

湖北省孝感市 2018 年中考数学真题试题

一、精心选一选，相信自己的判断！（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的，不读、错涂或涂的代号超过一个，一律得 0 分）

1. $-\frac{1}{4}$ 的倒数是（ ）

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. 16

【答案】B

【解析】分析：根据乘积是 1 的两个数互为倒数解答.

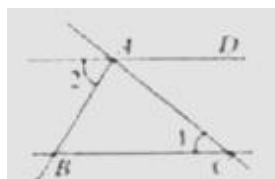
详解：∵ $-\frac{1}{4} \times (-4) = 1$,

∴ $-\frac{1}{4}$ 的倒数是 -4.

故选：B.

点睛：此题考查的知识点是倒数，关键掌握求一个数的倒数的方法. 注意：负数的倒数还是负数.

2. 如图，直线 $AD \parallel BC$ ，若 $\angle 1 = 42^\circ$ ， $\angle BAC = 78^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



- A. 42° B. 50° C. 60° D. 68°

【答案】C

【解析】分析：依据三角形内角和定理，即可得到 $\angle ABC = 60^\circ$ ，再根据 $AD \parallel BC$ ，即可得出 $\angle 2 = \angle ABC = 60^\circ$.

详解：∵ $\angle 1 = 42^\circ$ ， $\angle BAC = 78^\circ$ ，

∴ $\angle ABC = 60^\circ$ ，

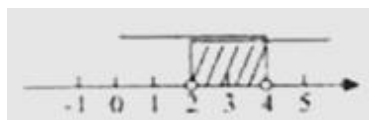
又∵ $AD \parallel BC$ ，

∴ $\angle 2 = \angle ABC = 60^\circ$ ，

故选：C.

点睛：本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，内错角相等.

3. 下列某不等式组的解集在数轴上表示如图所示，则该不等式组是（ ）



- A. $\begin{cases} x-1 < 3 \\ x+1 < 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-1 < 3 \\ x+1 > 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-1 > 3 \\ x+1 > 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x-1 > 3 \\ x+1 < 3 \end{cases}$

【答案】B

【解析】分析：先根据在数轴上表示不等式解集的方法得出该不等式组的解集，再找出符合条件的不等式组即可.

详解：A、此不等式组的解集为 $x < 2$ ，不符合题意；

B、此不等式组的解集为 $2 < x < 4$ ，符合题意；

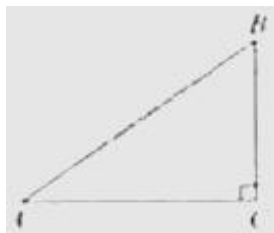
C、此不等式组的解集为 $x > 4$ ，不符合题意；

D、此不等式组的无解，不符合题意；

故选：B.

点睛：本题考查的是在数轴上表示不等式的解集，解答此类题目时一定要注意实心与空心圆点的区别，即一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点.

4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $AC = 8$ ，则 $\sin A$ 等于 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

【答案】A

【解析】分析：先根据勾股定理求得 $BC=6$ ，再由正弦函数的定义求解可得.

详解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\because AB=10$ 、 $AC=8$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

故选：A.

点睛：本题主要考查锐角三角函数的定义，解题的关键是掌握勾股定理及正弦函数的定义.

5. 下列说法正确的是 ()

A. 了解“孝感市初中生每天课外阅读书籍时间的情况”最适合的调查方式是全面调查

B. 甲乙两人跳绳各 10 次，其成绩的平均数相等， $s_{\text{甲}}^2 > s_{\text{乙}}^2$ ，则甲的成绩比乙稳定

- C. 三张分别画有菱形，等边三角形，圆的卡片，从中随机抽取一张，恰好抽到中心对称图形卡片的概率是 $\frac{1}{3}$
- D. “任意画一个三角形，其内角和是 360° ” 这一事件是不可能事件

【答案】D

【解析】分析：根据随机事件的概念以及概率的意义结合选项可得答案.

详解：A、了解“孝感市初中生每天课外阅读书籍时间的情况”最适合的调查方式是抽样调查，此选项错误；

B、甲乙两人跳绳各 10 次，其成绩的平均数相等， $S_{甲}^2 > S_{乙}^2$ ，则乙的成绩比甲稳定，此选项错误；

C、三张分别画有菱形，等边三角形，圆的卡片，从中随机抽取一张，恰好抽到中心对称图形卡片的概率是 $\frac{2}{3}$ ，此选项错误；

D、“任意画一个三角形，其内角和是 360° ” 这一事件是不可能事件，此选项正确.

故选：D.

点睛：此题主要考查了概率的意义，关键是弄清随机事件和必然事件的概念的区别.

6. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^{-2} \div a^5 = \frac{1}{a^7}$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
- C. $2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ D. $(a^3)^2 = a^5$

【答案】A

【解析】分析：直接利用完全平方公式以及二次根式加减运算法则和幂的乘方运算法则分别计算得出答案.

详解：A、 $a^{-2} \div a^5 = \frac{1}{a^7}$ ，正确；

B、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故此选项错误；

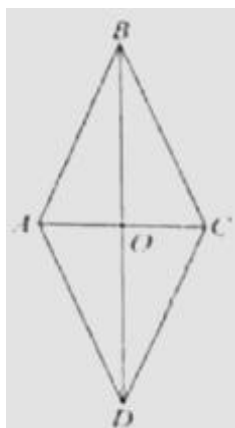
C、 $2 + \sqrt{2}$ ，无法计算，故此选项错误；

D、 $(a^3)^2 = a^6$ ，故此选项错误；

故选：A.

