

2017 年湖北省襄阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

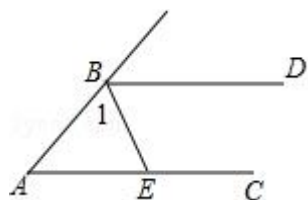
1. (3 分) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5

2. (3 分) 下列各数中, 为无理数的是 ()

- A. $\sqrt[3]{8}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

3. (3 分) 如图, $BD \parallel AC$, BE 平分 $\angle ABD$, 交 AC 于点 E . 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 60° C. 55° D. 50°

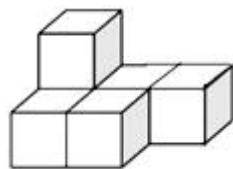
4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

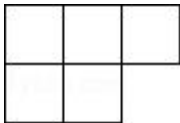
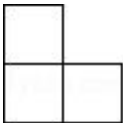
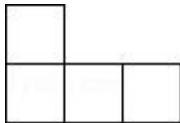
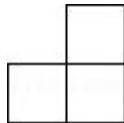
- A. $3a - a = 2$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

5. (3 分) 下列调查中, 调查方式选择合理的是 ()

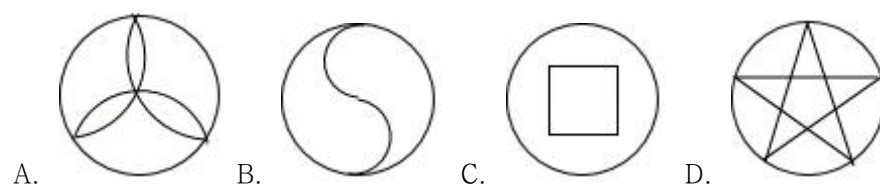
- A. 为了解襄阳市初中每天锻炼所用时间, 选择全面调查
B. 为了解襄阳市电视台《襄阳新闻》栏目的收视率, 选择全面调查
C. 为了解神舟飞船设备零件的质量情况, 选择抽样调查
D. 为了解一批节能灯的使用寿命, 选择抽样调查

6. (3 分) 如图所示的几何体是由 6 个大小完全一样的正方体组合而成的, 它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

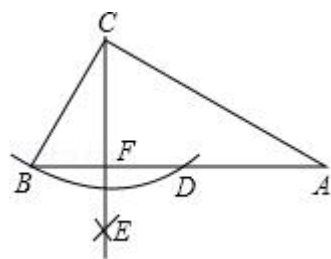
7. (3 分) 下列图形中, 既是中心对称图又是轴对称图形的是 ()



8. (3分) 将抛物线 $y=2(x-4)^2-1$ 先向左平移4个单位长度, 再向上平移2个单位长度, 平移后所得抛物线的解析式为 ()

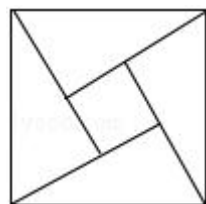
- A. $y=2x^2+1$ B. $y=2x^2-3$ C. $y=2(x-8)^2+1$ D. $y=2(x-8)^2-3$

9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=4$, 以点 C 为圆心, CB 长为半径作弧, 交 AB 于点 D ; 再分别以点 B 和点 D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 E , 作射线 CE 交 AB 于点 F , 则 AF 的长为 ()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. (3分) “赵爽弦图”巧妙地利用面积关系证明了勾股定理, 是我国古代数学的骄傲, 如图所示的“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的大正方形, 设直角三角形较长直角边长为 a , 较短直角边长为 b , 若 $(a+b)^2=21$, 大正方形的面积为 13, 则小正方形的面积为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题 (本大题共6个小题, 每小题3分, 共18分)

11. (3分) 某天襄阳某镇观赏桃花的游客近 16000 人, 数据 16000 用科学记数法表示为_____.

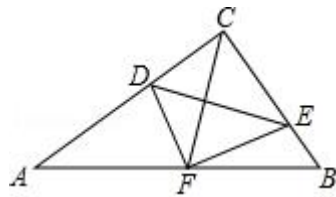
12. (3分) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

13. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 > x + 1 \\ x + 8 \geq 4x - 1 \end{cases}$ 的解集为_____.

14. (3分) 同时抛掷三枚质地均匀的硬币, 出现两枚正面向上, 一枚正面向下的概率是_____.

15. (3分) 在半径为1的 $\odot O$ 中, 弦AB、AC的长分别为1和 $\sqrt{2}$, 则 $\angle BAC$ 的度数为_____.

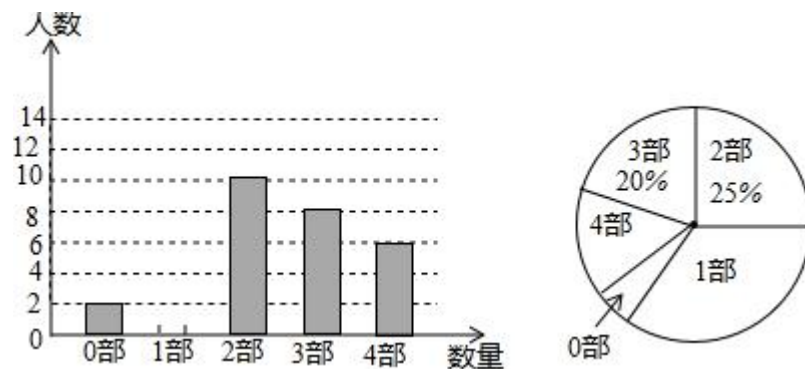
16. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点D, E分别在AC, BC上, 且 $\angle CDE=\angle B$, 将 $\triangle CDE$ 沿DE折叠, 点C恰好落在AB边上的点F处. 若 $AC=8$, $AB=10$, 则CD的长为_____.



三、解答题 (本大题共9个小题, 共72分)

17. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}) \div \frac{1}{xy+y^2}$, 其中 $x=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$.

18. (6分) 中华文化, 源远流长, 在文学方面, 《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表, 被称为“四大古典名著”, 某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况, 就“四大古典名著你读完了几部”的问题做法全校学生中进行了抽样调查, 根据调查结果绘制城如图所示的两个不完整的统计图, 请结合图中信息解决下列问题:



(1) 本次调查所得数据的众数是_____部, 中位数是_____部, 扇形统计图中“1部”所在扇形的圆心角为_____度.

(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 没有读过四大古典名著的两名学生准备从四大固定名著中各自随机选择一部来阅读, 则他们选中同一名著的概率为_____.

19. (6 分) 受益于国家支持新能源汽车发展和“一带一路”发展战略等多重利好因素, 我市某汽车零部件生产企业的利润逐年提高, 据统计, 2014 年利润为 2 亿元, 2016 年利润为 2.88 亿元.

