

2017 年湖北省武汉市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 计算 $\sqrt{36}$ 的结果为 ()

A. 6 B. -6 C. 18 D. -18

2. (3 分) 若代数式 $\frac{1}{a-4}$ 在实数范围内有意义, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $a=4$ B. $a>4$ C. $a<4$ D. $a\neq 4$

3. (3 分) 下列计算的结果是 x^5 的为 ()

A. $x^{10}\div x^2$ B. x^6-x C. $x^2\cdot x^3$ D. $(x^2)^3$

4. (3 分) 在一次中学生田径运动会上, 参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示:

成绩 /m	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	2	3	2	3	4	1

则这些运动员成绩的中位数、众数分别为 ()

A. 1.65、1.70 B. 1.65、1.75 C. 1.70、1.75 D. 1.70、1.70

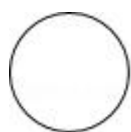
5. (3 分) 计算 $(x+1)(x+2)$ 的结果为 ()

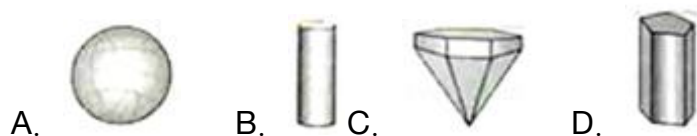
A. x^2+2 B. x^2+3x+2 C. x^2+3x+3 D. x^2+2x+2

6. (3 分) 点 $A(-3, 2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 ()

A. $(3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(-3, -2)$ D. $(2, -3)$

7. (3 分) 某物体的主视图如图所示, 则该物体可能为 ()





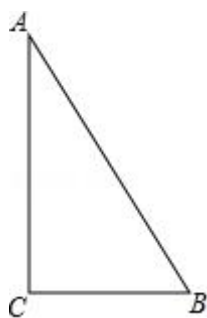
8. (3分) 按照一定规律排列的 n 个数: $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$, 若最后三个数的和为 768, 则 n 为 ()

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

9. (3分) 已知一个三角形的三边长分别为 5、7、8, 则其内切圆的半径为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

10. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以 $\triangle ABC$ 的一边为边画等腰三角形, 使得它的第三个顶点在 $\triangle ABC$ 的其他边上, 则可以画出的不同的等腰三角形的个数最多为 ()



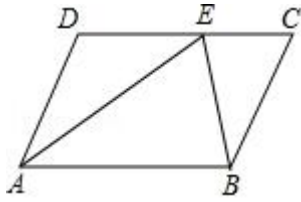
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3分) 计算 $2 \times 3 + (-4)$ 的结果为_____.

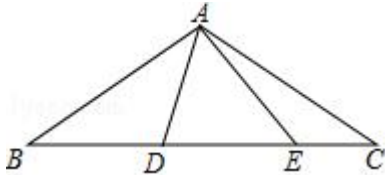
12. (3分) 计算 $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1}$ 的结果为_____.

13. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle D=100^\circ$, $\angle DAB$ 的平分线 AE 交 DC 于点 E , 连接 BE . 若 $AE=AB$, 则 $\angle EBC$ 的度数为_____.



14. (3分) 一个不透明的袋中共有 5 个小球，分别为 2 个红球和 3 个黄球，它们除颜色外完全相同．随机摸出两个小球，摸出两个颜色相同的小球的概率为_____.

15. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=2\sqrt{3}$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D、E 都在边 BC 上， $\angle DAE=60^\circ$ ．若 $BD=2CE$ ，则 DE 的长为_____.

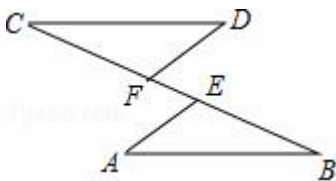


16. (3分) 已知关于 x 的二次函数 $y=ax^2+(a^2-1)x-a$ 的图象与 x 轴的一个交点的坐标为 $(m, 0)$ ．若 $2 < m < 3$ ，则 a 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 8 题，共 72 分)

17. (8分) 解方程： $4x-3=2(x-1)$

18. (8分) 如图，点 C、F、E、B 在一条直线上， $\angle CFD=\angle BEA$ ， $CE=BF$ ， $DF=AE$ ，写出 CD 与 AB 之间的关系，并证明你的结论.



19. (8分) 某公司共有 A、B、C 三个部门，根据每个部门的员工人数和相应每人所创的年利润绘制成如下的统计表和扇形图

各部门人数及每人所创年利润统计表

部	员工人数	每人所创的年利润/
---	------	-----------

门	数	万元
A	5	10
B	b	8
C	c	5

(1) ①在扇形图中，C 部门所对应的圆心角的度数为_____

②在统计表中， $b=$ _____, $c=$ _____

(2) 求这个公司平均每人所创年利润.

各部门人数分布扇形图

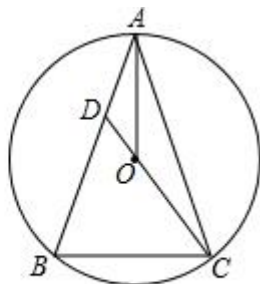
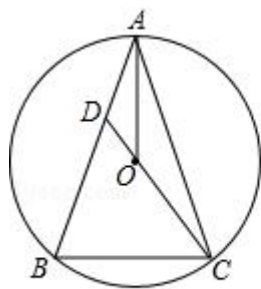


20. (8 分) 某公司为奖励在趣味运动会上取得好成绩的员工，计划购买甲、乙两种奖品共 20 件. 其中甲种奖品每件 40 元，乙种奖品每件 30 元

(1) 如果购买甲、乙两种奖品共花费了 650 元，求甲、乙两种奖品各购买了多少件？

(2) 如果购买乙种奖品的件数不超过甲种奖品件数的 2 倍，总花费不超过 680 元，求该公司有哪几种不同的购买方案？

21. (8 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $AB=AC$ ， CO 的延长线交 AB 于点 D



备用图

(1) 求证：AO 平分 $\angle BAC$;

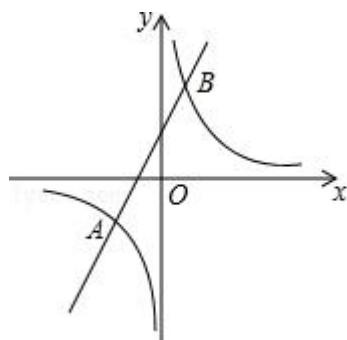
(2) 若 $BC=6$, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$ 求 AC 和 CD 的长.

