

2017 年湖北省黄石市中考数学试卷

一、选择题

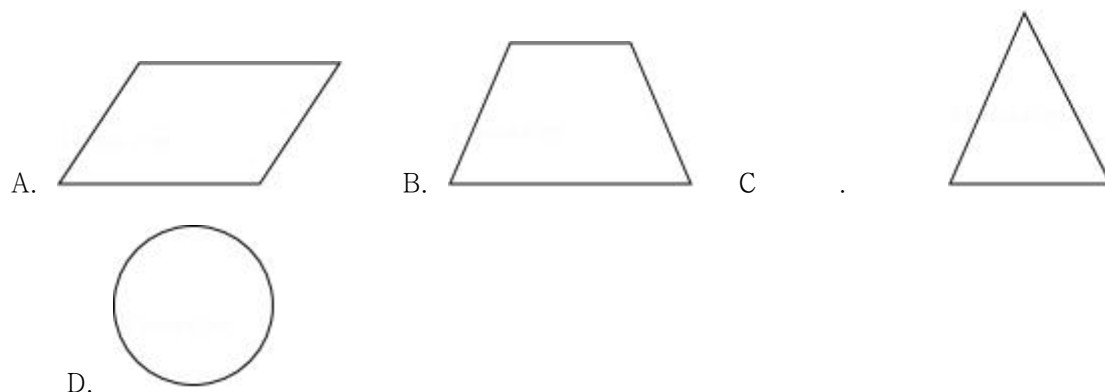
1. (3 分) 下列各数是有理数的是 ()

A. $-\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. π

2. (3 分) 地球绕太阳公转的速度约为 110000km/h, 则 110000 用科学记数法可表示为 ()

A. 0.11×10^6 B. 1.1×10^5 C. 0.11×10^5 D. 1.1×10^6

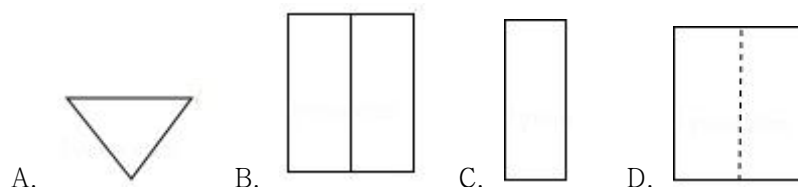
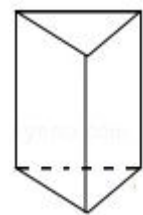
3. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^0=0$ B. $a^2+a^3=a^5$ C. $a^2 \cdot a^{-1}=a$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

5. (3 分) 如图, 该几何体主视图是 ()



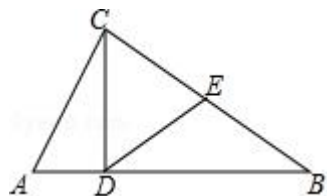
6. (3 分) 下表是某位男子马拉松长跑运动员近 6 次的比赛成绩 (单位: 分钟)

第几次	1	2	3	4	5	6
比赛成绩	145	147	140	129	136	125

则这组成绩的中位数和平均数分别为 ()

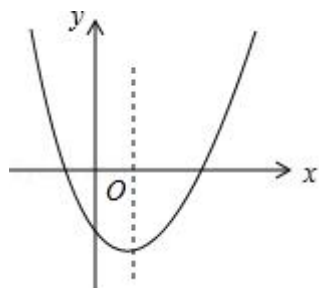
A. 137、138 B. 138、137 C. 138、138 D. 137、139

7. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, E 为 BC 边的中点, $CD \perp AB$, $AB=2$, $AC=1$, $DE=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\angle CDE + \angle ACD =$ ()



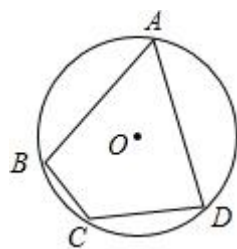
A. 60° B. 75° C. 90° D. 105°

8. (3分) 如图, 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象, 对下列结论① $ab > 0$, ② $abc > 0$, ③ $\frac{4ac}{b^2} < 1$, 其中错误的个数是 ()



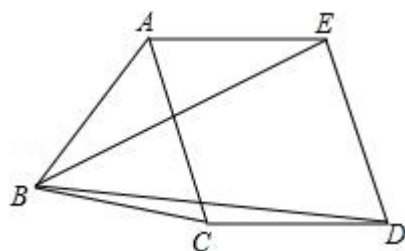
A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

9. (3分) 如图, 已知 $\odot O$ 为四边形 $ABCD$ 的外接圆, O 为圆心, 若 $\angle BCD = 120^\circ$, $AB=AD=2$, 则 $\odot O$ 的半径长为 ()



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. (3分) 如图, 已知凸五边形 $ABCDE$ 的边长均相等, 且 $\angle DBE = \angle ABE + \angle CBD$, $AC=1$, 则 BD 必定满足 ()



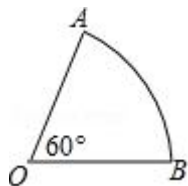
A. $BD < 2$ B. $BD = 2$ C. $BD > 2$ D. 以上情况均有可能

二、填空题

11. (3分) 因式分解: $x^2y - 4y =$ _____.

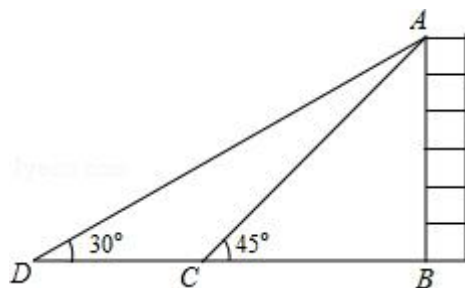
12. (3分) 分式方程 $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{2(x-1)} - 2$ 的解为_____.

13. (3分) 如图, 已知扇形 OAB 的圆心角为 60° , 扇形的面积为 6π , 则该扇形的弧长为_____.



14. (3分) 如图所示, 为了测量出一垂直水平地面的某高大建筑物 AB 的高度, 一测量人员在该建筑物附近 C 处, 测得建筑物顶端 A 处的仰角大小为 45° , 随后沿直线 BC 向前走了 100 米后到达 D 处, 在 D 处测得 A 处的仰角大小为 30° , 则建筑物 AB 的高度约为_____米.

(注: 不计测量人员的身高, 结果按四舍五入保留整数, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



15. (3分) 甲、乙两位同学各抛掷一枚质地均匀的骰子, 他们抛掷的点数分别记为 a、b, 则 $a+b=9$ 的概率为_____.

16. (3分) 观察下列格式:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

...

