

湖北省恩施州 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选择项前的字母代号填涂在答题卷相应位置上）

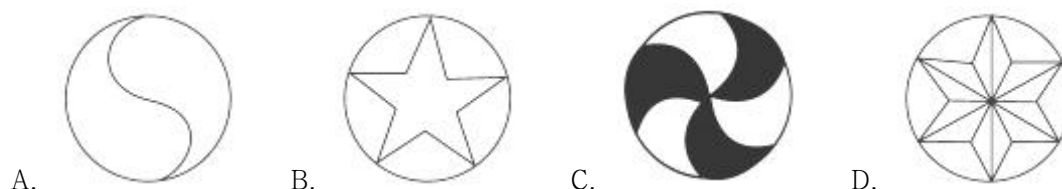
1. (3 分) -8 的倒数是 ()

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^4+a^5=a^9$ B. $(2a^2b^3)^2=4a^4b^6$
C. $-2a(a+3)=-2a^2+6a$ D. $(2a-b)^2=4a^2-b^2$

3. (3 分) 在下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



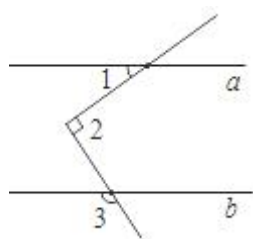
4. (3 分) 已知某新型感冒病毒的直径约为 0.000000823 米，将 0.000000823 用科学记数法表示为 ()

- A. 8.23×10^{-6} B. 8.23×10^{-7} C. 8.23×10^6 D. 8.23×10^7

5. (3 分) 已知一组数据 $1, 2, 3, x, 5$ ，它们的平均数是 3 ，则这一组数据的方差为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (3 分) 如图所示，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1=35^\circ$ ， $\angle 2=90^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 125° B. 135° C. 145° D. 155°

7. (3 分) 64 的立方根为 ()

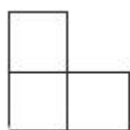
- A. 8 B. -8 C. 4 D. -4

8. (3 分) 关于 x 的不等式 $\begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ a-x < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$ ，那么 a 的取值范围为 ()

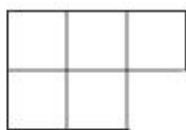
- A. $a > 3$ B. $a < 3$ C. $a \geq 3$ D. $a \leq 3$

9. (3 分) 由若干个完全相同的小正方体组成一个立体图形，它的左视图和俯视图如图所示，

则小正方体的个数不可能是 ()



左视图



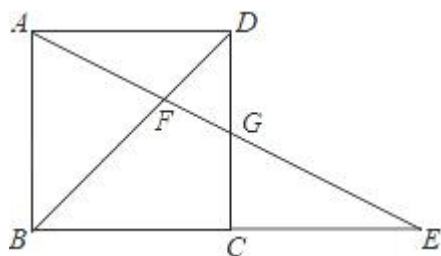
俯视图

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. (3分) 一商店在某一时间以每件 120 元的价格卖出两件衣服, 其中一件盈利 20%, 另一件亏损 20%, 在这次买卖中, 这家商店 ()

- A. 不盈不亏 B. 盈利 20 元 C. 亏损 10 元 D. 亏损 30 元

11. (3分) 如图所示, 在正方形 ABCD 中, G 为 CD 边中点, 连接 AG 并延长交 BC 边的延长线于 E 点, 对角线 BD 交 AG 于 F 点. 已知 $FG=2$, 则线段 AE 的长度为 ()

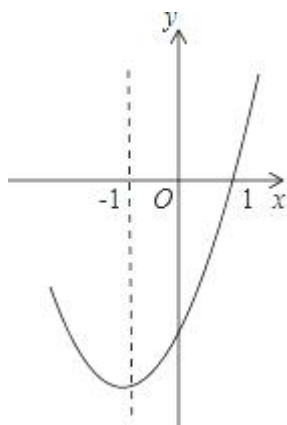


- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

12. (3分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$, 部分图象如图所示, 下列判断中:

- ① $abc > 0$;
- ② $b^2 - 4ac > 0$;
- ③ $9a - 3b + c = 0$;
- ④ 若点 $(-0.5, y_1)$, $(-2, y_2)$ 均在抛物线上, 则 $y_1 > y_2$;
- ⑤ $5a - 2b + c < 0$.

其中正确的个数有 ()



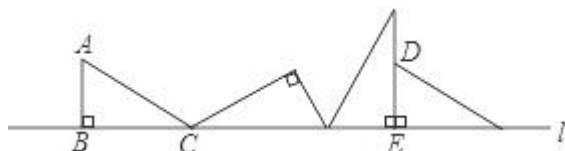
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题（本大题共有 4 小题，每小题 3 分，共 12 分.不要求写出解答过程，请把答案直接填写在答题卷相应位置上）

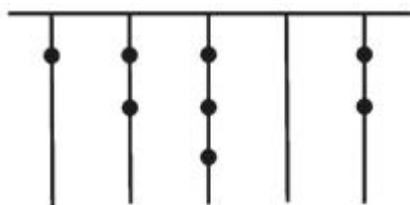
13. (3 分) 因式分解: $8a^3 - 2ab^2 =$ _____.

14. (3 分) 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

15. (3 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=1$, $\angle A=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$, 如图所示将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿直线 l 无滑动地滚动至 $\text{Rt}\triangle DEF$, 则点 B 所经过的路径与直线 l 所围成的封闭图形的面积为_____. (结果不取近似值)



16. (3 分) 我国古代《易经》一书中记载，远古时期，人们通过在绳子上打结来记录数量，即“结绳记数”. 如图，一位妇女在从右到左依次排列的绳子上打结，满六进一，用来记录采集到的野果数量，由图可知，她一共采集到的野果数量为_____个.