22. (10 分) 如图, 直线 $y=2x+4$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(-3, a)$ 和 B 两点

(1) 求 k 的值;

(2) 直线 $y=m$ ($m > 0$) 与直线 AB 相交于点 M , 与反比例函数的图象相交于点 N . 若 $MN=4$, 求 m 的值;

(3) 直接写出不等式 $\frac{6}{x-5} > x$ 的解集.



23. (10 分) 已知四边形 $ABCD$ 的一组对边 AD 、 BC 的延长线交于点 E .

(1) 如图 1, 若 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, 求证: $ED \cdot EA = EC \cdot EB$;

(2) 如图 2, 若 $\angle ABC = 120^\circ$, $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$, $CD=5$, $AB=12$, $\triangle CDE$ 的面积为 6, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 如图 3, 另一组对边 AB 、 DC 的延长线相交于点 F . 若 $\cos \angle ABC = \cos \angle ADC = \frac{3}{5}$, $CD=5$, $CF=ED=n$, 直接写出 AD 的长 (用含 n 的式子表示)

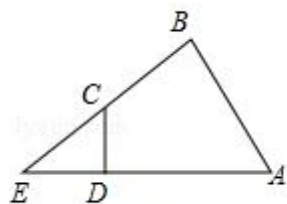


图1

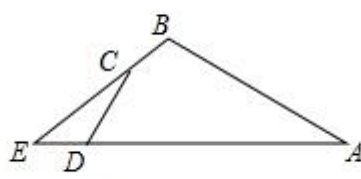


图2

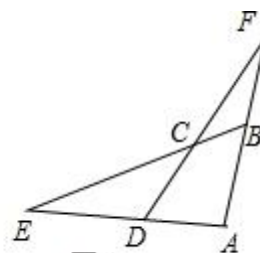


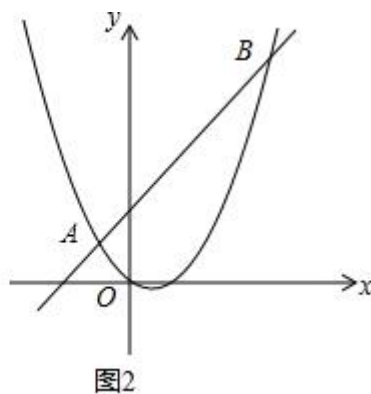
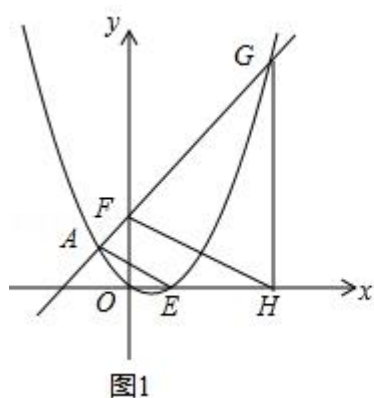
图3

24. (12 分) 已知点 $A(-1, 1)$ 、 $B(4, 6)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ 上

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 点 F 的坐标为 $(0, m)$ ($m > 2$), 直线 AF 交抛物线于另一点 G , 过点 G 作 x 轴的垂线, 垂足为 H . 设抛物线与 x 轴的正半轴交于点 E , 连接 FH 、 AE , 求证: $FH \parallel AE$;

(3) 如图 2, 直线 AB 分别交 x 轴、 y 轴于 C 、 D 两点. 点 P 从点 C 出发, 沿射线 CD 方向匀速运动, 速度为每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度; 同时点 Q 从原点 O 出发, 沿 x 轴正方向匀速运动, 速度为每秒 1 个单位长度. 点 M 是直线 PQ 与抛物线的一个交点, 当运动到 t 秒时, $QM=2PM$, 直接写出 t 的值.



2017 年湖北省武汉市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•武汉) 计算 $\sqrt{36}$ 的结果为 ()

A. 6 B. -6 C. 18 D. -18

【考点】73: 二次根式的性质与化简.

【分析】根据算术平方根的定义计算即可求解.

【解答】解: $\sqrt{36}=6$.

故选: A.

【点评】考查了算术平方根, 关键是熟练掌握算术平方根的计算法则.

2. (3 分) (2017•武汉) 若代数式 $\frac{1}{a-4}$ 在实数范围内有意义, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $a=4$ B. $a>4$ C. $a<4$ D. $a\neq 4$

【考点】62: 分式有意义的条件.

【分析】分式有意义时, 分母 $a-4\neq 0$.

【解答】解: 依题意得: $a-4\neq 0$,

解得 $a\neq 4$.

故选: D.

【点评】本题考查了分式有意义的条件. 分式有意义的条件是分母不等于零.

3. (3 分) (2017•武汉) 下列计算的结果是 x^5 的为 ()

A. $x^{10}\div x^2$ B. x^6-x C. $x^2\cdot x^3$ D. $(x^2)^3$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据同底数幂的乘法法则, 同底数幂除法法则, 幂的乘方以及合并同类项, 进行运算即可.

【解答】解: A、 $x^{10} \div x^2 = x^8$.

B、 $x^6 - x = x^6 - x$.

C、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$.

D、 $(x^2)^3 = x^6$

故选 C.

【点评】此题考查了同底数幂的乘法、除法法则, 幂的乘方以及合并同类项, 解答此题关键是熟练运算法则.

4. (3 分) (2017•武汉) 在一次中学生田径运动会上, 参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示:

成绩 /m	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	2	3	2	3	4	1

则这些运动员成绩的中位数、众数分别为 ()

A. 1.65、1.70 B. 1.65、1.75 C. 1.70、1.75 D. 1.70、1.70

【考点】W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

【解答】解: 共 15 名学生, 中位数落在第 8 名学生处, 第 8 名学生的跳高成绩为 1.70m, 故中位数为 1.70;

跳高成绩为 1.75m 的人数最多, 故跳高成绩的众数为 1.75;

故选 C.

