

2017 年湖北省鄂州市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 下列实数是无理数的是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. -1.010101

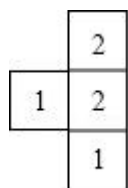
2. (3 分) 鄂州市凤凰大桥, 坐落于鄂州鄂城区洋澜湖上, 是洋澜湖上在建的第 5 座桥梁, 大桥长 1100m, 宽 27m, 鄂州有关部门公布了该桥新的设计方案, 并计划投资人民币 2.3 亿元, 2015 年开工, 预计 2017 年完工. 请将 2.3 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 2.3×10^8 B. 0.23×10^9 C. 23×10^7 D. 2.3×10^9

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $5x - 3x = 2$ B. $(x - 1)^2 = x^2 - 1$ C. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ D. $x^6 \div x^2 = x^4$

4. (3 分) 如图是由几个大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置上小正方体的个数, 则该几何体的左视图是 ()



- A. B. C. D.

5. (3 分) 对于不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{3}x - 6 \leq 1 - \frac{5}{3}x \\ 3(x - 1) < 5x - 1 \end{cases}$, 下列说法正确的是 ()

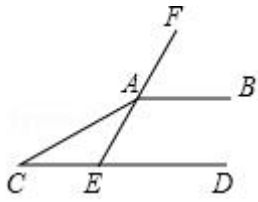
A. 此不等式组的正整数解为 1, 2, 3

B. 此不等式组的解集为 $-1 < x \leq \frac{7}{6}$

C. 此不等式组有 5 个整数解

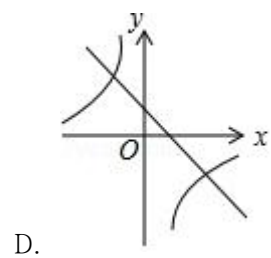
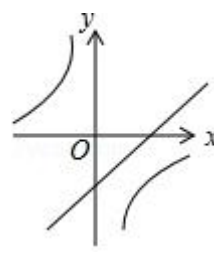
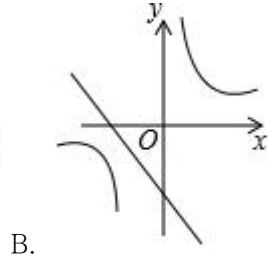
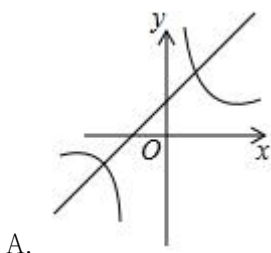
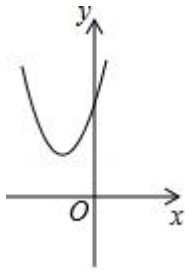
D. 此不等式组无解

6. (3 分) 如图, $AB \parallel CD$, E 为 CD 上一点, 射线 EF 经过点 A, $EC = EA$. 若 $\angle CAE = 30^\circ$, 则 $\angle BAF =$ ()



A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

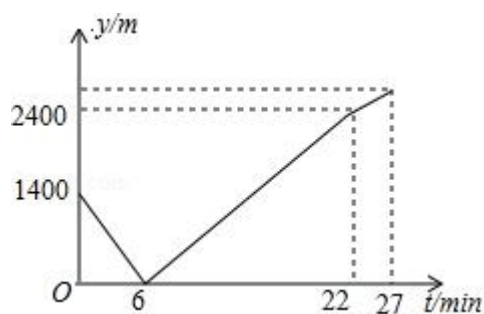
7. (3分) 已知二次函数 $y = (x+m)^2 - n$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{mn}{x}$ 的图象可能是 ()



8. (3分) 小东家与学校之间是一条笔直的公路，早饭后，小东步行前往学校，途中发现忘带画板，停下给妈妈打电话，妈妈接到电话后，带上画板马上赶往学校，同时小东沿原路返回，两人相遇后，小东立即赶往学校，妈妈沿原路返回 16min 到家，再过 5min 小东到达学校，小东始终以 100m/min 的速度步行，小东和妈妈的距离 y (单位: m) 与小东打完电话后的步行时间 t (单位: min) 之间的函数关系如图所示，下列四种说法:

- ①打电话时，小东和妈妈的距离为 1400 米;
- ②小东和妈妈相遇后，妈妈回家速度为 50m/min ;
- ③小东打完电话后，经过 27min 到达学校;
- ④小东家离学校的距离为 2900m.

其中正确的个数是 ()

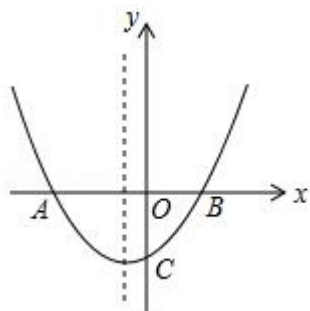


A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. (3 分) 如图抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象交 x 轴于 $A(-2, 0)$ 和点 B , 交 y 轴负半轴于点 C , 且 $OB=OC$, 下列结论:

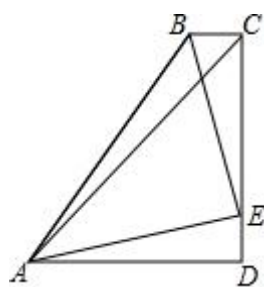
① $2b - c = 2$; ② $a = \frac{1}{2}$; ③ $ac = b - 1$; ④ $\frac{a+b}{c} > 0$

其中正确的个数有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

10. (3 分) 如图四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC + AD$, $\angle DAC = 45^\circ$, E 为 CD 上一点, 且 $\angle BAE = 45^\circ$. 若 $CD = 4$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()



A. $\frac{12}{7}$ B. $\frac{24}{7}$ C. $\frac{48}{7}$ D. $\frac{50}{7}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

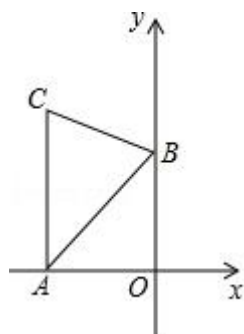
11. (3 分) 分解因式: $ab^2 - 9a =$ _____.

12. (3 分) 若 $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} - x} - 6$, 则 $xy =$ _____.

13. (3分) 一个样本为 1, 3, 2, 2, a, b, c, 已知这个样本的众数为 3, 平均数为 2, 则这组数据的中位数为_____.

14. (3分) 已知圆锥的高为 6, 底面圆的直径为 8, 则圆锥的侧面积为_____.

15. (3分) 如图, $AC \perp x$ 轴于点 A, 点 B 在 y 轴的正半轴上, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 4$, $BC = 2\sqrt{3}$, 点 D 为 AC 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的交点. 若直线 BD 将 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 2 的两部分, 则 k 的值为_____.



