

2017 年湖北省荆门市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 36 分)

1. (3 分) $-\frac{2}{3}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

2. (3 分) 在函数 $y = \frac{2}{\sqrt{x-5}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 5$ B. $x \geq 5$ C. $x \neq 5$ D. $x < 5$

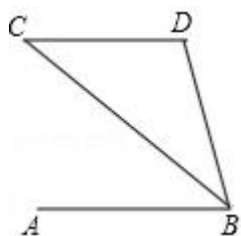
3. (3 分) 在实数 $-\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 π 、 $\sqrt[3]{8}$ 中, 是无理数的是 ()

A. $-\frac{22}{7}$ B. $\sqrt{9}$ C. π D. $\sqrt[3]{8}$

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $4x+5x=9xy$ B. $(-m)^3 \cdot m^7 = m^{10}$ C. $(x^2y)^5 = x^2y^5$ D. $a^{12} \div a^8 = a^4$

5. (3 分) 已知: 如图, $AB \parallel CD$, BC 平分 $\angle ABD$, 且 $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是 ()



A. 40° B. 80° C. 90° D. 100°

6. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 < 2 \\ 2x \geq 4 \end{cases}$ 的解集为 ()

A. $x < 3$ B. $x \geq 2$ C. $2 \leq x < 3$ D. $2 < x < 3$

7. (3 分) 李老师为了了解学生暑期在家的阅读情况, 随机调查了 20 名学生某一天的阅读小时数, 具体情况统计如下:

阅读时间 (小时)	2	2.5	3	3.5	4
学生人数 (名)	1	2	8	6	3

则关于这 20 名学生阅读小时数的说法正确的是 ()

A. 众数是 8 B. 中位数是 3 C. 平均数是 3 D. 方差是 0.34

8. (3 分) 计算: $|\sqrt{3}-4|-\sqrt{3}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 的结果是 ()

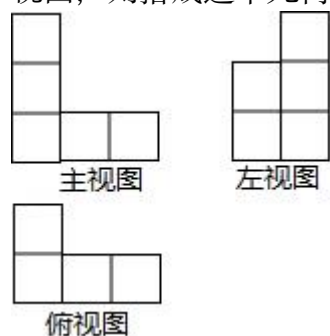
A. $2\sqrt{3}-8$ B. 0 C. $-2\sqrt{3}$ D. -8

9. (3 分) 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化, 1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离, 即 1.4960 亿 km, 用科学记数法表示 1 个天文单位是 ()

A. $14.960 \times 10^7 \text{ km}$ B. $1.4960 \times 10^8 \text{ km}$

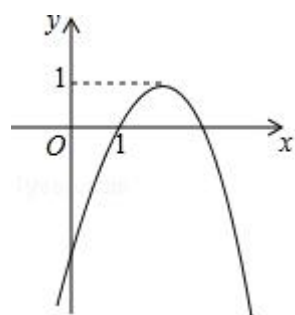
C. $1.4960 \times 10^9 \text{ km}$ D. $0.14960 \times 10^9 \text{ km}$

10. (3 分) 已知: 如图, 是由若干个大小相同的小正方体所搭成的几何体的三视图, 则搭成这个几何体的小正方体的个数是 ()



A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

11. (3 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的大致图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()



A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

B. $-\frac{b}{2a} = 1$

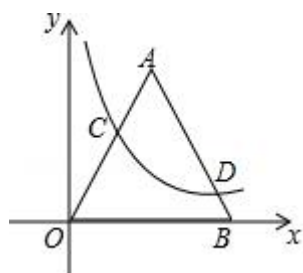
C. $a+b+c < 0$

D. 关于 x 的方程 $x^2+bx+c=-1$ 有两个不相等的实数根

12. (3 分) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 等边 $\triangle AOB$ 的边长为 6,

点 C 在边 OA 上, 点 D 在边 AB 上, 且 $OC=3BD$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的

图象恰好经过点 C 和点 D , 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{81\sqrt{3}}{25}$ B. $\frac{81\sqrt{3}}{16}$ C. $\frac{81\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{81\sqrt{3}}{4}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

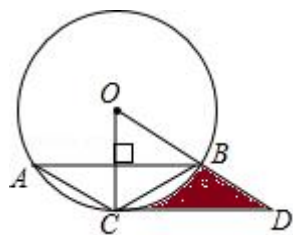
13. (3 分) 已知实数 m 、 n 满足 $|n-2|+\sqrt{m+1}=0$, 则 $m+2n$ 的值为_____.

14. (3 分) 计算: $(\frac{m^2}{m-1}+\frac{1}{1-m}) \cdot \frac{1}{m+1}$ _____.

15. (3 分) 已知方程 $x^2+5x+1=0$ 的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 , 则 $x_1^2+x_2^2$ =_____.

16. (3 分) 已知: 派派的妈妈和派派今年共 36 岁, 再过 5 年, 派派的妈妈的年龄是派派年龄的 4 倍还大 1 岁, 当派派的妈妈 40 岁时, 则派派的年龄为_____岁.

17. (3 分) 已知: 如同, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 且半径 $OC \perp AB$, 点 D 在半径 OB 的延长线上, 且 $\angle A = \angle BCD = 30^\circ$, $AC=2$, 则由 $\widehat{BC}$, 线段 CD 和线段 BD 所围成图形的阴影部分的面积为_____.



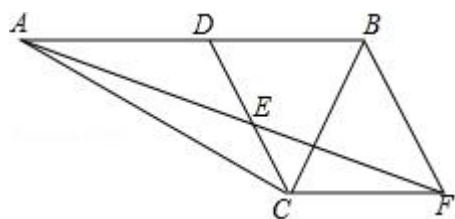
三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分)

18. (7 分) 先化简, 再求值: $(2x+1)^2 - 2(x-1)(x+3) - 2$, 其中 $x=\sqrt{2}$.

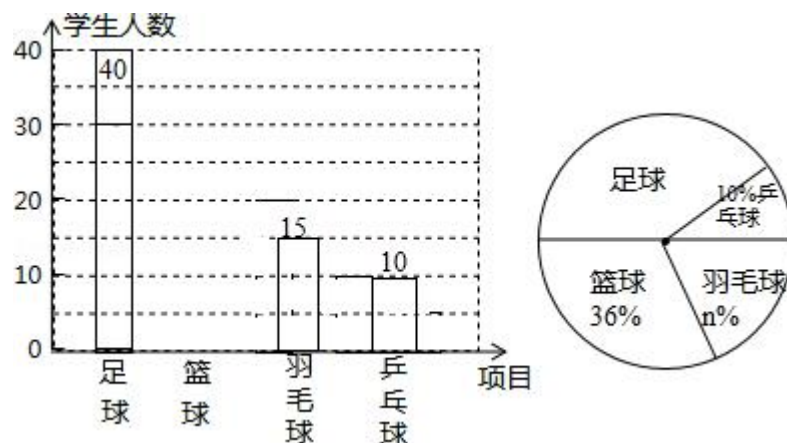
19. (10 分) 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, 点 E 是 CD 的中点, 过点 C 作 $CF\parallel AB$ 交 AE 的延长线于点 F.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle FCE$;

(2) 若 $\angle DCF=120^\circ$, $DE=2$, 求 BC 的长.