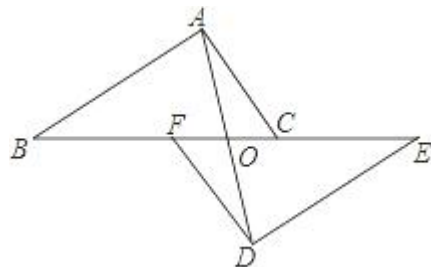


三、解答题（本大题共有 8 个小题，共 72 分.请在答题卷指定区域内作答，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

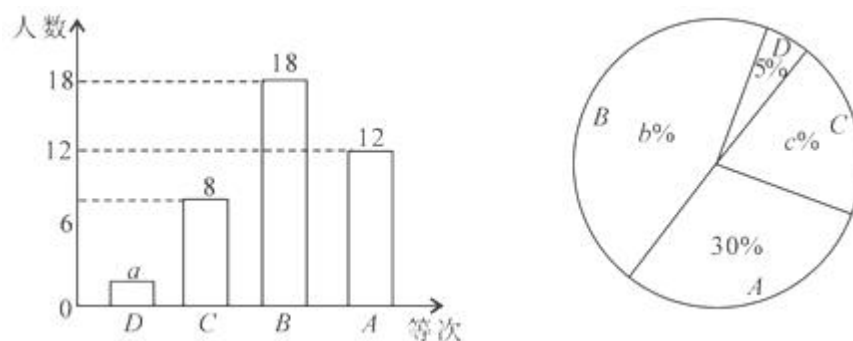
17. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x^2+2x+1} \cdot (1+\frac{3}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-1}$, 其中 $x=2\sqrt{5}-1$.

18. (8分) 如图, 点 B、F、C、E 在一条直线上, $FB=CE$, $AB \parallel ED$, $AC \parallel FD$, AD 交 BE 于 O.

求证: AD 与 BE 互相平分.



19. (8分) 为了解某校九年级男生 1000 米跑的水平, 从中随机抽取部分男生进行测试, 并把测试成绩分为 D、C、B、A 四个等次绘制成如图所示的不完整的统计图, 请你依图解答下列问题:

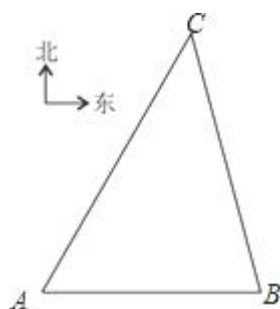


(1) $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____;

(2) 扇形统计图中表示 C 等次的扇形所对的圆心角的度数为_____度;

(3) 学校决定从 A 等次的甲、乙、丙、丁四名男生中, 随机选取两名男生参加全市中学生 1000 米跑比赛, 请用列表法或画树状图法, 求甲、乙两名男生同时被选中的概率.

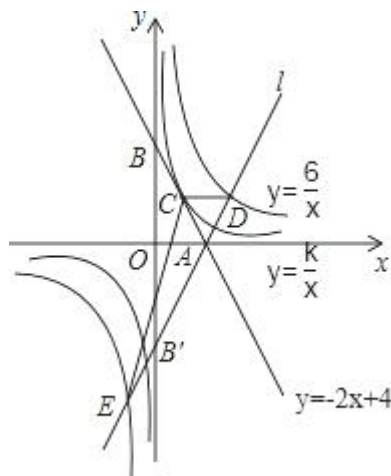
20. (8分) 如图所示, 为测量旗台 A 与图书馆 C 之间的直线距离, 小明在 A 处测得 C 在北偏东 30° 方向上, 然后向正东方向前进 100 米至 B 处, 测得此时 C 在北偏西 15° 方向上, 求旗台与图书馆之间的距离. (结果精确到 1 米, 参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



21. (8分) 如图, 直线 $y = -2x + 4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象有唯一的公共点 C .

(1) 求 k 的值及 C 点坐标;

(2) 直线 l 与直线 $y = -2x + 4$ 关于 x 轴对称, 且与 y 轴交于点 B' , 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 D 、 E 两点, 求 $\triangle CDE$ 的面积.



22. (10分) 某学校为改善办学条件, 计划采购 A、B 两种型号的空调, 已知采购 3 台 A 型空调和 2 台 B 型空调, 需费用 39000 元; 4 台 A 型空调比 5 台 B 型空调的费用多 6000 元.

(1) 求 A 型空调和 B 型空调每台各需多少元;

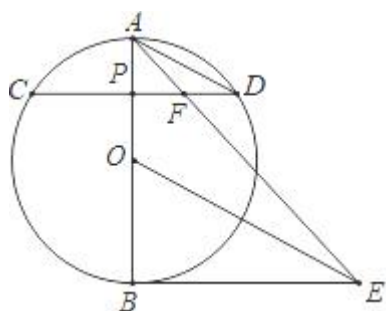
(2) 若学校计划采购 A、B 两种型号空调共 30 台, 且 A 型空调的台数不少于 B 型空调的一半, 两种型号空调的采购总费用不超过 217000 元, 该校共有哪几种采购方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 采用哪一种采购方案可使总费用最低, 最低费用是多少元?

23. (10分) 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, P 点为半径 OA 上异于 O 点和 A 点的一个点, 过 P 点作与直径 AB 垂直的弦 CD , 连接 AD , 作 $BE \perp AB$, $OE \parallel AD$ 交 BE 于 E 点, 连接 AE 、 DE , AE 交 CD 于 F 点.

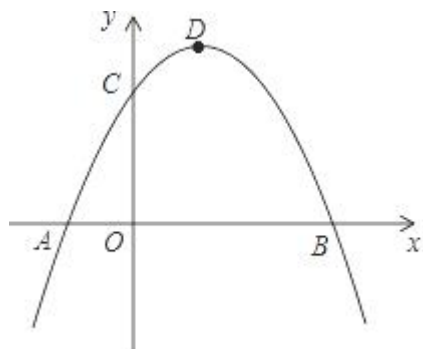
(1) 求证: DE 为 $\odot O$ 切线;

- (2) 若 $\odot O$ 的半径为3, $\sin \angle ADP = \frac{1}{3}$, 求AD;
- (3) 请猜想PF与FD的数量关系, 并加以证明.