请按上述规律, 写出第 n 个式子的计算结果 (n 为正整数) _____. (写出最简计算结果即可)

三、解答题

17. (7 分) 计算: $(-2)^3 + \sqrt{16} + 1^0 + |-3 + \sqrt{3}|$.

18. (7 分) 先化简, 再求值: $(\frac{2}{a-1} - \frac{2a+1}{a^2-1}) \div \frac{1}{a-1}$, 其中 $a = 2\sin 60^\circ - \tan 45^\circ$.

19. (7 分) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x + 1 > 3(x - 1) \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x + 2a \end{cases}$ 恰好有两个整数解, 求实数 a 的取值范围.

20. (8 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - m^2 = 0$

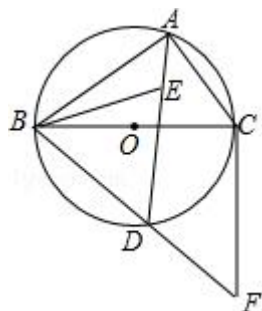
(1) 求证: 该方程有两个不等的实根;

(2) 若该方程的两个实数根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + 2x_2 = 9$, 求 m 的值.

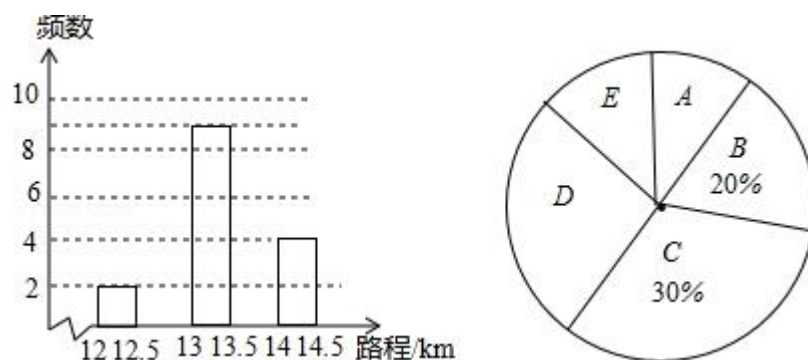
21. (8分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, BC 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 为 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 AE 并延长交 $\odot O$ 于 D 点, 连接 BD 并延长至 F , 使得 $BD=DF$, 连接 CF 、 BE .

(1) 求证: $DB=DE$;

(2) 求证: 直线 CF 为 $\odot O$ 的切线.



22. (8分) 随着社会的发展, 私家车变得越来越普及, 使用节能低油耗汽车, 对环保有着非常积极的意义, 某市有关部门对本市的某一型号的若干辆汽车, 进行了一项油耗抽样实验: 即在同一条件下, 被抽样的该型号汽车, 在油耗 1L 的情况下, 所行驶的路程 (单位: km) 进行统计分析, 结果如图所示:



(注: 记 A 为 $12 \sim 12.5$, B 为 $12.5 \sim 13$, C 为 $13 \sim 13.5$, D 为 $13.5 \sim 14$, E 为 $14 \sim 14.5$)

请依据统计结果回答以下问题:

(1) 试求进行该试验的车辆数;

(2) 请补全频数分布直方图;

(3) 若该市有这种型号的汽车约 900 辆 (不考虑其他因素), 请利用上述统计数据初步预测, 该市约有多少辆该型号的汽车, 在耗油 1L 的情况下可以行驶 13km 以上?

23. (8分) 小明同学在一次社会实践活动中, 通过对某种蔬菜在1月份至7月份的市场行情进行统计分析后得出如下规律:

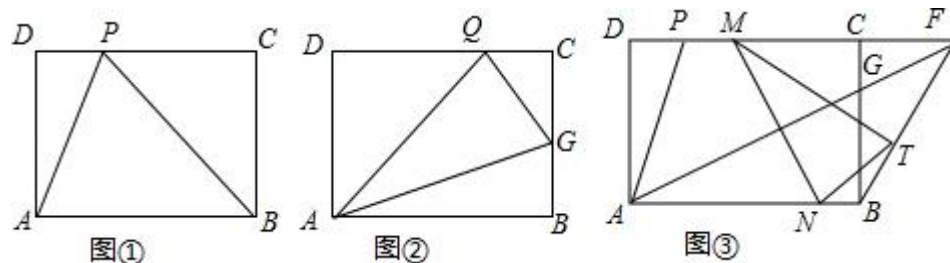
- ①该蔬菜的销售价 P (单位: 元/千克) 与时间 x (单位: 月份) 满足关系: $P=9-x$
 ②该蔬菜的平均成本 y (单位: 元/千克) 与时间 x (单位: 月份) 满足二次函数关系 $y=ax^2+bx+10$,
 已知4月份的平均成本为2元/千克, 6月份的平均成本为1元/千克.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 请运用小明统计的结论, 求出该蔬菜在第几月份的平均利润 L (单位: 元/千克) 最大?

最大平均利润是多少? (注: 平均利润=销售价-平均成本)

24. (9分) 在现实生活中, 我们会看到许多“标准”的矩形, 如我们的课本封面、A4的打印纸等, 其实这些矩形的长与宽之比都为 $\sqrt{2}:1$, 我们不妨就把这样的矩形称为“标准矩形”, 在“标准矩形” $ABCD$ 中, P 为 DC 边上一定点, 且 $CP=BC$, 如图所示.



(1) 如图①, 求证: $BA=BP$;

(2) 如图②, 点 Q 在 DC 上, 且 $DQ=CP$, 若 G 为 BC 边上一动点, 当 $\triangle AGQ$ 的周长最小时, 求 $\frac{CG}{GB}$ 的值;

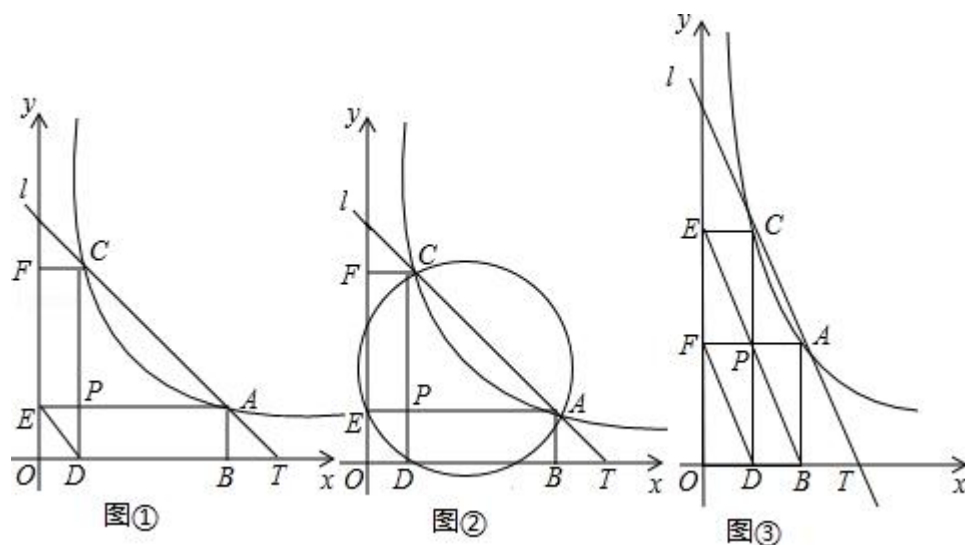
(3) 如图③, 已知 $AD=1$, 在 (2) 的条件下, 连接 AG 并延长交 DC 的延长线于点 F , 连接 BF , T 为 BF 的中点, M 、 N 分别为线段 PF 与 AB 上的动点, 且始终保持 $PM=BN$, 请证明: $\triangle MNT$ 的面积 S 为定值, 并求出这个定值.