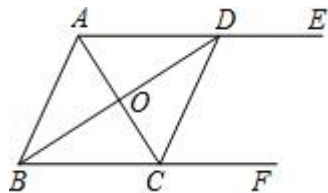
(1) 求该企业从 2014 年到 2016 年利润的年平均增长率;

(2) 若 2017 年保持前两年利润的年平均增长率不变, 该企业 2017 年的利润能否超过 3.4 亿元?

20. (7 分) 如图, $AE \parallel BF$, AC 平分 $\angle BAE$, 且交 BF 于点 C , BD 平分 $\angle ABF$, 且交 AE 于点 D , 连接 CD .

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

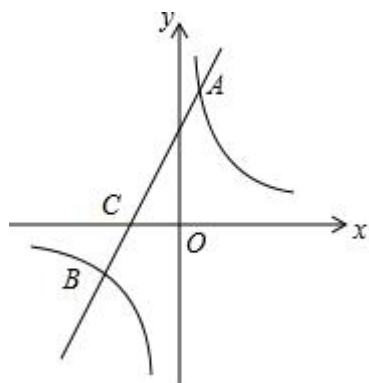
(2) 若 $\angle ADB = 30^\circ$, $BD = 6$, 求 AD 的长.



21. (6分) 如图, 直线 $y_1=ax+b$ 与双曲线 $y_2=\frac{k}{x}$ 交于 A、B 两点, 与 x 轴交于点 C, 点 A 的纵坐标为 6, 点 B 的坐标为 $(-3, -2)$.

(1) 求直线和双曲线的解析式;

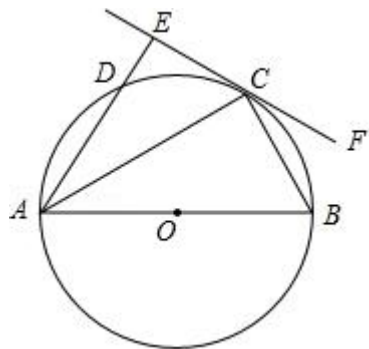
(2) 求点 C 的坐标, 并结合图象直接写出 $y_1 < 0$ 时 x 的取值范围.



22. (8分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C、D 为 $\odot O$ 上的两点, $\angle BAC = \angle DAC$, 过点 C 做直线 $EF \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E, 连接 BC.

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE=1$, $BC=2$, 求劣弧 $\widehat{BC}$ 的长 l.



23. (10 分) 为了“创建文明城市, 建设美丽家园”, 我市某社区将辖区内的一块面积为 1000m^2 的空地进行绿化, 一部分种草, 剩余部分栽花, 设种草部分的面积为 x (m^2), 种草所需费

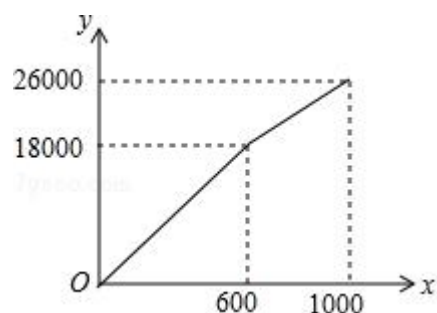
用 y_1 (元) 与 x (m^2) 的函数关系式为 $y_1 = \begin{cases} k_1x & (0 \leq x < 600) \\ k_2x + b & (600 \leq x \leq 1000) \end{cases}$, 其图象如图所示:

栽花所需费用 y_2 (元) 与 x (m^2) 的函数关系式为 $y_2 = -0.01x^2 - 20x + 30000$ ($0 \leq x \leq 1000$).

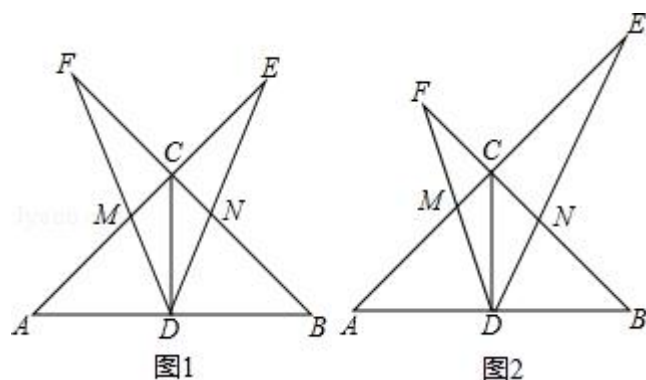
(1) 请直接写出 k_1 、 k_2 和 b 的值;

(2) 设这块 1000m^2 空地的绿化总费用为 W (元), 请利用 W 与 x 的函数关系式, 求出绿化总费用 W 的最大值;

(3) 若种草部分的面积不少于 700m^2 , 栽花部分的面积不少于 100m^2 , 请求出绿化总费用 W 的最小值.



24. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是中线, $AC=BC$, 一个以点 D 为顶点的 45° 角绕点 D 旋转, 使角的两边分别与 AC 、 BC 的延长线相交, 交点分别为点 E , F , DF 与 AC 交于点 M , DE 与 BC 交于点 N .



(1) 如图 1, 若 $CE=CF$, 求证: $DE=DF$;

(2) 如图 2, 在 $\angle EDF$ 绕点 D 旋转的过程中:

①探究三条线段 AB , CE , CF 之间的数量关系, 并说明理由;

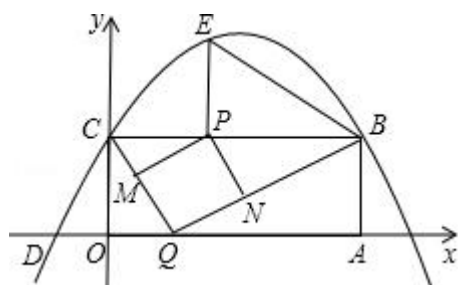
②若 $CE=4$, $CF=2$, 求 DN 的长.

25. (13 分) 如图, 矩形 OABC 的两边在坐标轴上, 点 A 的坐标为 (10, 0), 抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 过点 B, C 两点, 且与 x 轴的一个交点为 D (-2, 0), 点 P 是线段 CB 上的动点, 设 $CP=t$ ($0 < t < 10$).

(1) 请直接写出 B、C 两点的坐标及抛物线的解析式;

(2) 过点 P 作 $PE \perp BC$, 交抛物线于点 E, 连接 BE, 当 t 为何值时, $\angle PBE = \angle OCD$?

(3) 点 Q 是 x 轴上的动点, 过点 P 作 $PM \parallel BQ$, 交 CQ 于点 M, 作 $PN \parallel CQ$, 交 BQ 于点 N, 当四边形 PMQN 为正方形时, 请求出 t 的值.



2017 年湖北省襄阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•襄阳) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5

【考点】17: 倒数.

【分析】根据乘积为 1 的两个数互为倒数，可得一个数的倒数.

【解答】解: -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

故选: B.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. (3 分) (2017•襄阳) 下列各数中，为无理数的是 ()

- A. $\sqrt[3]{8}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\sqrt{2}$

【考点】26: 无理数.

