

2017 年湖北省荆州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

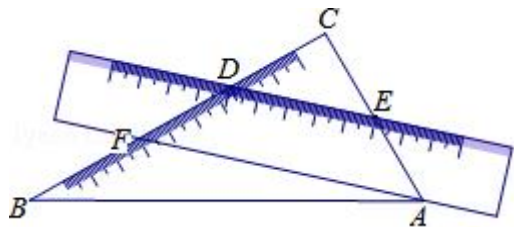
1. (3 分) 下列实数中最大的数是 ()

A. 3 B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. -4

2. (3 分) 中国企业 2016 年已经在“一带一路”沿线国家建立了 56 个经贸合作区，直接为东道国增加了 180 000 个就业岗位. 将 180 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 18×10^4 B. 1.8×10^5 C. 1.8×10^6 D. 18×10^5

3. (3 分) 一把直尺和一块三角板 ABC (含 30° 、 60° 角) 摆放位置如图所示，直尺一边与三角板的两直角边分别交于点 D、点 E，另一边与三角板的两直角边分别交于点 F、点 A，且 $\angle CDE = 40^\circ$ ，那么 $\angle BAF$ 的大小为 ()



A. 40° B. 45° C. 50° D. 10°

4. (3 分) 为了解某班学生双休户外活动情况，对部分学生参加户外活动的情况进行抽样调查，结果如下表：

户外活动时间 (小时)	1	2	3	6
学生人数 (人)	2	2	4	2

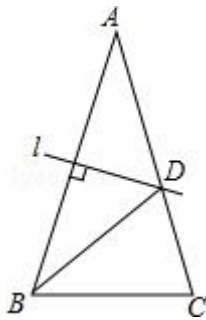
则关于“户外活动时间”这组数据的众数、中位数、平均数分别是 ()

A. 3、3、3 B. 6、2、3 C. 3、3、2 D. 3、2、3

5. (3 分) 下列根式是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{0.3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{20}$

6. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，AB 的垂直平分线 l 交 AC 于点 D，则 $\angle CBD$ 的度数为 ()



A. 30° B. 45° C. 50° D. 75°

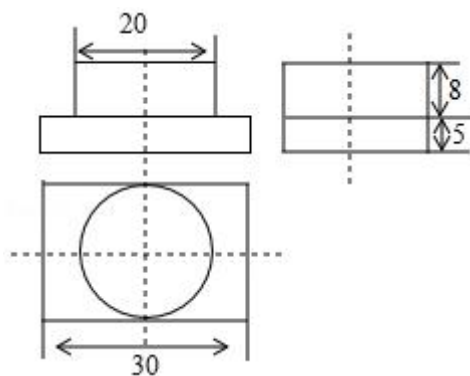
7. (3分) 为配合荆州市“我读书，我快乐”读书节活动，某书店推出一种优惠卡，每张卡售价20元，凭卡购书可享受8折优惠. 小慧同学到该书店购书，她先买优惠卡再凭卡付款，结果节省了10元. 若此次小慧同学不买卡直接购书，则她需付款多少元？（ ）

A. 140元 B. 150元 C. 160元 D. 200元

8. (3分) 《九章算术》中的“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去根六尺. 问折高者几何？意思是：一根竹子，原高一丈（一丈=10尺），一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子底部6尺远，问折断处离地面的高度是多少？设折断处离地面的高度为x尺，则可列方程为（ ）

A. $x^2 - 6 = (10 - x)^2$ B. $x^2 - 6^2 = (10 - x)^2$ C. $x^2 + 6 = (10 - x)^2$ D. $x^2 + 6^2 = (10 - x)^2$

9. (3分) 如图是某几何体的三视图，根据图中的数据，求得该几何体的体积为（ ）



A. $800\pi + 1200$ B. $160\pi + 1700$ C. $3200\pi + 1200$ D. $800\pi + 3000$

10. (3分) 规定：如果关于x的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根，且其中一个根是另一个根的2倍，则称这样的方程为“倍根方程”. 现有下列结论：

①方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 是倍根方程；

②若关于x的方程 $x^2 + ax + 2 = 0$ 是倍根方程，则 $a = \pm 3$ ；

③若关于x的方程 $ax^2 - 6ax + c = 0$ ($a \neq 0$) 是倍根方程，则抛物线 $y = ax^2 - 6ax + c$ 与x轴的公共点的坐标是 (2, 0) 和 (4, 0)；

④若点 (m, n) 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，则关于 x 的方程 $mx^2 + 5x + n = 0$ 是倍根方程.

上述结论中正确的有 ()

A. ①② B. ③④ C. ②③ D. ②④

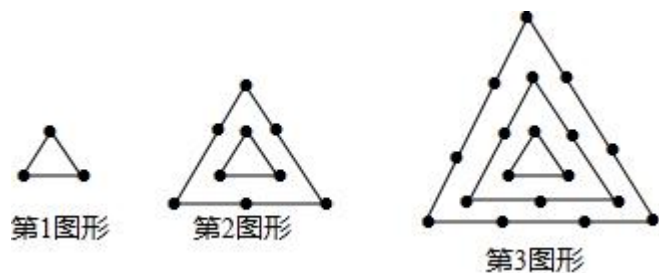
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) 化简 $(\pi - 3.14)^0 + 1 - 2\sqrt{2} - \sqrt{8} + (\frac{1}{2})^{-1}$ 的结果是_____.

12. (3 分) 若单项式 $-5x^4y^{2m+n}$ 与 $2017x^m-n y^2$ 是同类项, 则 $m - 7n$ 的算术平方根是_____.

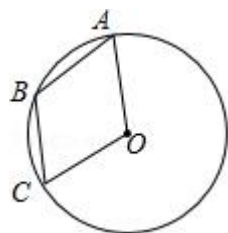
13. (3 分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x+1} = 2$ 的解为负数, 则 k 的取值范围为_____.

14. (3 分) 观察下列图形: 它们是按一定规律排列的, 依照此规律, 第 9 个图形中共有_____个点.

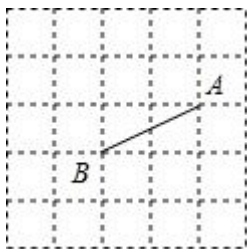


15. (3 分) 将直线 $y = x + b$ 沿 y 轴向下平移 3 个单位长度, 点 $A(-1, 2)$ 关于 y 轴的对称点落在平移后的直线上, 则 b 的值为_____.

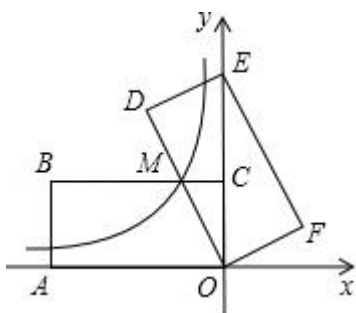
16. (3 分) 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点, 且四边形 $OABC$ 是菱形. 若点 D 是圆上异于 A, B, C 的另一一点, 则 $\angle ADC$ 的度数是_____.



17. (3 分) 如图, 在 5×5 的正方形网格中有一条线段 AB , 点 A 与点 B 均在格点上. 请在这个网格中作线段 AB 的垂直平分线. 要求: ①仅用无刻度直尺, 且不能用直尺中的直角; ②保留必要的作图痕迹.



18. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OABC 的顶点 A、C 分别在 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴上, 点 B 在第二象限. 将矩形 OABC 绕点 O 顺时针旋转, 使点 B 落在 y 轴上, 得到矩形 ODEF, BC 与 OD 相交于点 M. 若经过点 M 的反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象交 AB 于点 N, $S_{\text{矩形 OABC}} = 32$, $\tan \angle DOE = \frac{1}{2}$, 则 BN 的长为_____.