24. (12分) 如图, 已知抛物线交x轴于A、B两点, 交y轴于C点, A点坐标为 $(-1, 0)$, $OC=2$, $OB=3$, 点D为抛物线的顶点.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) P为坐标平面内一点, 以B、C、D、P为顶点的四边形是平行四边形, 求P点坐标;
- (3) 若抛物线上有且仅有三个点 M_1 、 M_2 、 M_3 使得 $\triangle M_1BC$ 、 $\triangle M_2BC$ 、 $\triangle M_3BC$ 的面积均为定值S, 求出定值S及 M_1 、 M_2 、 M_3 这三个点的坐标.



参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选择项前的字母代号填涂在答题卷相应位置上）

1. (3 分) -8 的倒数是 ()

A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

【分析】根据倒数的定义，互为倒数的两数乘积为 1， $-8 \times (-\frac{1}{8}) = 1$ ，即可解答.

【解答】解：根据倒数的定义得： $-8 \times (-\frac{1}{8}) = 1$ ，

因此 -8 的倒数是 $-\frac{1}{8}$.

故选：C.

【点评】此题主要考查倒数的概念及性质，属于基础题，注意掌握倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^4 + a^5 = a^9$ B. $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$
C. $-2a(a+3) = -2a^2 + 6a$ D. $(2a-b)^2 = 4a^2 - b^2$

【分析】根据合并同类项、幂的乘方与积的乘方、单项式乘多项式法则以及完全平方公式进行计算.

【解答】解：A、 a^4 与 a^5 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、 $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$ ，故本选项正确；

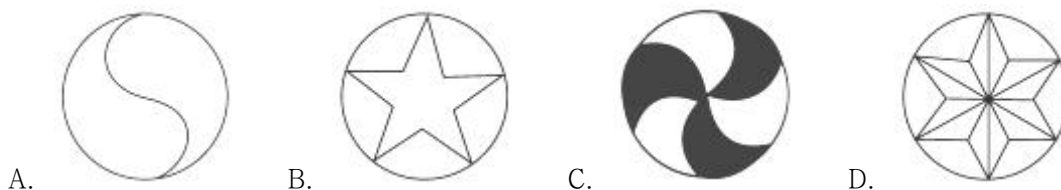
C、 $-2a(a+3) = -2a^2 - 6a$ ，故本选项错误；

D、 $(2a-b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$ ，故本选项错误；

故选：B.

【点评】本题主要考查了合并同类项的法则、幂的乘方与积的乘方、单项式乘多项式法则以及完全平方公式，熟练掌握运算法则是解题的关键.

3. (3 分) 在下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

4. (3 分) 已知某新型感冒病毒的直径约为 0.000000823 米，将 0.000000823 用科学记数法表示为 ()

A. 8.23×10^{-6} B. 8.23×10^{-7} C. 8.23×10^6 D. 8.23×10^7

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：0.000000823 = 8.23×10^{-7} .

故选：B.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

5. (3 分) 已知一组数据 1、2、3、x、5，它们的平均数是 3，则这一组数据的方差为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】先由平均数是 3 可得 x 的值，再结合方差公式计算.

【解答】解：∵ 数据 1、2、3、x、5 的平均数是 3，

$$\therefore \frac{1+2+3+x+5}{5} = 3,$$

解得: $x=4$,

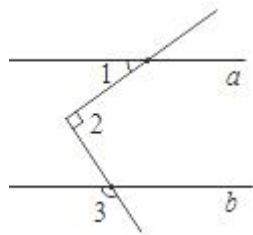
则数据为 1、2、3、4、5,

$\therefore$ 方差为 $\frac{1}{5} \times [(1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2] = 2$,

故选: B.

【点评】 本题主要考查算术平均数和方差, 解题的关键是熟练掌握平均数和方差的定义.

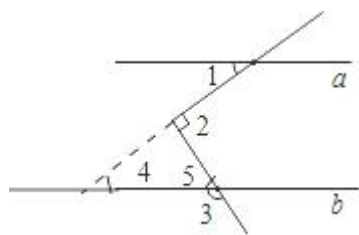
6. (3 分) 如图所示, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()



A. 125° B. 135° C. 145° D. 155°

【分析】 如图求出 $\angle 5$ 即可解决问题.

【解答】 解:



$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 1 = \angle 4 = 35^\circ$,

$\because \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 5 = 55^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 5 = 125^\circ$,

故选: A.

【点评】 本题考查平行线的性质、三角形内角和定理, 邻补角的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

7. (3 分) 64 的立方根为 ()

A. 8 B. -8 C. 4 D. -4

【分析】利用立方根定义计算即可得到结果.

【解答】解: 64 的立方根是 4.

故选: C.

【点评】此题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

8. (3 分) 关于 x 的不等式 $\begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ a-x < 0 \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$, 那么 a 的取值范围为 ()

A. $a > 3$ B. $a < 3$ C. $a \geq 3$ D. $a \leq 3$

【分析】先解第一个不等式得到 $x > 3$, 由于不等式组的解集为 $x > 3$, 则利用同大取大可得到 a 的范围.

【解答】解: 解不等式 $2(x-1) > 4$, 得: $x > 3$,

解不等式 $a-x < 0$, 得: $x > a$,

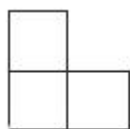
$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 3$,

$\therefore a \leq 3$,

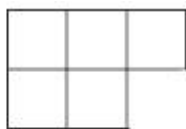
故选: D.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集. 解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

9. (3 分) 由若干个完全相同的小正方体组成一个立体图形, 它的左视图和俯视图如图所示, 则小正方体的个数不可能是 ()



左视图



俯视图

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【分析】直接利用左视图以及俯视图进而分析得出答案.

【解答】解: 由左视图可得, 第 2 层上至少一个小立方体,

第 1 层一共有 5 个小立方体, 故小正方体的个数最少为: 6 个, 故小正方体的个数不可能是

5 个.

故选: A.

【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体, 正确想象出最少时几何体的形状是解题关键.