【分析】根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

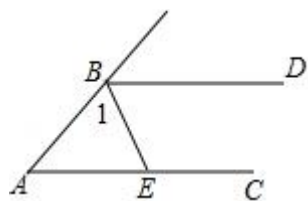
【解答】解: $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{3}$ 是有理数,

$\sqrt{2}$ 是无理数,

故选: D.

【点评】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数是无理数. 如 π , $\sqrt{6}$, $0.8080080008\cdots$ (每两个 8 之间依次多 1 个 0) 等形式.

3. (3 分) (2017•襄阳) 如图, $BD \parallel AC$, BE 平分 $\angle ABD$, 交 AC 于点 E . 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 60° C. 55° D. 50°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质，得到 $\angle ABD = 130^\circ$ ，再根据 BE 平分 $\angle ABD$ ，即可得到 $\angle 1$ 的度数.

【解答】解: $\because BD \parallel AC$, $\angle A = 50^\circ$,

$\therefore \angle ABD = 130^\circ$,

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABD$,

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABD = 65^\circ$,

故选: A.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同旁内角互补.

4. (3分) (2017•襄阳) 下列运算正确的是 ()

A. $3a - a = 2$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

【考点】 48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】 分别利用幂的乘方运算法则、同底数幂的乘除法运算法则分别化简求出答案.

【解答】 解: A、 $3a - a = 2a$, 故此选项错误;

B、 $(a^2)^3 = a^6$, 故此选项错误;

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 正确;

D、 $a^6 \div a^3 = a^3$, 故此选项错误;

故选: C.

【点评】 此题主要考查了幂的乘方运算、同底数幂的乘除法运算等知识, 正确掌握运算法则是解题关键.

5. (3分) (2017•襄阳) 下列调查中, 调查方式选择合理的是 ()

A. 为了解襄阳市初中每天锻炼所用时间, 选择全面调查

B. 为了解襄阳市电视台《襄阳新闻》栏目的收视率, 选择全面调查

C. 为了解神舟飞船设备零件的质量情况, 选择抽样调查

D. 为了解一批节能灯的使用寿命, 选择抽样调查

【考点】 V2: 全面调查与抽样调查.

【分析】 根据普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似判断即可.

【解答】 解: A、为了解襄阳市初中每天锻炼所用时间, 选择抽样调查, 故 A 不符合题意;

B、为了解襄阳市电视台《襄阳新闻》栏目的收视率, 选择抽样调查, 故 B 不符合题意;

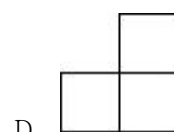
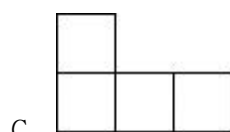
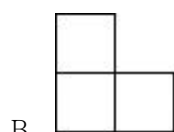
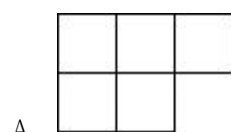
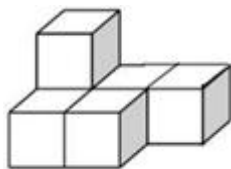
C、为了解神舟飞船设备零件的质量情况, 选普查, 故 C 不符合题意;

D、为了解一批节能灯的使用寿命, 选择抽样调查, 故 D 符合题意;

故选: D.

【点评】 本题考查的是抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

6. (3分) (2017•襄阳) 如图所示的几何体是由 6 个大小完全一样的正方体组合而成的, 它的俯视图是 ()



【考点】 U2: 简单组合体的三视图.

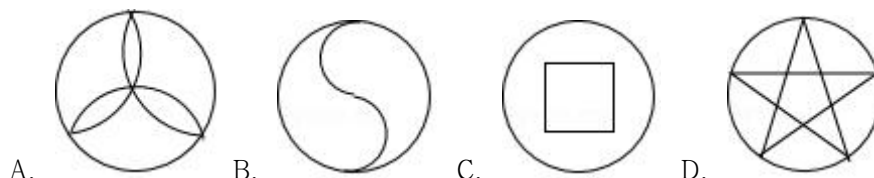
【分析】根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

【解答】解：从上边看第一列是一个小正方形，第二列是两个小正方形，第三列是一个小正方形，

故选：A.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从上边看得到的图形是俯视图.

7. (3分) (2017•襄阳) 下列图形中，既是中心对称图又是轴对称图形的是 ()



【考点】R5：中心对称图形；P3：轴对称图形.

【分析】根据中心对称图形和轴对称图形对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、是中心对称图，不是轴对称图形，故本选项错误；

C、既是中心对称图又是轴对称图形，故本选项正确；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

8. (3分) (2017•襄阳) 将抛物线 $y=2(x-4)^2-1$ 先向左平移 4 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，平移后所得抛物线的解析式为 ()

A. $y=2x^2+1$ B. $y=2x^2-3$ C. $y=2(x-8)^2+1$ D. $y=2(x-8)^2-3$

【考点】H6：二次函数图象与几何变换.

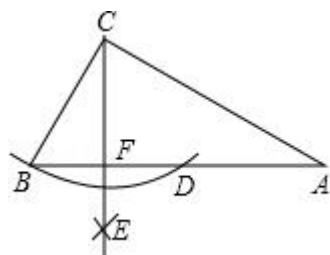
【分析】根据平移的规律即可得到平移后函数解析式.

【解答】解：抛物线 $y=2(x-4)^2-1$ 先向左平移 4 个单位长度，得到的抛物线解析式为 $y=2(x-4+4)^2-1$ ，即 $y=2x^2-1$ ，再向上平移 2 个单位长度得到的抛物线解析式为 $y=2x^2-1+2$ ，即 $y=2x^2+1$ ；

故选 A.

【点评】本题考查的是二次函数图象与几何变换，熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减. 并用规律求函数解析式是解题的关键.

9. (3分) (2017•襄阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=4$ ，以点 C 为圆心，CB 长为半径作弧，交 AB 于点 D；再分别以点 B 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 E，作射线 CE 交 AB 于点 F，则 AF 的长为 ()



A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】N2：作图—基本作图；KO：含 30 度角的直角三角形.

【分析】连接 CD，根据在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=4$ 可知 $AB=2BC=8$ ，再由作法可知 $BC=CD=4$ ，CE 是线段 BD 的垂直平分线，故 CD 是斜边 AB 的中线，据此可得出 BD 的长，进而可得出结论.

【解答】解：连接 CD，

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $BC=4$ ，

$\therefore AB=2BC=8$.

$\because$ 作法可知 $BC=CD=4$ ，CE 是线段 BD 的垂直平分线，

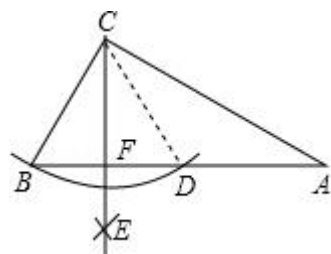
$\therefore$ CD 是斜边 AB 的中线，

$\therefore BD=AD=4$ ，

$\therefore BF=DF=2$ ，

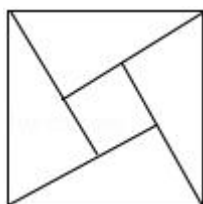
$\therefore AF=AD+DF=4+2=6$.