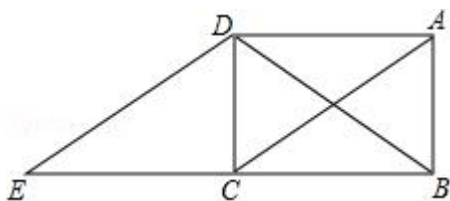


三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

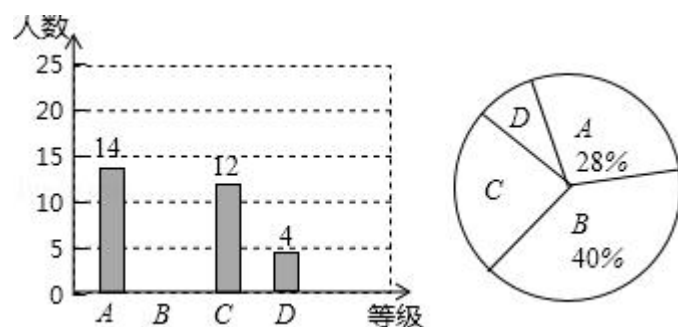
19. (10分) (1) 解方程组:
$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$
- (2) 先化简, 再求值: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{1}{x+1}$, 其中 $x=2$.

20. (8分) 如图, 在矩形 ABCD 中, 连接对角线 AC、BD, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移, 使点 B 移到点 C, 得到 $\triangle DCE$.

- (1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle EDC$;
- (2) 请探究 $\triangle BDE$ 的形状, 并说明理由.

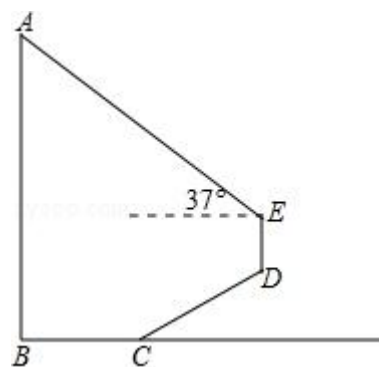


21. (8分) 某校为了解本校九年级学生足球训练情况, 随机抽查该年级若干名学生进行测试, 然后把测试结果分为4个等级: A、B、C、D, 并将统计结果绘制成两幅不完整的统计图. 请根据图中的信息解答下列问题:



- (1) 补全条形统计图
- (2) 该年级共有 700 人, 估计该年级足球测试成绩为 D 等的人数为_____人;
- (3) 在此次测试中, 有甲、乙、丙、丁四个班的学生表现突出, 现决定从这四个班中随机选取两个班在全校举行一场足球友谊赛. 请用画树状图或列表的方法, 求恰好选到甲、乙两个班的概率.

22. (8分) 如图, 某数学活动小组为测量学校旗杆 AB 的高度, 沿旗杆正前方 $2\sqrt{3}$ 米处的点 C 出发, 沿斜面坡度 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 CD 前进 4 米到达点 D, 在点 D 处安置测角仪, 测得旗杆顶部 A 的仰角为 37° , 量得仪器的高 DE 为 1.5 米. 已知 A、B、C、D、E 在同一平面内, $AB \perp BC$, $AB \parallel DE$. 求旗杆 AB 的高度. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$. 计算结果保留根号)



23. (10 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-5)x + 1 - k = 0$, 其中 k 为常数.

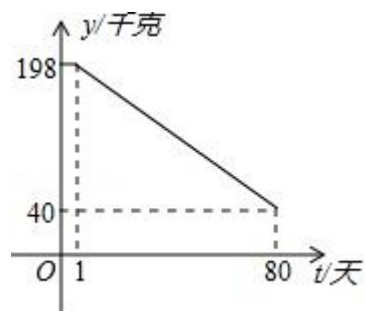
- (1) 求证: 无论 k 为何值, 方程总有两个不相等实数根;
- (2) 已知函数 $y = x^2 + (k-5)x + 1 - k$ 的图象不经过第三象限, 求 k 的取值范围;
- (3) 若原方程的一个根大于 3, 另一个根小于 3, 求 k 的最大整数值.

24. (10 分) 荆州市某水产养殖户进行小龙虾养殖. 已知每千克小龙虾养殖成本为 6 元, 在整个销售旺季的 80 天里, 销售单价 p (元/千克) 与时间第 t (天) 之间的函数关系为:

$$p = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 16 & (1 \leq t \leq 40, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 46 & (41 \leq t \leq 80, t \text{ 为整数}) \end{cases},$$

日销售量 y (千克) 与时间第 t (天) 之间的函数关系如图所示:

- (1) 求日销售量 y 与时间 t 的函数关系式?
- (2) 哪一天的日销售利润最大? 最大利润是多少?
- (3) 该养殖户有多少天日销售利润不低于 2400 元?
- (4) 在实际销售的前 40 天中, 该养殖户决定每销售 1 千克小龙虾, 就捐赠 m ($m < 7$) 元给村里的特困户. 在这前 40 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大, 求 m 的取值范围.

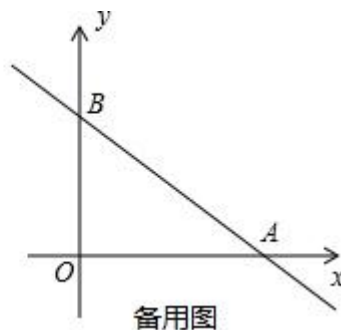
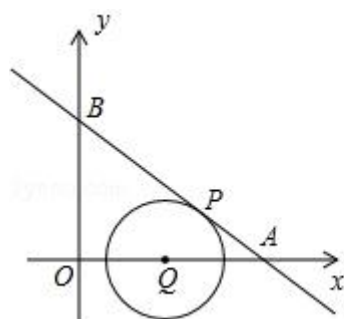


25. (12 分) 如图在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 P 、 Q 同时从点 A 出发, 运动时间为 t 秒. 其中点 P 沿射线 AB 运动, 速度为每秒 4 个单位长度, 点 Q 沿射线 AO 运动, 速度为每秒 5 个单位长度. 以点 Q 为圆心, PQ 长为半径作 $\odot Q$.

(1) 求证: 直线 AB 是 $\odot Q$ 的切线;

(2) 过点 A 左侧 x 轴上的任意一点 $C(m, 0)$, 作直线 AB 的垂线 CM , 垂足为 M . 若 CM 与 $\odot Q$ 相切于点 D , 求 m 与 t 的函数关系式 (不需写出自变量的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 是否存在点 C , 直线 AB 、 CM 、 y 轴与 $\odot Q$ 同时相切? 若存在, 请直接写出此时点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年湖北省荆州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•荆州) 下列实数中最大的数是 ()

A. 3 B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. -4

【考点】2A: 实数大小比较.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】将各数按照从大到小顺序排列，找出最大数即可.

【解答】解：各数排列得： $3 > \sqrt{2} > 0 > -4$,

则实数找最大的数是 3,

故选 A

945509668 制作，提供全套中考真题、专题

【点评】此题考查了实数大小比较，正确排列出大小顺序是解本题的关键.

2. (3 分) (2017•荆州) 中国企业 2016 年已经在“一带一路”沿线国家建立了 56 个经贸合作区，直接为东道国增加了 180 000 个就业岗位. 将 180 000 用科学记数法表示应为 ()

A. 18×10^4 B. 1.8×10^5 C. 1.8×10^6 D. 18×10^5

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】17: 推理填空题.