16. (3分) 已知正方形 ABCD 中 A (1, 1)、B (1, 2)、C (2, 2)、D (2, 1), 有一抛物线 $y = (x+1)^2$ 向下平移 m 个单位 ($m > 0$) 与正方形 ABCD 的边 (包括四个顶点) 有交点, 则 m 的取值范围是_____.

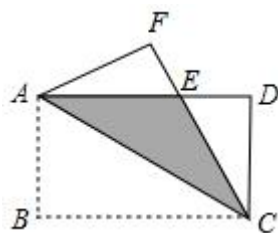
三、解答题 (17-20 题每题 8 分, 21-22 题每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

17. (8分) 先化简, 再求值: $(x - 1 + \frac{3-3x}{x+1}) \div \frac{x^2-x}{x+1}$, 其中 x 的值从不等式组 $\begin{cases} 2-x \leq 3 \\ 2x-4 < 1 \end{cases}$ 的整数解中选取.

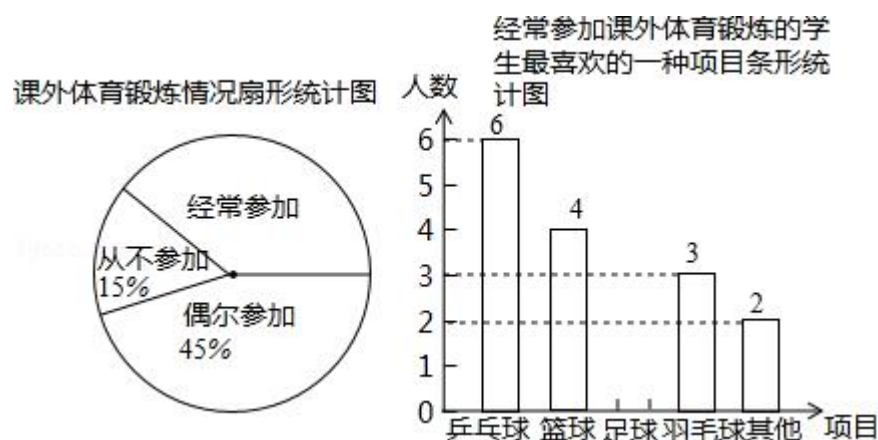
18. (8分) 如图, 将矩形 ABCD 沿对角线 AC 翻折, 点 B 落在点 F 处, FC 交 AD 于 E.

(1) 求证: $\triangle AFE \cong \triangle CDE$;

(2) 若 $AB = 4$, $BC = 8$, 求图中阴影部分的面积.



19. (8分) 某兴趣小组为了了解本校学生参加课外体育锻炼情况, 随机抽取本校 40 名学生进行问卷调查, 统计整理并绘制了如下两幅尚不完整的统计图:



根据以上信息解答下列问题:

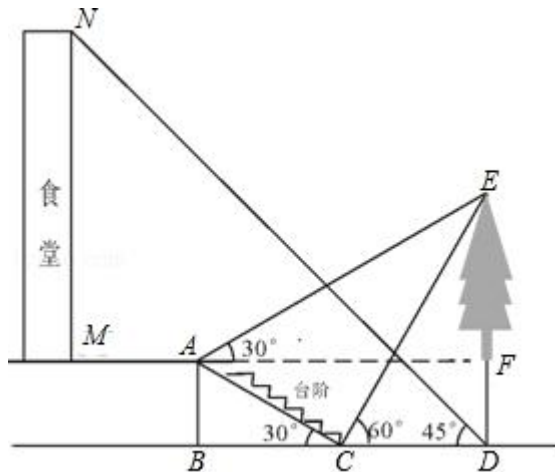
- (1) 课外体育锻炼情况统计图中, “经常参加”所对应的圆心角的度数为_____; “经常参加课外体育锻炼的学生最喜欢的一种项目”中, 喜欢足球的人数有_____人, 补全条形统计图.
- (2) 该校共有 1200 名学生, 请估计全校学生中经常参加课外体育锻炼并喜欢的项目是乒乓球的人数有多少人?
- (3) 若在“乒乓球”、“篮球”、“足球”、“羽毛球”项目中任选两个项目成立兴趣小组, 请用列表法或画树状图的方法求恰好选中“乒乓球”、“篮球”这两个项目的概率.

20. (8分) 关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 - 2k + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求实数 k 的取值范围;
- (2) 设方程的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 , 存不存在这样的实数 k , 使得 $|x_1| - |x_2| = \sqrt{5}$? 若存在, 求出这样的 k 值; 若不存在, 说明理由.

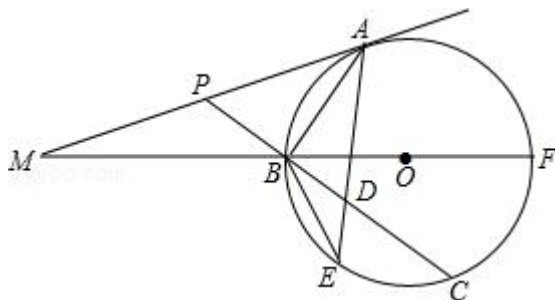
21. (9 分) 小明想要测量学校食堂和食堂正前方一棵树的高度，他从食堂楼底 M 处出发，向前走 3 米到达 A 处，测得树顶端 E 的仰角为 30° ，他又继续走下台阶到达 C 处，测得树的顶端 E 的仰角是 60° ，再继续向前走到大树底 D 处，测得食堂楼顶 N 的仰角为 45° ．已知 A 点离地面的高度 AB=2 米， $\angle BCA=30^\circ$ ，且 B、C、D 三点在同一直线上.

- (1) 求树 DE 的高度;
- (2) 求食堂 MN 的高度.



22. (9分) 如图, 已知 BF 是 $\odot O$ 的直径, A 为 $\odot O$ 上 (异于 B 、 F) 一点, $\odot O$ 的切线 MA 与 BF 的延长线交于点 M ; P 为 AM 上一点, PB 的延长线交 $\odot O$ 于点 C , D 为 BC 上一点且 $PA=PD$, AD 的延长线交 $\odot O$ 于点 E .

- (1) 求证: $\widehat{BE} = \widehat{CE}$;
- (2) 若 ED、EA 的长是一元二次方程 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 的两根, 求 BE 的长;
- (3) 若 $MA = 6\sqrt{2}$, $\sin \angle AMF = \frac{1}{3}$, 求 AB 的长.