20. (10 分) 荆岗中学决定在本校学生中, 开展足球、篮球、羽毛球、乒乓球四种活动, 为了了解学生对这四种活动的喜爱情况, 学校随机调查了该校 m 名学生, 看他们喜爱哪一种活动 (每名学生必选一种且只能从这四种活动中选择一种), 现将调查的结果绘制成如下不完整的统计图.



(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

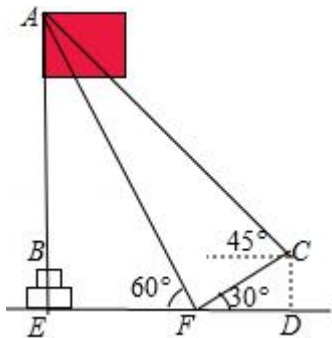
(2) 请补全图中的条形图;

(3) 根据抽样调查的结果, 请估算全校 1800 名学生中, 大约有多少人喜爱踢足球;

(4) 在抽查的 m 名学生中, 喜爱乒乓球的有 10 名同学 (其中有 4 名女生, 包括小红、小梅), 现将喜爱打乒乓球的同学平均分成两组进行训练, 且女生每组分两人, 求小红、小梅能分在同一组的概率.

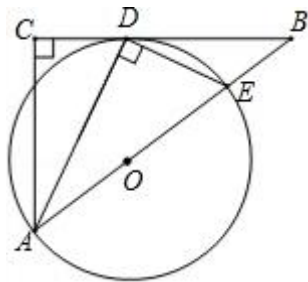
21. (10 分) 金桥学校“科技体艺节”期间, 八年级数学活动小组的任务是测量学校旗杆 AB 的高, 他们在旗杆正前方台阶上的点 C 处, 测得旗杆顶端 A 的仰角为 45° , 朝着旗杆的方向走到台阶下的点 F 处, 测得旗杆顶端 A 的仰角为 60° , 已知升旗台的高度 BE 为 1 米, 点 C 距地面的高度 CD 为 3 米, 台阶 CF 的坡角为 30° , 且点 E 、 F 、 D 在同一条直线上, 求旗杆 AB 的高度 (计算结果精确到

0.1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



22. (10 分) 已知：如图，在△ABC 中，∠C=90°，∠BAC 的平分线 AD 交 BC 于点 D，过点 D 作 DE⊥AD 交 AB 于点 E，以 AE 为直径作⊙O.

- (1) 求证：BC 是⊙O 的切线；
- (2) 若 AC=3，BC=4，求 BE 的长.



23. (10 分) 我市雷雷服饰有限公司生产了一款夏季服装，通过实体商店和网上商店两种途径进行销售，销售一段时间后，该公司对这种商品的销售情况，进行了为期 30 天的跟踪调查，其中实体商店的日销售量 y_1 （百件）与时间 t （ t 为整数，单位：天）的部分对应值如下表所示，网上商店的日销售量 y_2 （百件）与时间 t （ t 为整数，单位：天）的部分对应值如图所示.

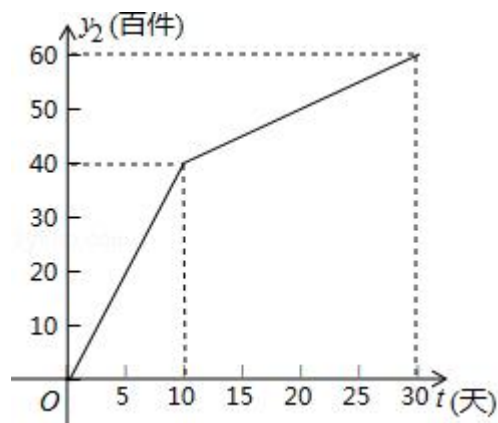
时间 t (天)	0	5	10	15	20	25	30
日销售量 y_1 (百件)	0	25	40	45	40	25	0

- (1) 请你在一次函数、二次函数和反比例函数中，选择合适的函数能反映 y_1 与

t 的变化规律，并求出 y_1 与 t 的函数关系式及自变量 t 的取值范围；

(2) 求 y_2 与 t 的函数关系式，并写出自变量 t 的取值范围；

(3) 在跟踪调查的 30 天中，设实体商店和网上商店的日销售总量为 y (百件)，求 y 与 t 的函数关系式；当 t 为何值时，日销售总量 y 达到最大，并求出此时的最大值.

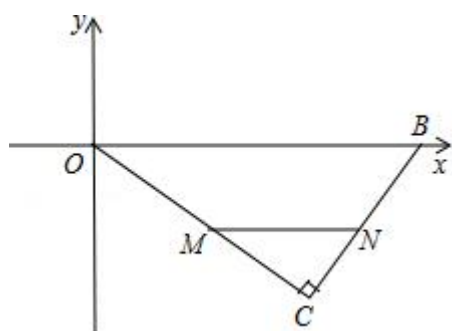


24. (12 分) 已知：如图所示，在平面直角坐标系 xOy 中， $\angle C=90^\circ$ ， $OB=25$ ， $OC=20$ ，若点 M 是边 OC 上的一个动点 (与点 O 、 C 不重合)，过点 M 作 $MN \parallel OB$ 交 BC 于点 N .

(1) 求点 C 的坐标；

(2) 当 $\triangle MCN$ 的周长与四边形 $OMNB$ 的周长相等时，求 CM 的长；

(3) 在 OB 上是否存在点 Q ，使得 $\triangle MNQ$ 为等腰直角三角形？若存在，请求出此时 MN 的长；若不存在，请说明理由.



2017 年湖北省荆门市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2017•荆门) $-\frac{2}{3}$ 的相反数是 ()

A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

【考点】14: 相反数.

【分析】根据相反数的定义求解即可.

【解答】解: $-\frac{2}{3}$ 的相反数是 $\frac{2}{3}$.

故选: C.