点睛：此题主要考查了完全平方公式以及二次根式加减运算和幂的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

7. 如图，菱形ABCD的对角线AC，BD相交于点O，AC = 10，BD = 24，则菱形ABCD的周长为 ()



A. 52 B. 48 C. 40 D. 20

【答案】 A

【解析】 分析： 由勾股定理即可求得 AB 的长， 继而求得菱形 ABCD 的周长.

详解： $\because$ 菱形 ABCD 中， $BD=24$ ， $AC=10$ ，

$\therefore OB=12$ ， $OA=5$ ，

在 $Rt\triangle ABO$ 中， $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=13$ ，

$\therefore$ 菱形 ABCD 的周长 $=4AB=52$ ，

故选： A.

点睛： 此题考查了菱形的性质、勾股定理等知识， 解题的关键是熟练掌握菱形的性质

8. 已知 $x+y=4\sqrt{3}$ ， $x-y=\sqrt{3}$ ， 则式子 $(x-y+\frac{4xy}{x-y})(x+y-\frac{4xy}{x+y})$ 的值是 ()

A. 48 B. $12\sqrt{3}$ C. 16 D. 12

【答案】 D

【解析】 分析： 先通分算加法， 再算乘法， 最后代入求出即可.

详解： $(x-y+\frac{4xy}{x-y})(x+y-\frac{4xy}{x+y})$

$$= \frac{(x-y)^2+4xy}{x-y} \cdot \frac{(x+y)^2-4xy}{x+y}$$

$$= \frac{(x+y)^2(x-y)^2}{x-y \cdot x+y}$$

$$= (x+y)(x-y),$$

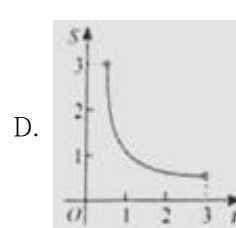
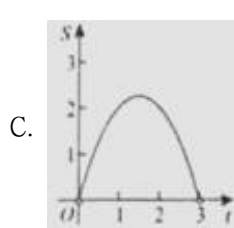
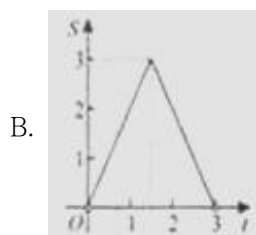
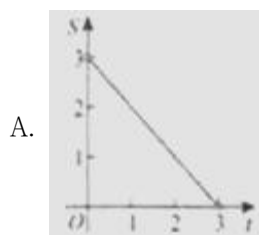
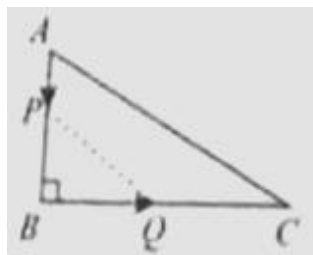
当 $x+y=4\sqrt{3}$ ， $x-y=\sqrt{3}$ 时， 原式 $=4\sqrt{3} \times \sqrt{3}=12$ ，

故选： D.

点睛： 本题考查了分式的混合运算和求值， 能正确根据分式的运算法则进行化简是解此题的关键.

9. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3\text{cm}$ ， $BC=6\text{cm}$ ， 动点 P 从点 A 开始沿 AB 向点 B 以 1cm/s 的速度移动，

动点Q从点B开始沿BC向点C以2cm/s的速度移动.若P, Q两点分别从A, B两点同时出发, P点到达B点运动停止, 则 $\triangle PBQ$ 的面积S随出发时间t的函数关系图象大致是 ()



【答案】C

【解析】分析：根据题意表示出 $\triangle PBQ$ 的面积S与t的关系式，进而得出答案.

详解：由题意可得：PB=3-t, BQ=2t,

则 $\triangle PBQ$ 的面积 $S = \frac{1}{2} PB \cdot BQ = \frac{1}{2} (3-t) \times 2t = -t^2 + 3t$,

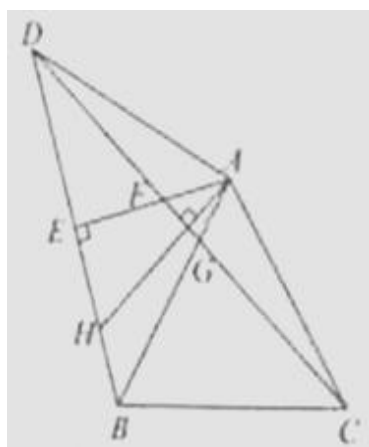
故 $\triangle PBQ$ 的面积S随出发时间t的函数关系图象大致是二次函数图象，开口向下.

故选：C.

点睛：此题主要考查了动点问题的函数图象，正确得出函数关系式是解题关键.

10. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AE \perp BD$ 于点E，连CD分别交AE, AB于点F, G，过点A作 $AH \perp CD$ 交BD于点H，则下列结论：

① $\angle ADC = 15^\circ$ ； ②AF = AG； ③AH = DF； ④ $\triangle AFG \sim \triangle CBG$ ； ⑤ $AF = (\sqrt{3}-1)EF$.