23. (10 分) 鄂州某个体商户购进某种电子产品的进价是 50 元/个，根据市场调研发现售价是 80 元/个时，每周可卖出 160 个，若销售单价每个降低 2 元，则每周可多卖出 20 个. 设销售价格每个降低 x 元 (x 为偶数)，每周销售量为 y 个.

(1) 直接写出销售量 y 个与降价 x 元之间的函数关系式；

(2) 设商户每周获得的利润为 W 元，当销售单价定为多少元时，每周销售利润最大，最大利润是多少元？

(3) 若商户计划下周利润不低于 5200 元的情况下，他至少要准备多少元进货成本？

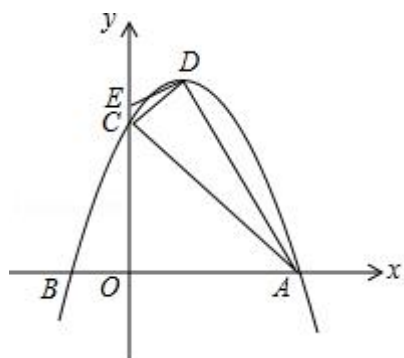
24. (12 分) 已知, 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ ($a<0$) 与 x 轴交于 $A(3, 0)$ 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴是直线 $x=1$, D 为抛物线的顶点, 点 E 在 y 轴 C 点的上方, 且 $CE=\frac{1}{2}$.

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 求证: 直线 DE 是 $\triangle ACD$ 外接圆的切线;

(3) 在直线 AC 上方的抛物线上找一点 P , 使 $S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACD}$, 求点 P 的坐标;

(4) 在坐标轴上找一点 M , 使以点 B 、 C 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似, 直接写出点 M 的坐标.



2017 年湖北省鄂州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 下列实数是无理数的是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. -1.010101

【解答】解： $\frac{2}{3}$, 0, -1.0101 是有理数,

$\sqrt{3}$ 是无理数,

故选: B.

2. (3 分) 鄂州市凤凰大桥, 坐落于鄂州鄂城区洋澜湖上, 是洋澜湖上在建的第 5 座桥梁, 大桥长 1100m, 宽 27m, 鄂州有关部门公布了该桥新的设计方案, 并计划投资人民币 2.3 亿元, 2015 年开工, 预计 2017 年完工. 请将 2.3 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 2.3×10^8 B. 0.23×10^9 C. 23×10^7 D. 2.3×10^9

【解答】解: 将 2.3 亿用科学记数法表示为: 2.3×10^8 .

故选: A.

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $5x - 3x = 2$ B. $(x - 1)^2 = x^2 - 1$ C. $(-2x^2)^3 = -6x^6$ D. $x^6 \div x^2 = x^4$

【解答】解: A、原式 = $2x$, 不符合题意;

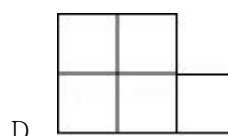
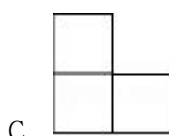
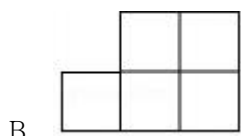
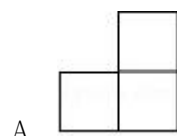
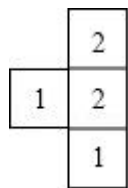
B、原式 = $x^2 - 2x + 1$, 不符合题意;

C、原式 = $-8x^6$, 不符合题意;

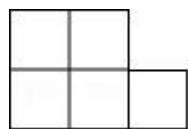
D、原式 = x^4 , 符合题意,

故选: D.

4. (3 分) 如图是由几个大小相同的小正方体搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置上小正方体的个数, 则该几何体的左视图是 ()



【解答】解: 该几何体的左视图是:



故选：D.

5. (3分) 对于不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{3}x-6 \leq 1-\frac{5}{3}x \\ 3(x-1) < 5x-1 \end{cases}$, 下列说法正确的是 ()

A. 此不等式组的正整数解为 1, 2, 3

B. 此不等式组的解集为 $-1 < x \leq \frac{7}{6}$

C. 此不等式组有 5 个整数解

D. 此不等式组无解

【解答】解: $\begin{cases} \frac{1}{3}x-6 \leq 1-\frac{5}{3}x \text{ ①} \\ 3(x-1) < 5x-1 \text{ ②} \end{cases}$,

解①得 $x \leq \frac{7}{2}$,

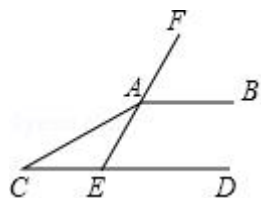
解②得 $x > -1$,

所以不等式组的解集为 $-1 < x \leq \frac{7}{2}$,

所以不等式组的正整数解为 1, 2, 3

故选：A.

6. (3分) 如图, $AB \parallel CD$, E 为 CD 上一点, 射线 EF 经过点 A, $EC=EA$. 若 $\angle CAE=30^\circ$, 则 $\angle BAF=$ ()



A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【解答】解: $\because EC=EA$, $\angle CAE=30^\circ$,

$\therefore \angle C=30^\circ$,

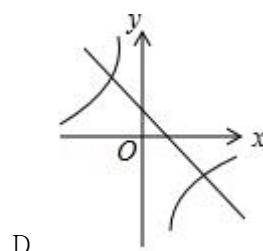
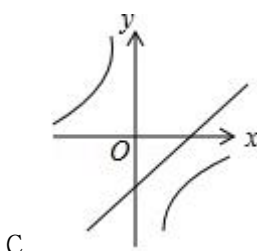
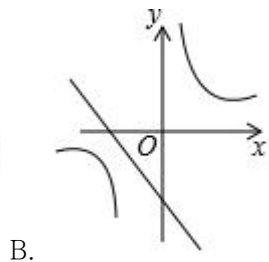
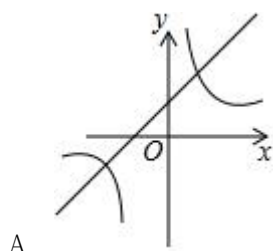
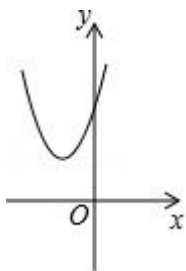
$\therefore \angle AED=30^\circ+30^\circ=60^\circ$.

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAF=\angle AED=60^\circ$.

故选：D.