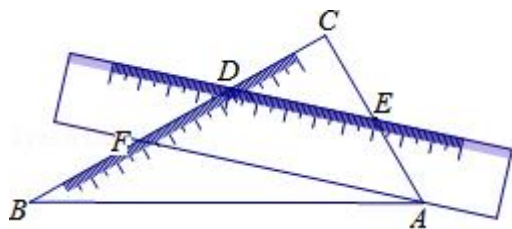
【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，据此判断即可.

【解答】解：180000 = 1.8×10^5 .

故选：B.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

3. (3 分) (2017•荆州) 一把直尺和一块三角板 ABC (含 30° 、 60° 角) 摆放位置如图所示，直尺一边与三角板的两直角边分别交于点 D、点 E，另一边与三角板的两直角边分别交于点 F、点 A，且 $\angle CDE = 40^\circ$ ，那么 $\angle BAF$ 的大小为 ()



A. 40° B. 45° C. 50° D. 10°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据 $\angle CDE = 40^\circ$ ，得出 $\angle CED = 50^\circ$ ，再根据 $DE \parallel AF$ ，即可得到 $\angle CAF = 50^\circ$ ，最后根据 $\angle BAC = 60^\circ$ ，即可得出 $\angle BAF$ 的大小.

【解答】解：由图可得， $\angle CDE = 40^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CED = 50^\circ$ ，

又 $\because DE \parallel AF$ ，

$\therefore \angle CAF = 50^\circ$,
 $\because \angle BAC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BAF = 60^\circ - 50^\circ = 10^\circ$,

故选: D.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质以及三角形内角和定理的运用, 解题时注意: 两直线平行, 同位角相等.

4. (3分) (2017•荆州) 为了解某班学生双休户外活动情况, 对部分学生参加户外活动的情况进行抽样调查, 结果如下表:

户外活动时间 (小时)	1	2	3	6
学生人数 (人)	2	2	4	2

则关于“户外活动时间”这组数据的众数、中位数、平均数分别是 ()

A. 3、3、3 B. 6、2、3 C. 3、3、2 D. 3、2、3

【考点】 W5: 众数; W2: 加权平均数; W4: 中位数.

【分析】 根据中位数、平均数和众数的概念求解即可.

【解答】 解: $\because$ 共 10 人,

$\therefore$ 中位数为第 5 和第 6 人的平均数,

$\therefore$ 中位数 $= (3+3) \div 2 = 3$;

平均数 $= (1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 6 \times 2) \div 10 = 3$;

众数是一组数据中出现次数最多的数据, 所以众数为 3;

故选 A.

【点评】 本题考查平均数、中位数和众数的概念. 一组数据的总和除以这组数据个数所得到的商叫这组数据的平均数; 在一组数据中出现次数最多的数叫做这组数据的众数; 将一组数据从小到大依次排列, 把中间数据 (或中间两数据的平均数) 叫做中位数.

5. (3分) (2017•荆州) 下列根式是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{0.3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{20}$

【考点】 74: 最简二次根式.

【分析】 根据最简二次根式是被开方数不含分母, 被开方数不含开的尽的因数或因式, 可得答案.

【解答】 解: A、该二次根式的被开方数中含有分母, 不是最简二次根式, 故本选项错误;

B、该二次根式的被开方数中含有小数, 不是最简二次根式, 故本选项错误;

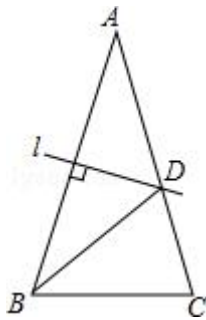
C、该二次根式符合最简二次根式的定义, 故本选项正确;

D、 $20 = 2^2 \times 5$, 该二次根式的被开方数中含开的尽的因数, 不是最简二次根式, 故本选项错误;

故选: C.

【点评】 本题考查了最简二次根式, 最简二次根式是被开方数不含分母, 被开方数不含开的尽的因数或因式.

6. (3分) (2017•荆州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 30^\circ$, AB 的垂直平分线 l 交 AC 于点 D , 则 $\angle CBD$ 的度数为 ()



A. 30° B. 45° C. 50° D. 75°

【考点】KH：等腰三角形的性质；KG：线段垂直平分线的性质.

【分析】根据三角形的内角和定理，求出 $\angle C$ ，再根据线段垂直平分线的性质，推得 $\angle A = \angle ABD = 30^\circ$ ，由外角的性质求出 $\angle BDC$ 的度数，从而得出 $\angle CBD = 45^\circ$.

【解答】解： $\because AB = AC$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 75^\circ$ ，

$\because AB$ 的垂直平分线交 AC 于 D ，

$\therefore AD = BD$ ，

$\therefore \angle A = \angle ABD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CBD = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$.

故选 B.

【点评】此题主要考查线段的垂直平分线的性质和等腰三角形的性质；利用三角形外角的性质求得求得 $\angle BDC = 60^\circ$ 是解答本题的关键. 本题的解法很多，用底角 $75^\circ - 30^\circ$ 更简单些.

7. (3分) (2017•荆州) 为配合荆州市“我读书，我快乐”读书节活动，某书店推出一种优惠卡，每张卡售价20元，凭卡购书可享受8折优惠. 小慧同学到该书店购书，她先买优惠卡再凭卡付款，结果节省了10元. 若此次小慧同学不买卡直接购书，则她需付款多少元？()

A. 140元 B. 150元 C. 160元 D. 200元

【考点】8A：一元一次方程的应用.

【分析】此题的关键描述：“先买优惠卡再凭卡付款，结果节省了人民币10元”，设出未知数，根据题中的关键描述语列出方程求解.

【解答】解：设李明同学此次购书的总价值是人民币是 x 元，

则有： $20 + 0.8x = x - 10$

解得： $x = 150$

即：小慧同学不凭卡购书的书价为150元.

故选：B.

【点评】本题考查一元一次方程的应用，关键在于找出题目中的等量关系，根据等量关系列出方程解答.

8. (3分) (2017•荆州) 《九章算术》中的“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去根六尺. 问折高者几何？意思是：一根竹子，原高一丈（一丈=10尺），一阵风将竹子折断，其竹梢恰好抵地，抵地处离竹子底部6尺远，问折断处离地面的高度是多少？设折断处离地面的高度为 x 尺，则可列方程为 ()

A. $x^2 - 6 = (10 - x)^2$ B. $x^2 - 6^2 = (10 - x)^2$ C. $x^2 + 6 = (10 - x)^2$ D. $x^2 + 6^2 = (10 - x)^2$

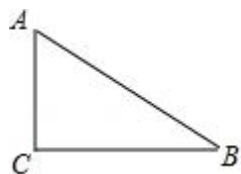
【考点】KU：勾股定理的应用.

【分析】根据题意画出图形，设折断处离地面的高度为 x 尺，再利用勾股定理列出方程即可.

【解答】解：如图，设折断处离地面的高度为 x 尺，则 $AB=10-x$ ， $BC=6$ ，

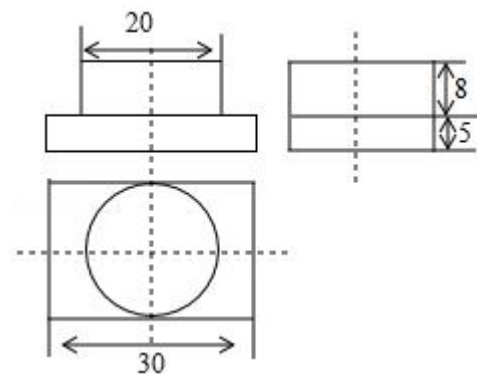
在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC^2+BC^2=AB^2$ ，即 $x^2+6^2=(10-x)^2$.