故选 B.



【点评】本题考查的是作图—基本作图，熟知线段垂直平分线的作法和直角三角形的性质是解答此题的关键.

10. (3 分) (2017•襄阳) “赵爽弦图”巧妙地利用面积关系证明了勾股定理，是我国古代数学的骄傲，如图所示的“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形，设直角三角形较长直角边长为 a ，较短直角边长为 b ，若 $(a+b)^2=21$ ，大正方形的面积为 13，则小正方形的面积为 ()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】KR：勾股定理的证明.

【分析】观察图形可知，小正方形的面积=大正方形的面积-4个直角三角形的面积，利用已知 $(a+b)^2=21$ ，大正方形的面积为 13，可以得出直角三角形的面积，进而求出答案.

【解答】解： $\because$ 如图所示：

$\therefore (a+b)^2=21$ ，

$\therefore a^2+2ab+b^2=21$ ，

$\therefore$ 大正方形的面积为 13，

$2ab=21-13=8$ ，

$\therefore$ 小正方形的面积为 $13-8=5$.

故选：C.

【点评】此题主要考查了勾股定理的应用，熟练应用勾股定理是解题关键.

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2017•襄阳) 某天襄阳某镇观赏桃花的游客近 16000 人, 数据 16000 用科学记数法表示为 1.6×10^4 .

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 16000 用科学记数法表示为: 1.6×10^4 .

故答案为: 1.6×10^4 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2017•襄阳) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是 $x=9$.

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11 : 计算题.

【分析】观察可得最简公分母是 $x(x-3)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】解: 方程的两边同乘 $x(x-3)$, 得

$$3x - 9 = 2x,$$

解得 $x=9$.

检验: 把 $x=9$ 代入 $x(x-3) = 54 \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为: $x=9$.

故答案为: $x=9$.

【点评】本题考查了解分式方程, 注:

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

13. (3 分) (2017•襄阳) 不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 > x + 1 \\ x + 8 \geq 4x - 1 \end{cases}$ 的解集为 $2 < x \leq 3$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x - 1 > x + 1 \text{ ①} \\ x + 8 \geq 4x - 1 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x > 2$.

解不等式②, 得 $x \leq 3$,

故不等式组的解集为 $2 < x \leq 3$.

故答案为 $2 < x \leq 3$.

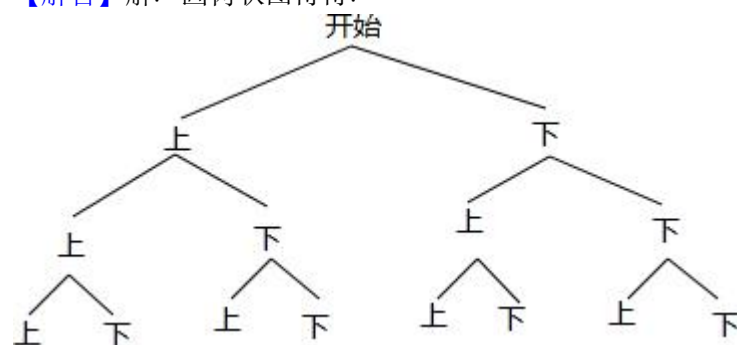
【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

14. (3分) (2017•襄阳) 同时抛掷三枚质地均匀的硬币, 出现两枚正面向上, 一枚正面向下的概率是 $\frac{3}{8}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】根据题意, 通过列树状图的方法可以写出所有可能性, 从而可以得到两枚正面向上, 一枚正面向下的概率.

【解答】解: 画树状图得:



由树状图可知所有可能情况有 8 种, 其中两枚正面向上, 一枚正面向下的情况数为 3 种, 所以两枚正面向上, 一枚正面向下的概率 $= \frac{3}{8}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法, 解题的关键是明确题意, 写出所有的可能性.

15. (3分) (2017•襄阳) 在半径为 1 的 $\odot O$ 中, 弦 AB、AC 的长分别为 1 和 $\sqrt{2}$, 则 $\angle BAC$ 的度数为 15° 或 105° .

【考点】M2: 垂径定理; T7: 解直角三角形.

【分析】根据题意画出图形, 作出辅助线, 由于 AC 与 AB 在圆心的同侧还是异侧不能确定, 故应分两种情况进行讨论.

【解答】解: 分别作 $OD \perp AB$, $OE \perp AC$, 垂足分别是 D、E.

$\because OE \perp AC$, $OD \perp AB$,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \angle AOD = \frac{AD}{AO} = \frac{1}{2},$$

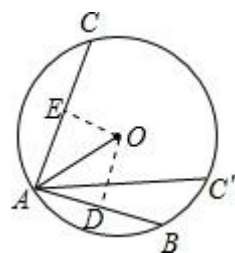
$$\therefore \angle AOE = 45^\circ, \quad \angle AOD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ, \quad \angle CAO = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ, \quad \text{或} \quad \angle BAC' = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ.$$

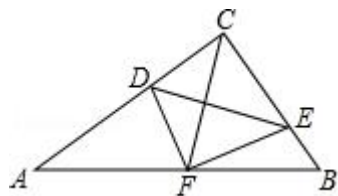
$$\therefore \angle BAC = 15^\circ \text{ 或 } 105^\circ.$$

故答案是: 15° 或 105° .



【点评】本题考查的是垂径定理及直角三角形的性质, 解答此题时进行分类讨论, 不要漏解.

16. (3分) (2017•襄阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点D, E分别在AC, BC上, 且 $\angle CDE=\angle B$, 将 $\triangle CDE$ 沿DE折叠, 点C恰好落在AB边上的点F处. 若 $AC=8$, $AB=10$, 则CD的长为 $\frac{25}{8}$.

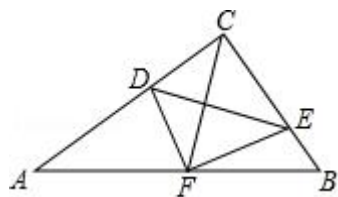


【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); KQ: 勾股定理.

【分析】 根据D, C, E, F四点共圆, 可得 $\angle CDE=\angle CFE=\angle B$, 再根据 $CE=FE$, 可得 $\angle CFE=\angle FCE$, 进而根据 $\angle B=\angle FCE$, 得出 $CF=BF$, 同理可得 $CF=AF$, 由此可得F是AB的中点, 求得 $CF=\frac{1}{2}AB=5$, 再判定 $\triangle CDF\sim\triangle CFA$, 得到 $CF^2=CD\times CA$, 进而得出CD的长.