7. (3分) 已知二次函数 $y=(x+m)^2-n$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y=mx+n$ 与反比例函数 $y=\frac{mn}{x}$ 的图象可能是 ()



【解答】解：观察二次函数图象可知： $m > 0$ ， $n < 0$ ，

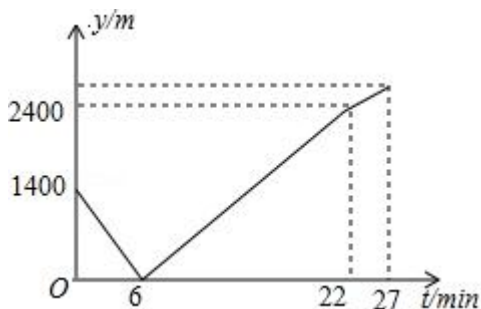
∴ 一次函数 $y = mx + n$ 的图象经过第一、三、四象限，反比例函数 $y = \frac{mn}{x}$ 的图象在第二、四象限.

故选：C.

8. (3分) 小东家与学校之间是一条笔直的公路，早饭后，小东步行前往学校，途中发现忘带画板，停下给妈妈打电话，妈妈接到电话后，带上画板马上赶往学校，同时小东沿原路返回，两人相遇后，小东立即赶往学校，妈妈沿原路返回 16min 到家，再过 5min 小东到达学校，小东始终以 100m/min 的速度步行，小东和妈妈的距离 y (单位：m) 与小东打完电话后的步行时间 t (单位：min) 之间的函数关系如图所示，下列四种说法：

- ①打电话时，小东和妈妈的距离为 1400 米；
- ②小东和妈妈相遇后，妈妈回家速度为 50m/min；
- ③小东打完电话后，经过 27min 到达学校；
- ④小东家离学校的距离为 2900m.

其中正确的个数是 ()



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【解答】解：①当 $t = 0$ 时， $y = 1400$ ，

∴ 打电话时，小东和妈妈的距离为 1400 米，结论①正确；

② $2400 \div (22 - 6) - 100 = 50$ (m/min)，

∴ 小东和妈妈相遇后，妈妈回家的速度为 50m/min，结论②正确；

③ ∵ t 的最大值为 27，

∴小东打完电话后，经过 27min 到达学校，结论③正确；

$$④2400 + (27 - 22) \times 100 = 2900 \text{ (m)},$$

∴小东家离学校的距离为 2900m，结论④正确.

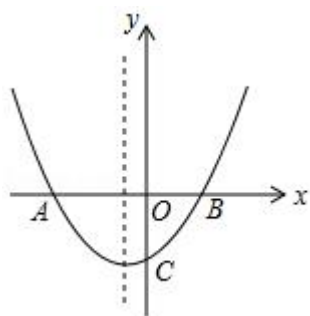
综上所述，正确的结论有：①②③④.

故选：D.

9. (3 分) 如图抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象交 x 轴于 $A(-2, 0)$ 和点 B ，交 y 轴负半轴于点 C ，且 $OB = OC$ ，下列结论：

$$①2b - c = 2; \quad ②a = \frac{1}{2}; \quad ③ac = b - 1; \quad ④\frac{a+b}{c} > 0$$

其中正确的个数有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【解答】解：据图象可知 $a > 0$ ， $c < 0$ ， $b > 0$ ，

$$\therefore \frac{a+b}{c} < 0, \text{ 故④错误;}$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore OB = -c,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (-c, 0),$$

$$\therefore ac^2 - bc + c = 0,$$

$$\therefore ac - b + 1 = 0,$$

$$\therefore ac = b - 1, \text{ 故③正确;}$$

∵ $A(-2, 0)$ ， $B(-c, 0)$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$ 和 $B(-c, 0)$ 两点，

$$\therefore 2c = -\frac{c}{a},$$

$$\therefore 2 = -\frac{1}{a},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \text{ 故②正确;}$$

$$\because ac - b + 1 = 0,$$

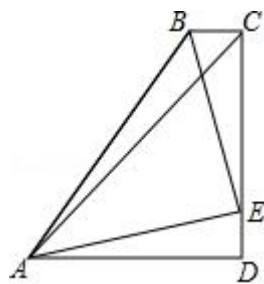
$$\therefore b = ac + 1, \quad a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}c + 1$$

$$\therefore 2b - c = 2, \text{ 故①正确;}$$

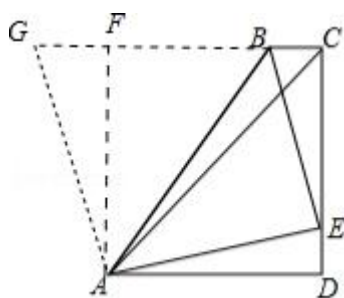
故选：C.

10. (3分) 如图四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC + AD$, $\angle DAC = 45^\circ$, E 为 CD 上一点, 且 $\angle BAE = 45^\circ$. 若 $CD = 4$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()



- A. $\frac{12}{7}$ B. $\frac{24}{7}$ C. $\frac{48}{7}$ D. $\frac{50}{7}$

【解答】解法一: 作 $AF \perp CB$ 交 CB 的延长线于 F, 在 CF 的延长线上取一点 G, 是的 $FG = DE$.



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle BCD = \angle AFC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 ADCF 是矩形,

$\therefore \angle CAD = 45^\circ$,

$\therefore AD = CD$,

$\therefore$ 四边形 ADCF 是正方形,

$\therefore AF = AD$, $\angle AFG = \angle ADF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AFG \cong \triangle ADE$,

$\therefore AG = AE$, $\angle FAG = \angle DAE$,

$\therefore \angle FAG + \angle FAB = \angle EAD + \angle FAB = 45^\circ = \angle BAE$,

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle BAG$,

$\therefore BE = BG = BF + GF = BF + DE$,

设 $BC = a$, 则 $AB = 4 + a$, $BF = 4 - a$,

在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $4^2 + (4 - a)^2 = (4 + a)^2$, 解得 $a = 1$,

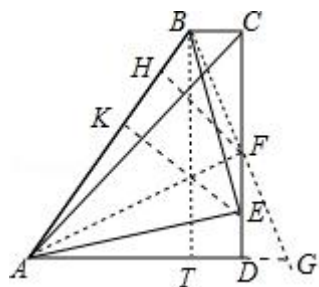
$\therefore BC = 1$, $BF = 3$, 设 $BE = b$, 则 $DE = b - 3$, $CE = 4 - (b - 3) = 7 - b$.

在 $\text{Rt} \triangle BCE$ 中, $1^2 + (7 - b)^2 = b^2$, 解得 $b = \frac{25}{7}$,

$\therefore BG = BE = \frac{25}{7}$,

$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times \frac{25}{7} \times 4 = \frac{50}{7}$.