10. (3 分) 一商店在某一时间以每件 120 元的价格卖出两件衣服, 其中一件盈利 20%, 另一件亏损 20%, 在这次买卖中, 这家商店 ()

A. 不盈不亏 B. 盈利 20 元 C. 亏损 10 元 D. 亏损 30 元

【分析】设两件衣服的进价分别为 x 、 y 元, 根据利润=销售收入-进价, 即可分别得出关于 x 、 y 的一元一次方程, 解之即可得出 x 、 y 的值, 再用 240 - 两件衣服的进价后即可找出结论.

【解答】解: 设两件衣服的进价分别为 x 、 y 元,

根据题意得: $120 - x = 20\%x$, $y - 120 = 20\%y$,

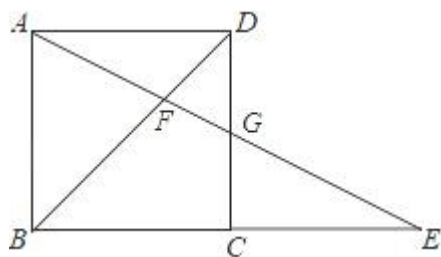
解得: $x = 100$, $y = 150$,

$\therefore 120 + 120 - 100 - 150 = -10$ (元).

故选: C.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元一次方程是解题的关键.

11. (3 分) 如图所示, 在正方形 $ABCD$ 中, G 为 CD 边中点, 连接 AG 并延长交 BC 边的延长线于 E 点, 对角线 BD 交 AG 于 F 点. 已知 $FG = 2$, 则线段 AE 的长度为 ()



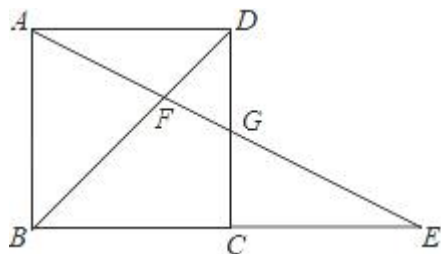
A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

【分析】根据正方形的性质可得出 $AB \parallel CD$, 进而可得出 $\triangle ABF \sim \triangle GDF$, 根据相似三角形的性质可得出 $\frac{AF}{GF} = \frac{AB}{GD} = 2$, 结合 $FG = 2$ 可求出 AF 、 AG 的长度, 由 $CG \parallel AB$ 、 $AB = 2CG$ 可得出 CG 为 $\triangle EAB$ 的中位线, 再利用三角形中位线的性质可求出 AE 的长度, 此题得解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore AB=CD, AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle ABF=\angle GDF, \angle BAF=\angle DGF,$
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle GDF,$
 $\therefore \frac{AF}{GF} = \frac{AB}{GD} = 2,$
 $\therefore AF=2GF=4,$
 $\therefore AG=6.$
 $\because CG \parallel AB, AB=2CG,$
 $\therefore CG$ 为 $\triangle EAB$ 的中位线,
 $\therefore AE=2AG=12.$

故选: D.

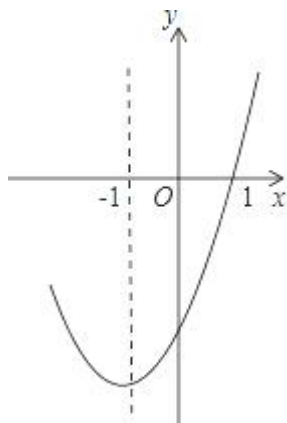


【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质以及三角形的中位线, 利用相似三角形的性质求出 AF 的长度是解题的关键.

12. (3 分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$, 部分图象如图所示, 下列判断中:

- ① $abc > 0$;
- ② $b^2 - 4ac > 0$;
- ③ $9a - 3b + c = 0$;
- ④ 若点 $(-0.5, y_1), (-2, y_2)$ 均在抛物线上, 则 $y_1 > y_2$;
- ⑤ $5a - 2b + c < 0$.

其中正确的个数有 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【分析】 根据二次函数的性质一一判断即可.

【解答】 解: $\because$ 抛物线对称轴 $x = -1$, 经过 $(1, 0)$,

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -1, \quad a+b+c=0,$$

$$\therefore b=2a, \quad c=-3a,$$

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore b > 0, \quad c < 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①错误,}$$

$$\therefore \text{抛物线与 } x \text{ 轴有交点,}$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故②正确,}$$

$$\therefore \text{抛物线与 } x \text{ 轴交于 } (-3, 0),$$

$$\therefore 9a - 3b + c = 0, \text{ 故③正确,}$$

$$\therefore \text{点 } (-0.5, y_1), (-2, y_2) \text{ 均在抛物线上,}$$

$$-1.5 > -2,$$

$$\text{则 } y_1 < y_2; \text{ 故④错误,}$$

$$\therefore 5a - 2b + c = 5a - 4a - 3a = -2a < 0, \text{ 故⑤正确,}$$

故选: B.

【点评】 本题考查二次函数与系数的关系, 二次函数图象上点的特征, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共有 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 不要求写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卷相应位置上)

13. (3分) 因式分解: $8a^3 - 2ab^2 = \underline{2a(2a+b)(2a-b)}$.

【分析】首先提取公因式 $2a$, 再利用平方差公式分解因式得出答案.

【解答】解: $8a^3 - 2ab^2 = 2a(4a^2 - b^2)$

$= 2a(2a+b)(2a-b)$.

故答案为: $2a(2a+b)(2a-b)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法分解因式以及公式法分解因式, 正确应用公式是解题关键.

14. (3分) 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 $\underline{x \geq -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq 3}$.

【分析】根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式求解即可.

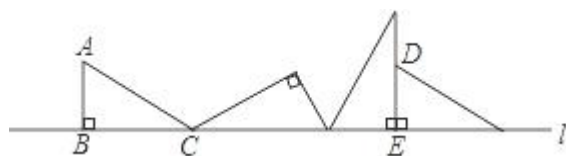
【解答】解: 根据题意得 $2x+1 \geq 0$, $x-3 \neq 0$,

解得 $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 3$.

故答案为: $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 3$.

【点评】本题主要考查了函数自变量的取值范围的确定, 根据分母不等于 0, 被开方数大于等于 0 列式计算即可, 是基础题, 比较简单.