【点评】 本题为统计题，考查众数与中位数的意义. 众数是一组数据中出现次数最多的数. 中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数.

5. (3 分) (2017•武汉) 计算 $(x+1)(x+2)$ 的结果为 ()

A. x^2+2 B. x^2+3x+2 C. x^2+3x+3 D. x^2+2x+2

【考点】 4B: 多项式乘多项式.

【专题】 11 : 计算题; 512: 整式.

【分析】 原式利用多项式乘以多项式法则计算即可得到结果.

【解答】 解: 原式 $=x^2+2x+x+2=x^2+3x+2$,

故选 B

【点评】 此题考查了多项式乘多项式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

6. (3 分) (2017•武汉) 点 A $(-3, 2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 ()

A. $(3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(-3, -2)$ D. $(2, -3)$

【考点】 P5: 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【分析】 关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数，可得答案.

【解答】 解: A $(-3, 2)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 $(3, 2)$,

故选: B.

【点评】 本题考查了关于原点对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律: 关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数; 关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数; 关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

7. (3分) (2017•武汉) 某物体的主视图如图所示, 则该物体可能为 ()



【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】根据主视图利用排除法确定正确的选项即可.

【解答】解: A、球的主视图为圆, 符合题意;

B、圆锥的主视图为矩形, 不符合题意;

C、六棱柱与六棱锥的组合体的主视图为矩形和三角形的结合图, 不符合题意;

D、五棱柱的主视图为矩形, 不符合题意,

故选: A.

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识, 解题的关键是能够了解各个几何体的主视图, 难度不大.

8. (3分) (2017•武汉) 按照一定规律排列的 n 个数: -2 、 4 、 -8 、 16 、 -32 、 64 、..., 若最后三个数的和为 768 , 则 n 为 ()

A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

【考点】37: 规律型: 数字的变化类.

【分析】观察得出第 n 个数为 $(-2)^n$, 根据最后三个数的和为 768 , 列出方程, 求解即可.

【解答】解: 由题意, 得第 n 个数为 $(-2)^n$,

那么 $(-2)^{n-2} + (-2)^{n-1} + (-2)^n = 768$,

当 n 为偶数：整理得出： $3 \times 2^{n-2} = 768$ ，解得： $n = 10$ ；

当 n 为奇数：整理得出： $-3 \times 2^{n-2} = 768$ ，则求不出整数，

故选 B.

【点评】 此题考查规律型：数字的变化类，找出数字的变化规律，得出第 n 个数为 $(-2)^n$ 是解决问题的关键.

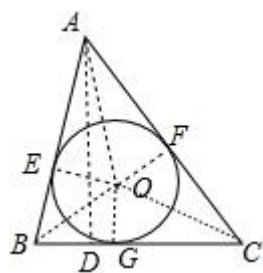
9. (3 分) (2017•武汉) 已知一个三角形的三边长分别为 5、7、8，则其内切圆的半径为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

【考点】 MI: 三角形的内切圆与内心.

【分析】 如图， $AB=7$ ， $BC=5$ ， $AC=8$ ，内切圆的半径为 r ，切点为 D 、 E 、 F ，作 $AD \perp BC$ 于 D ，设 $BD=x$ ，则 $CD=5-x$. 由 $AD^2 = AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ ，可得 $7^2 - x^2 = 8^2 - (5-x)^2$ ，解得 $x=1$ ，推出 $AD=4\sqrt{3}$ ，由 $\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} (AB+BC+AC) \cdot r$ ，列出方程即可解决问题.

【解答】 解：如图， $AB=7$ ， $BC=5$ ， $AC=8$ ，内切圆的半径为 r ，切点为 D 、 E 、 F ，作 $AD \perp BC$ 于 D ，设 $BD=x$ ，则 $CD=5-x$.



由勾股定理可知： $AD^2 = AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ ，

即 $7^2 - x^2 = 8^2 - (5-x)^2$ ，解得 $x=1$ ，

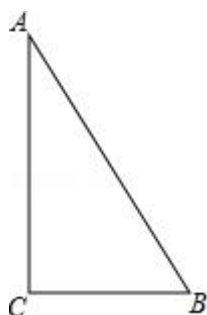
$\therefore AD=4\sqrt{3}$ ，

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD &= \frac{1}{2} (AB+BC+AC) \cdot r, \\ \frac{1}{2} \times 5 \times 4\sqrt{3} &= \frac{1}{2} \times 20 \times r, \\ \therefore r &= \sqrt{3},\end{aligned}$$

故选 C

【点评】 本题考查三角形的内切圆与内心、勾股定理、三角形的面积等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，学会利用面积法求内切圆的半径，属于中考常考题型.

10. (3 分) (2017•武汉) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，以 $\triangle ABC$ 的一边为边画等腰三角形，使得它的第三个顶点在 $\triangle ABC$ 的其他边上，则可以画出的不同的等腰三角形的个数最多为 ()



A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【考点】 KJ: 等腰三角形的判定与性质.