解法二：如图取 CD 的中点 F，连接 BF 延长 BF 交 AD 的延长线于 G，作 FH ⊥ AB 于 H，EK ⊥ AB 于 K，作 BT ⊥ AD 于 T。



$\because BC \parallel AG$,
 $\therefore \angle BCF = \angle FDG$,
 $\because \angle BFC = \angle DFG$, $FC = DF$,
 $\therefore \triangle BCF \cong \triangle GDF$,
 $\therefore BC = DG$, $BF = FG$,
 $\because AB = BC + AD$, $AG = AD + DG = AD + BC$,
 $\therefore AB = AG$, $\therefore BF = FG$,
 $\therefore BF \perp AF$, $\angle ABF = \angle G = \angle CBF$,
 $\because FH \perp BA$, $FC \perp BC$,
 $\therefore FH = FC$, 易证 $\triangle FBC \cong \triangle FBH$, $\triangle FAH \cong \triangle FAD$,
 $\therefore BC = BH$, $AD = AH$,

由题意 $AD = DC = 4$ ，设 $BC = TD = BH = x$ ，

在 $Rt\triangle ABT$ 中， $\therefore AB^2 = BT^2 + AT^2$ ，

$$\therefore (x+4)^2 = 4^2 + (4-x)^2,$$

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore BC = BH = TD = 1, AB = 5,$$

设 $AK = EK = y$, $DE = z$ ，

$$\because AE^2 = AK^2 + EK^2 = AD^2 + DE^2, BE^2 = BK^2 + KE^2 = BC^2 + EC^2,$$

$$\therefore 4^2 + z^2 = 2y^2 \quad ①,$$

$$(5-y)^2 + y^2 = 1^2 + (4-z)^2 \quad ②$$

由②得到 $25 - 10y + 2y^2 = 17 - 8z + z^2$ ③，

$$①代入③可得 $z = \frac{5y-12}{4}$ ④$$

$$④代入①可得 $y = \frac{20}{7}$ (负根已经舍弃)，$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{20}{7} = \frac{50}{7},$$

故选：D.

二、填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

11. (3 分) 分解因式： $ab^2 - 9a = \underline{a(b+3)(b-3)}$.

【解答】解：原式 $= a(b^2 - 9)$

$$= a(b+3)(b-3),$$

故答案为： $a(b+3)(b-3)$.

12. (3分) 若 $y = \sqrt{x - \frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} - x} - 6$, 则 $xy = \underline{-3}$.

【解答】解: 由题意可知:
$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq 0 \\ \frac{1}{2} - x \geq 0 \end{cases},$$

解得: $x = \frac{1}{2}$,

$\therefore y = 0 + 0 - 6 = -6$,

$\therefore xy = -3$,

故答案为: -3

13. (3分) 一个样本为 1, 3, 2, 2, a, b, c, 已知这个样本的众数为 3, 平均数为 2, 则这组数据的中位数为 2.

【解答】解: 因为众数为 3, 可设 $a=3$, $b=3$, c 未知,

平均数 $= \frac{1}{7} (1+3+2+2+3+3+c) = 2$,

解得 $c=0$,

将这组数据按从小到大的顺序排列: 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3,

位于最中间的一个数是 2, 所以中位数是 2,

故答案为: 2.

14. (3分) 已知圆锥的高为 6, 底面圆的直径为 8, 则圆锥的侧面积为 $8\sqrt{13}\pi$.

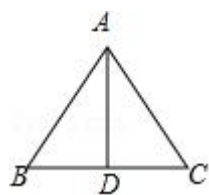
【解答】解: 圆锥的主视图如右图所示,

直径 $BC=8$, $AD=6$,

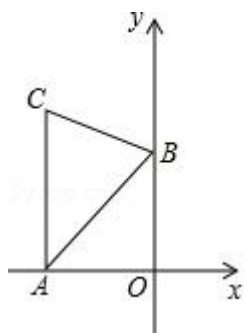
$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{6^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 2\sqrt{13}$.

$\therefore$ 圆锥的侧面积是: $\frac{1}{2} \times 8\pi \times 2\sqrt{13} = 8\sqrt{13}\pi$,

故答案为: $8\sqrt{13}\pi$.



15. (3分) 如图, $AC \perp x$ 轴于点 A, 点 B 在 y 轴的正半轴上, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB=4$, $BC=2\sqrt{3}$, 点 D 为 AC 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的交点. 若直线 BD 将 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 2 的两部分, 则 k 的值为 -4 或 -8 .



【解答】解：如图所示，过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E，

$\because \angle ABC = 60^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore$ Rt $\triangle CBE$ 中， $CE = 3$ ，

又 $\because AB = 4$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} AB \times CE = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ ，

连接 BD，OD，

$\because$ 直线 BD 将 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 2 的两部分，

$\therefore$ 点 D 将线段 AC 分成 1: 2 的两部分，

当 $AD: CD = 1: 2$ 时， $\triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{3} \times \triangle ABC$ 的面积 $= 2$ ，

$\because AC \parallel OB$ ，

$\therefore \triangle DOA$ 的面积 $= \triangle ABD$ 的面积 $= 2$ ，

$\therefore \frac{1}{2} |k| = 2$ ，即 $k = \pm 4$ ，

又 $\because k < 0$ ，

$\therefore k = -4$ ；

当 $AD: CD = 2: 1$ 时， $\triangle ABD$ 的面积 $= \frac{2}{3} \times \triangle ABC$ 的面积 $= 4$ ，

$\because AC \parallel OB$ ，

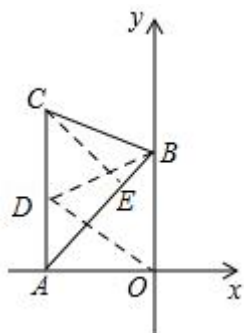
$\therefore \triangle DOA$ 的面积 $= \triangle ABD$ 的面积 $= 4$ ，

$\therefore \frac{1}{2} |k| = 4$ ，即 $k = \pm 8$ ，

又 $\because k < 0$ ，

$\therefore k = -8$ ，

故答案为：-4 或 -8.



16. (3分) 已知正方形 ABCD 中 A (1, 1)、B (1, 2)、C (2, 2)、D (2, 1), 有一抛物线 $y = (x+1)^2$ 向下平移 m 个单位 ($m > 0$) 与正方形 ABCD 的边 (包括四个顶点) 有交点, 则 m 的取值范围是 $2 \leq m \leq 8$.

【解答】解: 设平移后的解析式为 $y = (x+1)^2 - m$,

将 B 点坐标代入, 得

$4 - m = 2$, 解得 $m = 2$,

将 D 点坐标代入, 得

$9 - m = 1$, 解得 $m = 8$,

$y = (x+1)^2$ 向下平移 m 个单位 ($m > 0$) 与正方形 ABCD 的边 (包括四个顶点) 有交点, 则 m 的取值范围是 $2 \leq m \leq 8$,

故答案为: $2 \leq m \leq 8$.