【解答】 解: 由折叠可得, $\angle DCE=\angle DFE=90^\circ$,
 $\therefore$ D, C, E, F四点共圆,
 $\therefore \angle CDE=\angle CFE=\angle B$,
 又 $\because CE=FE$,
 $\therefore \angle CFE=\angle FCE$,
 $\therefore \angle B=\angle FCE$,
 $\therefore CF=BF$,
 同理可得, $CF=AF$,
 $\therefore AF=BF$, 即F是AB的中点,
 $\therefore$ Rt $\triangle ABC$ 中, $CF=\frac{1}{2}AB=5$,
 由D, C, E, F四点共圆, 可得 $\angle DFC=\angle DEC$,
 由 $\angle CDE=\angle B$, 可得 $\angle DEC=\angle A$,
 $\therefore \angle DFC=\angle A$,
 又 $\because \angle DCF=\angle FCA$,
 $\therefore \triangle CDF\sim\triangle CFA$,
 $\therefore CF^2=CD\times CA$, 即 $5^2=CD\times 8$,
 $\therefore CD=\frac{25}{8}$,

故答案为: $\frac{25}{8}$.



【点评】 本题主要考查了折叠问题, 四点共圆以及相似三角形的判定与性质的运用, 解决问题的关键是四点共圆以及等量代换得到F是AB的中点.

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 72 分)

17. (6 分) (2017•襄阳) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}) \div \frac{1}{xy+y^2}$, 其中 $x=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$.

【考点】6D: 分式的化简求值.

【分析】先根据分式的混合运算顺序和法则化简原式, 再将 x 、 y 的值代入求解可得.

【解答】解: 原式 $= [\frac{x-y}{(x+y)(x-y)} + \frac{x+y}{(x+y)(x-y)}] \div \frac{1}{y(x+y)}$

$$= \frac{2x}{(x+y)(x-y)} \cdot y(x+y)$$

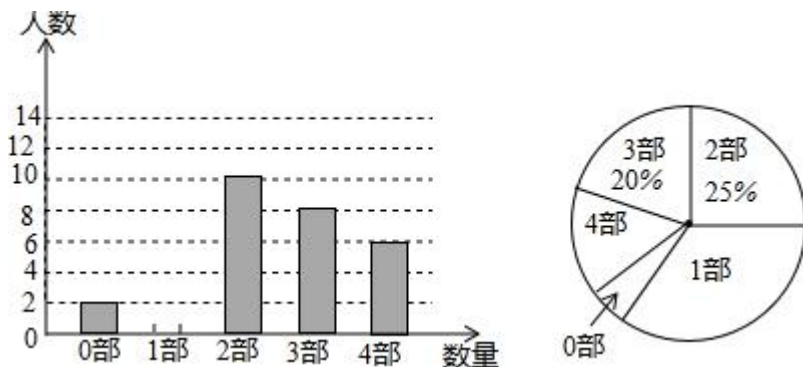
$$= \frac{2xy}{x-y},$$

当 $x=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值, 熟练掌握分式的混合运算顺序和法则是解题的关键.

18. (6 分) (2017•襄阳) 中华文化, 源远流长, 在文学方面, 《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》是我国古代长篇小说中的典型代表, 被称为“四大古典名著”, 某中学为了了解学生对四大古典名著的阅读情况, 就“四大古典名著你读完了几部”的问题做法全校学生中进行了抽样调查, 根据调查结果绘制城如图所示的两个不完整的统计图, 请结合图中信息解决下列问题:



(1) 本次调查所得数据的众数是 1 部, 中位数是 2 部, 扇形统计图中“1 部”所在扇形的圆心角为 126 度.

(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 没有读过四大古典名著的两名学生准备从四大固定名著中各自随机选择一部来阅读,

则他们选中同一名著的概率为 $\frac{1}{4}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法; V2: 全面调查与抽样调查; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】(1) 先根据调查的总人数, 求得 1 部对应的人数, 进而得到本次调查所得数据的众数以及中位数, 根据扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$, 即可得到“1 部”所在扇形的圆心角;

(2) 根据 1 部对应的人数为 $40 - 2 - 10 - 8 - 6 = 14$, 即可将条形统计图补充完整;

(3) 根据树状图所得的结果, 判断他们选中同一名著的概率.

【解答】解: (1) 调查的总人数为: $10 \div 25\% = 40$,

∴ 1 部对应的人数为 $40 - 2 - 10 - 8 - 6 = 14$,

∴ 本次调查所得数据的众数是 1 部,

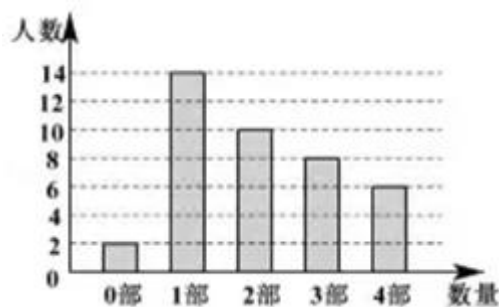
∵ $2 + 14 + 10 = 26 > 21$, $2 + 14 < 20$,

∴ 中位数为 2 部,

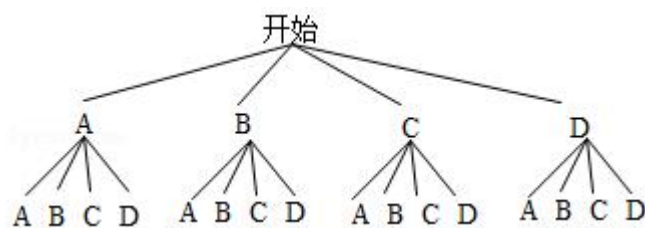
扇形统计图中“1 部”所在扇形的圆心角为: $\frac{14}{40} \times 360^\circ = 126^\circ$;

故答案为: 1, 2, 126;

(2) 条形统计图如图所示,



(3) 将《西游记》、《三国演义》、《水浒传》、《红楼梦》分别记作 A, B, C, D, 画树状图可得:



共有 16 种等可能的结果, 其中选中同一名著的有 4 种,

故 $P(\text{两人选中同一名著}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题主要考查了扇形统计图以及条形统计图的运用, 解题时注意: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数. 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

19. (6 分) (2017•襄阳) 受益于国家支持新能源汽车发展和“一带一路”发展战略等多重利好因素, 我市某汽车零部件生产企业的利润逐年提高, 据统计, 2014 年利润为 2 亿元, 2016 年利润为 2.88 亿元.

(1) 求该企业从 2014 年到 2016 年利润的年平均增长率;

(2) 若 2017 年保持前两年利润的年平均增长率不变, 该企业 2017 年的利润能否超过 3.4 亿元?