15. (3分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=1$, $\angle A=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$, 如图所示将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿直线 l 无滑动地滚动至 $\text{Rt}\triangle DEF$, 则点 B 所经过的路径与直线 l 所围成的封闭图形的面积为 $\underline{\frac{19}{12}\pi}$. (结果不取近似值)



【分析】先得到 $\angle ACB=30^\circ$, $BC=\sqrt{3}$, 利用旋转的性质可得到点 B 路径分部分: 第一部分为以直角三角形 30° 的直角顶点为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径, 圆心角为 150° 的弧长; 第二部分为以直角三角形 60° 的直角顶点为圆心, 1 为半径, 圆心角为 120° 的弧长, 然后根据扇形的面积公式计算点 B 所经过的路径与直线 l 所围成的封闭图形的面积.

【解答】解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $\angle ABC=90^\circ$,

$\therefore \angle ACB=30^\circ$, $BC=\sqrt{3}$,

将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿直线 l 无滑动地滚动至 $\text{Rt}\triangle DEF$, 点 B 路径分部分: 第一部分为以直角三角

形 30° 的直角顶点为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径, 圆心角为 150° 的弧长; 第二部分为以直角三角形 60° 的直角顶点为圆心, 1 为半径, 圆心角为 120° 的弧长;

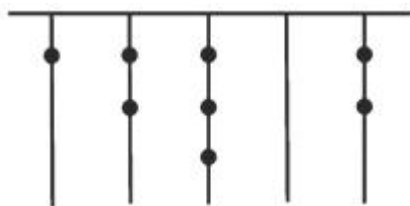
$\therefore$ 点 B 所经过的路径与直线 l 所围成的封闭图形的面积

$$= \frac{150 \cdot \pi \cdot (\sqrt{3})^2}{360} + \frac{120 \cdot \pi \cdot 1^2}{360} = \frac{19\pi}{12}.$$

故答案为 $\frac{19}{12}\pi$.

【点评】 本题考查了轨迹: 利用特殊几何图形描述点运动的轨迹, 然后利用几何性质计算相应的几何量.

16. (3 分) 我国古代《易经》一书中记载, 远古时期, 人们通过在绳子上打结来记录数量, 即“结绳记数”. 如图, 一位妇女在从右到左依次排列的绳子上打结, 满六进一, 用来记录采集到的野果数量, 由图可知, 她一共采集到的野果数量为 1946 个.



【分析】 由于从右到左依次排列的绳子上打结, 满六进一, 所以从右到左的数分别为 2、 0×6 、 $3 \times 6 \times 6$ 、 $2 \times 6 \times 6 \times 6$ 、 $1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$, 然后把它们相加即可.

【解答】 解: $2 + 0 \times 6 + 3 \times 6 \times 6 + 2 \times 6 \times 6 \times 6 + 1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1946$,
故答案为: 1946.

【点评】 本题是以古代“结绳计数”为背景, 按满六进一计数, 运用了类比的方法, 根据图中的数学列式计算; 本题题型新颖, 一方面让学生了解了古代的数学知识, 另一方面也考查了学生的思维能力.

三、解答题 (本大题共有 8 个小题, 共 72 分. 请在答题卷指定区域内作答, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x^2+2x+1} \cdot (1+\frac{3}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-1}$, 其中 $x=2\sqrt{5}-1$.

【分析】 直接分解因式, 再利用分式的混合运算法则计算得出答案.

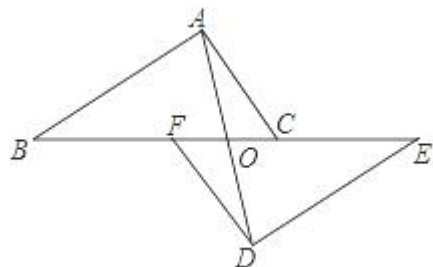
$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解: } & \frac{1}{x^2+2x+1} \cdot \left(1+\frac{3}{x-1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-1} \\
 &= \frac{1}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} \\
 &= \frac{1}{x+1},
 \end{aligned}$$

$$\text{把 } x=2\sqrt{5}-1 \text{ 代入得, 原式} = \frac{1}{2\sqrt{5}-1+1} = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

【点评】此题主要考查了分式的化简求值，正确进行分式的混合运算是解题关键.

18. (8分) 如图，点 B、F、C、E 在一条直线上，FB=CE，AB//ED，AC//FD，AD 交 BE 于 O.

求证：AD 与 BE 互相平分.



【分析】连接 BD，AE，判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA)，可得 $AB=DE$ ，依据 $AB \parallel DE$ ，即可得出四边形 ABDE 是平行四边形，进而得到 AD 与 BE 互相平分.

【解答】证明：如图，连接 BD，AE，

$$\because FB=CE,$$

$$\therefore BC=EF,$$

$$\text{又} \because AB \parallel ED, AC \parallel FD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF, \angle ACB = \angle DFE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle DEF \\ BC = EF \\ \angle ACB = \angle DFE \end{cases},$$

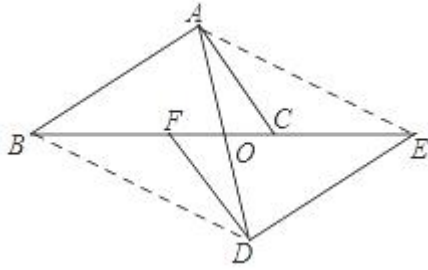
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AB=DE,$$

$$\text{又} \because AB \parallel DE,$$

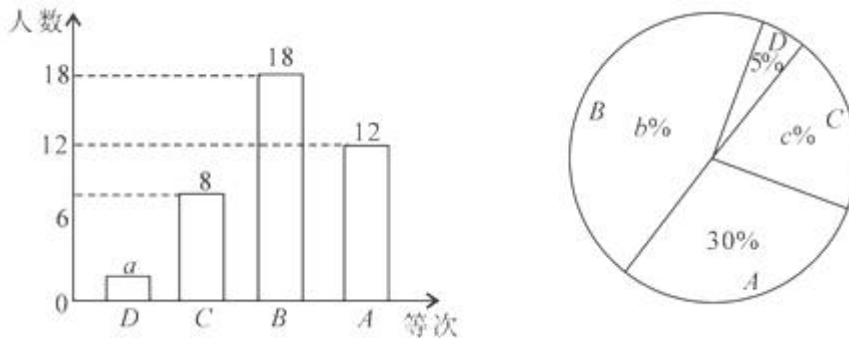
$$\therefore \text{四边形 ABDE 是平行四边形},$$

$$\therefore \text{AD 与 BE 互相平分}.$$



【点评】本题主要考查了平行四边形的判定与性质，解决问题的关键是依据全等三角形的对应边相等得出结论.