25. (10 分) 如图, 直线 $l: y=kx+b$ ($k < 0$) 与函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象相交于 A、C 两点, 与 x 轴相交于 T 点, 过 A、C 两点作 x 轴的垂线, 垂足分别为 B、D, 过 A、C 两点作 y 轴的垂线, 垂足分别为 E、F; 直线 AE 与 CD 相交于点 P, 连接 DE, 设 A、C 两点的坐标分别为 $(a, \frac{4}{a})$ 、 $(c, \frac{4}{c})$, 其中 $a > c > 0$.

(1) 如图①, 求证: $\angle EDP = \angle ACP$;

(2) 如图②, 若 A、D、E、C 四点在同一圆上, 求 k 的值;

(3) 如图③, 已知 $c=1$, 且点 P 在直线 BF 上, 试问: 在线段 AT 上是否存在点 M, 使得 $OM \perp AM$? 请求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年湖北省黄石市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. (3 分) (2017•黄石) 下列各数是有理数的是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. π

【考点】27: 实数.

【专题】11 : 计算题; 511: 实数.

【分析】利用有理数的定义判断即可.

【解答】解: 有理数为 $-\frac{1}{3}$, 无理数为 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π ,

故选 A

【点评】此题考查了实数, 熟练掌握有理数与无理数的定义是解本题的关键.

2. (3 分) (2017•黄石) 地球绕太阳公转的速度约为 110000km/h, 则 110000 用科学记数法可表示为 ()

- A. 0.11×10^6 B. 1.1×10^5 C. 0.11×10^5 D. 1.1×10^6

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

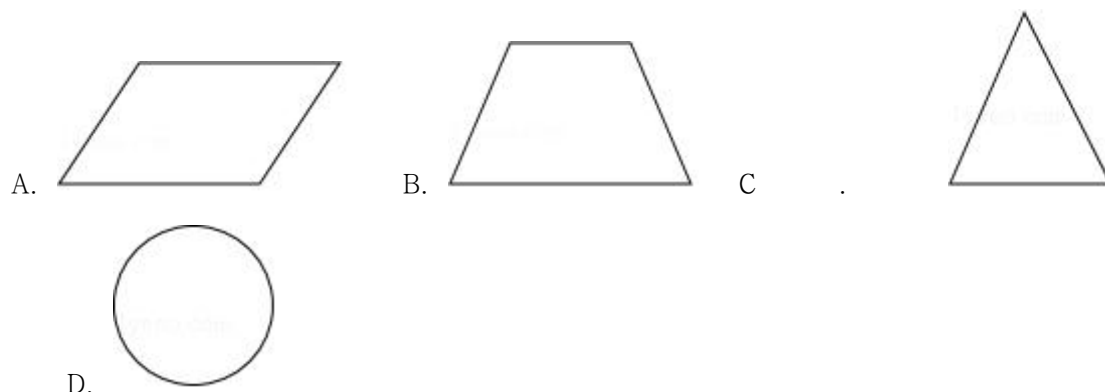
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 110000 用科学记数法表示为: 1.1×10^5 .

故选 B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•黄石) 下列图形中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故本选项错误;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

4. (3 分) (2017•黄石) 下列运算正确的是 ()

A. $a^0=0$ B. $a^2+a^3=a^5$ C. $a^2 \cdot a^{-1}=a$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

【考点】6B: 分式的加减法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】根据整式的运算法则以及分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: (A) $a^0=1$ ($a \neq 0$), 故 A 错误;

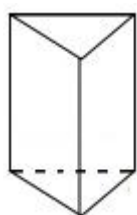
(B) a^2 与 a^3 不是同类项, 故 B 错误;

(D) 原式 $= \frac{a+b}{ab}$, 故 D 错误;

故选 (C)

【点评】本题考查学生的运算能力, 解题的关键是熟练运用运算法则, 本题属于基础题型.

5. (3 分) (2017•黄石) 如图, 该几何体主视图是 ()



A. B. C. D.

【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】根据三棱柱的特点并结合选项作出正确的判断即可.

【解答】解: 三棱柱的主视图为矩形,

$\therefore$ 正对着的有一条棱,

$\therefore$ 矩形的中间应该有一条实线,

故选 B.

【点评】考查了简单几何体的三视图的知识, 解题的关键是了解中间的棱是实线还是虚线, 难度不大.

6. (3 分) (2017•黄石) 下表是某位男子马拉松长跑运动员近 6 次的比赛成绩 (单位: 分钟)

第几次	1	2	3	4	5	6
比赛成绩	145	147	140	129	136	125

则这组成绩的中位数和平均数分别为 ()

A. 137、138 B. 138、137 C. 138、138 D. 137、139

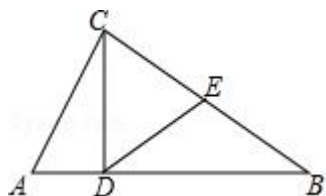
【考点】W4：中位数；W1：算术平均数.

【分析】根据中位数的定义和平均数的求法计算即可，中位数是将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】解：把这组数据按从大到小的顺序排列是：125，129，136，140，145，147，
故这组数据的中位数是： $(136+140) \div 2=138$ ；
平均数= $(125+129+136+140+145+147) \div 6=137$.
故选 B.

【点评】本题考查了中位数的定义和平均数的求法，解题的关键是牢记定义，此题比较简单，易于掌握.

7. (3分) (2017•黄石) 如图， $\triangle ABC$ 中，E 为 BC 边的中点， $CD \perp AB$ ， $AB=2$ ， $AC=1$ ， $DE=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，
则 $\angle CDE + \angle ACD =$ ()



A. 60° B. 75° C. 90° D. 105°

【考点】KS：勾股定理的逆定理；KP：直角三角形斜边上的中线.