A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

【答案】B

【解析】分析：①由等边三角形与等腰直角三角形知 $\triangle CAD$ 是等腰三角形且顶角 $\angle CAD=150^\circ$ ，据此可判断；②求出 $\angle AFG$ 和 $\angle FAG$ 度数，从而得出 $\angle AGF$ 度数，据此可判断；③证 $\triangle ADF \cong \triangle BAH$ 即可判断；④由 $\angle AFG = \angle CBG = 60^\circ$ 、 $\angle AGF = \angle CGB$ 即可得证；⑤设 $PF=x$ ，则 $AF=2x$ 、 $AP=\sqrt{AF^2-PF^2}=\sqrt{3}x$ ，设 $EF=a$ ，由 $\triangle ADF \cong \triangle BAH$ 知 $BH=AF=2x$ ，根据 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形之 $BE=AE=a+2x$ ，据此得出 $EH=a$ ，证 $\triangle PAF \sim \triangle EAH$ 得 $\frac{PF}{EH} = \frac{AP}{AE}$ ，从而得出 a 与 x 的关系即可判断。

详解： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形， $\triangle ABD$ 为等腰直角三角形，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$ 、 $\angle BAD=90^\circ$ 、 $AC=AB=AD$ ， $\angle ADB=\angle ABD=45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CAD$ 是等腰三角形，且顶角 $\angle CAD=150^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC=15^\circ$ ，故①正确；

$\because AE \perp BD$ ，即 $\angle AED=90^\circ$ ，

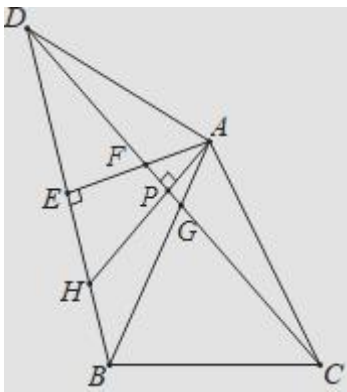
$\therefore \angle DAE=45^\circ$ ，

$\therefore \angle AFG = \angle ADC + \angle DAE = 60^\circ$ ， $\angle FAG = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AGF = 75^\circ$ ，

由 $\angle AFG \neq \angle AGF$ 知 $AF \neq AG$ ，故②错误；

记 AH 与 CD 的交点为 P ，



由 $AH \perp CD$ 且 $\angle AFG=60^\circ$ 知 $\angle FAP=30^\circ$ ，

则 $\angle BAH = \angle ADC = 15^\circ$ ，

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle BAH$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle ADF = \angle BAH \\ DA = AB \\ \angle DAF = \angle ABH = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BAH$ (ASA),

∴ DF=AH, 故③正确;

∵ ∠AFG=∠CBG=60°, ∠AGF=∠CGB,

∴ △AFG∽△CBG, 故④正确;

在 Rt△APF 中, 设 PF=x, 则 AF=2x, $AP=\sqrt{AF^2-PF^2}=\sqrt{3}x$,

设 EF=a,

∴ △ADF≌△BAH,

∴ BH=AF=2x,

△ABE 中, ∵ ∠AEB=90°, ∠ABE=45°,

∴ BE=AE=AF+EF=a+2x,

∴ EH=BE-BH=a+2x-2x=a,

∴ ∠APF=∠AEH=90°, ∠FAP=∠HAE,

∴ △PAF∽△EAH,

$$\therefore \frac{PF}{EH} = \frac{AP}{AE}, \text{ 即 } \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{3}x}{a+2x},$$

整理, 得: $2x^2 = (\sqrt{3}-1)ax$,

由 $x \neq 0$ 得 $2x = (\sqrt{3}-1)a$, 即 $AF = (\sqrt{3}-1)EF$, 故⑤正确;

故选: B.

点睛: 本题主要考查相似三角形的判定与性质, 解题的关键是掌握等腰三角形与等边三角形的性质、全等三角形与相似三角形的判定与性质等知识点.

二、细心填一填, 试试自己的身手! (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请将结果直接填写在答题卡相应位置上)

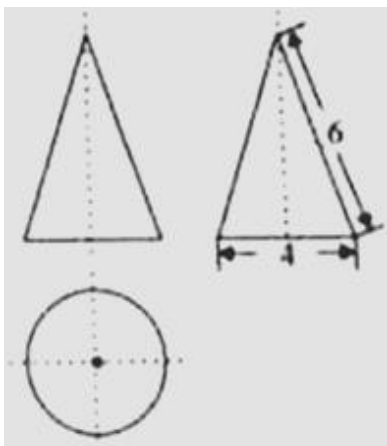
11. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化, 1 个天文单位是地球与太阳的平均距离, 即 149600000 千米, 用科学记数法表示 1 个天文单位是_____千米.

【答案】 1.496×10^8

【解析】 试题分析: 科学技术是指 $a \times 10^n$, $1 \leq |a| < 10$, n 为原数的整数位数减一.

考点: 科学计数法.

12. 如图是一个几何体的三视图 (图中尺寸单位: cm), 根据图中数据计算, 这个几何体的表面积为 _____ cm^2 .



【答案】 16π

【解析】分析：由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状，确定圆锥的母线长和底面半径，从而确定其表面积.

详解：由主视图和左视图为三角形判断出是锥体，由俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆锥；

根据三视图知：该圆锥的母线长为 6cm，底面半径为 2cm，

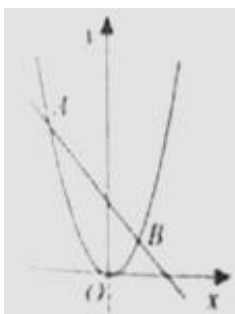
故表面积 $= \pi rl + \pi r^2 = \pi \times 2 \times 6 + \pi \times 2^2 = 16\pi$ (cm²).

故答案为： 16π .