【考点】 AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 设这两年该企业年利润平均增长率为 x . 根据题意 2013 年创造利润 250 $(1+x)$

万元人民币，2014 年创造利润 $250(1+x)^2$ 万元人民币。根据题意得方程求解；

(2) 根据该企业从 2014 年到 2016 年利润的年平均增长率来解答。

【解答】解：(1) 设这两年该企业年利润平均增长率为 x 。根据题意得

$$2(1+x)^2 = 2.88,$$

解得 $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意, 舍去)。

答：这两年该企业年利润平均增长率为 20%。

(2) 如果 2017 年仍保持相同的年平均增长率，那么 2017 年该企业年利润为：

$$2.88(1+20\%) = 3.456,$$

$$3.456 > 3.4$$

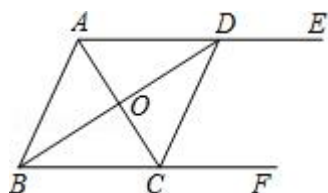
答：该企业 2017 年的利润能超过 3.4 亿元。

【点评】此题考查一元二次方程的应用，根据题意寻找相等关系列方程是关键，难度不大。

20. (7 分) (2017•襄阳) 如图， $AE \parallel BF$ ， AC 平分 $\angle BAE$ ，且交 BF 于点 C ， BD 平分 $\angle ABF$ ，且交 AE 于点 D ，连接 CD 。

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 若 $\angle ADB = 30^\circ$ ， $BD = 6$ ，求 AD 的长。



【考点】LA：菱形的判定与性质。

【分析】(1) 由平行线的性质和角平分线定义得出 $\angle ABD = \angle ADB$ ，证出 $AB = AD$ ，同理： $AB = BC$ ，得出 $AD = BC$ ，证出四边形 $ABCD$ 是平行四边形，即可得出结论；

(2) 由菱形的性质得出 $AC \perp BD$ ， $OD = OB = \frac{1}{2}BD = 3$ ，再由三角函数即可得出 AD 的长。

【解答】(1) 证明： $\because AE \parallel BF$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABF$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD,$$

同理： $AB = BC$ ，

$$\therefore AD = BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

又 $\because AB = AD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $BD = 6$ ，

$$\therefore AC \perp BD, OD = OB = \frac{1}{2}BD = 3,$$

$$\because \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle ADB = \frac{OD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

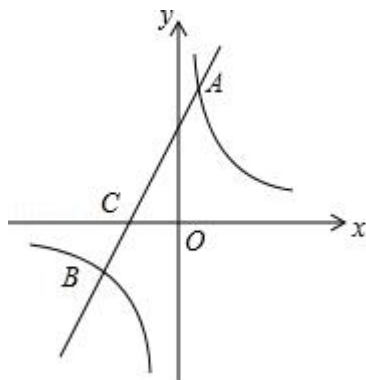
$$\therefore AD = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查了菱形的判定与性质、平行线的性质、等腰三角形的判定、平行四边形的判定、三角函数等知识；熟练掌握菱形的判定与性质是解决问题的关键.

21. (6分) (2017•襄阳) 如图, 直线 $y_1 = ax + b$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 交于 A、B 两点, 与 x 轴交于点 C, 点 A 的纵坐标为 6, 点 B 的坐标为 $(-3, -2)$.

(1) 求直线和双曲线的解析式;

(2) 求点 C 的坐标, 并结合图象直接写出 $y_1 < 0$ 时 x 的取值范围.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 由点 B 的坐标求出 $k=6$, 得出双曲线的解析式为 $y_2 = \frac{6}{x}$. 求出 A 的坐标为 $(1, 6)$, 由点 A 和 B 的坐标以及待定系数法即可求出直线的解析式为直线 $y_1 = 2x + 4$;

(2) 求出点 C 的坐标为 $(-2, 0)$, 即可得出当 $y_1 < 0$ 时 x 的取值范围.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 B $(-3, -2)$ 在双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore \frac{k}{-3} = -2,$$

$$\therefore k = 6,$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y_2 = \frac{6}{x}.$$

把 $y=6$ 代入 $y_2 = \frac{6}{x}$ 得: $x=1$,

$\therefore$ A 的坐标为 $(1, 6)$,

$\because$ 直线 $y_1 = ax + b$ 经过 A、B 两点,

$$\therefore \begin{cases} a + b = 6 \\ -3a + b = -2 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线的解析式为直线 $y_1 = 2x + 4$;

(2) 由直线 $y_1 = 0$ 得, $x = -2$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-2, 0)$,

当 $y_1 < 0$ 时 x 的取值范围是 $x < -2$.

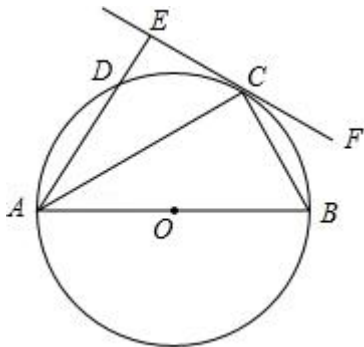
【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、待定系数法求函数解析式; 熟练掌

握待定系数法是解决问题的关键.

22. (8分) (2017•襄阳) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C、D 为 $\odot O$ 上的两点, $\angle BAC = \angle DAC$, 过点 C 做直线 $EF \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 E, 连接 BC.

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE=1$, $BC=2$, 求劣弧 $\widehat{BC}$ 的长 l.



【考点】 ME: 切线的判定与性质; MN: 弧长的计算.

【分析】 (1) 连接 OC, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle OAC = \angle DAC$, 求得 $\angle DAC = \angle OCA$, 推出 $AD \parallel OC$, 得到 $\angle OCF = \angle AEC = 90^\circ$, 于是得到结论;

(2) 连接 OD, DC, 根据角平分线的定义得到 $\angle DAC = \angle OAC$, 根据三角函数的定义得到 $\angle ECD = 30^\circ$, 得到 $\angle OCD = 60^\circ$, 得到 $\angle BOC = \angle COD = 60^\circ$, $OC = 2$, 于是得到结论.

【解答】 (1) 证明: 连接 OC,

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle DAC, \therefore \angle DAC = \angle OCA,$$

$$\therefore AD \parallel OC,$$

$$\because \angle AEC = 90^\circ, \therefore \angle OCF = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 连接 OD, DC,

$$\because \angle DAC = \frac{1}{2} \angle DOC, \angle OAC = \frac{1}{2} \angle BOC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle OAC,$$

$$\because ED = 1, DC = 2,$$

$$\therefore \sin \angle ECD = \frac{DE}{DC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ECD = 30^\circ,$$

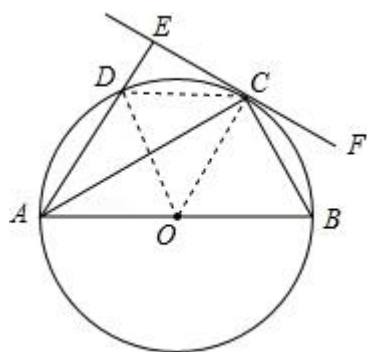
$$\therefore \angle OCD = 60^\circ,$$

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \triangle DOC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle BOC = \angle COD = 60^\circ, OC = 2,$$

$$\therefore l = \frac{60\pi \times 2}{180} = \frac{2}{3}\pi.$$



【点评】本题考查了切线的判定和性质，等边三角形的判定和性质，解直角三角形，正确的作出辅助线是解题的关键.