【分析】根据直角三角形的性质得到 $BC=2CE=\sqrt{3}$ ，根据勾股定理的逆定理得到 $\angle ACB=90^\circ$ ，根据三角函数的定义得到 $\angle A=60^\circ$ ，求得 $\angle ACD=\angle B=30^\circ$ ，得到 $\angle DCE=60^\circ$ ，于是得到结论.

【解答】解： $\because CD \perp AB$ ，E 为 BC 边的中点，

$$\therefore BC=2CE=\sqrt{3},$$

$$\because AB=2, AC=1,$$

$$\therefore AC^2+BC^2=1^2+(\sqrt{3})^2=4=2^2=AB^2,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\because \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle A=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE=60^\circ,$$

$$\because DE=CE,$$

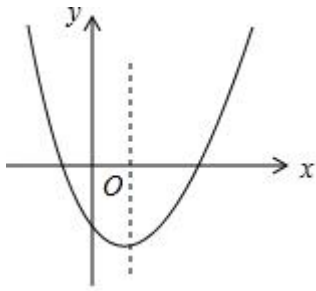
$$\therefore \angle CDE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE + \angle ACD = 90^\circ,$$

故选 C.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理，直角三角形的性质，三角函数的定义，熟练掌握勾股定理的逆定理是解题的关键.

8. (3分) (2017•黄石) 如图，是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，对下列结论① $ab > 0$ ，② $abc > 0$ ，③ $\frac{4ac}{b^2} < 1$ ，其中错误的个数是 ()



A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据抛物线的开口方向, 判断 a 的符号, 对称轴在 y 轴的右侧判断 b 的符号, 抛物线和 y 轴的交点坐标判断 c 的符号, 以及抛物线与 x 轴的交点个数判断 $b^2 - 4ac$ 的符号.

【解答】 解: $\because$ 抛物线的开口向上,

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 对称轴在 y 轴的右侧,

$$\therefore b < 0,$$

$\therefore ab < 0$, 故①错误;

$\because$ 抛物线和 y 轴的负半轴相交,

$$\therefore c < 0,$$

$\therefore abc > 0$, 故②正确;

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

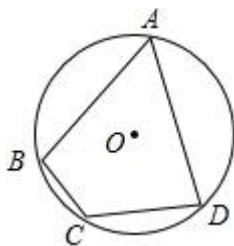
$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore \frac{4ac}{b^2} < 1, \text{ 故③正确;}$$

故选 C.

【点评】 本题主要考查图象与二次函数系数之间的关系, 会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系, 以及二次函数与方程之间的转换, 根的判别式以及特殊值的熟练运用.

9. (3 分) (2017•黄石) 如图, 已知 $\odot O$ 为四边形 $ABCD$ 的外接圆, O 为圆心, 若 $\angle BCD = 120^\circ$, $AB = AD = 2$, 则 $\odot O$ 的半径长为 ()



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【考点】 M6: 圆内接四边形的性质.

【分析】 连接 BD , 作 $OE \perp AD$, 连接 OD , 先由圆内接四边形的性质求出 $\angle BAD$ 的度数,

再由 $AD = AB$ 可得出 $\triangle ABD$ 是等边三角形, 则 $DE = \frac{1}{2}AD$, $\angle ODE = \frac{1}{2}\angle ADB = 30^\circ$, 根据锐角三角函数的定义即可得出结论.

【解答】 解: 连接 BD , 作 $OE \perp AD$, 连接 OD ,

$\because \odot O$ 为四边形 $ABCD$ 的外接圆, $\angle BCD = 120^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 60^\circ.$$

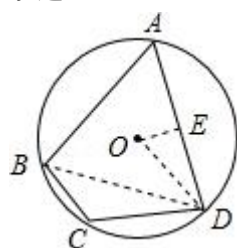
$$\because AD = AB = 2,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = 1, \quad \angle ODE = \frac{1}{2}\angle ADB = 30^\circ,$$

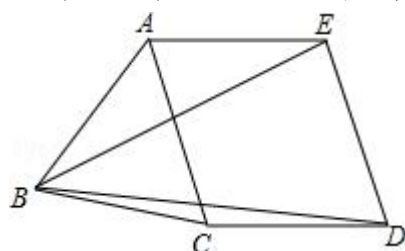
$$\therefore OD = \frac{DE}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故选 D.



【点评】 本题考查的是圆内接四边形的性质, 熟知圆内接四边形对角互补是解答此题的关键.

10. (3 分) (2017•黄石) 如图, 已知凸五边形 ABCDE 的边长均相等, 且 $\angle DBE = \angle ABE + \angle CBD$, $AC = 1$, 则 BD 必定满足 ()



- A. $BD < 2$ B. $BD = 2$
C. $BD > 2$ D. 以上情况均有可能

【考点】 L7: 平行四边形的判定与性质; KM: 等边三角形的判定与性质.

【分析】 先根据等腰三角形的底角相等, 得出 $\angle AED + \angle CDE = 180^\circ$, 判定 $AE \parallel CD$, 再根据一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形, 得出 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

【解答】 证明: $\because AE = AB$,

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB, \quad \text{同理 } \angle CBD = \angle CDB$$

$$\because \angle ABC = 2\angle DBE,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CBD = \angle DBE,$$

$$\because \angle ABE = \angle AEB, \quad \angle CBD = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle CDB = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle AED + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore AE \parallel CD,$$

$$\because AE = CD,$$

$\therefore$ 四边形 AEDC 为平行四边形.

$$\therefore DE = AC = AB = BC.$$

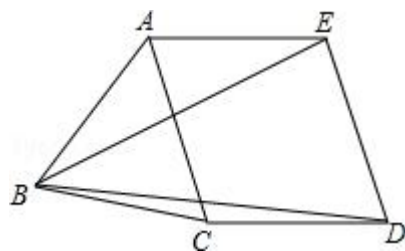
$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore BC = CD = 1,$$

在 $\triangle BCD$ 中, $\therefore BD < BC + CD$,

$$\therefore BD < 2.$$

故选 A.



【点评】本题主要考查等腰三角形的性质：等腰三角形的底角相等，以及等边三角形的判定定理。解题时注意，同旁内角互补，两直线平行。

二、填空题

11. (3分) (2017•黄石) 因式分解： $x^2y - 4y = y(x-2)(x+2)$.

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 y ，再利用平方差公式分解因式即可.

【解答】解： $x^2y - 4y = y(x^2 - 4) = y(x-2)(x+2)$.

故答案为： $y(x-2)(x+2)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，正确应用乘法公式分解因式是解题关键.