点睛：考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

13. 如图，抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = bx + c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2, 4)$ ， $B(1, 1)$ ，则方程 $ax^2 = bx + c$ 的解是

_____.



【答案】 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 1$

【解析】分析：根据二次函数图象与一次函数图象的交点问题得到方程组 $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = bx + c \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 4 \end{cases}$ ，

$\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ ，于是易得关于 x 的方程 $ax^2 - bx - c = 0$ 的解.

详解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = bx + c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2, 4)$ ， $B(1, 1)$ ，

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = bx + c \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 4 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$ ，

即关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为 $x_1=-2$, $x_2=1$.

所以方程 $ax^2=bx+c$ 的解是 $x_1=-2$, $x_2=1$

故答案为 $x_1=-2$, $x_2=1$.

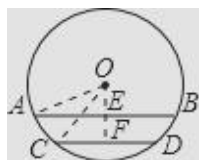
点睛：本题考查抛物线与 x 轴交点、一次函数的应用、一元二次方程等知识，解题的关键是灵活运用所学知识，学会利用图象法解决实际问题

14. 已知 $\odot O$ 的半径为 10cm , AB , CD 是 $\odot O$ 的两条弦, $AB \parallel CD$, $AB = 16\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, 则弦 AB 和 CD 之间的距离是 -----cm .

【答案】 2 或 14

【解析】 分析：分两种情况进行讨论：①弦 AB 和 CD 在圆心同侧；②弦 AB 和 CD 在圆心异侧；作出半径和弦心距，利用勾股定理和垂径定理求解即可.

详解：①当弦 AB 和 CD 在圆心同侧时，如图，



$$\because AB=16\text{cm}, CD=12\text{cm},$$

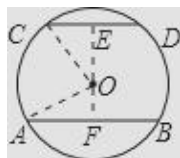
$$\therefore AE=8\text{cm}, CF=6\text{cm},$$

$$\because OA=OC=10\text{cm},$$

$$\therefore OE=6\text{cm}, OF=8\text{cm},$$

$$\therefore EF=OF-OE=2\text{cm};$$

②当弦 AB 和 CD 在圆心异侧时，如图，



$$\because AB=16\text{cm}, CD=12\text{cm},$$

$$\therefore AF=8\text{cm}, CE=6\text{cm},$$

$$\because OA=OC=10\text{cm},$$

$$\therefore OF=6\text{cm}, OE=8\text{cm},$$

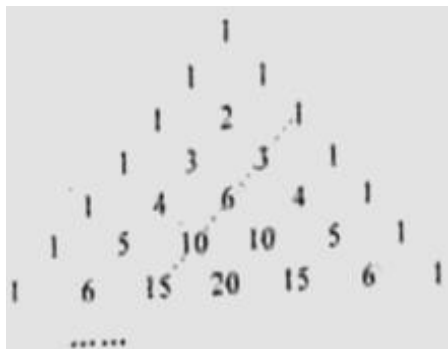
$$\therefore EF=OF+OE=14\text{cm}.$$

$\therefore AB$ 与 CD 之间的距离为 14cm 或 2cm .

故答案为： 2 或 14.

点睛：本题考查了勾股定理和垂径定理的应用，此题难度适中，解题的关键是注意掌握数形结合思想与分类讨论思想的应用，小心别漏解.

15. 我国古代数学家杨辉发现了如图所示的三角形，我们称之为“杨辉三角”，从图中取一列数：1，3，6，10， $\dots$ ，记 $a_1=1$ ， $a_2=3$ ， $a_3=6$ ， $a_4=10$ ， $\dots$ ，那么 $a_1+a_{11}-2a_{10}+10$ 的值是_____.



【答案】 11

【解析】分析：由已知数列得出 $a_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，再求出 a_{10} 、 a_{11} 的值，代入计算可得。

详解: 由 $a_1=1, a_2=3, a_3=6, a_4=10, \cdots$, 知 $a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$,

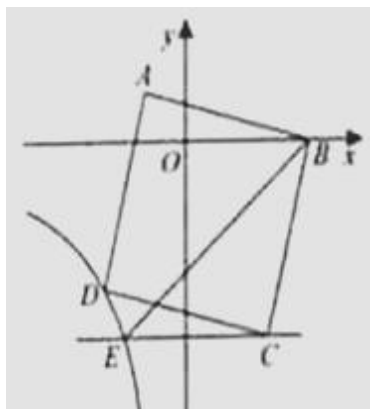
$$\therefore a_{10} = \frac{10 \times 11}{2} = 55, \quad a_{11} = \frac{11 \times 12}{2} = 66,$$

则 $a_4+a_{11}-2a_{10}+10=10+66-2 \times 55+10=-24$.

故答案为: -24.

点睛：本题主要考查数字的变化规律，解题的关键是根据已知数列得出 $a_n = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ 。

16. 如图，在平面直角坐标系中，正方形ABCD的顶点A的坐标为(-1,1)，点B在x轴正半轴上，点D在第三象限的双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上，过点C作CE//x轴交双曲线于点E，连接BE，则△BCE的面积为_____.

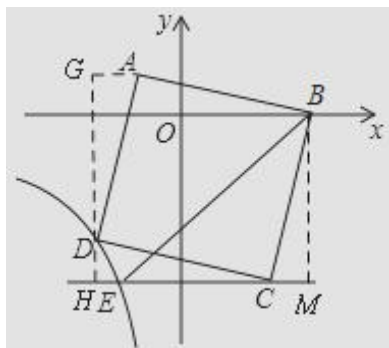


【答案】 7

【解析】分析：作辅助线，构建全等三角形：过 D 作 $GH \perp x$ 轴，过 A 作 $AG \perp GH$ ，过 B 作 $BM \perp HC$ 于 M，

证明 $\triangle AGD \cong \triangle DHC \cong \triangle CMB$ ，根据点 D 的坐标表示： $AG=DH=-x-1$ ，由 $DG=BM$ ，列方程可得 x 的值，表示 D 和 E 的坐标，根据三角形面积公式可得结论.