故选 D.



【点评】本题考查的是勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图，领会数形结合的思想的应用.

9. (3 分) (2017•荆州) 如图是某几何体的三视图，根据图中的数据，求得该几何体的体积为 ()



A. $800\pi+1200$ B. $160\pi+1700$ C. $3200\pi+1200$ D. $800\pi+3000$

【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】根据给出的几何体的三视图可知几何体是由一个圆柱和一个长方体组成，从而利用三视图中的数据，根据体积公式计算即可.

【解答】解：由三视图可知，几何体是由一个圆柱和一个长方体组成，

圆柱底面直径为 20，高为 8，长方体的长为 30，宽为 20，高为 5，

故该几何体的体积为： $\pi \times 10^2 \times 8 + 30 \times 20 \times 5 = 800\pi + 3000$ ，

故选：D.

【点评】本题考查的是由三视图判断几何体的形状并计算几何体的体积，由该三视图中的数据确定圆柱的底面直径和高是解本题的关键.

10. (3 分) (2017•荆州) 规定：如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根，且其中一个根是另一个根的 2 倍，则称这样的方程为“倍根方程”. 现有下列结论：

①方程 $x^2+2x-8=0$ 是倍根方程；

②若关于 x 的方程 $x^2+ax+2=0$ 是倍根方程，则 $a=\pm 3$ ；

③若关于 x 的方程 $ax^2-6ax+c=0$ ($a \neq 0$) 是倍根方程，则抛物线 $y=ax^2-6ax+c$ 与 x 轴的公共点的坐标是 (2, 0) 和 (4, 0)；

④若点 (m, n) 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上，则关于 x 的方程 $mx^2+5x+n=0$ 是倍根方程.

上述结论中正确的有 ()

A. ①② B. ③④ C. ②③ D. ②④

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系;
HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】17: 推理填空题.

【分析】①通过解方程得到该方程的根, 结合“倍根方程”的定义进行判断;

②设 $x_2=2x_1$, 得到 $x_1 \cdot x_2=2x_1^2=2$, 得到当 $x_1=1$ 时, $x_2=2$, 当 $x_1=-1$ 时, $x_2=-2$, 于是得到结论;

③根据“倍根方程”的定义即可得到结论;

④若点 (m, n) 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上, 得到 $mn=4$, 然后解方程 $mx^2+5x+n=0$ 即可得到

正确的结论;

【解答】解: ①由 $x^2-2x-8=0$, 得

$$(x-4)(x+2)=0,$$

解得 $x_1=4$, $x_2=-2$,

$$\therefore x_1 \neq 2x_2, \text{ 或 } x_2 \neq 2x_1,$$

$\therefore$ 方程 $x^2-2x-8=0$ 不是倍根方程.

故①错误;

②关于 x 的方程 $x^2+ax+2=0$ 是倍根方程,

$$\therefore \text{ 设 } x_2=2x_1,$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2=2x_1^2=2,$$

$$\therefore x_1=\pm 1,$$

当 $x_1=1$ 时, $x_2=2$,

当 $x_1=-1$ 时, $x_2=-2$,

$$\therefore x_1+x_2=-a=\pm 3,$$

$$\therefore a=\pm 3, \text{ 故②正确;}$$

③关于 x 的方程 $ax^2-6ax+c=0$ ($a \neq 0$) 是倍根方程,

$$\therefore x_2=2x_1,$$

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2-6ax+c$ 的对称轴是直线 $x=3$,

$\therefore$ 抛物线 $y=ax^2-6ax+c$ 与 x 轴的交点的坐标是 $(2, 0)$ 和 $(4, 0)$,

故③正确;

④ $\therefore$ 点 (m, n) 在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象上,

$$\therefore mn=4,$$

$$\text{解 } mx^2+5x+n=0 \text{ 得 } x_1=-\frac{2}{m}, x_2=-\frac{8}{m},$$

$$\therefore x_2=4x_1,$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $mx^2+5x+n=0$ 不是倍根方程;

故选 C.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 根与系数的关系, 正确的理解倍根方程的定义是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2017•荆州) 化简 $(\pi-3.14)^0+1-2\sqrt{2}-\sqrt{8}+(\frac{1}{2})^{-1}$ 的结果是 2.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂.

【专题】11：计算题；511：实数.

【分析】原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

【解答】解：原式= $1+2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}+2=2$,

故答案为：2

【点评】此题考查了实数的运算，零指数幂、负整数指数幂，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. (3分) (2017•荆州) 若单项式 $-5x^4y^{2m+n}$ 与 $2017x^m-n y^2$ 是同类项，则 $m-7n$ 的算术平方根是 4.

【考点】22：算术平方根；34：同类项；98：解二元一次方程组.

【分析】根据同类项定义可以得到关于 m 、 n 的二元一次方程，即可求得 m 、 n 的值即可解题.

【解答】解： $\because$ 单项式 $-5x^4y^{2m+n}$ 与 $2017x^m-n y^2$ 是同类项，

$\therefore 4=m-n$, $2m+n=2$,

解得： $m=2$, $n=-2$,

$\therefore m-7n=16$,

$\therefore m-7n$ 的算术平方根= $\sqrt{16}=4$,

故答案为 4.

【点评】本题考查了同类项的定义，考查了二元一次方程的求解，考查了算术平方根的定义，本题中求得 m 、 n 的值是解题的关键.

13. (3分) (2017•荆州) 若关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x+1}=2$ 的解为负数，则 k 的取值范围为 $k < 3$ 且 $k \neq 1$.

【考点】B2：分式方程的解；C6：解一元一次不等式.

【专题】11：计算题；522：分式方程及应用.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，表示出整式方程的解，根据解为负数确定出 k 的范围即可.

【解答】解：去分母得： $k-1=2x+2$,

解得： $x=\frac{k-3}{2}$,

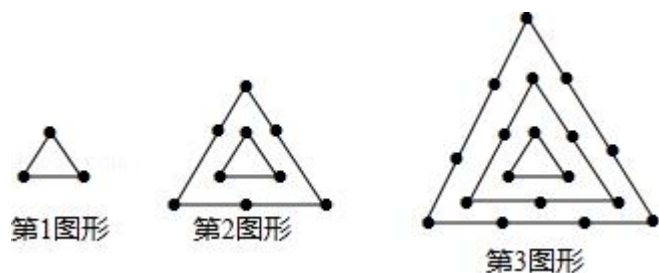
由分式方程的解为负数，得到 $\frac{k-3}{2} < 0$ ，且 $x+1 \neq 0$ ，即 $\frac{k-3}{2} \neq -1$,

解得： $k < 3$ 且 $k \neq 1$,

故答案为： $k < 3$ 且 $k \neq 1$

【点评】此题考查了分式方程的解，以及解一元一次不等式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. (3分) (2017•荆州) 观察下列图形：它们是按一定规律排列的，依照此规律，第9个图形中共有 135 个点.



【考点】38：规律型：图形的变化类.

【分析】仔细观察图形，找到图形变化的规律的通项公式，然后代入 9 求解即可.

【解答】解：第一个图形有 $3=3 \times 1=3$ 个点，

第二个图形有 $3+6=3 \times (1+2)=9$ 个点；

第三个图形有 $3+6+9=3 \times (1+2+3)=18$ 个点；

...

第 n 个图形有 $3+6+9+\cdots+3n=3 \times (1+2+3+\cdots+n) = \frac{3n(n+1)}{2}$ 个点；

当 $n=9$ 时， $\frac{3 \times 9 \times 10}{2}=135$ 个点，

故答案为：135.

【点评】本题考查了图形的变化类问题，解题的关键是能够找到图形的变化规律，然后求解.