【分析】 ①以 B 为圆心，BC 长为半径画弧，交 AB 于点 D， $\triangle BCD$ 就是等腰三角形；

②以 A 为圆心，AC 长为半径画弧，交 AB 于点 E， $\triangle ACE$ 就是等腰三角形；

③以 C 为圆心，BC 长为半径画弧，交 AC 于点 F， $\triangle BCF$ 就是等腰三角形；

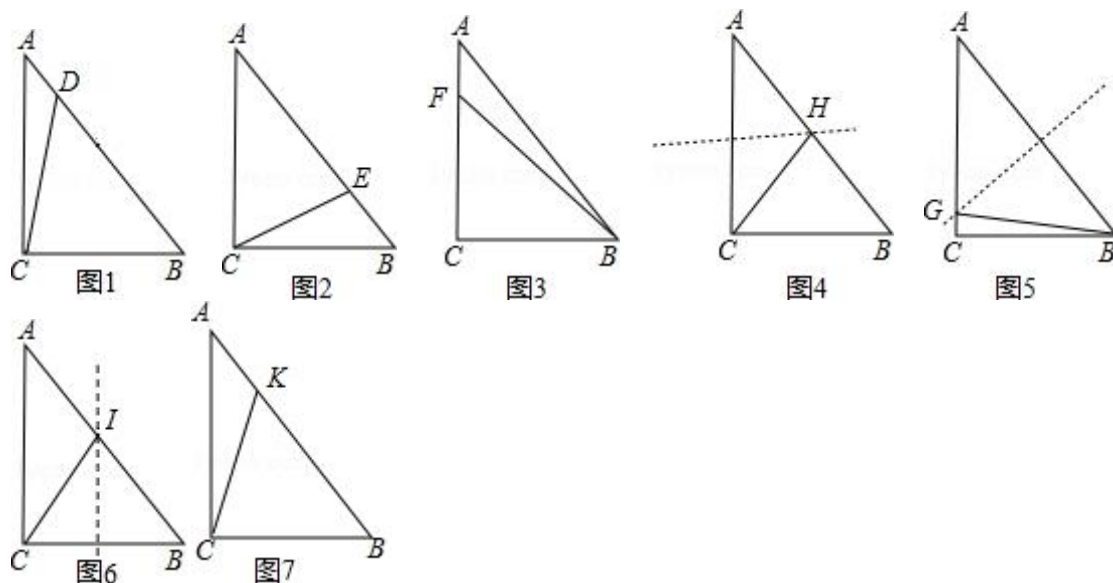
④作 AC 的垂直平分线交 AB 于点 H， $\triangle ACH$ 就是等腰三角形；

⑤作 AB 的垂直平分线交 AC 于 G，则 $\triangle AGB$ 是等腰三角形；

⑥作 BC 的垂直平分线交 AB 于 I，则 $\triangle BCI$ 是等腰三角形.

⑦以 C 为圆心，BC 长为半径画弧，交 AB 于点 K， $\triangle BCK$ 就是等腰三角形；

【解答】解：如图：



故选 D.

【点评】本题考查了等腰三角形的判定的应用，主要考查学生的理解能力和动手操作能力.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2017•武汉) 计算 $2 \times 3 + (-4)$ 的结果为 2.

【考点】1G: 有理数的混合运算.

【专题】11 : 计算题; 511: 实数.

【分析】原式先计算乘法运算，再计算加减运算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 6 - 4 = 2$,

故答案为：2

【点评】此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

12. (3 分) (2017•武汉) 计算 $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1}$ 的结果为 $\frac{x-1}{x+1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】根据同分母分式加减运算法则化简即可.

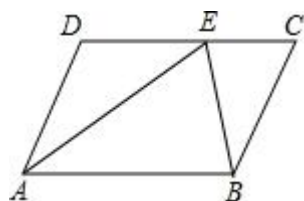
【解答】解:

$$\text{原式} = \frac{x-1}{x+1},$$

$$\text{故答案为: } \frac{x-1}{x+1}.$$

【点评】本题考查了分式的加减运算, 熟记运算法则是解题的关键.

13. (3 分) (2017•武汉) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle D=100^\circ$, $\angle DAB$ 的平分线 AE 交 DC 于点 E , 连接 BE . 若 $AE=AB$, 则 $\angle EBC$ 的度数为 30° .



【考点】L5: 平行四边形的性质.

【分析】由平行四边形的性质得出 $\angle ABC = \angle D = 100^\circ$, $AB \parallel CD$, 得出 $\angle BAD = 180^\circ - \angle D = 80^\circ$, 由等腰三角形的性质和三角形内角和定理求出 $\angle ABE = 70^\circ$, 即可得出 $\angle EBC$ 的度数.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle ABC = \angle D = 100^\circ, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle D = 80^\circ,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAB,$$

$$\therefore \angle BAE = 80^\circ \div 2 = 40^\circ,$$

$$\because AE = AB,$$

$$\therefore \angle ABE = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle ABC - \angle ABE = 30^\circ;$$

故答案为： 30° .

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质，三角形和内角和定理等知识；关键是掌握平行四边形对边平行，对角相等.

14. (3 分) (2017•武汉) 一个不透明的袋中共有 5 个小球，分别为 2 个红球和 3 个黄球，它们除颜色外完全相同. 随机摸出两个小球，摸出两个颜色相同的小球的概率为 $\frac{2}{5}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】根据题意画出树状图，再根据树状图即可求得所有等可能的结果与两次取出的小球颜色相同的情况，然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图如下：



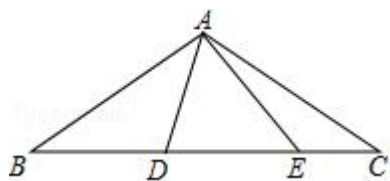
由树状图可知，共有 20 种等可能结果，其中取出的小球颜色相同的有 8 种结果，

$$\therefore \text{两次取出的小球颜色相同的概率为 } \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

故答案为： $\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查了树状图法与列表法求概率. 解题的关键是根据题意列表或画树状图，注意列表法与树状图法可以不重不漏的表示出所有等可能的结果. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

15. (3 分) (2017•武汉) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=2\sqrt{3}$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D、E 都在边 BC 上， $\angle DAE=60^\circ$. 若 $BD=2CE$ ，则 DE 的长为 $3\sqrt{3}-3$.



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KQ：勾股定理；PB：翻折变换（折叠问题）；R2：旋转的性质.