详解：过 D 作 $GH \perp x$ 轴，过 A 作 $AG \perp GH$ ，过 B 作 $BM \perp HC$ 于 M，



设 D $(x, \frac{6}{x})$,

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AD=CD=BC, \angle ADC=\angle DCB=90^\circ$,

易得 $\triangle AGD \cong \triangle DHC \cong \triangle CMB$,

$\therefore AG=DH=-x-1$,

$\therefore DG=BM$,

$\therefore 1-\frac{6}{x}=-1-x-\frac{6}{x}$,

$x=-2$,

$\therefore D(-2, -3), CH=DG=BM=1-\frac{6}{-2}=4$,

$\therefore AG=DH=-1-x=1$,

$\therefore$ 点 E 的纵坐标为 -4,

当 $y=-4$ 时, $x=-\frac{3}{2}$,

$\therefore E(-\frac{3}{2}, -4)$,

$\therefore EH=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$,

$\therefore CE=CH-HE=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$,

$\therefore S_{\triangle CEB}=\frac{1}{2}CE \cdot BM=\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 4=7$.

故答案为：7.

点睛：本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、反比例函数的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会构建方程解决问题，属于中考填空题的压轴题.

三、用心做一做，显显自己的能力！（本大题共 8 小题，满分 72 分.解答写在答题卡上）

17. 计算 $(-3)^2 + |-4| + \sqrt{12} - 4\cos 30^\circ$.

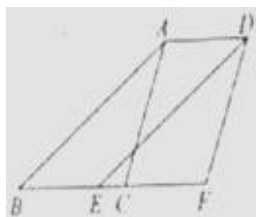
【答案】 13.

【解析】分析：原式第一项利用乘方的意义化简，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项化为最简二次根式，最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

详解：原式 $= 9 + 4 + 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 13 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
 $= 13.$

点睛：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

18. 如图，B，E，C，F在一条直线上，已知 $AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ， $BE = CF$ ，连接AD.求证：四边形ABED是平行四边形.



【答案】证明见解析.

【解析】分析：由 $AB \parallel DE$ 、 $AC \parallel DF$ 利用平行线的性质可得出 $\angle B = \angle DEF$ 、 $\angle ACB = \angle F$ ，由 $BE = CF$ 可得出 $BC = EF$ ，进而可证出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ （ASA），根据全等三角形的性质可得出 $AB = DE$ ，再结合 $AB \parallel DE$ ，即可证出四边形 ABED 是平行四边形.

详证明： $\because AB \parallel DE$ ， $AC \parallel DF$ ，

$$\therefore \angle B = \angle DEF, \quad \angle ACB = \angle F.$$

$$\because BE = CF,$$

$$\therefore BE + CE = CF + CE,$$

$$\therefore BC = EF.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle DEF \\ BC = EF \\ \angle ACB = \angle F \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA),

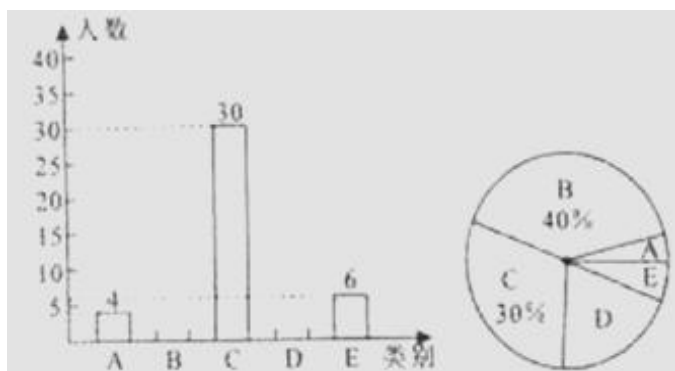
$\therefore AB=DE$.

又 $\because AB \parallel DE$,

$\therefore$ 四边形 ABED 是平行四边形.

点睛：本题考查了平行线的性质、平行四边形的判定以及全等三角形的判定与性质，利用全等三角形的性质找出 $AB=DE$ 是解题的关键.

19. 在孝感市关工委组织的“五好小公民”主题教育活动中，我市蓝天学校组织全校学生参加了“红旗飘飘，引我成长”知识竞赛，赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩，按从高分到低分将成绩分成A，B，C，D，E五类，绘制成下面两个不完整的统计图：



根据上面提供的信息解答下列问题：

- (1) D类所对应的圆心角是_____度，样本中成绩的中位数落在_____类中，并补全条形统计图；
- (2) 若A类含有2名男生和2名女生，随机选择2名学生担任校园广播“孝心伴我行”节目主持人，请用列表法或画树状图求恰好抽到1名男生和1名女生的概率.

【答案】(1) 72, C, 补图见解析；(2) $\frac{2}{3}$

【解析】分析：(1) 首先用C类别的学生人数除以C类别的人数占的百分率，求出共有多少名学生；然后根据B类别百分比求得其人数，由各类别人数和等于总人数求得D的人数，最后用 360° 乘以样本中D类别人数所占比例可得其圆心角度数，根据中位数定义求得答案.