19. (8分) 为了解某校九年级男生 1000 米跑的水平，从中随机抽取部分男生进行测试，并把测试成绩分为 D、C、B、A 四个等次绘制成如图所示的不完整的统计图，请你依图解答下列问题:



(1) $a = \underline{2}$, $b = \underline{45}$, $c = \underline{20}$;

(2) 扇形统计图中表示 C 等次的扇形所对的圆心角的度数为 $\underline{72}$ 度;

(3) 学校决定从 A 等次的甲、乙、丙、丁四名男生中，随机选取两名男生参加全市中学生 1000 米跑比赛，请用列表法或画树状图法，求甲、乙两名男生同时被选中的概率.

【分析】(1) 根据 A 等次人数及其百分比求得总人数，总人数乘以 D 等次百分比可得 a 的值，再用 B、C 等次人数除以总人数可得 b、c 的值;

(2) 用 360° 乘以 C 等次百分比可得;

(3) 画出树状图，由概率公式即可得出答案.

【解答】解：(1) 本次调查的总人数为 $12 \div 30\% = 40$ 人，

$$\therefore a = 40 \times 5\% = 2, \quad b = \frac{18}{40} \times 100 = 45, \quad c = \frac{8}{40} \times 100 = 20,$$

故答案为：2、45、20;

(2) 扇形统计图中表示 C 等次的扇形所对的圆心角的度数为 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$,

故答案为：72；

(3) 画树状图，如图所示：

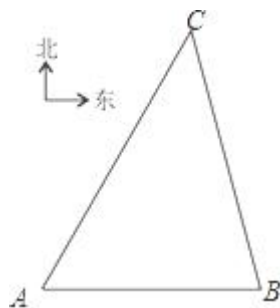


共有 12 个可能的结果，选中的两名同学恰好是甲、乙的结果有 2 个，

$$\text{故 } P(\text{选中的两名同学恰好是甲、乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点评】 此题主要考查了列表法与树状图法，以及扇形统计图、条形统计图的应用，要熟练掌握。

20. (8 分) 如图所示，为测量旗台 A 与图书馆 C 之间的直线距离，小明在 A 处测得 C 在北偏东 30° 方向上，然后向正东方向前进 100 米至 B 处，测得此时 C 在北偏西 15° 方向上，求旗台与图书馆之间的距离。（结果精确到 1 米，参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



【分析】 先根据题目给出的方向角，求出三角形各个内角的度数，过点 B 作 $BE \perp AC$ 构造直角三角形，利用三角函数求出 AE、BE，再求和即可。

【解答】 解：由题意知： $\angle WAC = 30^\circ$ ， $\angle NBC = 15^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, \angle ABC = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ$$

过点 B 作 $BE \perp AC$ ，垂足为 E.

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ, AB = 100 \text{ 米}$$

$$\therefore AE = \cos \angle BAC \times AB$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ (米)}$$

$$BE = \sin \angle BAC \times AB$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 100 = 50\sqrt{3} \text{ (米)}$$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中,

$$\because \angle C = 45^\circ, BE = 50\sqrt{3} \text{ (米)}$$

$$\therefore CE = BE = 50\sqrt{3} = 86.5 \text{ (米)}$$

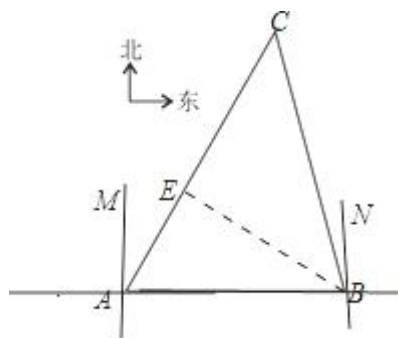
$$\therefore AC = AE + CE$$

$$= 50 + 86.5$$

$$= 136.5 \text{ (米)}$$

$$\approx 137 \text{ 米}$$

答: 旗台与图书馆之间的距离约为 137 米.



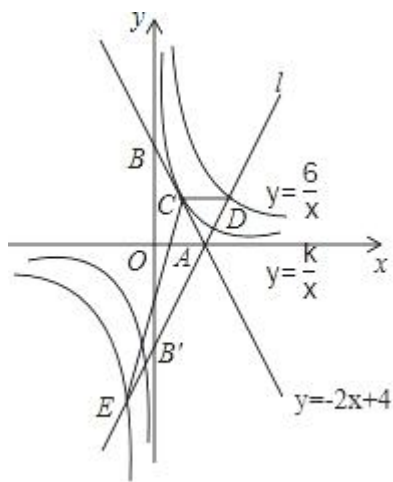
【点评】 本题考查了方向角和解直角三角形. 题目难度不大, 过点 B 作 AC 的垂线构造直角三角形是解决本题的关键.

21. (8 分) 如图, 直线 $y = -2x + 4$ 交 x 轴于点 A, 交 y 轴于点 B, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象有唯一的公共点 C.

(1) 求 k 的值及 C 点坐标;

(2) 直线 l 与直线 $y = -2x + 4$ 关于 x 轴对称, 且与 y 轴交于点 B' , 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 D、E

两点, 求 $\triangle CDE$ 的面积.