【分析】将 $\triangle ABD$ 绕点A逆时针旋转 120° 得到 $\triangle ACF$ ，连接EF，过点E作 $EM \perp CF$ 于点M，过点A作 $AN \perp BC$ 于点N，由 $AB=AC=2\sqrt{3}$ 、 $\angle BAC=120^\circ$ ，可得出 $BC=6$ 、 $\angle B=\angle ACB=30^\circ$ ，通过角的计算可得出 $\angle FAE=60^\circ$ ，结合旋转的性质可证出 $\triangle ADE \cong \triangle AFE$ (SAS)，进而可得出 $DE=FE$ ，设 $CE=2x$ ，则 $CM=x$ ， $EM=\sqrt{3}x$ 、 $FM=4x-x=3x$ 、 $EF=ED=6-6x$ ，在 $Rt\triangle EFM$ 中利用勾股定理可得出关于x的一元二次方程，解之可得出x的值，再将其代入 $DE=6-6x$ 中即可求出DE的长.

【解答】解：将 $\triangle ABD$ 绕点A逆时针旋转 120° 得到 $\triangle ACF$ ，连接EF，过点E作 $EM \perp CF$ 于点M，过点A作 $AN \perp BC$ 于点N，如图所示.

$$\because AB=AC=2\sqrt{3}, \angle BAC=120^\circ,$$

$$\therefore BN=CN, \angle B=\angle ACB=30^\circ.$$

在 $Rt\triangle BAN$ 中， $\angle B=30^\circ$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore AN=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}, BN=\sqrt{AB^2-AN^2}=3,$$

$$\therefore BC=6.$$

$$\because \angle BAC=120^\circ, \angle DAE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD+\angle CAE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE=\angle FAC+\angle CAE=\angle BAD+\angle CAE=60^\circ.$$

$$\text{在} \triangle ADE \text{ 和 } \triangle AFE \text{ 中, } \begin{cases} AD = AF \\ \angle DAE = \angle FAE = 60^\circ, \\ AE = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle AFE$ (SAS),

$\therefore DE = FE$.

$\because BD = 2CE$, $BD = CF$, $\angle ACF = \angle B = 30^\circ$,

$\therefore$ 设 $CE = 2x$, 则 $CM = x$, $EM = \sqrt{3}x$, $FM = 4x - x = 3x$, $EF = ED = 6 - 6x$.

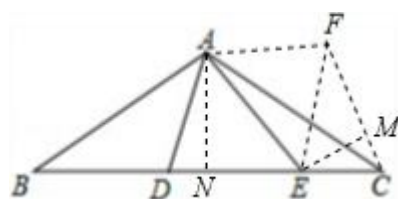
在 $\text{Rt} \triangle EFM$ 中, $FE = 6 - 6x$, $FM = 3x$, $EM = \sqrt{3}x$,

$\therefore EF^2 = FM^2 + EM^2$, 即 $(6 - 6x)^2 = (3x)^2 + (\sqrt{3}x)^2$,

解得: $x_1 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$, $x_2 = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ (不合题意, 舍去),

$\therefore DE = 6 - 6x = 3\sqrt{3} - 3$.

故答案为: $3\sqrt{3} - 3$.



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、勾股定理、解一元二次方程以及旋转的性质, 通过勾股定理找出关于 x 的一元二次方程是解题的关键.

16. (3 分) (2017·武汉) 已知关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + (a^2 - 1)x - a$ 的图象与 x 轴的一个交点的坐标为 $(m, 0)$. 若 $2 < m < 3$, 则 a 的取值范围是 $\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2}$ 或 $-3 < a < -2$.

【考点】 HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 先用 a 表示出抛物线与 x 轴的交点, 再分 $a > 0$ 与 $a < 0$ 两种情况进行讨论即可.

【解答】解： $\because y = ax^2 + (a^2 - 1)x - a = (ax - 1)(x + a)$,

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $x_1 = \frac{1}{a}$, $x_2 = -a$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点为 $(\frac{1}{a}, 0)$ 和 $(-a, 0)$.

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的一个交点的坐标为 $(m, 0)$ 且 $2 < m < 3$,

$\therefore$ 当 $a > 0$ 时, $2 < \frac{1}{a} < 3$, 解得 $\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$;

当 $a < 0$ 时, $2 < -a < 3$, 解得 $-3 < a < -2$.

故答案为: $\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$ 或 $-3 < a < -2$.

【点评】 本题考查的是抛物线与 x 轴的交点, 在解答此题时要注意进行分类讨论, 不要漏解.

三、解答题 (共 8 题, 共 72 分)

17. (8 分) (2017•武汉) 解方程: $4x - 3 = 2(x - 1)$

【考点】 86: 解一元一次方程.

【分析】 去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 即可得到方程的解.

【解答】 解: $4x - 3 = 2(x - 1)$

$$4x - 3 = 2x - 2$$

$$4x - 2x = -2 + 3$$

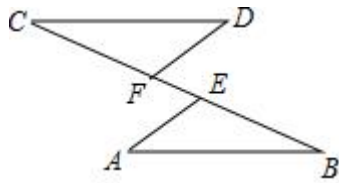
$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

【点评】 本题主要考查了解一元一次方程, 解一元一次方程时先观察方程的形式和特点, 若有分母一般先去分母; 若既有分母又有括号, 且括号外的项在乘括号内各项后能消去分母, 就先去括号.

18. (8 分) (2017•武汉) 如图, 点 C、F、E、B 在一条直线上, $\angle CFD = \angle BEA$,

$CE=BF$, $DF=AE$, 写出 CD 与 AB 之间的关系, 并证明你的结论.



【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 求出 $CF=BE$, 根据 SAS 证 $\triangle AEB \cong \triangle CFD$, 推出 $CD=AB$, $\angle C=\angle B$, 根据平行线的判定推出 $CD \parallel AB$.

【解答】 解: $CD \parallel AB$, $CD=AB$,

理由是: $\because CE=BF$,

$$\therefore CE - EF = BF - EF,$$

$$\therefore CF = BE,$$

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} CF = BE \\ \angle CFD = \angle BEA, \\ DF = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CFD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CD=AB, \angle C=\angle B,$$

$$\therefore CD \parallel AB.$$

【点评】 本题考查了平行线的判定和全等三角形的性质和判定的应用. 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

19. (8 分) (2017•武汉) 某公司共有 A、B、C 三个部门, 根据每个部门的员工人数和相应每人所创的年利润绘制成如下的统计表和扇形图

各部门人数及每人所创年利润统计表

部门	员工人数	每人所创的年利润/万元
A	5	10
B	b	8
C	c	5

(1) ①在扇形图中，C 部门所对应的圆心角的度数为 108°

②在统计表中， $b = \underline{9}$ ， $c = \underline{6}$

(2) 求这个公司平均每人所创年利润.