23. (10 分) (2017•襄阳) 为了“创建文明城市，建设美丽家园”，我市某社区将辖区内的一块面积为 1000m^2 的空地进行绿化，一部分种草，剩余部分栽花，设种草部分的面积为 x

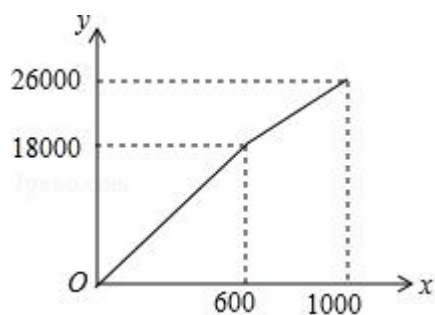
(m^2)，种草所需费用 y_1 (元) 与 x (m^2) 的函数关系式为 $y_1 = \begin{cases} k_1x & (0 \leq x < 600) \\ k_2x + b & (600 \leq x \leq 1000) \end{cases}$,

其图象如图所示：栽花所需费用 y_2 (元) 与 x (m^2) 的函数关系式为 $y_2 = -0.01x^2 - 20x + 30000$ ($0 \leq x \leq 1000$).

(1) 请直接写出 k_1 、 k_2 和 b 的值；

(2) 设这块 1000m^2 空地的绿化总费用为 W (元)，请利用 W 与 x 的函数关系式，求出绿化总费用 W 的最大值；

(3) 若种草部分的面积不少于 700m^2 ，栽花部分的面积不少于 100m^2 ，请求出绿化总费用 W 的最小值.



【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】(1) 将 $x=600$ 、 $y=18000$ 代入 $y_1=k_1x$ 可得 k_1 ；将 $x=600$ 、 $y=18000$ 和 $x=1000$ 、 $y=26000$ 代入 $y_1=k_2x+b$ 可得 k_2 、 b .

(2) 分 $0 \leq x < 600$ 和 $600 \leq x \leq 1000$ 两种情况，根据“绿化总费用=种草所需总费用+种花所需总费用”结合二次函数的性质可得答案；

(3) 根据种草部分的面积不少于 700m^2 ，栽花部分的面积不少于 100m^2 求得 x 的范围，依据二次函数的性质可得.

【解答】解：(1) 将 $x=600$ 、 $y=18000$ 代入 $y_1=k_1x$ ，得： $18000=600k_1$ ，解得： $k_1=30$ ；

将 $x=600$ 、 $y=18000$ 和 $x=1000$ 、 $y=26000$ 代入，得： $\begin{cases} 600k_2 + b = 18000 \\ 1000k_2 + b = 26000 \end{cases}$

解得： $\begin{cases} k_2 = 20 \\ b = 6000 \end{cases}$ ；

(2) 当 $0 \leq x < 600$ 时,

$$W = 30x + (-0.01x^2 - 20x + 30000) = -0.01x^2 + 10x + 30000,$$

$$\because -0.01 < 0, W = -0.01(x - 500)^2 + 32500,$$

$\therefore$ 当 $x = 500$ 时, W 取得最大值为 32500 元;

当 $600 \leq x \leq 1000$ 时,

$$W = 20x + 6000 + (-0.01x^2 - 20x + 30000) = -0.01x^2 + 36000,$$

$$\because -0.01 < 0,$$

$\therefore$ 当 $600 \leq x \leq 1000$ 时, W 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 600$ 时, W 取最大值为 32400,

$$\because 32400 < 32500,$$

$\therefore W$ 取最大值为 32500 元;

(3) 由题意得: $1000 - x \geq 100$, 解得: $x \leq 900$,

由 $x \geq 700$,

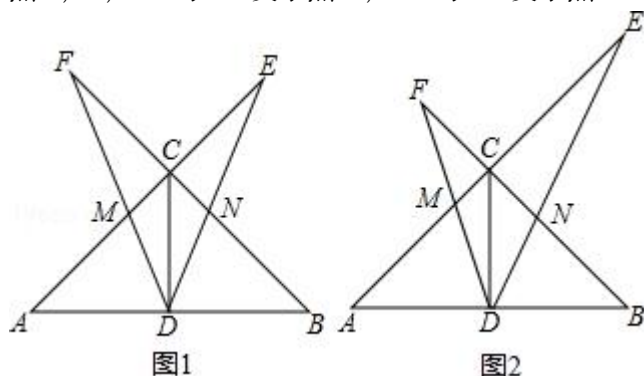
则 $700 \leq x \leq 900$,

$\therefore$ 当 $700 \leq x \leq 900$ 时, W 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 900$ 时, W 取得最小值 27900 元.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 掌握待定系数法求函数解析式及分类讨论依据相等关系列出函数解析式是解题的关键.

24. (10 分) (2017·襄阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是中线, $AC = BC$, 一个以点 D 为顶点的 45° 角绕点 D 旋转, 使角的两边分别与 AC 、 BC 的延长线相交, 交点分别为点 E , F , DF 与 AC 交于点 M , DE 与 BC 交于点 N .



(1) 如图 1, 若 $CE = CF$, 求证: $DE = DF$;

(2) 如图 2, 在 $\angle EDF$ 绕点 D 旋转的过程中:

①探究三条线段 AB , CE , CF 之间的数量关系, 并说明理由;

②若 $CE = 4$, $CF = 2$, 求 DN 的长.

【考点】 RB: 几何变换综合题.

【分析】 (1) 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle BCD = \angle ACD = 45^\circ$, $\angle BCE = \angle ACF = 90^\circ$, 于是得到 $\angle DCE = \angle DCF = 135^\circ$, 根据全等三角形的性质即可的结论;

(2) ①证得 $\triangle CDF \sim \triangle CED$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{CD}{CE} = \frac{CF}{CD}$, 即 $CD^2 = CE \cdot CF$, 根据等腰直角三角形的性质得到 $CD = \frac{1}{2}AB$, 于是得到 $AB^2 = 4CE \cdot CF$; ②如图, 过 D 作 $DG \perp BC$ 于

G, 于是得到 $\angle DGN = \angle ECN = 90^\circ$, $CG = DG$, 当 $CE = 4$, $CF = 2$ 时, 求得 $CD = 2\sqrt{2}$, 推出 $\triangle CEN \sim \triangle GDN$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{CN}{GN} = \frac{CE}{DG} = 2$, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AD = BD$,
 $\therefore \angle BCD = \angle ACD = 45^\circ$, $\angle BCE = \angle ACF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DCE = \angle DCF = 135^\circ$,

$$\text{在 } \triangle DCE \text{ 与 } \triangle DCF \text{ 中, } \begin{cases} CE = CF \\ \angle DCE = \angle DCF \\ CD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle DCF,$$

$$\therefore DE = DF;$$

$$(2) \text{ 解: } ① \because \angle DCF = \angle DCE = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle F = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

$$\because \angle CDF + \angle CDE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle CED,$$

$$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{CF}{CD},$$

$$\text{即 } CD^2 = CE \cdot CF,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, AC = BC, AD = BD,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AB^2 = 4CE \cdot CF;$$