【点评】本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2017•荆门) 在函数 $y=\frac{2}{\sqrt{x-5}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x>5$ B. $x\geq 5$ C. $x\neq 5$ D. $x<5$

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于或等于 0, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】解: 要使函数解析式 $y=\frac{2}{\sqrt{x-5}}$ 有意义,

则 $x-5>0$,

解得: $x>5$,

故选: A.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑: 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数; 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0; 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

3. (3分) (2017•荆门) 在实数 $-\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 π 、 $\sqrt[3]{8}$ 中, 是无理数的是 ()

A. $-\frac{22}{7}$ B. $\sqrt{9}$ C. π D. $\sqrt[3]{8}$

【考点】26: 无理数.

【分析】根据无理数、有理数的定义即可判定选择项.

【解答】解: $-\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt[3]{8}$ 是有理数,

π 是无理数,

故选: C.

【点评】此题主要考查了无理数的定义, 注意带根号的要开不尽方才是无理数, 无限不循环小数是无理数. 如 π , $\sqrt{6}$, $0.8080080008\ldots$ (每两个 8 之间依次多 1 个 0) 等形式.

4. (3分) (2017•荆门) 下列运算正确的是 ()

A. $4x+5x=9xy$ B. $(-m)^3 \cdot m^7 = m^{10}$ C. $(x^2y)^5 = x^2y^5$ D. $a^{12} \div a^8 = a^4$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】利用同底数幂的乘法和除法及幂的乘方与积的乘方运算即可.

【解答】解: A. $4x+5x=9x$, 所以 A 错误;

B. $(-m)^3 \cdot m^7 = -m^{10}$, 所以 B 错误;

C. $(x^2y)^5 = x^{10}y^5$, 所以 C 错误;

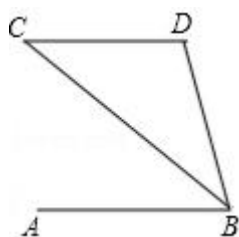
D. $a^{12} \div a^8 = a^4$, 所以 D 正确,

故选 D.

【点评】本题主要考查了合并同类项, 同底数幂的乘法和除法及幂的乘方与积的乘方运算法则, 熟练掌握法则是解答此题的关键.

5. (3分) (2017•荆门) 已知: 如图, $AB \parallel CD$, BC 平分 $\angle ABD$, 且 $\angle C = 40^\circ$,

则 $\angle D$ 的度数是 ()



A. 40° B. 80° C. 90° D. 100°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据平行线的性质, 得出 $\angle ABC$ 的度数, 再根据 BC 平分 $\angle ABD$, 即可得到 $\angle DBC$ 的度数, 最后根据三角形内角和进行计算即可.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 40^\circ,$$

又 $\because BC$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC = 40^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 中, } \angle D = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ,$$

故选: D.

【点评】本题主要考查了平行线的性质的运用, 解题时注意: 两直线平行, 内错角相等.

6. (3分) (2017•荆门) 不等式组 $\begin{cases} x - 1 < 2 \\ 2x \geq 4 \end{cases}$ 的解集为 ()

A. $x < 3$ B. $x \geq 2$ C. $2 \leq x < 3$ D. $2 < x < 3$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】先求出每个不等式的解集, 再求出不等式组的解集即可.

【解答】解: $\begin{cases} x - 1 < 2 \text{ ①} \\ 2x \geq 4 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得: $x < 3$,

解不等式②得: $x \geq 2$,

∴ 不等式组的解集为 $2 \leq x < 3$,

故选 B.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集求出不等式组的解集是解此题的关键.

7. (3 分) (2017•荆门) 李老师为了了解学生暑期在家的阅读情况，随机调查了 20 名学生某一天的阅读小时数，具体情况统计如下：

阅读时间 (小时)	2	2.5	3	3.5	4
学生人数 (名)	1	2	8	6	3

则关于这 20 名学生阅读小时数的说法正确的是 ()

A. 众数是 8 B. 中位数是 3 C. 平均数是 3 D. 方差是 0.34

【考点】 W7：方差；W2：加权平均数；W4：中位数；W5：众数.

【分析】 A、根据众数的定义找出出现次数最多的数；

B、根据中位数的定义将这组数据从小到大重新排列，求出最中间的 2 个数的平均数，即可得出中位数.

C、根据加权平均数公式代入计算可得；

D、根据方差公式计算即可.

【解答】 解：A、由统计表得：众数为 3，不是 8，所以此选项不正确；

B、随机调查了 20 名学生，所以中位数是第 10 个和第 11 个学生的阅读小时数，都是 3，故中位数是 3，所以此选项正确；

C、平均数 $= \frac{1 \times 2 + 2 \times 2.5 + 3 \times 8 + 6 \times 3.5 + 4 \times 3}{20} = 3.35$ ，所以此选项不正确；

D、 $S^2 = \frac{1}{20} \times [(2 - 3.35)^2 + 2(2.5 - 3.35)^2 + 8(3 - 3.35)^2 + 6(3.5 - 3.35)^2 + 3(4 - 3.35)^2] = \frac{5.65}{20} = 0.2825$ ，所以此选项不正确；

故选 B.

【点评】 此题考查了众数、中位数、加权平均数、方差，中位数是将一组数据从

小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 并熟练掌握平均数和方差公式.

8. (3 分) (2017•荆门) 计算: $|\sqrt{3}-4|-\sqrt{3}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 的结果是 ()

A. $2\sqrt{3}-8$ B. 0 C. $-2\sqrt{3}$ D. -8

【考点】 2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 本题涉及负指数幂、二次根式化简绝对值 3 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】 解: 原式 $=4-\sqrt{3}-\sqrt{3}-4$

$=-2\sqrt{3},$

故选: C.

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

9. (3 分) (2017•荆门) 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化, 1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离, 即 1.4960 亿 km, 用科学记数法表示 1 个天文单位是 ()

A. $14.960 \times 10^7 \text{km}$ B. $1.4960 \times 10^8 \text{km}$

C. $1.4960 \times 10^9 \text{km}$ D. $0.14960 \times 10^9 \text{km}$

【考点】 1I: 科学记数法—表示较大的数.

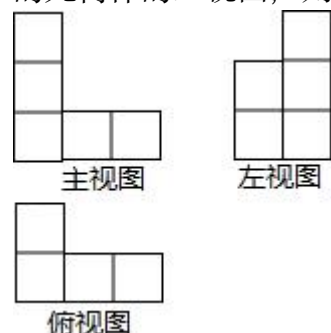
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 1.4960 亿 $=1.4960 \times 10^8$,

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

10. (3 分) (2017•荆门) 已知: 如图, 是由若干个大小相同的小正方体所搭成的几何体的三视图, 则搭成这个几何体的小正方体的个数是 ()



A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

【考点】U3: 由三视图判断几何体.