15. (3 分) (2017•荆州) 将直线 $y=x+b$ 沿 y 轴向下平移 3 个单位长度，点 $A(-1, 2)$ 关于 y 轴的对称点落在平移后的直线上，则 b 的值为 4.

【考点】F9：一次函数图象与几何变换.

【分析】先根据一次函数平移规律得出直线 $y=x+b$ 沿 y 轴向下平移 3 个单位长度后的直线解析式，再把点 $A(-1, 2)$ 关于 y 轴的对称点 $(1, 2)$ 代入，即可求出 b 的值.

【解答】解：将直线 $y=x+b$ 沿 y 轴向下平移 3 个单位长度，得直线 $y=x+b-3$.

$\because$ 点 $A(-1, 2)$ 关于 y 轴的对称点是 $(1, 2)$,

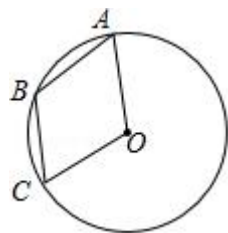
$\therefore$ 把点 $(1, 2)$ 代入 $y=x+b-3$ ，得 $1+b-3=2$,

解得 $b=4$.

故答案为 4.

【点评】本题考查了一次函数图象与几何变换，关于 y 轴对称的点坐标特征，一次函数图象上点的坐标特征，熟练记忆函数平移规律是解题关键.

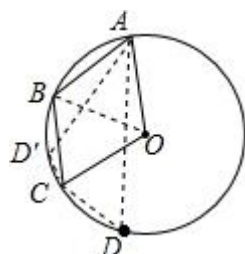
16. (3 分) (2017•荆州) 如图， A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点，且四边形 $OABC$ 是菱形. 若点 D 是圆上异于 A, B, C 的另一点，则 $\angle ADC$ 的度数是 60° 或 120° .



【考点】M6：圆内接四边形的性质；L8：菱形的性质；M5：圆周角定理.

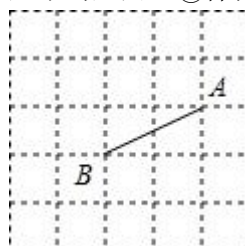
【分析】连接 OB ，则 $AB=OA=OB$ 故可得出 $\triangle AOB$ 是等边三角形，所以 $\angle ADC=60^\circ$ ， $\angle ADC=120^\circ$ ，据此可得出结论.

【解答】解：连接 OB，
 $\because$ 四边形 OABC 是菱形，
 $\therefore AB=OA=OB=BC$ ，
 $\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，
 $\therefore \angle ADC=60^\circ$ ， $\angle AD'C=120^\circ$ 。
 故答案为： 60° 或 120° 。



【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形的对角互补是解答此题的关键。

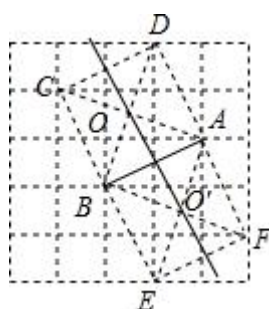
17. (3 分) (2017•荆州) 如图，在 5×5 的正方形网格中有一条线段 AB，点 A 与点 B 均在格点上。请在这个网格中作线段 AB 的垂直平分线。要求：①仅用无刻度直尺，且不能用直尺中的直角；②保留必要的作图痕迹。



【考点】N4：作图—应用与设计作图；KG：线段垂直平分线的性质。

【分析】以 AB 为边作正方形 ABCD，正方形 ABEF，连接 AC，BD 交于 O，连接 AE，BF 交于 O'，过 O，O' 作直线 OO' 于是得到结论。

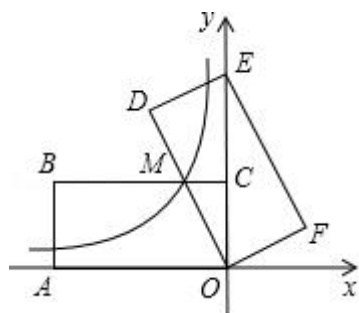
【解答】解：如图所示，直线 OO' 即为所求。



【点评】本题考查了作图—应用与设计作图，正方形的性质，线段的垂直平分线的性质，正确的作出图形是解题的关键。

18. (3 分) (2017•荆州) 如图，在平面直角坐标系中，矩形 OABC 的顶点 A、C 分别在 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴上，点 B 在第二象限。将矩形 OABC 绕点 O 顺时针旋转，使点 B 落在 y 轴上，得到矩形 ODEF，BC 与 OD 相交于点 M。若经过点 M 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$)

的图象交 AB 于点 N, $S_{\text{矩形 OABC}}=32$, $\tan \angle DOE=\frac{1}{2}$, 则 BN 的长为 3.



【考点】 R7: 坐标与图形变化 - 旋转; G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; T7: 解直角三角形.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 利用矩形的面积公式得到 $AB \cdot BC=32$, 再根据旋转的性质得 $AB=DE$, $OD=OA$, 接着利用正切的定义得到 $\tan \angle DOE=\frac{DE}{OD}=\frac{1}{2}$, 所以 $DE \cdot 2DE=32$, 解得 $DE=4$, 于是得到 $AB=4$, $OA=8$, 同样在 $\text{Rt} \triangle OCM$ 中利用正切定义得到 $MC=2$, 则 $M(-2, 4)$, 易得反比例函数解析式为 $y=-\frac{8}{x}$, 然后确定 N 点坐标, 最后计算 BN 的长.

【解答】 解: $\because S_{\text{矩形 OABC}}=32$,

$$\therefore AB \cdot BC=32,$$

$\because$ 矩形 OABC 绕点 O 顺时针旋转, 使点 B 落在 y 轴上, 得到矩形 ODEF,

$$\therefore AB=DE, OD=OA,$$

在 $\text{Rt} \triangle ODE$ 中, $\tan \angle DOE=\frac{DE}{OD}=\frac{1}{2}$, 即 $OD=2DE$,

$$\therefore DE \cdot 2DE=32, \text{ 解得 } DE=4,$$

$$\therefore AB=4, OA=8,$$

在 $\text{Rt} \triangle OCM$ 中, $\because \tan \angle COM=\frac{MC}{OC}=\frac{1}{2}$,

$$\text{而 } OC=AB=4,$$

$$\therefore MC=2,$$

$$\therefore M(-2, 4),$$

把 $M(-2, 4)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=-2 \times 4=-8$,

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y=-\frac{8}{x},$$

当 $x=-8$ 时, $y=-\frac{8}{-8}=1$, 则 $N(-8, 1)$,

$$\therefore BN=4-1=3.$$

故答案为 3.

【点评】 本题考查了旋转图形的坐标: 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° . 也考查了反比例函数图象上点的坐标特征和解直角三角形.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分)

19. (10 分) (2017•荆州) (1) 解方程组: $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{1}{x+1}$, 其中 $x=2$.

【考点】6D: 分式的化简求值; 98: 解二元一次方程组.

【分析】(1) 根据代入消元法可以解答此方程;

(2) 根据分式的除法和减法可以化简题目中的式子, 然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解: (1) $\begin{cases} y = 2x - 3 & ① \\ 3x + 2y = 8 & ② \end{cases}$

将①代入②, 得

$$3x + 2(2x - 3) = 8,$$

解得, $x=2$,

将 $x=2$ 代入①, 得

$$y=1,$$

故原方程组的解是 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$;

$$(2) \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} \div \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \cdot (x+1)$$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{x}{x-1}$$

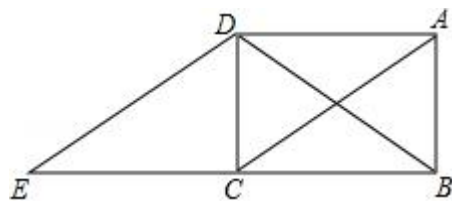
$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2.$$

【点评】本题考查分式的化简求值、解二元一次方程, 解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

20. (8 分) (2017•荆州) 如图, 在矩形 ABCD 中, 连接对角线 AC、BD, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移, 使点 B 移到点 C, 得到 $\triangle DCE$.