12. (3分) (2017•黄石) 分式方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{2(x-1)} - 2$ 的解为 $x = \frac{7}{6}$.

【考点】B3：解分式方程.

【专题】11：计算题；522：分式方程及应用.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：去分母得： $2x = 3 - 4x + 4$,

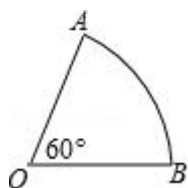
解得： $x = \frac{7}{6}$,

经检验 $x = \frac{7}{6}$ 是分式方程的解，

故答案为： $x = \frac{7}{6}$

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

13. (3分) (2017•黄石) 如图，已知扇形 OAB 的圆心角为 60° ，扇形的面积为 6π ，则该扇形的弧长为 3π .



【考点】MO：扇形面积的计算；MN：弧长的计算.

【分析】首先根据扇形的面积公式求得扇形的半径，然后根据扇形的面积公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ (其

中 l 为扇形的弧长), 求得扇形的弧长.

【解答】解: 设扇形的半径是 R , 则 $\frac{60 \cdot \pi \cdot R^2}{360} = 6\pi$,

解得: $r=6$,

设扇形的弧长是 l , 则 $\frac{l}{2}r=6\pi$, 即 $3l=6\pi$,

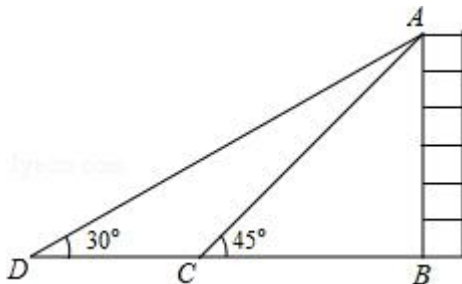
解得: $l=3\pi$.

故答案是: 3π .

【点评】本题考查了扇形面积和弧长的计算, 熟练掌握扇形的面积公式和弧长的公式是解题的关键.

14. (3 分) (2017•黄石) 如图所示, 为了测量出一垂直水平地面的某高大建筑物 AB 的高度, 一测量人员在该建筑物附近 C 处, 测得建筑物顶端 A 处的仰角大小为 45° , 随后沿直线 BC 向前走了 100 米后到达 D 处, 在 D 处测得 A 处的仰角大小为 30° , 则建筑物 AB 的高度约为 137 米.

(注: 不计测量人员的身高, 结果按四舍五入保留整数, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】设 $AB=x$ 米, 由 $\angle ACB=45^\circ$ 得 $BC=AB=x$, $BD=BC+CD=x+100$, 根据 $\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$

可得关于 x 的方程, 解之可得答案.

【解答】解: 设 $AB=x$ 米,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB=45^\circ$,

$\therefore BC=AB=x$ 米,

则 $BD=BC+CD=x+100$ (米),

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\because \angle ADB=30^\circ$,

$\therefore \tan \angle ADB = \frac{AB}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 即 $\frac{x}{x+100} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

解得: $x=50+50\sqrt{3} \approx 137$,

即建筑物 AB 的高度约为 137 米

故答案为: 137.

【点评】本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 解题的关键是利用数形结合的思想找出各边之间的关系, 然后找出所求问题需要的条件.

15. (3 分) (2017•黄石) 甲、乙两位同学各抛掷一枚质地均匀的骰子, 他们抛掷的点数分别记为 a 、 b , 则 $a+b=9$ 的概率为 $\frac{1}{9}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】利用列表法即可解决问题.

【解答】解：甲、乙两位同学各抛掷一枚质地均匀的骰子，所有可能的结果是：

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)
(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)
(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)
(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)
(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)
(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)

共36个

满足 $a+b=9$ 的有 4 种可能,

$\therefore a+b=9$ 的概率为 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

故答案为 $\frac{1}{9}$.

【点评】本题考查的是古典型概率. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (3 分) (2017•黄石) 观察下列格式:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

...

请按上述规律, 写出第 n 个式子的计算结果 (n 为正整数) $\frac{n}{n+1}$. (写出最简计算结果即可)

【考点】37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】根据上述各式的规律即可求出第 n 个式子的计算结果.

【解答】解: $n=1$ 时, 结果为: $\frac{1}{1+1}$;

$n=2$ 时, 结果为: $\frac{2}{2+1}$;

$n=3$ 时, 结果为: $\frac{3}{3+1}$;

所以第 n 个式子的结果为: $\frac{n}{n+1}$

故答案为: $\frac{n}{n+1}$

【点评】本题考查数字规律问题, 解题的关键是根据已给出的式子找出规律, 本题属于基础

题型.

三、解答题

17. (7分) (2017•黄石) 计算: $(-2)^3 + \sqrt{16} + 1^0 + |-3| + \sqrt{3}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式利用乘方的意义, 算术平方根定义, 零指数幂法则, 以及绝对值的代数意义化简, 计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= -8 + 4 + 1 + 3 - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$.

【点评】此题考查了实数的运算, 以及零指数幂, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (7分) (2017•黄石) 先化简, 再求值: $(\frac{2}{a-1} - \frac{2a+1}{a^2-1}) \div \frac{1}{a-1}$, 其中 $a = 2\sin 60^\circ - \tan 45^\circ$.

【考点】6D: 分式的化简求值; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】将原式括号内通分、将除法转化为乘法, 再计算减法, 最后约分即可化简原式, 根据特殊锐角三角函数值求得 a 的值, 代入即可.

【解答】解: 原式 $= [\frac{2a+2}{(a+1)(a-1)} - \frac{2a+1}{(a+1)(a-1)}] \cdot (a-1)$
 $= \frac{1}{(a+1)(a-1)} \cdot (a-1)$
 $= \frac{1}{a+1}$

当 $a = 2\sin 60^\circ - \tan 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \sqrt{3} - 1$ 时,

原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值, 熟练掌握分式的混合运算顺序和法则是解题的关键, 也考查了特殊锐角的三角函数值.

19. (7分) (2017•黄石) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x+1 > 3(x-1) \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x + 2a \end{cases}$ 恰好有两个整数解, 求

实数 a 的取值范围.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】首先解不等式组求得解集, 然后根据不等式组只有两个整数解, 确定整数解, 则可以得到一个关于 a 的不等式组求得 a 的范围.

【解答】解: 解 $5x+1 > 3(x-1)$ 得: $x > -2$,

解 $\frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x + 2a$ 得: $x \leq 4+a$.

则不等式组的解集是: $-2 < x \leq 4+a$.

不等式组只有两个整数解, 是 -1 和 0 .

根据题意得: $0 \leq 4+a < 1$.

解得: $-4 \leq a < -3$.