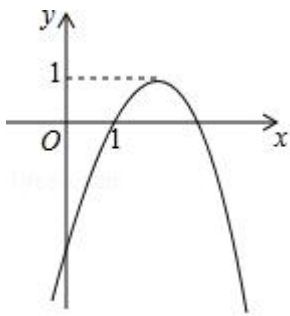
【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

【解答】解: 综合三视图可知, 这个几何体的底层有 4 个小正方体, 第二层有 2 个小正方体, 第三层有 1 个小正方体, 因此搭成这个几何体所用小正方体的个数是 $4+2+1=7$ 个.

故选 B.

【点评】本题考查了学生对三视图的掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基, 正视图疯狂盖, 左视图拆违章”就更容易得到答案.

11. (3 分) (2017•荆门) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的大致图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()



A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$

B. $-\frac{b}{2a} = 1$

C. $a+b+c < 0$

D. 关于 x 的方程 $x^2+bx+c=-1$ 有两个不相等的实数根

【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系; AA: 根的判别式; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 根据二次函数的性质一一判断即可.

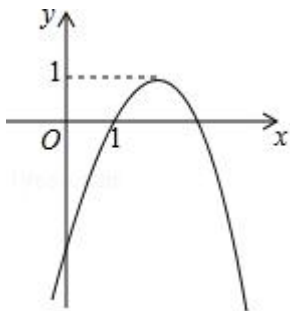
【解答】 解: A、错误. $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$.

B、错误. $-\frac{b}{2a} > 1$.

C、错误. $x=1$ 时, $y=a+b+c=0$.

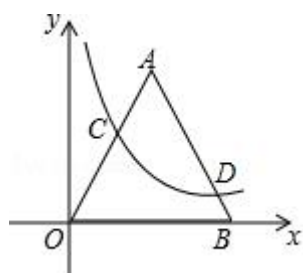
D、正确. 观察图象可知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 $y=-1$ 有两个交点, 所以关于 x 的方程 $x^2+bx+c=-1$ 有两个不相等的实数根.

故选 D.



【点评】 本题考查二次函数的性质, 二次函数与一元二次方程的关系等知识, 解题的关键是读懂图象信息, 灵活运用所学知识解决问题.

12. (3分) (2017•荆门) 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 等边 $\triangle AOB$ 的边长为 6, 点 C 在边 OA 上, 点 D 在边 AB 上, 且 $OC=3BD$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象恰好经过点 C 和点 D , 则 k 的值为 ()



- A. $\frac{81\sqrt{3}}{25}$ B. $\frac{81\sqrt{3}}{16}$ C. $\frac{81\sqrt{3}}{5}$ D. $\frac{81\sqrt{3}}{4}$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; KK: 等边三角形的性质.

【分析】过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E , 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F , 设 $BD=a$, 则 $OC=3a$, 根据等边三角形的性质结合解含 30° 度角的直角三角形, 可找出点 C 、 D 的坐标, 再利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 a 、 k 的值, 此题得解.

【解答】解: 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E , 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F , 如图所示.

设 $BD=a$, 则 $OC=3a$.

$\because \triangle AOB$ 为边长为 6 的等边三角形,

$\therefore \angle COE = \angle DBF = 60^\circ$, $OB=6$.

在 $Rt\triangle COE$ 中, $\angle COE=60^\circ$, $\angle CEO=90^\circ$, $OC=3a$,

$\therefore \angle OCE=30^\circ$,

$\therefore OE=\frac{3}{2}a$, $CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}a$,

$\therefore$ 点 C $(\frac{3}{2}a, \frac{3\sqrt{3}}{2}a)$.

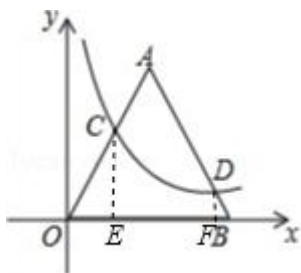
同理, 可求出点 D 的坐标为 $(6-\frac{1}{2}a, \frac{\sqrt{3}}{2}a)$.

∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象恰好经过点 C 和点 D,

$$\therefore k = \frac{3}{2}a \times \frac{3\sqrt{3}}{2}a = \left(6 - \frac{1}{2}a\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2}a,$$

$$\therefore a = \frac{6}{5}, \quad k = \frac{81\sqrt{3}}{25}.$$

故选 A.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征、等边三角形的性质以及解含 30° 角的直角三角形，根据等边三角形的性质结合解含 30° 角的直角三角形，找出点 C、D 的坐标是解题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) (2017·荆门) 已知实数 m 、 n 满足 $|n - 2| + \sqrt{m + 1} = 0$, 则 $m + 2n$ 的值为 3.

【考点】 23: 非负数的性质: 算术平方根; 16: 非负数的性质: 绝对值.

【分析】 根据非负数的性质即可求出 m 与 n 的值.

【解答】 解: 由题意可知: $n - 2 = 0$, $m + 1 = 0$,

$$\therefore m = -1, \quad n = 2,$$

$$\therefore m + 2n = -1 + 4 = 3,$$

故答案为: 3

【点评】 本题考查非负数的性质, 解题的关键是求出 m 与 n 的值, 本题属于基础题型.

14. (3分) (2017•荆门) 计算: $(\frac{m^2}{m-1} + \frac{1}{1-m}) \cdot \frac{1}{m+1} = \underline{1}$.

【考点】6C: 分式的混合运算.

【专题】11 : 计算题; 513: 分式.

【分析】原式括号中两项变形后, 利用同分母分式的减法法则计算, 约分即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= \frac{m^2-1}{m-1} \cdot \frac{1}{m+1} = \frac{(m+1)(m-1)}{m-1} \cdot \frac{1}{m+1} = 1$.

故答案为: 1

【点评】此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (3分) (2017•荆门) 已知方程 $x^2+5x+1=0$ 的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 , 则 $x_1^2+x_2^2 = \underline{23}$.

【考点】AB: 根与系数的关系.

【分析】由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=-5$ 、 $x_1 \cdot x_2=1$, 将其代入 $x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$ 中, 即可求出结论.

【解答】解: $\because$ 方程 $x^2+5x+1=0$ 的两个实数根分别为 x_1 、 x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2=-5, \quad x_1 \cdot x_2=1,$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (-5)^2 - 2 \times 1 = 23.$$

故答案为: 23.

【点评】本题考查了根与系数的关系, 牢记两根之和等于 $-\frac{b}{a}$ 、两根之积等于 $\frac{c}{a}$ 是解题的关键.

16. (3分) (2017•荆门) 已知: 派派的妈妈和派派今年共 36 岁, 再过 5 年, 派派的妈妈的年龄是派派年龄的 4 倍还大 1 岁, 当派派的妈妈 40 岁时, 则派派的年龄为 12 岁.