各部门人数分布扇形图



【考点】VB：扇形统计图；W2：加权平均数.

【分析】(1) ①根据扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$ 进行计算即可；②先求得 A 部门的员工人数所占的百分比，进而得到各部门的员工总人数，据此可得 B，C 部门的人数；

(2) 根据总利润除以总人数，即可得到这个公司平均每人所创年利润.

【解答】解：(1) ①在扇形图中，C 部门所对应的圆心角的度数为： $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$ ；

②A 部门的员工人数所占的百分比为： $1 - 30\% - 45\% = 25\%$ ，

各部门的员工总人数为： $5 \div 25\% = 20$ (人)，

$\therefore b = 20 \times 45\% = 9$ ， $c = 20 \times 30\% = 6$ ，

故答案为： 108° ，9，6；

(2) 这个公司平均每人所创年利润为: $\frac{5 \times 10 + 9 \times 8 + 6 \times 5}{20} = 7.6$ (万元).

【点评】 本题主要考查了扇形统计图以及平均数的计算, 解题时注意: 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系, 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

20. (8 分) (2017•武汉) 某公司为奖励在趣味运动会上取得好成绩的员工, 计划购买甲、乙两种奖品共 20 件. 其中甲种奖品每件 40 元, 乙种奖品每件 30 元

(1) 如果购买甲、乙两种奖品共花费了 650 元, 求甲、乙两种奖品各购买了多少件?

(2) 如果购买乙种奖品的件数不超过甲种奖品件数的 2 倍, 总花费不超过 680 元, 求该公司有哪几种不同的购买方案?

【考点】 CE: 一元一次不等式组的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【专题】 12 : 应用题.

【分析】 (1) 设甲种奖品购买了 x 件, 乙种奖品购买了 $(20 - x)$ 件, 利用购买甲、乙两种奖品共花费了 650 元列方程 $40x + 30(20 - x) = 650$, 然后解方程求出 x , 再计算 $20 - x$ 即可;

(2) 设甲种奖品购买了 x 件, 乙种奖品购买了 $(20 - x)$ 件, 利用购买乙种奖品的件数不超过甲种奖品件数的 2 倍, 总花费不超过 680 元列不等式组

$$\begin{cases} 20 - x \leq 2x \\ 40x + 30(20 - x) \leq 680 \end{cases}$$
, 然后解不等式组后确定 x 的整数值即可得到该公司的购买方案.

【解答】 解: (1) 设甲种奖品购买了 x 件, 乙种奖品购买了 $(20 - x)$ 件, 根据题意得 $40x + 30(20 - x) = 650$,
解得 $x = 5$,

则 $20 - x = 15$,

答：甲种奖品购买了 5 件，乙种奖品购买了 15 件；

(2) 设甲种奖品购买了 x 件，乙种奖品购买了 $(20 - x)$ 件，

根据题意得 $\begin{cases} 20 - x \leq 2x \\ 40x + 30(20 - x) \leq 680 \end{cases}$ ，解得 $\frac{20}{3} \leq x \leq 8$ ，

$\therefore x$ 为整数，

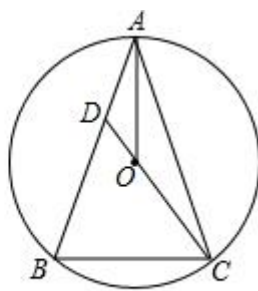
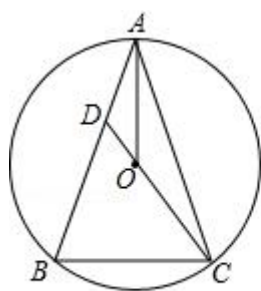
$\therefore x = 7$ 或 $x = 8$ ，

当 $x = 7$ 时， $20 - x = 13$ ；当 $x = 8$ 时， $20 - x = 12$ ；

答：该公司有 2 种不同的购买方案：甲种奖品购买了：7 件，乙种奖品购买了 13 件或甲种奖品购买了 8 件，乙种奖品购买了 12 件.

【点评】 本题考查了一元一次不等式组的应用：对具有多种不等关系的问题，考虑列一元一次不等式组，并求解；一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题，

21. (8 分) (2017·武汉) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $AB = AC$ ， CO 的延长线交 AB 于点 D



备用图

(1) 求证： AO 平分 $\angle BAC$ ；

(2) 若 $BC = 6$ ， $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$ ，求 AC 和 CD 的长.

【考点】 MA：三角形的外接圆与外心；T7：解直角三角形.

【分析】 (1) 延长 AO 交 BC 于 H, 连接 BO, 证明 A、O 在线段 BC 的垂直平分线上, 得出 $AO \perp BC$, 再由等腰三角形的性质即可得出结论;

(2) 延长 CD 交 $\odot O$ 于 E, 连接 BE, 则 CE 是 $\odot O$ 的直径, 由圆周角定理得出 $\angle EBC = 90^\circ$, $\angle E = \angle BAC$, 得出 $\sin E = \sin \angle BAC$, 求出 $CE = \frac{5}{3}BC = 10$, 由勾股定理求出 $BE = 8$, 证出 $BE \parallel OA$, 得出 $\frac{OA}{BE} = \frac{OD}{DE}$, 求出 $OD = \frac{25}{13}$, 得出 $CD = \frac{90}{13}$ 而 $BE \parallel OA$, 由三角形中位线定理得出 $OH = \frac{1}{2}BE = 4$, $CH = \frac{1}{2}BC = 3$, 在 $Rt\triangle ACH$ 中, 由勾股定理求出 AC 的长即可.