(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle EDC$;

(2) 请探究 $\triangle BDE$ 的形状, 并说明理由.



【考点】LB: 矩形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质; Q2: 平移的性质.

【分析】(1) 由矩形的性质得出 $AB=DC$, $AC=BD$, $AD=BC$, $\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$, 由平移

的性质得：DE=AC，CE=BC， $\angle DCE=\angle ABC=90^\circ$ ，DC=AB，得出AD=EC，由SAS即可得出结论；

(2) 由AC=BD，DE=AC，得出BD=DE即可．

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形ABCD是矩形，

$\therefore AB=DC$ ， $AC=BD$ ， $AD=BC$ ， $\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$ ，

由平移的性质得：DE=AC，CE=BC， $\angle DCE=\angle ABC=90^\circ$ ，DC=AB，

$\therefore AD=EC$ ，

$$AD = EC$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle EDC$ 中， $\begin{cases} \angle ADC = \angle DCE \\ CD = DC \end{cases}$ ，

$$CD = DC$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EDC$ (SAS)；

(2) 解： $\triangle BDE$ 是等腰三角形；理由如下：

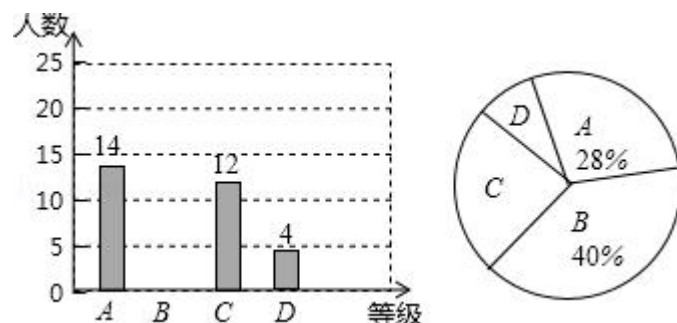
$\because AC=BD$ ， $DE=AC$ ，

$\therefore BD=DE$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰三角形．

【点评】 此题主要考查了平移的性质、矩形的性质、全等三角形的判定；熟练掌握矩形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键．

21. (8分) (2017•荆州) 某校为了了解本校九年级学生足球训练情况，随机抽查该年级若干名学生进行测试，然后把测试结果分为4个等级：A、B、C、D，并将统计结果绘制成两幅不完整的统计图．请根据图中的信息解答下列问题：



(1) 补全条形统计图

(2) 该年级共有700人，估计该年级足球测试成绩为D等的人数为56人；

(3) 在此次测试中，有甲、乙、丙、丁四个班的学生表现突出，现决定从这四个班中随机选取两个班在全校举行一场足球友谊赛．请用画树状图或列表的方法，求恰好选到甲、乙两个班的概率．

【考点】 X6：列表法与树状图法；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

【分析】 (1) 根据A等学生人数除以它所占的百分比求得总人数，然后乘以B等所占的百分比求得B等人数，从而补全条形图；

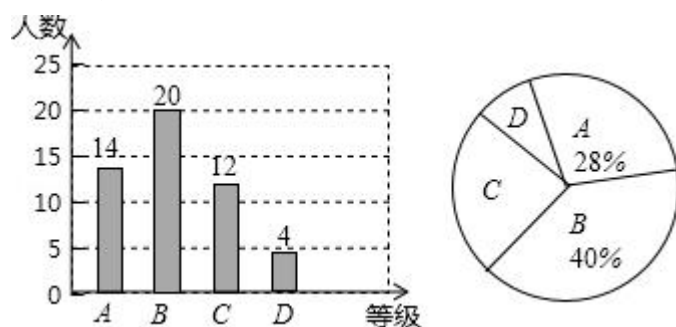
(2) 用该年级学生总数乘以足球测试成绩为D等的人数所占百分比即可求解；

(3) 利用树状图法，将所有等可能的结果列举出来，利用概率公式求解即可．

【解答】 解：(1) 总人数为 $14 \div 28\% = 50$ 人，

B等人数为 $50 \times 40\% = 20$ 人．

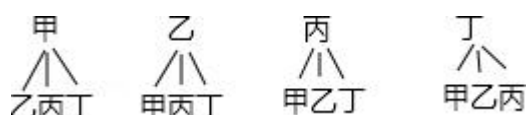
条形图补充如下:



(2) 该年级足球测试成绩为 D 等的人数为 $700 \times \frac{4}{50} = 56$ (人).

故答案为 56;

(3) 画树状图:

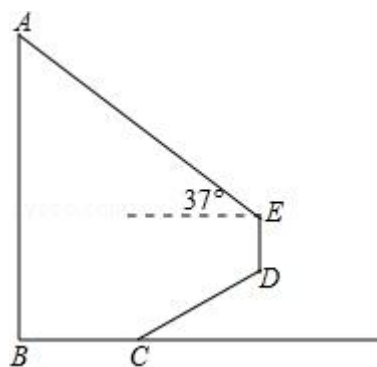


共有 12 种等可能的结果数, 其中选取的两个班恰好是甲、乙两个班的情况占 2 种,

所以恰好选到甲、乙两个班的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率. 也考查了样本估计总体、扇形统计图和条形统计图.

22. (8 分) (2017·荆州) 如图, 某数学活动小组为测量学校旗杆 AB 的高度, 沿旗杆正前方 $2\sqrt{3}$ 米处的点 C 出发, 沿斜面坡度 $i=1:\sqrt{3}$ 的斜坡 CD 前进 4 米到达点 D, 在点 D 处安置测角仪, 测得旗杆顶部 A 的仰角为 37° , 量得仪器的高 DE 为 1.5 米. 已知 A、B、C、D、E 在同一平面内, $AB \perp BC$, $AB \parallel DE$. 求旗杆 AB 的高度. (参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$ 计算结果保留根号)



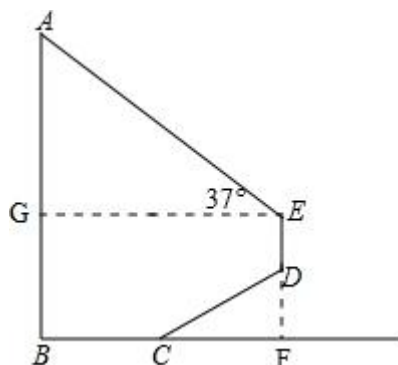
【考点】 TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题; T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】 延长 ED 交 BC 延长线于点 F, 则 $\angle CFD = 90^\circ$, $\text{Rt}\triangle CDF$ 中求得 $CF = CD \cos \angle DCF = 2\sqrt{3}$.

$DF = \frac{1}{2}CD = 2$, 作 $EG \perp AB$, 可得 $GE = BF = 4\sqrt{3}$ 、 $GB = EF = 3.5$, 再求出 $AG = GE \tan \angle AEG = 4\sqrt{3} \cdot$

$\tan 37^\circ$ 可得答案.