【分析】(1) 令 $-2x+4=\frac{k}{x}$, 则 $2x^2-4x+k=0$, 依据直线 $y=-2x+4$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象有唯一的公共点 C, 即可得到 k 的值, 进而得出点 C 的坐标;

(2) 依据 D (3, 2), 可得 $CD=2$, 依据直线 l 与直线 $y=-2x+4$ 关于 x 轴对称, 即可得到直线 l 为 $y=2x-4$, 再根据 $\frac{6}{x}=2x-4$, 即可得到 E (-1, -6), 进而得出 $\triangle CDE$ 的面积 $=\frac{1}{2} \times 2 \times (6+2) = 8$.

【解答】解: (1) 令 $-2x+4=\frac{k}{x}$, 则 $2x^2-4x+k=0$,
 $\because$ 直线 $y=-2x+4$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象有唯一的公共点 C,

$$\therefore \Delta = 16 - 8k = 0,$$

解得 $k=2$,

$$\therefore 2x^2 - 4x + 2 = 0,$$

解得 $x=1$,

$$\therefore y=2,$$

即 C (1, 2);

$$(2) \text{ 当 } y=2 \text{ 时, } 2=\frac{6}{x}, \text{ 即 } x=3,$$

$$\therefore D (3, 2),$$

$$\therefore CD=3-1=2,$$

$\because$ 直线 l 与直线 $y=-2x+4$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore A (2, 0), B' (0, -4),$$

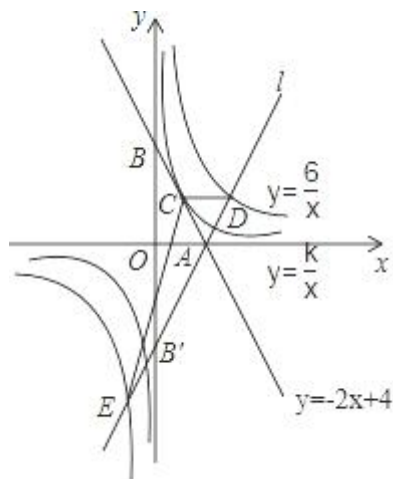
$\therefore$ 直线 l 为 $y=2x-4$,

$$\text{令 } \frac{6}{x} = 2x - 4, \text{ 则 } x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解得 $x_1 = 3, x_2 = -1$,

$\therefore E(-1, -6)$,

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 2 \times (6+2) = 8.$$



【点评】此题属于反比例函数与一次函数的交点问题，主要考查了解一元二次方程，坐标与图形性质以及三角形面积公式的运用，求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点.

22. (10 分) 某学校为改善办学条件，计划采购 A、B 两种型号的空调，已知采购 3 台 A 型空调和 2 台 B 型空调，需费用 39000 元；4 台 A 型空调比 5 台 B 型空调的费用多 6000 元.

(1) 求 A 型空调和 B 型空调每台各需多少元；

(2) 若学校计划采购 A、B 两种型号空调共 30 台，且 A 型空调的台数不少于 B 型空调的一半，两种型号空调的采购总费用不超过 217000 元，该校共有哪几种采购方案？

(3) 在 (2) 的条件下，采用哪一种采购方案可使总费用最低，最低费用是多少元？

【分析】(1) 根据题意可以列出相应的方程组，从而可以解答本题；

(2) 根据题意可以列出相应的不等式组，从而可以求得有几种采购方案；

(3) 根据题意和 (2) 中的结果，可以解答本题.

【解答】解：(1) 设 A 型空调和 B 型空调每台各需 x 元、 y 元，

$$\begin{cases} 3x+2y=39000 \\ 4x-5y=6000 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} x=9000 \\ y=6000 \end{cases},$$

答：A 型空调和 B 型空调每台各需 9000 元、6000 元；

(2) 设购买 A 型空调 a 台，则购买 B 型空调 $(30 - a)$ 台，

$$\begin{cases} a \geq \frac{1}{2}(30-a) \\ 9000a + 6000(30-a) \leq 217000 \end{cases},$$

解得, $10 \leq a \leq 12\frac{1}{3}$,

$\therefore a=10, 11, 12$, 共有三种采购方案,

方案一: 采购 A 型空调 10 台, B 型空调 20 台,

方案二: 采购 A 型空调 11 台, B 型空调 19 台,

方案三: 采购 A 型空调 12 台, B 型空调 18 台;

(3) 设总费用为 w 元,

$$w = 9000a + 6000(30 - a) = 3000a + 180000,$$

$\therefore$ 当 $a=10$ 时, w 取得最小值, 此时 $w=210000$,

即采购 A 型空调 10 台, B 型空调 20 台可使总费用最低, 最低费用是 210000 元.

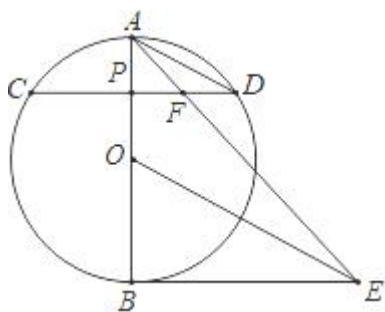
【点评】 本题考查一次函数的应用、一元一次不等式组的应用、二元一次方程组的应用, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用函数和不等式的思想解答.

23. (10 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, P 点为半径 OA 上异于 O 点和 A 点的一个点, 过 P 点作与直径 AB 垂直的弦 CD, 连接 AD, 作 $BE \perp AB$, $OE \parallel AD$ 交 BE 于 E 点, 连接 AE、DE、AE 交 CD 于 F 点.

(1) 求证: DE 为 $\odot O$ 切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\sin \angle ADP = \frac{1}{3}$, 求 AD;

(3) 请猜想 PF 与 FD 的数量关系, 并加以证明.