【解答】 (1) 证明: 延长 AO 交 BC 于 H, 连接 BO, 如图 1 所示:

$$\because AB = AC, OB = OC,$$

$\therefore A、O$ 在线段 BC 的垂直平分线上,

$$\therefore AO \perp BC,$$

又 $\because AB = AC$,

$$\therefore AO \text{ 平分 } \angle BAC;$$

(2) 解: 延长 CD 交 $\odot O$ 于 E, 连接 BE, 如图 2 所示:

则 CE 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle EBC = 90^\circ, BC \perp BE,$$

$$\therefore \angle E = \angle BAC,$$

$$\therefore \sin E = \sin \angle BAC,$$

$$\therefore \frac{BC}{CE} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore CE = \frac{5}{3}BC = 10,$$

$$\therefore BE = \sqrt{CE^2 - BC^2} = 8, OA = OE = \frac{1}{2}CE = 5,$$

$\therefore AH \perp BC$,

$\therefore BE \parallel OA$,

$$\therefore \frac{OA}{BE} = \frac{OD}{DE}, \text{ 即 } \frac{5}{8} = \frac{OD}{5-OD},$$

$$\text{解得: } OD = \frac{25}{13}$$

$$\therefore CD = 5 + \frac{25}{13} = \frac{90}{13},$$

$\therefore BE \parallel OA$, 即 $BE \parallel OH$, $OC = OE$,

$\therefore OH$ 是 $\triangle CEB$ 的中位线,

$$\therefore OH = \frac{1}{2}BE = 4, \quad CH = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore AH = 5 + 4 = 9,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACH \text{ 中, } AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{9^2 + 3^2} = 3\sqrt{10}.$$

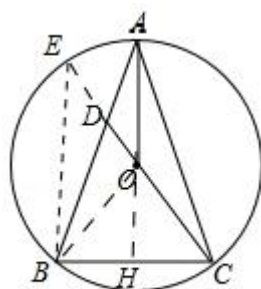


图2

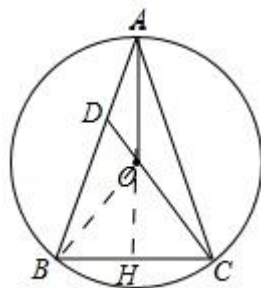


图1

【点评】 本题考查了等腰三角形的判定与性质、圆周角定理、勾股定理、平行线分线段成比例定理、三角形中位线定理、三角函数等知识；本题综合性强，有一定难度.

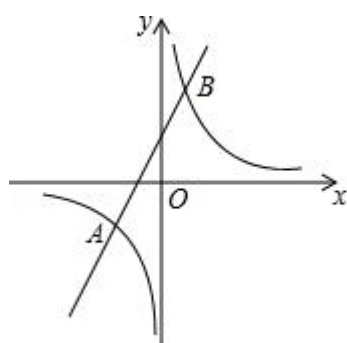
22. (10 分) (2017•武汉) 如图, 直线 $y=2x+4$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于

A (- 3, a) 和 B 两点

(1) 求 k 的值;

(2) 直线 $y=m$ ($m > 0$) 与直线 AB 相交于点 M, 与反比例函数的图象相交于点 N. 若 $MN=4$, 求 m 的值;

(3) 直接写出不等式 $\frac{6}{x-5} > x$ 的解集.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 把点 A (- 3, a) 代入 $y=2x+4$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 即可得到结论;

(2) 根据已知条件得到 M ($\frac{m+4}{2}$, m), N ($\frac{6}{m}$, m), 根据 $MN=4$ 列方程即可得到结论;

(3) 根据 $\frac{6}{x-5} > x$ 得到 $\frac{6-x^2+5x}{x-5} > 0$ 解不等式组即可得到结论.

【解答】 (1) $\because$ 点 A (- 3, a) 在 $y=2x+4$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 2 \times (-3) + 4 = a,$$

$$\therefore a = -2,$$

$$\therefore k = (-3) \times (-2) = 6;$$

(2) $\because M$ 在直线 AB 上,

$\therefore M\left(\frac{m+4}{2}, m\right)$, N 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 上,

$\therefore N\left(\frac{6}{m}, m\right)$,

$\therefore MN = x_N - x_M = \frac{6}{m} - \frac{m-4}{2} = 4$ 或 $x_M - x_N = \frac{m-4}{2} - \frac{6}{m} = 4$,

解得: $\because m > 0$,

$\therefore m=2$ 或 $m=6+4\sqrt{3}$;

(3) $x < -1$ 或 $5 < x < 6$,

由 $\frac{6}{x-5} > x$ 得: $\frac{6}{x-5} - x > 0$,

$\therefore \frac{6-x^2+5x}{x-5} > 0$,

$\therefore \frac{x^2-5x-6}{x-5} < 0$,

$\therefore \begin{cases} x^2-5x-6 > 0 \\ x-5 < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2-5x-6 < 0 \\ x-5 > 0 \end{cases}$,

结合抛物线 $y=x^2-5x-6$ 的图象可知, 由 $\begin{cases} x^2-5x-6 > 0 \\ x-5 < 0 \end{cases}$ 得

$\begin{cases} x < -1 \text{ 或 } x > 6 \\ x < 5 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} x < -1 \text{ 或 } x > 6 \\ x < 5 \end{cases}$,

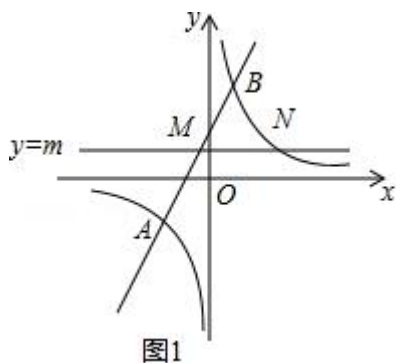
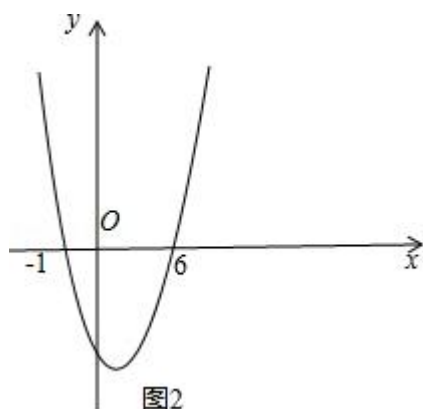
$\therefore$ 此时 $x < -1$,

由 $\begin{cases} x^2-5x-6 < 0 \\ x-5 > 0 \end{cases}$ 得, $\begin{cases} -1 < x < 6 \\ x > 5 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} -1 < x < 6 \\ x > 5 \end{cases}$,

解得： $5 < x < 6$,

综上，原不等式的解集是： $x < -1$ 或 $5 < x < 6$.