【点评】本题考查不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集, 应遵循以下原则:

同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

20. (8分) (2017•黄石) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - m^2 = 0$

(1) 求证: 该方程有两个不等的实根;

(2) 若该方程的两个实数根 x_1 、 x_2 满足 $x_1 + 2x_2 = 9$, 求 m 的值.

【考点】AB: 根与系数的关系; AA: 根的判别式.

【分析】(1) 根据方程的系数结合根的判别式, 可得出 $\Delta = 16 + 4m^2 > 0$, 由此可证出该方程有两个不等的实根;

(2) 根据根与系数的关系可得 $x_1 + x_2 = 4$ ①、 $x_1 \cdot x_2 = -m^2$ ②, 结合 $x_1 + 2x_2 = 9$ ③, 可求出 x_1 、 x_2 的值, 将其代入②中即可求出 m 的值.

【解答】(1) 证明: $\because$ 在方程 $x^2 - 4x - m^2 = 0$ 中, $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-m^2) = 16 + 4m^2 > 0$, $\therefore$ 该方程有两个不等的实根;

(2) 解: $\because$ 该方程的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 4 \text{①}, x_1 \cdot x_2 = -m^2 \text{②}.$$

$$\therefore x_1 + 2x_2 = 9 \text{③},$$

$\therefore$ 联立①③解之, 得: $x_1 = -1$, $x_2 = 5$,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -5 = -m^2,$$

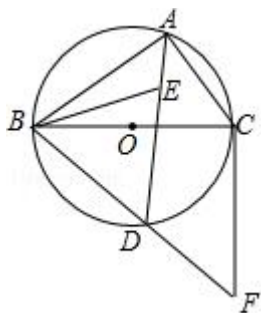
解得: $m = \pm \sqrt{5}$.

【点评】本题考查了根的判别式以及根与系数的关系, 解题的关键是: (1) 牢记“当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根”; (2) 联立 $x_1 + x_2 = 4$ ①、 $x_1 + 2x_2 = 9$ ③, 求出 x_1 、 x_2 的值.

21. (8分) (2017•黄石) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, BC 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 为 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 AE 并延长交 $\odot O$ 于 D 点, 连接 BD 并延长至 F , 使得 $BD = DF$, 连接 CF 、 BE .

(1) 求证: $DB = DE$;

(2) 求证: 直线 CF 为 $\odot O$ 的切线.



【考点】MI: 三角形的内切圆与内心; MD: 切线的判定.

【分析】(1) 欲证明 $DB = DE$, 只要证明 $\angle DBE = \angle DEB$;

(2) 欲证明直线 CF 为 $\odot O$ 的切线, 只要证明 $BC \perp CF$ 即可;

【解答】(1) 证明: $\because E$ 是 $\triangle ABC$ 的内心,

$$\therefore \angle BAE = \angle CAE, \angle EBA = \angle ECB,$$

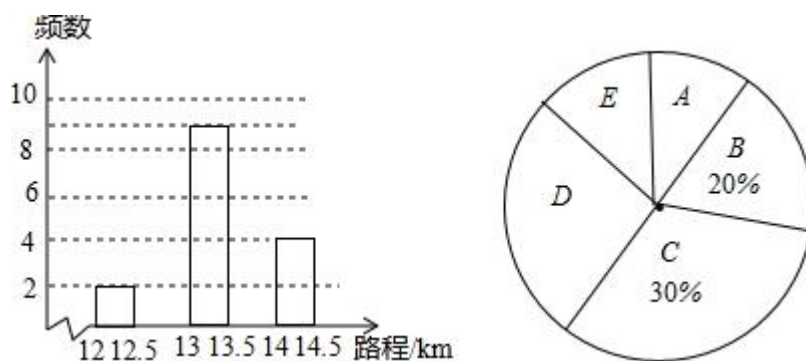
$$\therefore \angle BED = \angle BAE + \angle EBA, \angle DBE = \angle ECB + \angle DBC, \angle DBC = \angle EAC,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DEB,$$

$$\therefore DB = DE.$$

(2) 连接 CD .

22. (8 分) (2017•黄石) 随着社会的发展, 私家车变得越来越普及, 使用节能低油耗汽车, 对环保有着非常积极意义, 某市有关部门对本市的某一型号的若干辆汽车, 进行了一项油耗抽样实验: 即在同一条件下, 被抽样的该型号汽车, 在油耗 1L 的情况下, 所行驶的路程 (单位: km) 进行统计分析, 结果如图所示:



请依据统计结果回答以下问题:

- 【考点】** V8: 频数 (率) 分布直方图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图.

第 18 页 (共 24 页)

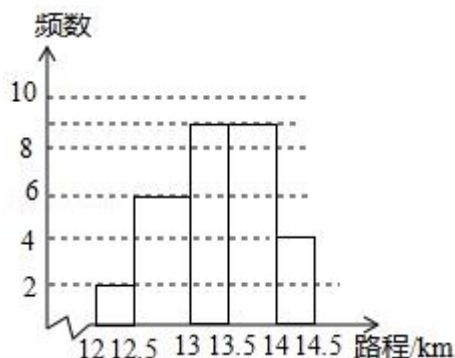
- (2) 根据 B 的百分比, 计算得到 B 的频数, 进而得到 D 的频数, 据此补全频数分布直方图;
 (3) 根据 C, D, E 所占的百分比之和乘上该市这种型号的汽车总数, 即可得到结果.

【解答】解: (1) 进行该试验的车辆数为: $9 \div 30\% = 30$ (辆),

(2) B: $20\% \times 30 = 6$ (辆),

D: $30 - 2 - 6 - 9 - 4 = 9$ (辆),

补全频数分布直方图如下:



(3) $900 \times \frac{9+9+4}{30} = 660$ (辆),

答: 该市约有 660 辆该型号的汽车, 在耗油 1L 的情况下可以行驶 13km 以上.

【点评】本题主要考查了频数分布直方图以及扇形统计图的运用, 解题时注意: 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

23. (8 分) (2017·黄石) 小明同学在一次社会实践活动中, 通过对某种蔬菜在 1 月份至 7 月份的市场行情进行统计分析后得出如下规律:

- ①该蔬菜的销售价 P (单位: 元/千克) 与时间 x (单位: 月份) 满足关系: $P = 9 - x$
 ②该蔬菜的平均成本 y (单位: 元/千克) 与时间 x (单位: 月份) 满足二次函数关系 $y = ax^2 + bx + 10$, 已知 4 月份的平均成本为 2 元/千克, 6 月份的平均成本为 1 元/千克.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 请运用小明统计的结论, 求出该蔬菜在第几月份的平均利润 L (单位: 元/千克) 最大? 最大平均利润是多少? (注: 平均利润 = 销售价 - 平均成本)

【考点】HE: 二次函数的应用.