(3) 若A等级的4名学生中有2名男生2名女生，现从中任意选取2名担任校园广播“孝心伴我行”节目主持人，应用列表法的方法，求出恰好选到1名男生和1名女生的概率是多少即可.

详解：(1) $\because$ 被调查的总人数为 $30 \div 30\% = 100$ 人，

则B类别人数为 $100 \times 40\% = 40$ 人，

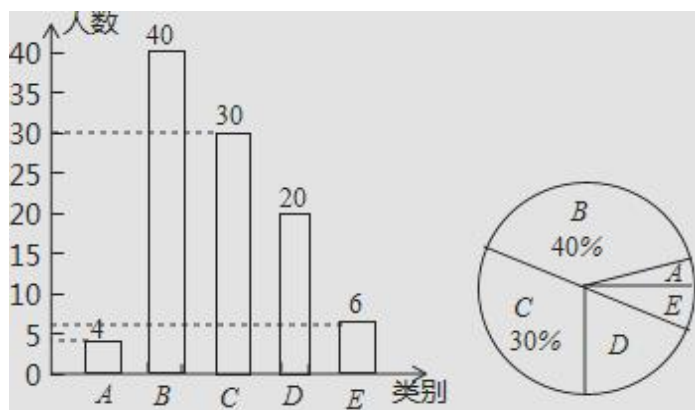
所以D类别人数为 $100 - (4 + 40 + 30 + 6) = 20$ 人，

则 D 类所对应的圆心角是 $360^{\circ} \times \frac{20}{100} = 72^{\circ}$,

中位数是第 50、51 个数据的平均数, 而第 50、51 个数据均落在 C 类,

所以中位数落在 C 类,

补全条形图如下:



(2) 列表为:

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1	--	男 2 男 1	女 1 男 1	女 2 男 1
男 2	男 1 男 2	--	女 1 男 2	女 2 男 2
女 1	男 1 女 1	男 2 女 1	--	女 2 女 1
女 2	男 1 女 2	男 2 女 2	女 1 女 2	--

由上表可知, 从 4 名学生中任意选取 2 名学生共有 12 种等可能结果, 其中恰好选到 1 名男生和 1 名女生的结果有 8 种,

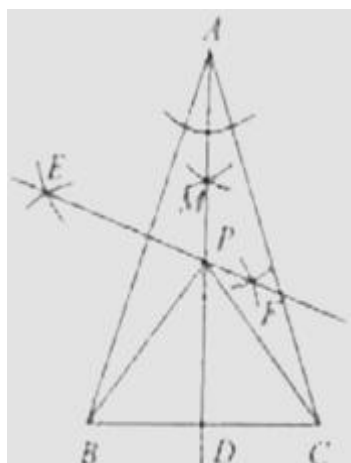
$\therefore$ 恰好选到 1 名男生和 1 名女生的概率为 $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

点睛: 此题考查了扇形统计图、条形统计图和列表法求概率, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

20. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 小聪同学利用直尺和圆规完成了如下操作:

- ①作 $\angle BAC$ 的平分线 AM 交 BC 于点 D ;
- ②作边 AB 的垂直平分线 EF , EF 与 AM 相交于点 P ;
- ③连接 PB , PC .

请你观察图形解答下列问题：



(1) 线段PA, PB, PC之间的数量关系是_____；

(2) 若 $\angle ABC = 70^\circ$ ，求 $\angle BPC$ 的度数.

【答案】 (1) $PA = PB = PC$ ； (2) 80° .

【解析】 分析：(1) 根据线段的垂直平分线的性质可得： $PA = PB = PC$ ；

(2) 根据等腰三角形的性质得： $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ ，由三角形的内角和得： $\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$ ，由角平分线定义得： $\angle BAD = \angle CAD = 20^\circ$ ，最后利用三角形外角的性质可得结论.

详解：(1) 如图， $PA = PB = PC$ ，理由是：

$\because AB = AC$ ，AM 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore AD$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore PB = PC$ ，

$\because EP$ 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore PA = PB$ ，

$\therefore PA = PB = PC$ ；

故答案为： $PA = PB = PC$ ；

(2) $\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$ ，

$\because AM$ 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CAD = 20^\circ$ ，

$\because PA = PB = PC$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle BAP = \angle ACP = 20^\circ$ ，

$$\therefore \angle BPC = \angle ABP + \angle BAC + \angle ACP = 20^\circ + 40^\circ + 20^\circ = 80^\circ.$$

点睛：本题考查了角平分线和线段垂直平分线的基本作图、等腰三角形的三线合一的性质、三角形的外角性质、线段的垂直平分线的性质，熟练掌握线段的垂直平分线的性质是关键。

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-3)(x-2) = p(p+1)$.

(1) 试证明：无论 p 取何值此方程总有两个实数根；

(2) 若原方程的两根 x_1, x_2 满足 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3p^2 + 1$ ，求 p 的值.

【答案】(1) 证明见解析；(2) -2.

【解析】分析：(1) 将原方程变形为一般式，根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = (2p+1)^2 \geq 0$ ，由此即可证出：无论 p 取何值此方程总有两个实数根；

(2) 根据根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = 5$ 、 $x_1x_2 = 6 - p^2 - p$ ，结合 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3p^2 + 1$ ，即可求出 p 值.

详解：(1) 证明：原方程可变形为 $x^2 - 5x + 6 - p^2 - p = 0$.