②如图, 过 D 作 $DG \perp BC$ 于 G,

则 $\angle DGN = \angle ECN = 90^\circ$, $CG = DG$,

当 $CE = 4$, $CF = 2$ 时,

由 $CD^2 = CE \cdot CF$ 得 $CD = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle DCG \text{ 中, } CG = DG = CD \cdot \sin \angle DCG = 2\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 2,$$

$$\because \angle ECN = \angle DGN, \angle ENC = \angle DNG,$$

$$\therefore \triangle CEN \sim \triangle GDN,$$

$$\therefore \frac{CN}{GN} = \frac{CE}{DG} = 2,$$

$$\therefore GN = \frac{1}{3}CG = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DN = \sqrt{GN^2 + DG^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{2\sqrt{10}}{3}.$$

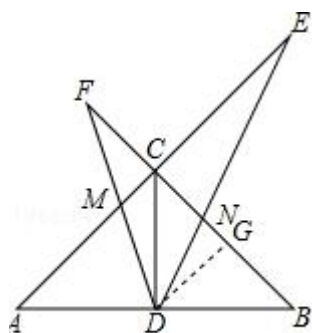
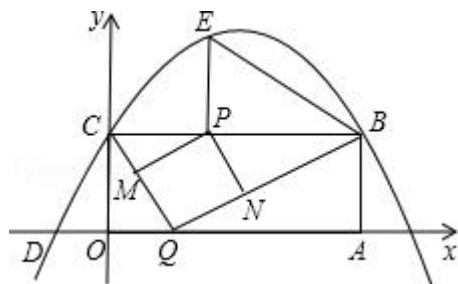


图2

【点评】 本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

25. (13分) (2017•襄阳) 如图，矩形 OABC 的两边在坐标轴上，点 A 的坐标为 (10, 0)，抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 过点 B, C 两点，且与 x 轴的一个交点为 D (-2, 0)，点 P 是线段 CB 上的动点，设 $CP=t$ ($0 < t < 10$).

- (1) 请直接写出 B、C 两点的坐标及抛物线的解析式；
- (2) 过点 P 作 $PE \perp BC$ ，交抛物线于点 E，连接 BE，当 t 为何值时， $\angle PBE = \angle OCD$ ？
- (3) 点 Q 是 x 轴上的动点，过点 P 作 $PM \parallel BQ$ ，交 CQ 于点 M，作 $PN \parallel CQ$ ，交 BQ 于点 N，当四边形 PMQN 为正方形时，请求出 t 的值.



【考点】 HF：二次函数综合题.

【分析】 (1) 由抛物线的解析式可求得 C 点坐标，由矩形的性质可求得 B 点坐标，由 B、D 的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2) 可设 $P(t, 4)$ ，则可表示出 E 点坐标，从而可表示出 PB、PE 的长，由条件可证得 $\triangle PBE \sim \triangle OCD$ ，利用相似三角形的性质可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值；

(3) 当四边形 PMQN 为正方形时，则可证得 $\triangle COQ \sim \triangle QAB$ ，利用相似三角形的性质可求得 CQ 的长，在 $Rt\triangle BCQ$ 中可求得 BQ、CQ，则可用 t 分别表示出 PM 和 PN，可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值.

【解答】 解：

(1) 在 $y=ax^2+bx+4$ 中，令 $x=0$ 可得 $y=4$ ，

$\therefore C(0, 4)$ ，

$\because$ 四边形 OABC 为矩形，且 $A(10, 0)$ ，

$\therefore B(10, 4)$ ，

把 B、D 坐标代入抛物线解析式可得 $\begin{cases} 100a + 10b + 4 = 4 \\ 4a - 2b + 4 = 0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{5}{3} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 4$ ；

(2) 由题意可设 $P(t, 4)$, 则 $E(t, -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t + 4)$,

$$\therefore PB = 10 - t, PE = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t + 4 - 4 = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t,$$

$$\because \angle BPE = \angle COD = 90^\circ, \angle PBE = \angle OCD,$$

$$\therefore \triangle PBE \sim \triangle OCD,$$

$$\therefore \frac{BP}{CO} = \frac{PE}{OD}, \text{ 即 } BP \cdot OD = CO \cdot PE,$$

$$\therefore 2(10 - t) = 4(-\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{3}t), \text{ 解得 } t = 3 \text{ 或 } t = 10 \text{ (不合题意, 舍去)},$$

$$\therefore \text{当 } t = 3 \text{ 时, } \angle PBE = \angle OCD;$$

(3) 当四边形 $PMQN$ 为正方形时, 则 $\angle PMC = \angle PNB = \angle CQB = 90^\circ$, $PM = PN$,

$$\therefore \angle CQO + \angle AQB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CQO + \angle OCQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCQ = \angle AQB,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle COQ \sim \text{Rt} \triangle QAB,$$

$$\therefore \frac{CO}{AQ} = \frac{OQ}{AB}, \text{ 即 } OQ \cdot AQ = CO \cdot AB,$$

设 $OQ = m$, 则 $AQ = 10 - m$,

$$\therefore m(10 - m) = 4 \times 4, \text{ 解得 } m = 2 \text{ 或 } m = 8,$$

$$\textcircled{1} \text{ 当 } m = 2 \text{ 时, } CQ = \sqrt{OC^2 + OQ^2} = 2\sqrt{5}, BQ = \sqrt{AQ^2 + AB^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore \sin \angle BCQ = \frac{BQ}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \sin \angle CBQ = \frac{CQ}{CB} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore PM = PC \cdot \sin \angle PCQ = \frac{2\sqrt{5}}{5}t, PN = PB \cdot \sin \angle PBQ = \frac{\sqrt{5}}{5}(10 - t),$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{5}}{5}t = \frac{\sqrt{5}}{5}(10 - t), \text{ 解得 } t = \frac{10}{3},$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } m = 8 \text{ 时, 同理可求得 } t = \frac{20}{3},$$

$$\therefore \text{当四边形 } PMQN \text{ 为正方形时, } t \text{ 的值为 } \frac{10}{3} \text{ 或 } \frac{20}{3}.$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及矩形的性质、待定系数法、相似三角形的判定和性质、勾股定理、解直角三角形、方程思想等知识. 在 (1) 中注意利用矩形的性质求得 B 点坐标是解题的关键, 在 (2) 中证得 $\triangle PBE \sim \triangle OCD$ 是解题的关键, 在 (3) 中利用 $\text{Rt} \triangle COQ \sim \text{Rt} \triangle QAB$ 求得 CQ 的长是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度较大.