【解答】 解: 如图, 延长 ED 交 BC 延长线于点 F , 则 $\angle CFD = 90^\circ$,



$$\therefore \tan \angle DCF = i = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle DCF = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = 4,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}CD = 2, \quad CF = CD \cos \angle DCF = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BF = BC + CF = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3},$$

过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G ,

$$\text{则 } GE = BF = 4\sqrt{3}, \quad GB = EF = ED + DF = 1.5 + 2 = 3.5,$$

$$\text{又 } \angle AEG = 37^\circ,$$

$$\therefore AG = GE \tan \angle AEG = 4\sqrt{3} \cdot \tan 37^\circ,$$

$$\text{则 } AB = AG + BG = 4\sqrt{3} \cdot \tan 37^\circ + 3.5 = 3\sqrt{3} + 3.5,$$

故旗杆 AB 的高度为 $(3\sqrt{3} + 3.5)$ 米.

【点评】 本题主要考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题和坡度坡比问题, 掌握仰角俯角和坡度坡比的定义, 并根据题意构建合适的直角三角形是解题的关键.

23. (10 分) (2017•荆州) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (k-5)x + 1 - k = 0$, 其中 k 为常数.

(1) 求证: 无论 k 为何值, 方程总有两个不相等实数根;

(2) 已知函数 $y = x^2 + (k-5)x + 1 - k$ 的图象不经过第三象限, 求 k 的取值范围;

(3) 若原方程的一个根大于 3, 另一个根小于 3, 求 k 的最大整数值.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点; AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系; H3: 二次函数的性质.

【分析】 (1) 求出方程的判别式 Δ 的值, 利用配方法得出 $\Delta > 0$, 根据判别式的意义即可证明;

(2) 由于二次函数 $y = x^2 + (k-5)x + 1 - k$ 的图象不经过第三象限, 又 $\Delta = (k-5)^2 - 4(1-k) = (k-3)^2 + 12 > 0$, 所以抛物线的顶点在 x 轴的下方经过一、二、四象限, 根据二次项系数知道抛物线开口向上, 由此可以得出关于 k 的不等式组, 解不等式组即可求解;

(3) 设方程的两个根分别是 x_1, x_2 , 根据题意得 $(x_1 - 3)(x_2 - 3) < 0$, 根据一元二次方程根与系数的关系求得 k 的取值范围, 再进一步求出 k 的最大整数值.

【解答】 (1) 证明: $\because \Delta = (k-5)^2 - 4(1-k) = k^2 - 6k + 21 = (k-3)^2 + 12 > 0$,

∴ 无论 k 为何值，方程总有两个不相等实数根；

(2) 解：∵ 二次函数 $y=x^2+(k-5)x+1-k$ 的图象不经过第三象限，

∴ 二次项系数 $a=1$ ，

∴ 抛物线开口方向向上，

∴ $\Delta=(k-3)^2+12>0$ ，

∴ 抛物线与 x 轴有两个交点，

设抛物线与 x 轴的交点的横坐标分别为 x_1, x_2 ，

∴ $x_1+x_2=5-k>0$ ， $x_1 \cdot x_2=1-k>0$ ，

解得 $k<1$ ，

即 k 的取值范围是 $k<1$ ；

(3) 解：设方程的两个根分别是 x_1, x_2 ，

根据题意，得 $(x_1-3)(x_2-3)<0$ ，

即 $x_1 \cdot x_2 - 3(x_1+x_2) + 9 < 0$ ，

又 $x_1+x_2=5-k$ ， $x_1 \cdot x_2=1-k$ ，

代入得， $1-k-3(5-k)+9<0$ ，

解得 $k<\frac{5}{2}$ 。

则 k 的最大整数值为 2。

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数的图象和性质，二次函数与一元二次方程的关系，根的判别式，根与系数的关系，综合性较强，难度适中。

24. (10 分) (2017•荆州) 荆州市某水产养殖户进行小龙虾养殖。已知每千克小龙虾养殖成本为 6 元，在整个销售旺季的 80 天里，销售单价 p (元/千克) 与时间第 t (天) 之间的函数关系为：

$$p = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 16 (1 \leq t \leq 40, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 46 (41 \leq t \leq 80, t \text{ 为整数}) \end{cases}, \text{ 日销售量 } y \text{ (千克) 与时间第 } t \text{ (天) 之间的函数关系如图所示:}$$

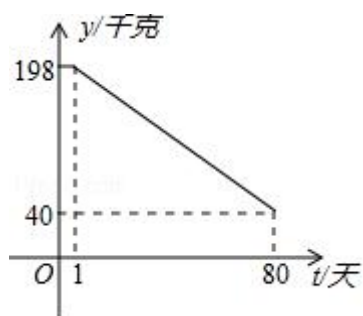
数关系如图所示：

(1) 求日销售量 y 与时间 t 的函数关系式？

(2) 哪一天的日销售利润最大？最大利润是多少？

(3) 该养殖户有多少天日销售利润不低于 2400 元？

(4) 在实际销售的前 40 天中，该养殖户决定每销售 1 千克小龙虾，就捐赠 m ($m<7$) 元给村里的特困户。在这前 40 天中，每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大，求 m 的取值范围。



【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】(1) 根据函数图象，利用待定系数法求解可得；

(2) 设日销售利润为 w ，分 $1 \leq t \leq 40$ 和 $41 \leq t \leq 80$ 两种情况，根据“总利润=每千克利润 $\times$ 销售量”列出函数解析式，由二次函数的性质分别求得最值即可判断；

(3) 求出 $w=2400$ 时 x 的值，结合函数图象即可得出答案；

(4) 依据 (2) 中相等关系列出函数解析式，确定其对称轴，由 $1 \leq t \leq 40$ 且销售利润随时间 t 的增大而增大，结合二次函数的性质可得答案.

【解答】解：(1) 设解析式为 $y=kt+b$ ，

将 $(1, 198)$ 、 $(80, 40)$ 代入，得：

$$\begin{cases} k + b = 198 \\ 80k + b = 40 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2t + 200 \quad (1 \leq x \leq 80, t \text{ 为整数});$$

(2) 设日销售利润为 w ，则 $w = (p - 6)y$ ，

$$\text{① 当 } 1 \leq t \leq 40 \text{ 时， } w = \left(\frac{7}{4}t + 16 - 6\right)(-2t + 200) = -\frac{7}{2}(t - 30)^2 + 2450,$$

$$\therefore \text{当 } t=30 \text{ 时， } w_{\text{最大}}=2450;$$

$$\text{② 当 } 41 \leq t \leq 80 \text{ 时， } w = \left(-\frac{7}{2}t + 46 - 6\right)(-2t + 200) = (t - 90)^2 - 100,$$

$$\therefore \text{当 } t=41 \text{ 时， } w_{\text{最大}}=2301,$$

$$\therefore 2450 > 2301,$$

$\therefore$ 第 30 天的日销售利润最大，最大利润为 2450 元.

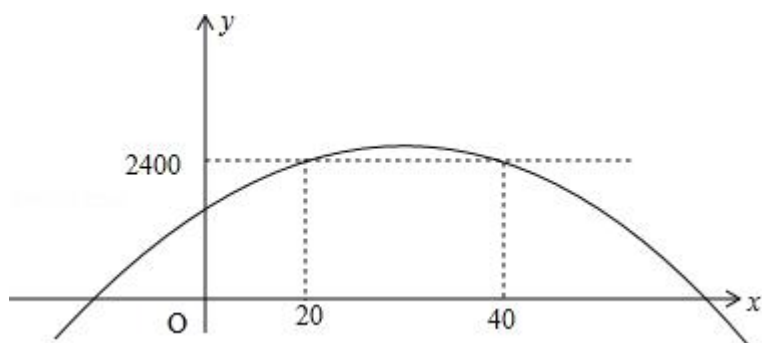
(3) 由 (2) 得：当 $1 \leq t \leq 40$ 时，

$$w = -\frac{7}{2}(t - 30)^2 + 2450,$$

$$\text{令 } w=2400, \text{ 即 } -\frac{7}{2}(t - 30)^2 + 2450 = 2400,$$

$$\text{解得： } t_1=20, t_2=40,$$

由函数 $w = -\frac{7}{2}(t - 30)^2 + 2450$ 图象可知，当 $20 \leq t \leq 40$ 时，日销售利润不低于 2400 元，



而当 $41 \leq t \leq 80$ 时， $w_{\text{最大}}=2301 < 2400$ ，

$\therefore t$ 的取值范围是 $20 \leq t \leq 40$ ，

∴共有 21 天符合条件.