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4(6 - p^2 - p) = 25 - 24 + 4p^2 + 4p = 4p^2 + 4p + 1 = (2p+1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 无论 p 取何值此方程总有两个实数根；

(2) $\therefore$ 原方程的两根为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 5, \quad x_1x_2 = 6 - p^2 - p.$$

$$\text{又} \because x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3p^2 + 1,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 3p^2 + 1,$$

$$\therefore 5^2 - 3(6 - p^2 - p) = 3p^2 + 1,$$

$$\therefore 25 - 18 + 3p^2 + 3p = 3p^2 + 1,$$

$$\therefore 3p = -6,$$

$$\therefore p = -2.$$

点睛：本题考查了根与系数的关系以及根的判别式，解题的关键是：(1) 牢记“当 $\Delta \geq 0$ 时，方程有两个实数根”；(2) 根据根与系数的关系结合 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 3p^2 + 1$ ，求出 p 值.

22. “绿水青山就是金山银山”，随着生活水平的提高，人们对饮水品质的需求越来越高.孝感市槐荫公司根据市场需求代理A、B两种型号的净水器，每台A型净水器比每台B型净水器进价多200元，用5万元购进A型净水器与用4.5万元购进B型净水器的数量相等.

(1) 求每台A型、B型净水器的进价各是多少元？

(2) 槐荫公司计划购进A、B两种型号的净水器共50台进行试销，其中A型净水器为 x 台，购买资金不超过9.8万元.试销时A型净水器每台售价2500元，B型净水器每台售价2180元.槐荫公司决定从销售A型净水器

的利润中按每台捐献 $a(70 < a < 80)$ 元作为公司帮扶贫困村饮水改造资金，设槐荫公司售完 50 台净水器并捐献扶贫资金后获得的利润为 W ，求 W 的最大值.

【答案】(1) A型净水器每台进价 2000 元，B型净水器每台进价 1800 元. (2) W 的最大值是 $(23800-40a)$ 元.

【解析】分析：(1) 设 A 型净水器每台的进价为 m 元，则 B 型净水器每台的进价为 $(m-200)$ 元，根据数量=总价÷单价结合用 5 万元购进 A 型净水器与用 4.5 万元购进 B 型净水器的数量相等，即可得出关于 m 的分式方程，解之经检验后即可得出结论；

(2) 根据购买资金=A 型净水器的进价×购进数量+B 型净水器的进价×购进数量结合购买资金不超过 9.8 万元，即可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出 x 的取值范围，由总利润=每台 A 型净水器的利润×购进数量+每台 B 型净水器的利润×购进数量- a ×购进 A 型净水器的数量，即可得出 W 关于 x 的函数关系式，再利用一次函数的性质即可解决最值问题.

详解：(1) 设 A 型净水器每台的进价为 m 元，则 B 型净水器每台的进价为 $(m-200)$ 元，

根据题意得：
$$\frac{50000}{m} = \frac{45000}{m-200},$$

解得： $m=2000$,

经检验， $m=2000$ 是分式方程的解，

$\therefore m-200=1800$.

答：A 型净水器每台的进价为 2000 元，B 型净水器每台的进价为 1800 元.

(2) 根据题意得： $2000x+180(50-x) \leq 98000$,

解得： $x \leq 40$.

$W = (2500-2000)x + (2180-1800)(50-x) - ax = (120-a)x + 19000$,

$\therefore$ 当 $70 < a < 80$ 时， $120-a > 0$,

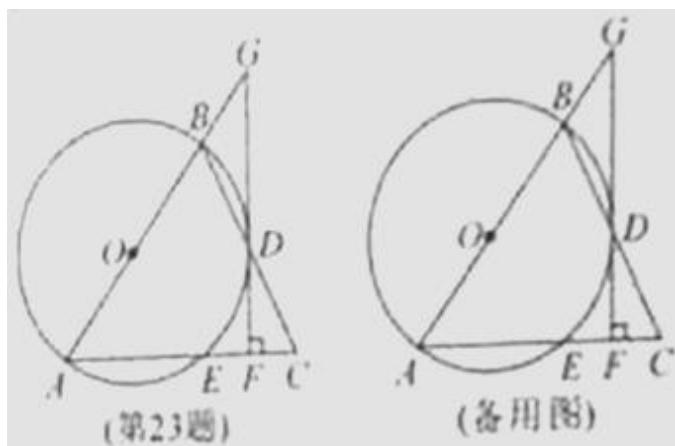
$\therefore W$ 随 x 增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=40$ 时， W 取最大值，最大值为 $(120-a) \times 40 + 19000 = 23800 - 40a$,

$\therefore W$ 的最大值是 $(23800-40a)$ 元.

点睛：本题考查了分式方程的应用、一次函数的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出分式方程；(2) 根据各数量之间的关系，找出 W 关于 x 的函数关系式.

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，交 AC 于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F ，交 AB 的延长线于点 G .



(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

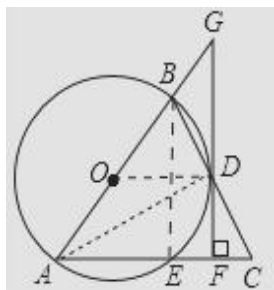
(2) 已知 $BD = 2\sqrt{5}$, $CF = 2$, 求 AE 和 BG 的长.

