle NAD \sim \triangle CBD$, 可得 $\frac{AN}{BC} = \frac{AD}{BD}$, 可由 $AN=AB+AC$, 求出 $\frac{AD}{AB+AC}$ 的值.

【解答】解: (1) 如图①在 AD 上截取 $AE=AB$, 连接 BE ,
 $\because \angle BAC=120^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D ,



图①

$$\therefore \angle DBC = \angle DAC = 60^\circ, \quad \angle DCB = \angle BAD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$ 都是等边三角形,

$$\therefore \angle DBE = \angle ABC, \quad AB = BE, \quad BC = BD,$$

$$\therefore \triangle BED \cong \triangle BAC \quad (SAS),$$

$$\therefore DE = AC,$$

$$\therefore AD = AE + DE = AB + AC;$$

故答案为: $AB+AC=AD$.

(2) $AB+AC=\sqrt{2}AD$. 理由如下:

如图②, 延长 AB 至点 M , 使 $BM=AC$, 连接 DM ,

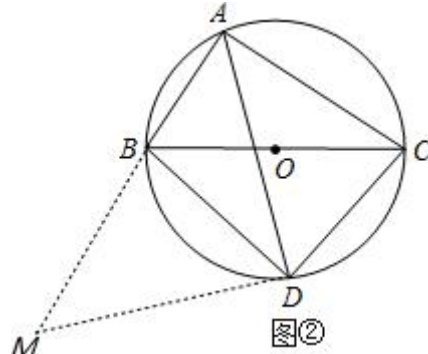
$\because$ 四边形 $ABDC$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle MBD = \angle ACD$,

$\because \angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$,

$\therefore BD = CD$,

$\therefore \triangle MBD \cong \triangle ACD$ (SAS),



$\therefore MD = AD$, $\angle M = \angle CAD = 45^\circ$, M

$\therefore MD \perp AD$.

$\therefore AM = \sqrt{2}AD$, 即 $AB + BM = \sqrt{2}AD$,

$\therefore AB + AC = \sqrt{2}AD$;

(3) 如图③, 延长 AB 至点 N , 使 $BN=AC$, 连接 DN ,

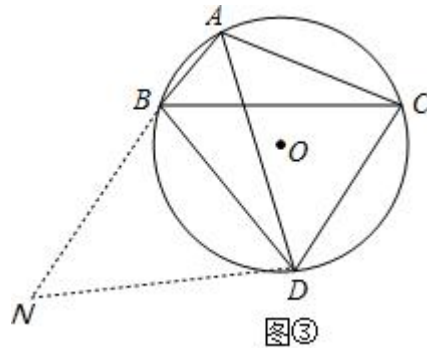
$\because$ 四边形 $ABDC$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle NBD = \angle ACD$,

$\because \angle BAD = \angle CAD$,

$\therefore BD = CD$,

$\therefore \triangle NBD \cong \triangle ACD$ (SAS),



$\therefore ND = AD$, $\angle N = \angle CAD$,

$\therefore \angle N = \angle NAD = \angle DBC = \angle DCB$,

$\therefore \triangle NAD \sim \triangle CBD$,

$$\therefore \frac{AN}{BC} = \frac{AD}{BD},$$

$$\therefore \frac{AD}{AN} = \frac{BD}{BC},$$

又 $AN = AB + BN = AB + AC$, $BC = 5$, $BD = 4$,

$$\therefore \frac{AD}{AB+AC} = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5}.$$

【点评】 本题属于圆的综合题，考查了圆周角定理，全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定和性质，等边三角形的判定与性质等知识，解题的关键是正确作出辅助线解决问题.

24. (11 分) 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $C: y = ax^2 + 2x - 1$ ($a \neq 0$) 和直线 $l: y = kx + b$, 点 $A(-3, -3)$, $B(1, -1)$ 均在直线 l 上.

(1) 若抛物线 C 与直线 l 有交点，求 a 的取值范围；

(2) 当 $a = -1$ ，二次函数 $y = ax^2 + 2x - 1$ 的自变量 x 满足 $m \leq x \leq m+2$ 时，函数 y 的最大值为 -4 ，求 m 的值；

(3) 若抛物线 C 与线段 AB 有两个不同的交点，请直接写出 a 的取值范围.

【分析】 (1) 点 $A(-3, -3)$, $B(1, -1)$ 代入 $y = kx + b$, 求出 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$; 联立 $y = ax^2 + 2x - 1$ 与 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, 则有 $2ax^2 + 3x + 1 = 0$, $\Delta = 9 - 8a \geq 0$ 即可求解;

(2) 根据题意可得, $y = -x^2 + 2x - 1$, 当 $y = -4$ 时, 有 $-x^2 + 2x - 1 = -4$, $x = -1$ 或 $x = 3$;

①在 $x = 1$ 左侧, y 随 x 的增大而增大, $x = m+2 = -1$ 时, y 有最大值 -4 , $m = -3$;

②在对称轴 $x = 1$ 右侧, y 随 x 最大而减小, $x = m = 3$ 时, y 有最大值 -4 ;

(3) ① $a < 0$ 时, $x = 1$ 时, $y \leq -1$, 即 $a \leq -2$;

② $a > 0$ 时, $x = -3$ 时, $y \geq -3$, 即 $a \geq \frac{4}{9}$, 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, 抛物线与直

线联立: $ax^2 + 2x - 1 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, $\Delta = \frac{9}{4} - 2a > 0$, 则 $a < \frac{9}{8}$, 即可求 a 的范围;

【解答】 解: (1) 点 $A(-3, -3)$, $B(1, -1)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=-1 \\ -3k+b=-3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2};$$

联立 $y = ax^2 + 2x - 1$ 与 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, 则有 $2ax^2 + 3x + 1 = 0$,

$\therefore$ 抛物线 C 与直线 l 有交点,

$$\therefore \Delta = 9 - 8a \geq 0,$$

$$\therefore a \leq \frac{9}{8} \text{ 且 } a \neq 0;$$

(2) 根据题意可得, $y = -x^2 + 2x - 1$,

$$\therefore a < 0,$$

$\therefore$ 抛物线开口向下, 对称轴 $x = 1$,

$\therefore m \leq x \leq m+2$ 时, y 有最大值 -4 ,

$\therefore$ 当 $y = -4$ 时, 有 $-x^2 + 2x - 1 = -4$,

$$\therefore x = -1 \text{ 或 } x = 3,$$

①在 $x = 1$ 左侧, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore x = m+2 = -1$ 时, y 有最大值 -4 ,

$$\therefore m = -3;$$

②在对称轴 $x = 1$ 右侧, y 随 x 最大而减小,

$\therefore x = m = 3$ 时, y 有最大值 -4 ;

综上所述: $m = -3$ 或 $m = 3$;

(3) ① $a < 0$ 时, $x = 1$ 时, $y \leq -1$,

即 $a \leq -2$;

② $a > 0$ 时, $x = -3$ 时, $y \geq -3$,

$$\text{即 } a \geq \frac{4}{9},$$

直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$,

抛物线与直线联立: $ax^2 + 2x - 1 = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$,

$$\therefore ax^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0,$$

$$\Delta = \frac{9}{4} - 2a > 0,$$

$$\therefore a < \frac{9}{8},$$

$\therefore a$ 的取值范围为 $\frac{4}{9} \leq a < \frac{9}{8}$ 或 $a \leq -2$;

【点评】 本题考查二次函数的图象及性质, 一次函数的图象及性质; 熟练掌握待定系数

法求解析式，数形结合，分类讨论函数在给定范围内的最大值是解题的关键.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....