(4) 设日销售利润为 w , 根据题意, 得:

$$w = \left(\frac{1}{4}t + 16 - 6 - m\right)(-2t + 200) = -\frac{1}{2}t^2 + (30 + 2m)t + 2000 - 200m,$$

其函数图象的对称轴为 $t = 2m + 30$,

∵ w 随 t 的增大而增大, 且 $1 \leq t \leq 40$,

∴由二次函数的图象及其性质可知 $2m + 30 \geq 40$,

解得: $m \geq 5$,

又 $m < 7$,

∴ $5 \leq m < 7$.

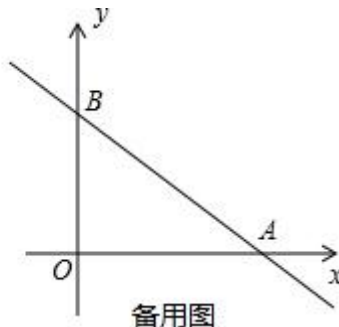
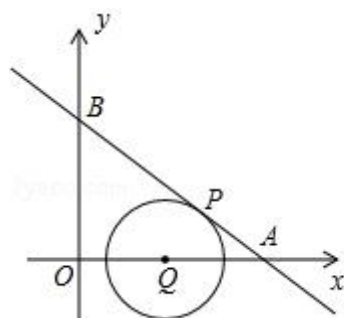
【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 熟练掌握待定系数求函数解析式、由相等关系得出利润的函数解析式、利用二次函数的图象解不等式及二次函数的图象与性质是解题的关键.

25. (12 分) (2017•荆州) 如图在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点, 点 P、Q 同时从点 A 出发, 运动时间为 t 秒. 其中点 P 沿射线 AB 运动, 速度为每秒 4 个单位长度, 点 Q 沿射线 AO 运动, 速度为每秒 5 个单位长度. 以点 Q 为圆心, PQ 长为半径作 $\odot Q$.

(1) 求证: 直线 AB 是 $\odot Q$ 的切线;

(2) 过点 A 左侧 x 轴上的任意一点 C (m , 0), 作直线 AB 的垂线 CM, 垂足为 M. 若 CM 与 $\odot Q$ 相切于点 D, 求 m 与 t 的函数关系式 (不需写出自变量的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 是否存在点 C, 直线 AB、CM、 y 轴与 $\odot Q$ 同时相切? 若存在, 请直接写出此时点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 FI: 一次函数综合题.

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle PAQ \sim \triangle BAO$, 即可推出 $\angle APQ = \angle AOB = 90^\circ$, 推出 $QP \perp AB$, 推出 AB 是 $\odot Q$ 的切线;

(2) 分两种情形求解即可: ①如图 2 中, 当直线 CM 在 $\odot Q$ 的左侧与 $\odot Q$ 相切时, 设切点为 D, 则四边形 PQDM 是正方形. ②如图 3 中, 当直线 CM 在 $\odot Q$ 的右侧与 $\odot Q$ 相切时, 设切点为 D, 则四边形 PQDM 是正方形. 分别列出方程即可解决问题.

(3) 分两种情形讨论即可, 一共有四个点满足条件.

【解答】 (1) 证明: 如图 1 中, 连接 QP.

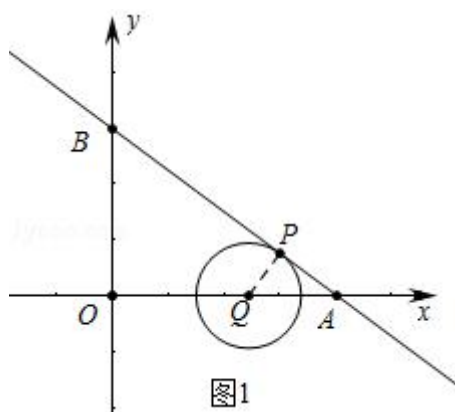


图1

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $OA=4$, $OB=3$,

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = 5,$$

$$\therefore AP=4t, \quad AQ=5t,$$

$$\therefore \frac{AP}{AQ} = \frac{OA}{AB} = \frac{4}{5} \quad \therefore \angle PAQ = \angle BAO,$$

$$\therefore \triangle PAQ \sim \triangle BAO,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore QP \perp AB,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot Q$ 的切线.

(2) 解: ①如图 2 中, 当直线 CM 在 $\odot Q$ 的左侧与 $\odot Q$ 相切时, 设切点为 D , 则四边形 $PQDM$ 是正方形.

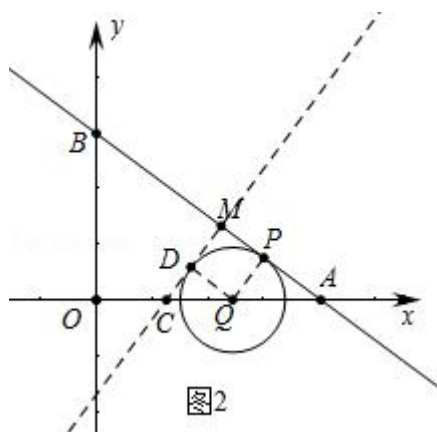


图2

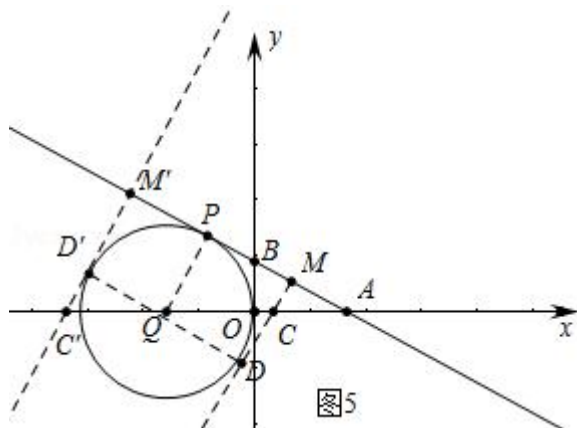
$$\text{易知 } PQ=DQ=3t, \quad CQ = \frac{5}{4} \cdot 3t = \frac{15t}{4},$$

$$\therefore OC+CQ+AQ=4,$$

$$\therefore m + \frac{15}{4}t + 5t = 4,$$

$$\therefore m = 4 - \frac{35}{4}t.$$

②如图 3 中, 当直线 CM 在 $\odot Q$ 的右侧与 $\odot Q$ 相切时, 设切点为 D , 则四边形 $PQDM$ 是正方形.



综上所述，满足条件的点 C 的坐标为 $(-\frac{3}{8}, 0)$ 或 $(\frac{27}{8}, 0)$ 或 $(-\frac{27}{2}, 0)$ 或 $(\frac{3}{2}, 0)$ 。

【点评】 本题考查一次函数综合题、相似三角形的判定和性质、直线与圆的位置关系、正方形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，学会构建方程解决问题，属于中考压轴题。