三、解答题 (17-20 题每题 8 分, 21-22 题每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

17. (8分) 先化简, 再求值: $(x-1+\frac{3-3x}{x+1}) \div \frac{x^2-x}{x+1}$, 其中 x 的值从不等式组 $\begin{cases} 2-x \leq 3 \\ 2x-4 < 1 \end{cases}$ 的

整数解中选取.

【解答】解: 原式 = $(\frac{x^2-1}{x+1} + \frac{3-3x}{x+1}) \div \frac{x(x-1)}{x+1}$

$$= \frac{x^2-3x+2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x-2}{x},$$

解不等式组 $\begin{cases} 2-x \leq 3 \\ 2x-4 < 1 \end{cases}$ 得: $-1 \leq x < \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 不等式组的整数解有 $-1, 0, 1, 2$,

$\therefore$ 分式有意义时 $x \neq \pm 1, 0$,

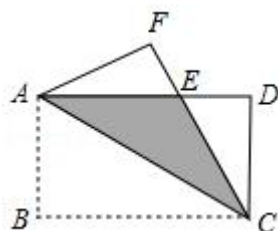
$\therefore x = 2$,

则原式 = 0.

18. (8分) 如图, 将矩形 ABCD 沿对角线 AC 翻折, 点 B 落在点 F 处, FC 交 AD 于 E.

(1) 求证: $\triangle AFE \cong \triangle CDE$;

(2) 若 $AB=4$, $BC=8$, 求图中阴影部分的面积.



【解答】解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AB=CD$, $\angle B=\angle D=90^\circ$,

$\therefore$ 将矩形 ABCD 沿对角线 AC 翻折, 点 B 落在点 F 处,

$$\therefore \angle F = \angle B, AB = AF,$$

$$\therefore AF = CD, \angle F = \angle D,$$

$$\text{在 } \triangle AEF \text{ 与 } \triangle CDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle F = \angle D \\ \angle AEF = \angle CED, \\ AF = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle CDE;$$

$$(2) \because AB = 4, BC = 8,$$

$$\therefore CF = AD = 8, AF = CD = AB = 4,$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle CDE,$$

$$\therefore AE = CE, EF = DE,$$

$$\therefore DE^2 + CD^2 = CE^2,$$

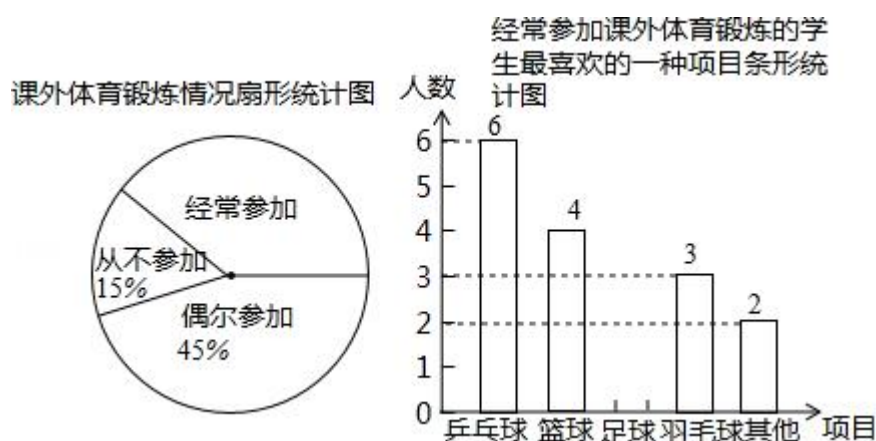
$$\text{即 } DE^2 + 4^2 = (8 - DE)^2,$$

$$\therefore DE = 3,$$

$$\therefore EF = 3,$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = S_{\triangle ACF} - S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 10.$$

19. (8分) 某兴趣小组为了了解本校学生参加课外体育锻炼情况, 随机抽取本校 40 名学生进行问卷调查, 统计整理并绘制了如下两幅尚不完整的统计图:



根据以上信息解答下列问题:

(1) 课外体育锻炼情况统计图中, “经常参加”所对应的圆心角的度数为 144°; “经常参加课外体育锻炼的学生最喜欢的一种项目”中, 喜欢足球的人数有 1 人, 补全条形统计图.

(2) 该校共有 1200 名学生, 请估计全校学生中经常参加课外体育锻炼并喜欢的项目是乒乓球的人数有多少人?

(3) 若在“乒乓球”、“篮球”、“足球”、“羽毛球”项目中任选两个项目成立兴趣小组, 请用列表法或画树状图的方法求恰好选中“乒乓球”、“篮球”这两个项目的概率.

【解答】解: (1) $360^\circ \times (1 - 15\% - 45\%) = 360^\circ \times 40\% = 144^\circ$;

“经常参加”的人数为: $40 \times 40\% = 16$ 人,

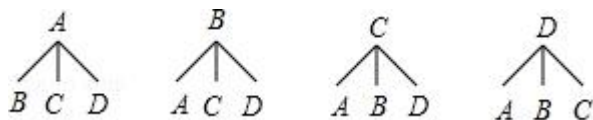
喜欢足球的学生人数为: $16 - 6 - 4 - 3 - 2 = 1$ 人;

补全统计图如图所示:

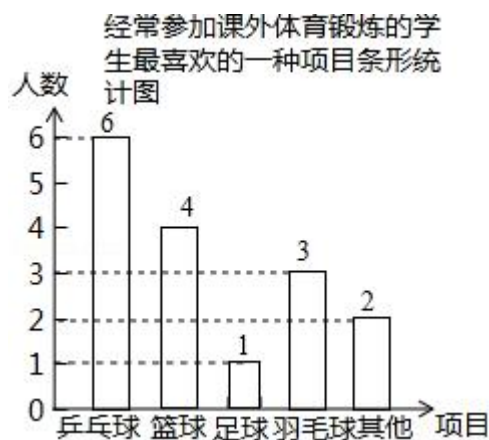
故答案为: 144° , 1;

(2) 全校学生中经常参加课外体育锻炼并喜欢的项目是乒乓球的人数约为： $1200 \times \frac{6}{40} = 180$ 人；

(3) 设 A 代表“乒乓球”、B 代表“篮球”、C 代表“足球”、D 代表“羽毛球”，画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果数，其中选中的两个项目恰好是“乒乓球”、“篮球”的情况占 2 种，所以选中“乒乓球”、“篮球”这两个项目的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。



20. (8 分) 关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 1)x + k^2 - 2k + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求实数 k 的取值范围；

(2) 设方程的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 ，存不存在这样的实数 k ，使得 $|x_1| - |x_2| = \sqrt{5}$ ？若存在，求出这样的 k 值；若不存在，说明理由.