【分析】(1) 将 $x=4$ 、 $y=2$ 和 $x=6$ 、 $y=1$ 代入 $y=ax^2+bx+10$, 求得 a 、 b 即可;

(2) 根据“平均利润 = 销售价 - 平均成本”列出函数解析式, 配方成顶点式, 利用二次函数的性质求解可得.

【解答】解: (1) 将 $x=4$ 、 $y=2$ 和 $x=6$ 、 $y=1$ 代入 $y=ax^2+bx+10$,

$$\text{得: } \begin{cases} 16a + 4b + 10 = 2 \\ 36a + 6b + 10 = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 10;$$

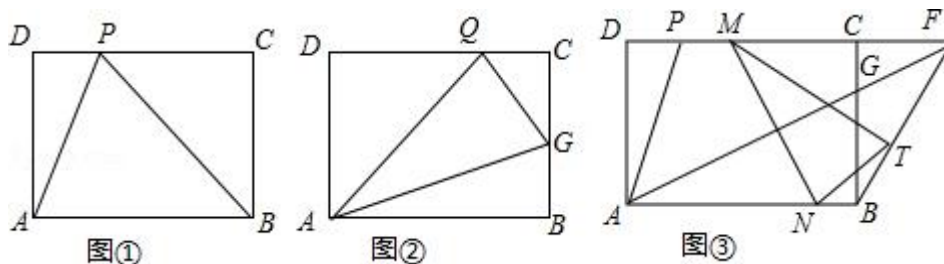
(2) 根据题意, 知 $L = P - y = 9 - x - (-\frac{1}{4}x^2 - 3x + 10) = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 3$,

∴ 当 $x=4$ 时, L 取得最大值, 最大值为 3,

答: 4 月份的平均利润 L 最大, 最大平均利润是 3 元/千克.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 熟练掌握待定系数法求二次函数解析式和二次函数的性质是解题的关键.

24. (9 分) (2017·黄石) 在现实生活中, 我们会看到许多“标准”的矩形, 如我们的课本封面、A4 的打印纸等, 其实这些矩形的长与宽之比都为 $\sqrt{2}:1$, 我们不妨就把这样的矩形称为“标准矩形”, 在“标准矩形”ABCD 中, P 为 DC 边上一定点, 且 $CP=BC$, 如图所



示.

(1) 如图①, 求证: $BA=BP$;

(2) 如图②, 点 Q 在 DC 上, 且 $DQ=CP$, 若 G 为 BC 边上一动点, 当 $\triangle AGQ$ 的周长最小时,

求 $\frac{CG}{GB}$ 的值;

(3) 如图③, 已知 $AD=1$, 在 (2) 的条件下, 连接 AG 并延长交 DC 的延长线于点 F, 连接 BF, T 为 BF 的中点, M、N 分别为线段 PF 与 AB 上的动点, 且始终保持 $PM=BN$, 请证明: $\triangle MNT$ 的面积 S 为定值, 并求出这个定值.

【考点】 SO: 相似形综合题.

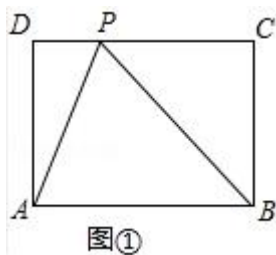
【分析】 (1) 如图①中, 设 $AD=BC=a$, 则 $AB=CD=\sqrt{2}a$. 通过计算得出 $AB=BP=\sqrt{2}a$, 由此即可证明;

(2) 如图②中, 作 Q 关于 BC 的对称点 Q' , 连接 AQ' 交 BC 于 G, 此时 $\triangle AQG$ 的周长最小. 设 $AD=BC=QD=a$, 则 $AB=CD=\sqrt{2}a$, 可得 $CQ=CQ'=\sqrt{2}a-a$, 由 $CQ' \parallel AB$, 推出

$$\frac{CG}{GB} = \frac{CQ'}{AB} = \frac{\sqrt{2}a-a}{\sqrt{2}a} = \frac{2-\sqrt{2}}{2};$$

(3) 如图③中, 作 $TH \parallel AB$ 交 NM 于 H, 交 BC 于 K. 由 $S_{\triangle MNT} = \frac{1}{2} \cdot TH \cdot CK + \frac{1}{2} \cdot TH \cdot BK = \frac{1}{2} \cdot TH \cdot (KC+KB) = \frac{1}{2} \cdot TH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot TH$, 利用梯形的中位线定理求出 HT 即可解决问题;

【解答】 (1) 证明: 如图①中, 设 $AD=BC=a$, 则 $AB=CD=\sqrt{2}a$.



∵ 四边形 ABCD 是矩形,

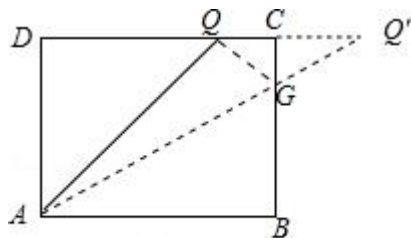
∴ $\angle C=90^\circ$,

∵ $PC=AD=BC=a$,

$$\therefore PB = \sqrt{PC^2 + BC^2} = \sqrt{2}a,$$

$$\therefore BA = BP.$$

(2) 解: 如图②中, 作 Q 关于 BC 的对称点 Q', 连接 AQ' 交 BC 于 G, 此时 $\triangle AQC$ 的周长最小.



图②

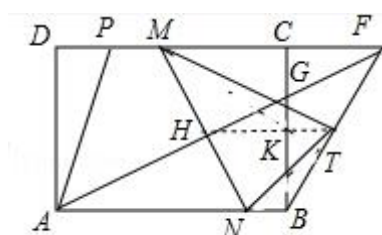
设 $AD = BC = QD = a$, 则 $AB = CD = \sqrt{2}a$,

$$\therefore CQ = CQ' = \sqrt{2}a - a,$$

$$\therefore CQ' \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{CG}{GB} = \frac{CQ'}{AB} = \frac{\sqrt{2}a - a}{\sqrt{2}a} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$$

(3) 证明: 如图③中, 作 $TH \parallel AB$ 交 NM 于 H, 交 BC 于 K.