【答案】(1) 证明见解析; (2) $\frac{10}{3}$

【解析】分析: (1) 连接 OD , AD , 由圆周角定理可得 $AD \perp BC$, 结合等腰三角形的性质知 $BD=CD$, 再根据 $OA=OB$ 知 $OD \parallel AC$, 从而由 $DG \perp AC$ 可得 $OD \perp FG$, 即可得证;

(2) 连接 BE . $BE \parallel GF$, 推出 $\triangle AEB \sim \triangle AFG$, 可得 $\frac{AB}{AG} = \frac{AE}{AF}$, 由此构建方程即可解决问题;

详解: (1) 连接 OD , AD ,



$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$,

$\because AB = AC$,

$\therefore BD = CD$,

又 $\because OA = OB$,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because DG \perp AC$,

$\therefore OD \perp FG$,

$\therefore$ 直线 FG 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连接 BE. $\because BD=2\sqrt{5}$,

$$\therefore CD=BD=2\sqrt{5},$$

$$\because CF=2,$$

$$\therefore DF=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4,$$

$$\therefore BE=2DF=8,$$

$$\because \cos \angle C=\cos \angle ABC,$$

$$\therefore \frac{CF}{CD}=\frac{BD}{AB},$$

$$\therefore \frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{AB},$$

$$\therefore AB=10,$$

$$\therefore AE=\sqrt{10^2-8^2}=6,$$

$$\because BE \perp AC, DF \perp AC,$$

$$\therefore BE \parallel GF,$$

$$\therefore \triangle AEB \sim \triangle AFG,$$

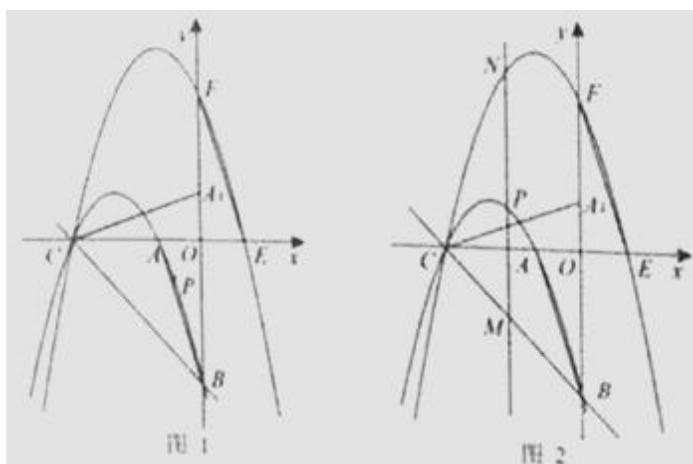
$$\therefore \frac{AB}{AG}=\frac{AE}{AF},$$

$$\therefore \frac{10}{10+BG}=\frac{6}{2+6},$$

$$\therefore BG=\frac{10}{3}.$$

点睛： 本题主要考查圆的切线的判定、圆周角定理、相似三角形的判定与性质及中位线定理等知识点，熟练掌握圆周角定理和相似三角形的判定与性质是解题的关键.

24. 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 和点 B 的坐标分别为 $A(-2,0)$, $B(0,-6)$, 将 $Rt\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针分别旋转 90° , 180° 得到 $Rt\triangle A_1OC$, $Rt\triangle EOF$, 抛物线 C_1 经过点 C , A , B ; 抛物线 C_2 经过点 C , E , F .



(1) 点C的坐标为_____，点E的坐标为_____；抛物线 C_1 的解析式为_____，抛物线 C_2 的解析式为_____；

(2) 如果点P(x,y)是直线BC上方抛物线 C_1 上的一个动点.

①若 $\angle PCA = \angle ABO$ ，求P点的坐标；

②如图 2，过点P作x轴的垂线交直线BC于点M，交抛物线 C_2 于点N，记 $h = PM + NM + \sqrt{2}BM$ ，求h与x的函数关系式.当 $-5 \leq x \leq -2$ 时，求h的取值范围.

【答案】 (1) $C(-6,0)$, $E(2,0)$, $C_1: y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$, $C_2: y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$. (2) ①符合条件的点P的坐标为 $P(-\frac{8}{3}, \frac{10}{9})$ 或 $P(-\frac{4}{3}, -\frac{14}{9})$. ② $17 \leq h \leq 21$.

【解析】 分析：(1) 根据旋转的性质，可得 C, E, F 的坐标，根据待定系数法求解析式；

(2) ①根据 P 点关于直线 CA 或关于 x 轴对称直线与抛物线交点坐标，求出解析式，联立方程组求解；

②根据图象上的点满足函数解析式，可得 P、N、M 纵坐标，根据平行于 y 轴直线上两点间的距离是较大的较大的纵坐标间较小的纵坐标，可得二次函数，根据 x 取值范围讨论 h 范围.

详解：(1) 由旋转可知， $OC=6$ ， $OE=2$ ，

则点 C 坐标为 $(-6, 0)$ ，E 点坐标为 $(2, 0)$ ，

分别利用待定系数法求 C_1 解析式为： $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$ ，

C_2 解析式为： $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

(2) ①若点 P 在 x 轴上方， $\angle PCA = \angle ABO$ 时，则 CA_1 与抛物线 C_1 的交点即为点 P

设直线 CA_1 的解析式为： $y = k_1x + b_1$

$$\therefore \begin{cases} 0 = -6k_1 + b_1 \\ 2 = b_1 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = \frac{1}{3} \\ b_1 = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CA_1 的解析式为： $y = \frac{1}{3}x + 2$

$$\text{联立: } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6 \\ y = \frac{1}{3}x + 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x_1 = -\frac{8}{3} \\ y_1 = \frac{10}{9} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = -6 \\ y_2 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore P(-\frac{4}{3}, -\frac{14}{9});$$

$\therefore$ 符合条件的点P的坐标为 $P(-\frac{8}{3}, \frac{10}{9})$ 或 $P(-\frac{4}{3}, -\frac{14}{9})$.