【考点】8A: 一元一次方程的应用.

【分析】设今年派派的年龄为 x 岁，则妈妈的年龄为 $(36 - x)$ 岁，根据再过 5 年派派的妈妈的年龄是派派年龄的 4 倍还大 1 岁，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出 x 的值，将其代入 $36 - x - x$ 中可求出二者的年龄差，再用 40 减去该年龄差即可求出当派派的妈妈 40 岁时派派的年龄.

【解答】解：设今年派派的年龄为 x 岁，则妈妈的年龄为 $(36 - x)$ 岁，
根据题意得： $36 - x + 5 = 4(x + 5) + 1$,

解得： $x = 4$,

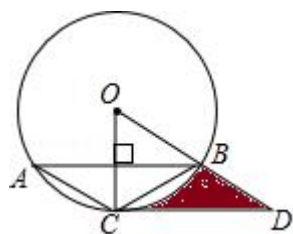
$$\therefore 36 - x - x = 28,$$

$$\therefore 40 - 28 = 12 \text{ (岁)}.$$

故答案为：12.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，根据再过 5 年派派的妈妈的年龄是派派年龄的 4 倍还大 1 岁，列出关于 x 的一元一次方程是解题的关键.

17. (3 分) (2017•荆门) 已知：如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，且半径 $OC \perp AB$ ，点 D 在半径 OB 的延长线上，且 $\angle A = \angle BCD = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，则由 $\widehat{BC}$ ，线段 CD 和线段 BD 所围成图形的阴影部分的面积为 $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$.



【考点】MO: 扇形面积的计算；M2: 垂径定理.

【分析】根据圆周角定理和垂径定理得到 $\angle O = 60^\circ$ ， $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle ABC = \angle A = 30^\circ$ ，得到 $\angle OCB = 60^\circ$ ，解直角三角形得到

$CD=\sqrt{3}OC=2\sqrt{3}$, 于是得到结论.

【解答】解: $\because OC \perp AB$, $\angle A = \angle BCD = 30^\circ$, $AC = 2$,

$\therefore \angle O = 60^\circ$, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$,

$\therefore AC = BC = 6$,

$\therefore \angle ABC = \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle OCB = 60^\circ$,

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$,

$\therefore OC = BC = 2$,

$\therefore CD = \sqrt{3}OC = 2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 线段 CD 和线段 BD 所围成图形的阴影部分的面积 $= S_{\triangle OCD} - S_{\text{扇形} BOC} - \frac{1}{2} \times 2 \times$

$$2\sqrt{3} - \frac{60 \cdot \pi \times 2^2}{360} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi,$$

故答案为: $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$.

【点评】 本题考查了扇形的面积的计算, 圆周角定理, 垂径定理, 等边三角形的判定和性质, 正确的识别图形是解题的关键.

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 69 分)

18. (7 分) (2017·荆门) 先化简, 再求值: $(2x+1)^2 - 2(x-1)(x+3) - 2$,

其中 $x = \sqrt{2}$.

【考点】 4J: 整式的混合运算—化简求值.

【专题】 11 : 计算题; 512: 整式.

【分析】 原式利用完全平方公式, 多项式乘以多项式法则计算, 去括号合并得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $= 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 - 4x + 6 - 2 = 2x^2 + 5$,

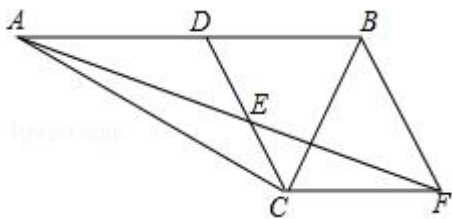
当 $x = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= 4 + 5 = 9$.

【点评】此题考查了整式的混合运算－化简求值，熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (10分) (2017·荆门) 已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点，点 E 是 CD 的中点，过点 C 作 $CF\parallel AB$ 交 AE 的延长线于点 F .

(1) 求证： $\triangle ADE\cong\triangle FCE$;

(2) 若 $\angle DCF=120^\circ$ ， $DE=2$ ，求 BC 的长.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KP：直角三角形斜边上的中线.

【分析】(1) 先根据点 E 是 CD 的中点得出 $DE=CE$ ，再由 $AB\parallel CF$ 可知 $\angle BAF=\angle AFC$ ，根据 AAS 定理可得出 $\triangle ADE\cong\triangle FCE$;

(2) 根据直角三角形的性质可得出 $AD=CD=\frac{1}{2}AB$ ，再由 $AB\parallel CF$ 可知 $\angle BDC=180^\circ-\angle DCF=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ ，由三角形外角的性质可得出 $\angle DAC=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BDC=30^\circ$ ，进而可得出结论.

【解答】(1) 证明： $\because$ 点 E 是 CD 的中点，

$$\therefore DE=CE.$$

$$\because AB\parallel CF,$$

$$\therefore \angle BAF=\angle AFC.$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle FCE$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle BAF = \angle AFC \\ \angle AED = \angle FEC, \\ DE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE\cong\triangle FCE \text{ (AAS)};$$

(2) 解：由 (1) 得， $CD=2DE$,

$$\therefore DE=2,$$

$$\therefore CD=4.$$

$\therefore$ 点 D 为 AB 的中点， $\angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore AB=2CD=8, AD=CD=\frac{1}{2}AB.$$

$\therefore AB \parallel CF$,

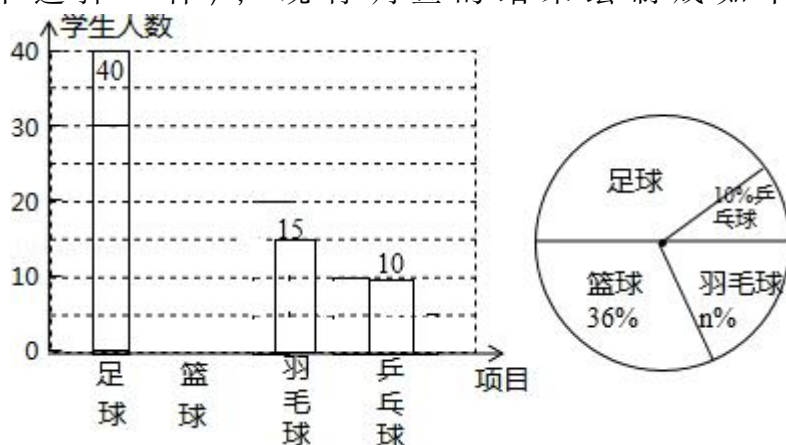
$$\therefore \angle BDC=180^\circ - \angle DCF=180^\circ - 120^\circ=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BDC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ,$$

$$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 8=4.$$

【点评】 本题考查的是全等三角形的判定与性质，熟知全等三角形的判定定理是解答此题的关键.