图③

由 (2) 可知, $AD = BC = 1$, $AB = CD = \sqrt{2}$, $DP = CF = \sqrt{2} - 1$,

$$\therefore S_{\triangle MNT} = \frac{1}{2}TH \cdot CK + \frac{1}{2}TH \cdot BK = \frac{1}{2}HT \cdot (KC + KB) = \frac{1}{2}HT \cdot BC = \frac{1}{2}HT,$$

$$\therefore TH \parallel AB \parallel FM, \quad TF = TB,$$

$$\therefore HM = HN,$$

$$\therefore HT = \frac{1}{2}(FM + BN),$$

$$\therefore BN = PM,$$

$$\therefore HT = \frac{1}{2}(FM + PM) = \frac{1}{2}PF = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{2} - 1) = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle MNT} = \frac{1}{2}HT = \frac{\sqrt{2}}{4} = \text{定值}.$$

【点评】 本题考查相似形综合题、矩形的性质、平行线分线段成比例定理、勾股定理、梯形的中位线定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会添加常用辅助线, 构造梯形的中位线解决问题, 属于中考压轴题.

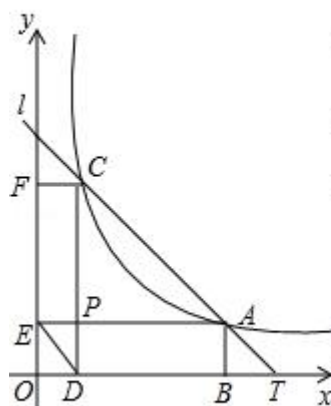
25. (10 分) (2017·黄石) 如图, 直线 $l: y = kx + b$ ($k < 0$) 与函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象相交于

A、C 两点，与 x 轴相交于 T 点，过 A、C 两点作 x 轴的垂线，垂足分别为 B、D，过 A、C 两点作 y 轴的垂线，垂足分别为 E、F；直线 AE 与 CD 相交于点 P，连接 DE，设 A、C 两点的坐标分别为 $(a, \frac{4}{a})$ 、 $(c, \frac{4}{c})$ ，其中 $a > c > 0$ 。

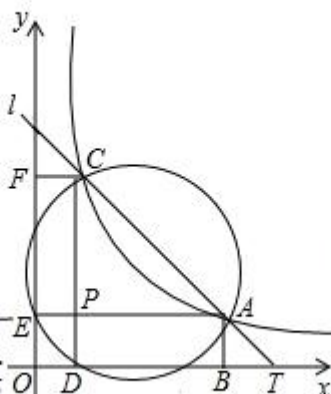
(1) 如图①，求证： $\angle EDP = \angle ACP$ ；

(2) 如图②，若 A、D、E、C 四点在同一圆上，求 k 的值；

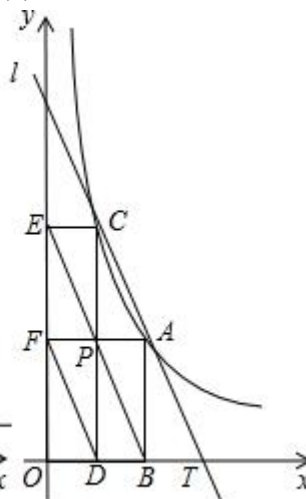
(3) 如图③，已知 $c=1$ ，且点 P 在直线 BF 上，试问：在线段 AT 上是否存在点 M，使得 $OM \perp AM$ ？请求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。



图①



图②



图③

【考点】 GB：反比例函数综合题。

【分析】 (1) 由 P、E、D 的坐标可表示出 PA、EP、PC 和 DP 的长，可证明 $\triangle EPD \sim \triangle CPA$ ，利用相似三角形的性质可证得结论；

(2) 连接 AD、EC，可证明 $\triangle AEC \cong \triangle CDA$ ，可得 $CD = AE$ ，把 A、C 坐标代入直线 l 解析式，可求得 k 的值；

(3) 假设在线段 AT 上存在点 M，使得 $OM \perp AM$ ，连接 OM、OA，可表示出 C、F、P、B 的坐标，利用直线 BF 的解析式可求得 a 的值，可求得 A 点坐标，可求得 T 点坐标，在 $\triangle OAT$ 中，利用等积法可求得 OM 的长，在 $Rt\triangle OMT$ 中可求得 MT 的长，作 $MN \perp x$ 轴，同理可求得 MN 的长，则可求得 ON 的长，可判断 N 在线段 BT 上，满足条件，从而可知存在满足条件的 M 点。

【解答】 (1) 证明：

由题意可知 $P(c, \frac{4}{c})$ ， $E(0, \frac{4}{a})$ ， $D(c, 0)$ ，

$$\therefore PA = a - c, EP = c, PC = \frac{4}{c} - \frac{4}{a} = \frac{4(a-c)}{ac}, DP = \frac{4}{a},$$

$$\therefore \frac{EP}{PA} = \frac{c}{a-c} = \frac{DP}{PC}, \text{ 且 } \angle EPD = \angle APC,$$

$$\therefore \triangle EPD \sim \triangle CPA,$$

$$\therefore \angle EDP = \angle ACP;$$

(2) 解：如图 1，连接 AD、EC，

$$\therefore c=1,$$

$$\therefore C(1, 4), F(0, 4), P(1, \frac{4}{a}), B(a, 0),$$

$$\text{设直线 BF 的解析式为 } y=k'x+4, \text{ 由题意可得 } \begin{cases} k'a+4=0 \\ k'+4=\frac{4}{a} \end{cases}, \text{ 解得 } a=2,$$

$$\therefore A(2, 2),$$

$\therefore AP$ 为 $\triangle DCT$ 的中位线,

$$\therefore T(3, 0),$$

$$\therefore AT = \sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore S_{\triangle OAT} = \frac{1}{2}OT \cdot AB = \frac{1}{2}AT \cdot OM,$$

$$\therefore OM = \frac{OT \cdot AB}{AT} = \frac{3 \times 2}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OMT \text{ 中, } MT = \sqrt{OT^2 - OM^2} = \sqrt{3^2 - \frac{36}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}},$$

$$\text{同理可求得 } MN = \frac{OM \cdot MT}{OT} = \frac{6}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OMN \text{ 中, } ON = \sqrt{OM^2 - MN^2} = \sqrt{\frac{36}{5} - \frac{36}{25}} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore 2 < \frac{12}{5} < 3,$$

$\therefore$ 点 M 在线段 AT 上,

即在线段 AT 上存在点 M , 使得 $OM \perp AM$, M 点的坐标为 $(\frac{12}{5}, \frac{6}{5})$.

【点评】 本题为反比例函数的综合应用, 涉及相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、圆的性质、勾股定理、等积法等知识. 在 (1) 中证得 $\triangle EPD \sim \triangle CPA$ 是解题的关键, 在 (2) 中构造全等三角形, 求得 $ac=4$ 是解题的关键, 在 (3) 中求得 A 点坐标, 再分别求得 OM 和 ON 的长是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 计算量较大, 难度适中.