【解答】解：(1) $\because$ 方程有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = [-(2k - 1)]^2 - 4(k^2 - 2k + 3) = 4k - 11 > 0,$$

$$\text{解得：} k > \frac{11}{4};$$

(2) 存在，

$$\because x_1 + x_2 = 2k - 1, \quad x_1 x_2 = k^2 - 2k + 3 = (k - 1)^2 + 2 > 0,$$

$$\therefore \text{将 } |x_1| - |x_2| = \sqrt{5} \text{ 两边平方可得 } x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = 5, \text{ 即 } (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 5,$$

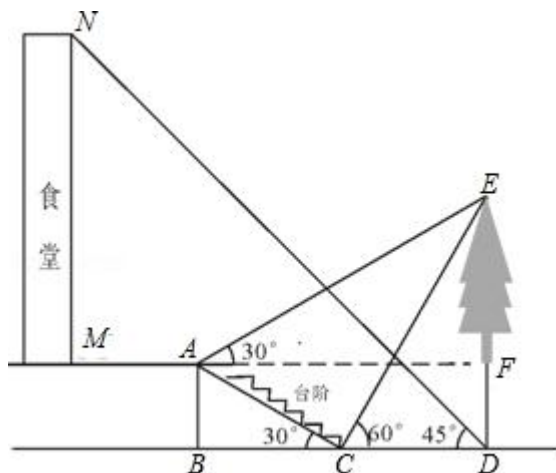
$$\text{代入得：} (2k - 1)^2 - 4(k^2 - 2k + 3) = 5,$$

$$\text{解得：} 4k - 11 = 5,$$

$$\text{解得：} k = 4.$$

21. (9 分) 小明想要测量学校食堂和食堂正前方一棵树的高度，他从食堂楼底 M 处出发，向前走 3 米到达 A 处，测得树顶端 E 的仰角为 30° ，他又继续走下台阶到达 C 处，测得树的顶端 E 的仰角是 60° ，再继续向前走到大树底 D 处，测得食堂楼顶 N 的仰角为 45° 。已知 A 点离地面的高度 AB=2 米， $\angle BCA = 30^\circ$ ，且 B、C、D 三点在同一直线上。

- (1) 求树 DE 的高度;
(2) 求食堂 MN 的高度.



【解答】解: (1) 如图, 设 $DE=x$,

$$\therefore AB=DF=2,$$

$$\therefore EF=DE-DF=x-2,$$

$$\therefore \angle EAF=30^\circ,$$

$$\therefore AF = \frac{EF}{\tan \angle EAF} = \frac{x-2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}(x-2),$$

$$\text{又} \therefore CD = \frac{DE}{\tan \angle DCE} = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}x, \quad BC = \frac{AB}{\tan \angle ACB} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3},$$

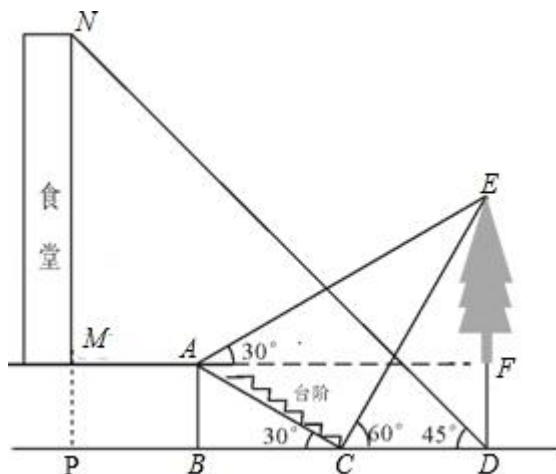
$$\therefore BD = BC + CD = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\text{由 } AF=BD \text{ 可得 } \sqrt{3}(x-2) = 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{解得: } x=6,$$

$\therefore$ 树 DE 的高度为 6 米;

(2) 延长 NM 交 DB 延长线于点 P, 则 $AM=BP=3$,



由 (1) 知 $CD = \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 6 = 2\sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore PD = BP + BC + CD = 3 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3 + 4\sqrt{3},$$

$$\because \angle NDP = 45^\circ, \text{ 且 } MP = AB = 2,$$

$$\therefore NP = PD = 3 + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore NM = NP - MP = 3 + 4\sqrt{3} - 2 = 1 + 4\sqrt{3},$$

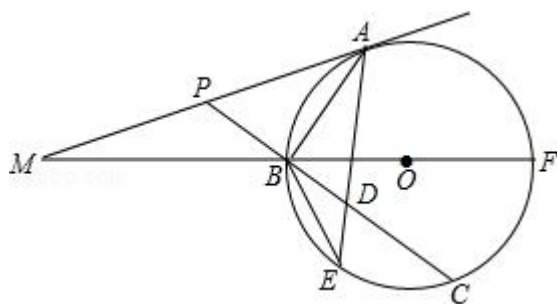
$\therefore$ 食堂 MN 的高度为 $1 + 4\sqrt{3}$ 米.

22. (9 分) 如图, 已知 BF 是 $\odot O$ 的直径, A 为 $\odot O$ 上 (异于 B、F) 一点, $\odot O$ 的切线 MA 与 FB 的延长线交于点 M; P 为 AM 上一点, PB 的延长线交 $\odot O$ 于点 C, D 为 BC 上一点且 $PA = PD$, AD 的延长线交 $\odot O$ 于点 E.

(1) 求证: $\widehat{BE} = \widehat{CE}$;

(2) 若 ED、EA 的长是一元二次方程 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 的两根, 求 BE 的长;

(3) 若 $MA = 6\sqrt{2}$, $\sin \angle AMF = \frac{1}{3}$, 求 AB 的长.



【解答】(1) 证明: 连接 OA、OE 交 BC 于 T.

$\because$ AM 是切线,

$$\therefore \angle OAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PAD + \angle OAE = 90^\circ,$$

$$\because PA = PD,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle PDA = \angle EDT,$$

$$\because OA = OE,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle OEA,$$

$$\therefore \angle EDT + \angle OEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DTE = 90^\circ,$$

$$\therefore OE \perp BC,$$

$$\therefore \widehat{BE} = \widehat{CE}.$$

(2) $\because$ ED、EA 的长是一元二次方程 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 的两根,

$$\therefore ED \cdot EA = 5,$$

$$\therefore \widehat{BE} = \widehat{EC},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EBD, \because \angle BED = \angle AEB,$$

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \frac{BE}{AE} = \frac{DE}{EB},$$

$$\therefore BE^2 = DE \cdot EA = 5,$$

$$\therefore BE = \sqrt{5}.$$

(3) 作 $AH \perp OM$ 于 H .