20. (10 分) (2017•荆门) 荆岗中学决定在本校学生中，开展足球、篮球、羽毛球、乒乓球四种活动，为了了解学生对这四种活动的喜爱情况，学校随机调查了该校 m 名学生，看他们喜爱哪一种活动（每名学生必选一种且只能从这四种活动中选择一种），现将调查的结果绘制成如下不完整的统计



(1) $m=100$, $n=15$;

(2) 请补全图中的条形图;

(3) 根据抽样调查的结果，请估算全校 1800 名学生中，大约有多少人喜爱踢

足球；

(4) 在抽查的 m 名学生中，喜爱乒乓球的有 10 名同学（其中有 4 名女生，包括小红、小梅），现将喜爱打乒乓球的同学平均分成两组进行训练，且女生每组分两人，求小红、小梅能分在同一组的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法； V5: 用样本估计总体； VB: 扇形统计图； VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 根据喜爱乒乓球的有 10 人，占 10% 可以求得 m 的值，从而可以求得 n 的值；

(2) 根据题意和 m 的值可以求得喜爱篮球的人数，从而可以将条形统计图补充完整；

(3) 根据统计图中的数据可以估算出全校 1800 名学生中，大约有多少人喜爱踢足球；

(4) 根据题意可以写出所有的可能性，注意 (C, D) 和 (D, C) 在一起都是暗含着 (A, B) 在一起.

【解答】 解：(1) 由题意可得，

$$m=10\div 10\%=100, n\%=15\div 100=15\%,$$

故答案为：100, 15；

(2) 喜爱篮球的有： $100\times 36\%=36$ (人)，
补全的条形统计图，如右图所示；

(3) 由题意可得，

$$\text{全校 } 1800 \text{ 名学生中，喜爱踢足球的有： } 1800\times \frac{40}{100}=720 \text{ (人)，}$$

答：全校 1800 名学生中，大约有 720 人喜爱踢足球；

(4) 设四名女生分别为： A (小红)、 B (小梅)、 C、 D，
则出现的所有可能性是：

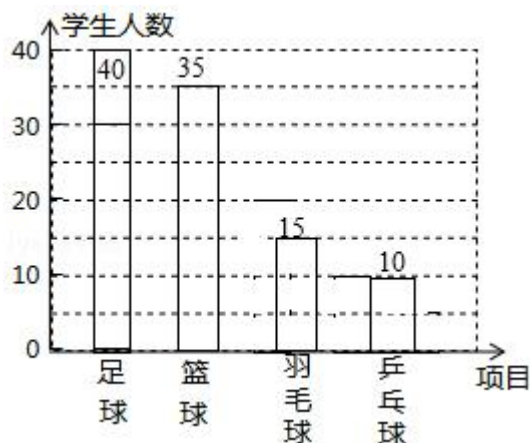
(A, B)、(A, C)、(A, D)、

(B, A)、(B, C)、(B, D)、

(C, A)、(C, B)、(C, D)、

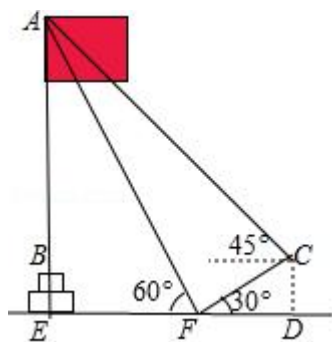
(D, A)、(D, B)、(D, C),

∴ 小红、小梅能分在同一组的概率是: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$



【点评】 本替考查列表法与树状图法、扇形统计图、条形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

21. (10 分) (2017•荆门) 金桥学校“科技体艺节”期间，八年级数学活动小组的任务是测量学校旗杆 AB 的高，他们在旗杆正前方台阶上的点 C 处，测得旗杆顶端 A 的仰角为 45° ，朝着旗杆的方向走到台阶下的点 F 处，测得旗杆顶端 A 的仰角为 60° ，已知升旗台的高度 BE 为 1 米，点 C 距地面的高度 CD 为 3 米，台阶 CF 的坡角为 30° ，且点 E、F、D 在同一条直线上，求旗杆 AB 的高度 (计算结果精确到 0.1 米，参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题; T9: 解直角三角形的应用

– 坡度坡角问题.

【分析】 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于 M. 则四边形 MEDC 是矩形, 设 $EF=x$, 根据 $AM=DE$, 列出方程即可解决问题.

【解答】 解: 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于 M. 则四边形 MEDC 是矩形,

$$\therefore ME=DC=3, \quad CM=ED,$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $\angle AFE=60^\circ$, 设 $EF=x$, 则 $AF=2x$, $AE=\sqrt{3}x$,

在 $Rt\triangle FCD$ 中, $CD=3$, $\angle CFD=30^\circ$,

$$\therefore DF=3\sqrt{3},$$

在 $Rt\triangle AMC$ 中, $\angle ACM=45^\circ$,

$$\therefore \angle MAC=\angle ACM=45^\circ,$$

$$\therefore MA=MC,$$

$$\therefore ED=CM,$$

$$\therefore AM=ED,$$

$$\therefore AM=AE - ME, \quad ED=EF+DF,$$

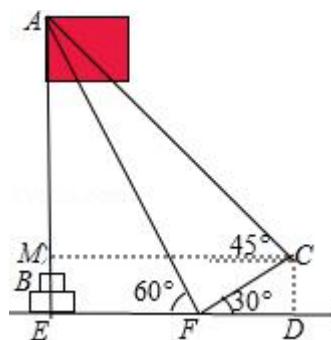
$$\therefore \sqrt{3}x - 3 = x + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore x = 6 + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = \sqrt{3} (6 + 3\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} + 9,$$

$$\therefore AB = AE - BE = 9 + 6\sqrt{3} - 1 \approx 18.4 \text{ 米}.$$

答: 旗杆 AB 的高度约为 18.4 米.

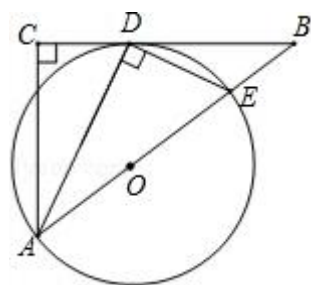


【点评】 本题考查解直角三角形－仰角俯角问题，坡度坡角问题等知识，解题的关键是学会利用参数，构建方程解决问题，属于中考常考题型.

22. (10 分) (2017•荆门) 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AD$ 交 AB 于点 E ，以 AE 为直径作 $\odot O$.