【分析】 (1) 如图 1, 连接 OD、BD, 根据圆周角定理得: $\angle ADB = 90^\circ$, 则 $AD \perp BD$, $OE \perp BD$, 由垂径定理得: $BM = DM$, 证明 $\triangle BOE \cong \triangle DOE$, 则 $\angle ODE = \angle OBE = 90^\circ$, 可得结论;

(2) 设 $AP = a$, 根据三角函数得: $AD = 3a$, 由勾股定理得: $PD = 2\sqrt{2}a$, 在直角 $\triangle OPD$ 中, 根据勾股定理列方程可得: $3^2 = (3 - a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2$, 解出 a 的值可得 AD 的值;

(3) 先证明 $\triangle APF \sim \triangle ABE$, 得 $\frac{PF}{BE} = \frac{AP}{AB}$, 由 $\triangle ADP \sim \triangle OEB$, 得 $\frac{PD}{BE} = \frac{AP}{OB}$, 可得 $PD=2PF$,

可得结论.

【解答】证明: (1) 如图 1, 连接 OD、BD, BD 交 OE 于 M,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB=90^\circ$, $AD \perp BD$,

$\because OE \parallel AD$,

$\therefore OE \perp BD$,

$\therefore BM=DM$,

$\because OB=OD$,

$\therefore \angle BOM=\angle DOM$,

$\because OE=OE$,

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOE$ (SAS),

$\therefore \angle ODE=\angle OBE=90^\circ$,

$\therefore DE$ 为 $\odot O$ 切线;

(2) 设 $AP=a$,

$\because \sin \angle ADP = \frac{AP}{AD} = \frac{1}{3}$,

$\therefore AD=3a$,

$\therefore PD = \sqrt{AD^2 - AP^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$,

$\because OP=3-a$,

$\therefore OD^2 = OP^2 + PD^2$,

$\therefore 3^2 = (3-a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2$,

$9 = 9 - 6a + a^2 + 8a^2$,

$a_1 = \frac{2}{3}$, $a_2 = 0$ (舍),

当 $a = \frac{2}{3}$ 时, $AD=3a=2$,

$\therefore AD=2$;

(3) $PF=FD$,

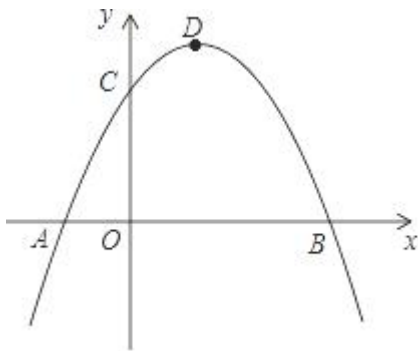
理由是: $\because \angle APD = \angle ABE = 90^\circ$, $\angle PAD = \angle BAE$,

$\therefore \triangle APF \sim \triangle ABE$,

$$\therefore \text{PF} = \text{FD}.$$



(3) 若抛物线上有且仅有三个点 M_1 、 M_2 、 M_3 使得 $\triangle M_1BC$ 、 $\triangle M_2BC$ 、 $\triangle M_3BC$ 的面积均为定值 S , 求出定值 S 及 M_1 、 M_2 、 M_3 这三个点的坐标.



【分析】(1) 由 OC 与 OB 的长，确定出 B 与 C 的坐标，再由 A 坐标，利用待定系数法确定出抛物线解析式即可；

(2) 分三种情况讨论：当四边形 CBPD 是平行四边形；当四边形 BCPD 是平行四边形；四边形 BDCP 是平行四边形时，利用平移规律确定出 P 坐标即可；

(3) 由 B 与 C 坐标确定出直线 BC 解析式，求出与直线 BC 平行且与抛物线只有一个交点时交点坐标，确定出交点与直线 BC 解析式，进而确定出另一条与直线 BC 平行且与 BC 距离相等的直线解析式，确定出所求 M 坐标，且求出定值 S 的值即可．

【解答】解：(1) 由 OC=2，OB=3，得到 B (3, 0)，C (0, 2)，

设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$ ，

把 C (0, 2) 代入得： $2=-3a$ ，即 $a=-\frac{2}{3}$ ，

则抛物线解析式为 $y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2$ ；

(2) 抛物线 $y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2=-\frac{2}{3}(x-1)^2+\frac{8}{3}$ ，

$\therefore D(1, \frac{8}{3})$ ，

当四边形 CBPD 是平行四边形时，由 B (3, 0)，C (0, 2)，得到 P $(4, \frac{2}{3})$ ；

当四边形 CDBP 是平行四边形时，由 B (3, 0)，C (0, 2)，得到 P $(2, -\frac{2}{3})$ ；

当四边形 BCPD 是平行四边形时，由 B (3, 0)，C (0, 2)，得到 P $(-2, \frac{14}{3})$ ；

(3) 设直线 BC 解析式为 $y=kx+b$ ，

把 B (3, 0)，C (0, 2) 代入得： $\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=2 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} k=-\frac{2}{3} \\ b=2 \end{cases}$ ，

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x + 2,$$

设与直线 BC 平行的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + b$,

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + b \\ y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 \end{cases},$$

联立得:

$$\text{消去 } y \text{ 得: } 2x^2 - 6x + 3b - 6 = 0,$$

当直线与抛物线只有一个公共点时, $\Delta = 36 - 8(3b - 6) = 0$,

$$\text{解得: } b = \frac{7}{2}, \text{ 即 } y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{2},$$

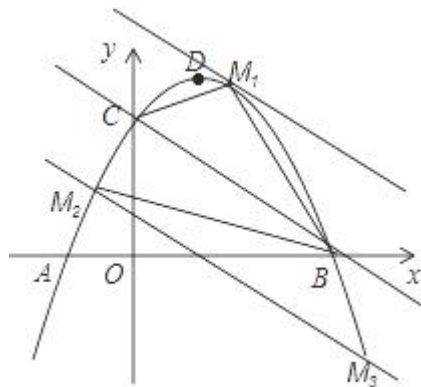
此时交点 M_1 坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$;

可得出两平行线间的距离为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$,

同理可得另一条与 BC 平行且平行线间的距离为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$ 的直线方程为 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$,

$$\text{联立解得: } M_2 (\frac{3-3\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}-\frac{1}{2}), M_3 (\frac{3+3\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}-\frac{1}{2}),$$

此时 $S=1$.



【点评】 此题属于二次函数综合题, 涉及的知识有: 待定系数法求函数解析式, 一次函数的性质, 利用了分类讨论的思想, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.