在 $Rt\triangle AMO$ 中, $\therefore AM = 6\sqrt{2}$, $\sin \angle M = \frac{1}{3} = \frac{OA}{OM}$, 设 $OA = m$, $OM = 3m$,

$$\therefore 9m^2 - m^2 = 72,$$

$$\therefore m = 3,$$

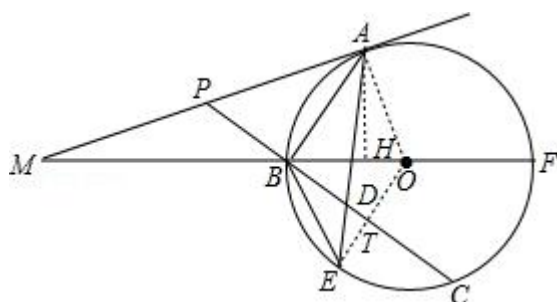
$$\therefore OA = 3, OM = 9,$$

易知 $\angle OAH = \angle M$,

$$\therefore \sin \angle OAH = \frac{OH}{OA} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OH = 1, AH = 2\sqrt{2}. BH = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}.$$



23. (10 分) 鄂州某个体商户购进某种电子产品的进价是 50 元/个, 根据市场调研发现售价是 80 元/个时, 每周可卖出 160 个, 若销售单价每个降低 2 元, 则每周可多卖出 20 个. 设销售价格每个降低 x 元 (x 为偶数), 每周销售量为 y 个.

(1) 直接写出销售量 y 个与降价 x 元之间的函数关系式;

(2) 设商户每周获得的利润为 W 元, 当销售单价定为多少元时, 每周销售利润最大, 最大利润是多少元?

(3) 若商户计划下周利润不低于 5200 元的情况下, 他至少要准备多少元进货成本?

【解答】 解: (1) 依题意有: $y = 10x + 160$;

(2) 依题意有:

$$W = (80 - 50 - x)(10x + 160) = -10(x - 7)^2 + 5290,$$

因为 x 为偶数,

所以当销售单价定为 $80 - 6 = 74$ 元或 $80 - 8 = 72$ 时, 每周销售利润最大, 最大利润是 5280 元;

(3) 依题意有:

$$-10(x - 7)^2 + 5290 \geq 5200,$$

解得 $4 \leq x \leq 10$,

则 $200 \leq y \leq 260$,

$$200 \times 50 = 10000 \text{ (元)}.$$

答: 他至少要准备 10000 元进货成本.

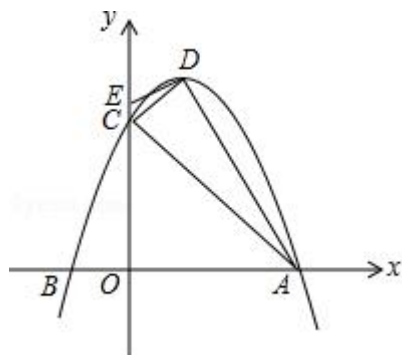
24. (12分) 已知, 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ ($a<0$) 与 x 轴交于 $A(3, 0)$ 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线的对称轴是直线 $x=1$, D 为抛物线的顶点, 点 E 在 y 轴 C 点的上方, 且 $CE=\frac{1}{2}$.

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 求证: 直线 DE 是 $\triangle ACD$ 外接圆的切线;

(3) 在直线 AC 上方的抛物线上找一点 P , 使 $S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACD}$, 求点 P 的坐标;

(4) 在坐标轴上找一点 M , 使以点 B 、 C 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似, 直接写出点 M 的坐标.



【解答】解: (1) $\because$ 抛物线的对称轴是直线 $x=1$, 点 $A(3, 0)$,

$\therefore$ 根据抛物线的对称性知点 B 的坐标为 $(-1, 0)$, $OA=3$,

将 $A(3, 0)$, $B(-1, 0)$ 代入抛物线解析式中得:
$$\begin{cases} 9a+3b+3=0 \\ a-b+3=0 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=-x^2+2x+3$;

当 $x=1$ 时, $y=4$,

$\therefore$ 顶点 $D(1, 4)$.

(2) 当 $x=0$ 时,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$,

$\therefore AC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$, $CD=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $AD=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$,

$\therefore AC^2+CD^2=AD^2$,

$\therefore \triangle ACD$ 为直角三角形, $\angle ACD=90^\circ$.

$\therefore AD$ 为 $\triangle ACD$ 外接圆的直径,

$\because$ 点 E 在 y 轴 C 点的上方, 且 $CE=\frac{1}{2}$.

$\therefore E(0, \frac{7}{2})$

$\therefore AE=\sqrt{3^2+(\frac{7}{2})^2}=\frac{\sqrt{85}}{2}$, $DE=\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore DE^2+AD^2=AE^2$,

$\therefore \triangle AED$ 为直角三角形, $\angle ADE=90^\circ$.

$\therefore AD \perp DE$,

又 $\because AD$ 为 $\triangle ACD$ 外接圆的直径,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ACD$ 外接圆的切线;

(3) 设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$,

根据题意得: $\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=3 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases}$, $\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=-x+3$,

$\because A(3, 0), D(1, 4)$,

$\therefore$ 线段 AD 的中点 N 的坐标为 $(2, 2)$,

过点 N 作 $NP \parallel AC$, 交抛物线于点 P ,

设直线 NP 的解析式为 $y=-x+c$,

则 $-2+c=2$, 解得: $c=4$,

$\therefore$ 直线 NP 的解析式为 $y=-x+4$,

由 $y=-x+4$, $y=-x^2+2x+3$ 联立得: $-x^2+2x+3=-x+4$,

解得: $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 或 $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore y=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$, 或 $y=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore P(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}}{2})$ 或 $(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2})$;

(4) 分三种情况: ① M 恰好为原点, 满足 $\triangle CMB \sim \triangle ACD$, $M(0, 0)$;

② M 在 x 轴正半轴上, $\triangle MCB \sim \triangle ACD$, 此时 $M(9, 0)$;

③ M 在 y 轴负半轴上, $\triangle CBM \sim \triangle ACD$, 此时 $M(0, -\frac{1}{3})$;

综上所述, 点 M 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(9, 0)$ 或 $(0, -\frac{1}{3})$.