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC=3$ ， $BC=4$ ，求 BE 的长.



【考点】 ME：切线的判定与性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 连接 OD ，由 AE 为直径、 $DE \perp AD$ 可得出点 D 在 $\odot O$ 上且 $\angle DAO = \angle ADO$ ，根据 AD 平分 $\angle CAB$ 可得出 $\angle CAD = \angle DAO = \angle ADO$ ，由“内错角相等，两直线平行”可得出 $AC \parallel DO$ ，再结合 $\angle C=90^\circ$ 即可得出 $\angle ODB=90^\circ$ ，进而即可证出 BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 在 $Rt\triangle ACB$ 中，利用勾股定理可求出 AB 的长度，设 $OD=r$ ，则 $BO=5-r$ ，

由 $OD \parallel AC$ 可得出 $\frac{DO}{AC} = \frac{BO}{BA}$ ，代入数据即可求出 r 值，再根据 $BE=AB-AE$ 即可求出 BE 的长度.

【解答】 (1) 证明：连接 OD，如图所示.

在 Rt△ADE 中，点 O 为 AE 的中心，

$$\therefore DO=AO=EO=\frac{1}{2}AE,$$

$\therefore$ 点 D 在 $\odot O$ 上，且 $\angle DAO=\angle ADO$.

又 $\because AD$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAD=\angle DAO,$$

$$\therefore \angle ADO=\angle CAD,$$

$$\therefore AC \parallel DO.$$

$$\because \angle C=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB=90^\circ, \text{ 即 } OD \perp BC.$$

又 $\because OD$ 为半径，

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解： $\because$ 在 Rt△ACB 中， $AC=3$ ， $BC=4$ ，

$$\therefore AB=5.$$

设 $OD=r$ ，则 $BO=5-r$.

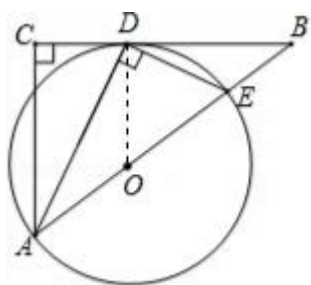
$$\because OD \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle BDO \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{DO}{AC} = \frac{BO}{BA}, \text{ 即 } \frac{r}{3} = \frac{5-r}{5},$$

$$\text{解得: } r = \frac{15}{8},$$

$$\therefore BE=AB-AE=5-\frac{15}{4}=\frac{5}{4}.$$



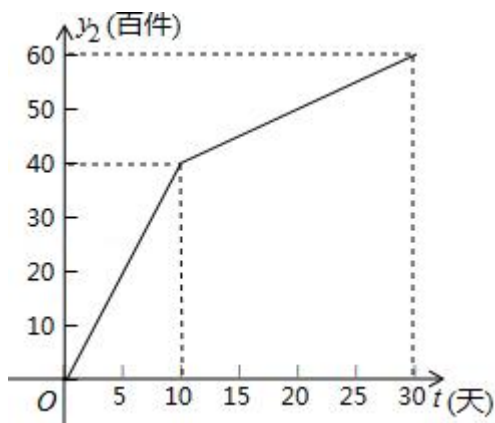
【点评】 本题考查了切线的判定与性质、相似三角形的判定与性质、平行线的判定与性质以及勾股定理，解题的关键是：（1）利用平行线的性质找出 $OD \perp BC$ ；

（2）利用相似三角形的性质求出 $\odot O$ 的半径.

23. (10 分) (2017·荆门) 我市雷雷服饰有限公司生产了一款夏季服装，通过实体商店和网上商店两种途径进行销售，销售一段时间后，该公司对这种商品的销售情况，进行了为期 30 天的跟踪调查，其中实体商店的日销售量 y_1 (百件) 与时间 t (t 为整数，单位：天) 的部分对应值如下表所示，网上商店的日销售量 y_2 (百件) 与时间 t (t 为整数，单位：天) 的部分对应值如图所示.

时间 t (天)	0	5	10	15	20	25	30
日销售量 y_1 (百件)	0	25	40	45	40	25	0

- (1) 请你的一次函数、二次函数和反比例函数中，选择合适的函数能反映 y_1 与 t 的变化规律，并求出 y_1 与 t 的函数关系式及自变量 t 的取值范围；
- (2) 求 y_2 与 t 的函数关系式，并写出自变量 t 的取值范围；
- (3) 在跟踪调查的 30 天中，设实体商店和网上商店的日销售总量为 y (百件)，求 y 与 t 的函数关系式；当 t 为何值时，日销售总量 y 达到最大，并求出此时的最大值.



【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】(1) 根据观察可设 $y_1=at^2+bt+c$, 将 $(0, 0)$, $(5, 25)$, $(10, 40)$ 代入即可得到结论;

(2) 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, 设 $y_2=kt$, 求得 y_2 与 t 的函数关系式为: $y_2=4t$, 当 $10 \leq t \leq 30$ 时, 设 $y_2=mt+n$, 将 $(10, 40)$, $(30, 60)$ 代入得到 y_2 与 t 的函数关系式为: $y_2=k+30$,

(3) 依题意得 $y=y_1+y_2$, 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, 得到 $y_{\text{最大}}=80$; 当 $10 < t \leq 30$ 时, 得到 $y_{\text{最大}}=91.2$, 于是得到结论.

【解答】解 (1) 根据观察可设 $y_1=at^2+bt+c$, 将 $(0, 0)$, $(5, 25)$, $(10, 40)$

$$\text{代入得: } \begin{cases} c = 0 \\ 25a + 5b = 25 \\ 100a + 10b = 40 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = 6 \\ c = 0 \end{cases}$$

$\therefore y_1$ 与 t 的函数关系式为: $y_1 = -\frac{1}{5}t^2 + 6t$ ($0 \leq t \leq 30$, 且为整数);

(2) 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, 设 $y_2=kt$,

$\therefore (10, 40)$ 在其图象上,

$\therefore 10k=40$,

$$\therefore k=4,$$

$$\therefore y_2 \text{ 与 } t \text{ 的函数关系式为: } y_2=4t,$$

当 $10 \leq t \leq 30$ 时, 设 $y_2=mt+n$,

$$\text{将 } (10, 40), (30, 60) \text{ 代入得 } \begin{cases} 10m + n = 40 \\ 30m + n = 60 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = 1 \\ n = 30 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 \text{ 与 } t \text{ 的函数关系式为: } y_2=t+30,$$

$$\text{综上所述, } y_2 = \begin{cases} 4t & (0 \leq t \leq 10, \text{ 且为整数}) \\ t + 30 & (10 < t \leq 30, \text{ 且为整数}) \end{cases};$$

$$(3) \text{ 依题意得 } y=y_1+y_2, \text{ 当 } 0 \leq t \leq 10 \text{ 时, } y = -\frac{1}{5}t^2 + 6t + 4t = -\frac{1}{5}t^2 + 10t = -\frac{1}{5}(t-25)^2 + 125,$$

$$\therefore t=10 \text{ 时, } y_{\text{最大}}=80;$$

$$\text{当 } 10 < t \leq 30 \text{ 时, } y = -\frac{1}{5}t^2 + 6t + t + 30 = -\frac{1}{5}t^2 + 7t + 30 = -\frac{1}{5}\left(t - \frac{35}{2}\right)^2 + \frac{365}{4},$$

$\therefore t$ 为整数,

$$\therefore t=17 \text{ 或 } 18 \text{ 时, } y_{\text{最大}}=91.2,$$

$$\therefore 91.2 > 80,$$

$$\therefore \text{当 } t=17 \text{ 或 } 18 \text{ 时, } y_{\text{最大}}=91.2 \text{ (百件)}.$$

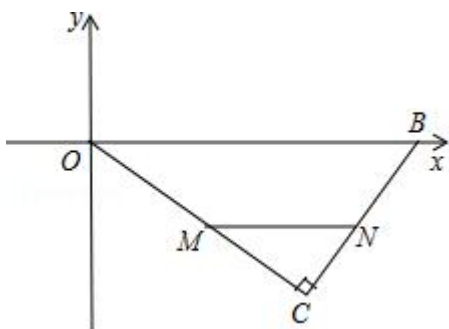
【点评】 本题考查了二次函数的应用, 一次函数的应用, 待定系数法求函数的解析式, 正确的理解题意是解题的关键.

24. (12 分) (2017•荆门) 已知: 如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\angle C=90^\circ$, $OB=25$, $OC=20$, 若点 M 是边 OC 上的一个动点 (与点 O 、 C 不重合), 过点 M 作 $MN \parallel OB$ 交 BC 于点 N .

(1) 求点 C 的坐标;

(2) 当 $\triangle MCN$ 的周长与四边形 $OMNB$ 的周长相等时, 求 CM 的长;

(3) 在 OB 上是否存在点 Q, 使得 $\triangle MNQ$ 为等腰直角三角形? 若存在, 请求出此时 MN 的长; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 KY: 三角形综合题.

【分析】 (1) 如图 1, 过 C 作 $CH \perp OB$ 于 H, 根据勾股定理得到 $BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15$, 根据三角形的面积公式得到 $CH = \frac{OC \cdot BC}{OB} = \frac{20 \times 15}{25} = 12$, 由勾股定理得到 $OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = 16$, 于是得到结论;

(2) $\because$ 根据相似三角形的性质得到 $\frac{CM}{CN} = \frac{OC}{BC} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$, 设 $CM = x$, 则 $CN = \frac{3}{4}x$, 根据已知条件列方程即可得到结论;

(3) 如图 2, 由 (2) 知, 当 $CM = x$, 则 $CN = \frac{3}{4}x$, $MN = \frac{5}{4}x$, ①当 $\angle OMQ_1 = 90^\circ$ $MN = MQ$ 时, ②当 $\angle MNQ_2 = 90^\circ$, $MN = NQ_2$ 时, 根据相似三角形的性质即可得到结论.

【解答】 解: (1) 如图 1, 过 C 作 $CH \perp OB$ 于 H,

$$\because \angle C = 90^\circ, OB = 25, OC = 20,$$

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 - OC^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15,$$

$$\because S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2}OB \cdot CH = \frac{1}{2}OC \cdot BC,$$

$$\therefore CH = \frac{OC \cdot BC}{OB} = \frac{20 \times 15}{25} = 12,$$

$$\therefore OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = 16,$$

$$\therefore C(16, -12);$$

(2) $\because MN \parallel OB$,

$\therefore \triangle CNM \sim \triangle COB$,

$$\therefore \frac{CM}{CN} = \frac{OC}{BC} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3},$$

设 $CM=x$, 则 $CN=\frac{3}{4}x$,

$\therefore \triangle MCN$ 的周长与四边形 $OMNB$ 的周长相等,

$$\therefore CM+CN+MN=OM+MN+OB, \text{ 即 } x+\frac{3}{4}x+MN=20-x+MN+15-\frac{3}{4}x+25,$$

$$\text{解得: } x=\frac{120}{7},$$

$$\therefore CM=\frac{120}{7};$$

(3) 如图 2, 由 (2) 知, 当 $CM=x$, 则 $CN=\frac{3}{4}x$, $MN=\frac{5}{4}x$,

①当 $\angle OMQ_1=90^\circ$ $MN=MQ$ 时,

$\therefore \triangle OMQ \sim \triangle OBC$,

$$\therefore \frac{MQ}{BC} = \frac{OM}{OB},$$

$\therefore MN=MQ$,

$$\therefore \frac{\frac{5}{4}x}{15} = \frac{20-x}{25},$$

$$\therefore x=\frac{240}{37},$$

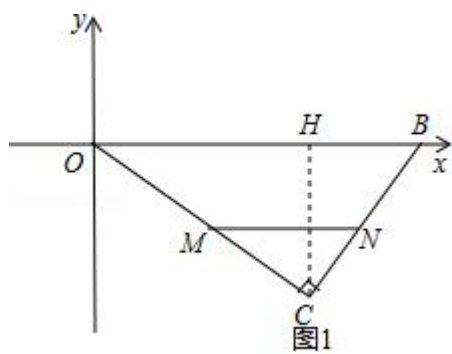
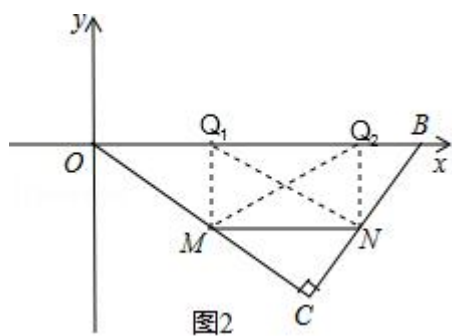
$$\therefore MN=\frac{5}{4}x=\frac{5}{4} \times \frac{240}{37}=\frac{300}{37};$$

②当 $\angle MNQ_2=90^\circ$, $MN=NQ_2$ 时,

此时, 四边形 MNQ_2Q_1 是正方形,

$\therefore NQ_2=MQ_1=MN$,

$$\therefore MN=\frac{300}{37}.$$



【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，正方形的判定和性质，勾股定理，三角形面积公式，正确的作出辅助线是解题的关键.