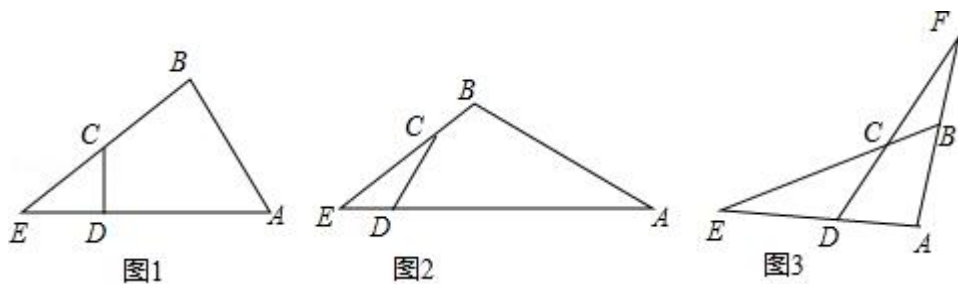
【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，求不等式组的解集，正确的理解题意是解题的关键

23. (10 分) (2017•武汉) 已知四边形 $ABCD$ 的一组对边 AD 、 BC 的延长线交于点 E .

(1) 如图 1，若 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ，求证： $ED \cdot EA = EC \cdot EB$;

(2) 如图 2，若 $\angle ABC = 120^\circ$ ， $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ， $CD = 5$ ， $AB = 12$ ， $\triangle CDE$ 的面积为 6，求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 如图 3，另一组对边 AB 、 DC 的延长线相交于点 F . 若 $\cos \angle ABC = \cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ ， $CD = 5$ ， $CF = ED = n$ ，直接写出 AD 的长 (用含 n 的式子表示)



【考点】SO：相似形综合题.

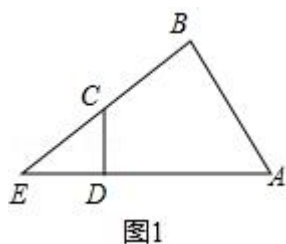
【分析】(1) 只要证明 $\triangle EDC \sim \triangle EBA$, 可得 $\frac{ED}{EB} = \frac{EC}{EA}$, 即可证明 $ED \cdot EA = EC \cdot EB$;

(2) 如图 2 中, 过 C 作 $CF \perp AD$ 于 F, $AG \perp EB$ 于 G. 想办法求出 EB, AG 即可求出 $\triangle ABE$ 的面积, 即可解决问题;

(3) 如图 3 中, 作 $CH \perp AD$ 于 H, 则 $CH=4$, $DH=3$, 作 $AG \perp DF$ 于点 G, 设 $AD=5a$, 则 $DG=3a$, $AG=4a$, 只要证明 $\triangle AFG \sim \triangle CEH$, 可得 $\frac{AG}{CH} = \frac{FG}{EH}$, 即

$$\frac{4a}{5+n-3a} = \frac{4}{n+3}, \text{ 求出 } a \text{ 即可解决问题;}$$

【解答】解: (1) 如图 1 中,



$$\because \angle ADC = 90^\circ, \angle EDC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ABC,$$

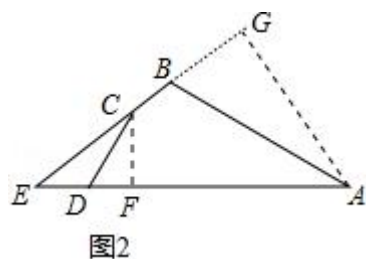
$$\because \angle E = \angle E,$$

$$\therefore \triangle EDC \sim \triangle EBA,$$

$$\therefore \frac{ED}{EB} = \frac{EC}{EA},$$

$$\therefore ED \cdot EA = EC \cdot EB.$$

(2) 如图 2 中, 过 C 作 $CF \perp AD$ 于 F, $AG \perp EB$ 于 G.



在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$

$$\therefore \frac{DF}{CD} = \frac{3}{5} \quad \therefore CD = 5,$$

$$\therefore DF = 3,$$

$$\therefore CF = \sqrt{CD^2 - DF^2} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle CDE} = 6,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot ED \cdot CF = 6,$$

$$\therefore ED = \frac{12}{CF} = 3, \quad EF = ED + DF = 6,$$

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ, \quad \angle G = 90^\circ, \quad \angle G + \angle BAG = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle BAG = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle ABG \text{ 中, } BG = \frac{1}{2}AB = 6, \quad AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore CF \perp AD, \quad AG \perp EB,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle G = 90^\circ, \quad \therefore \angle E = \angle E,$$

$$\therefore \triangle EFC \sim \triangle EGA,$$

$$\therefore \frac{EF}{EG} = \frac{CF}{AG},$$

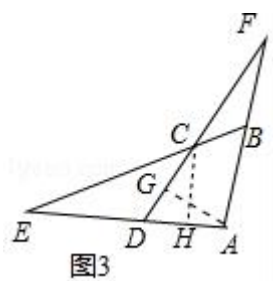
$$\therefore \frac{6}{EG} = \frac{4}{6\sqrt{3}},$$

$$\therefore EG = 9\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = EG - BG = 9\sqrt{3} - 6,$$

$$\therefore S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} (9\sqrt{3} - 6) \times 6\sqrt{3} - 6 = 75 - 18\sqrt{3}.$$

(3) 如图 3 中, 作 $CH \perp AD$ 于 H , 则 $CH=4$, $DH=3$,



$$\therefore \tan \angle E = \frac{4}{n+3},$$

作 $AG \perp DF$ 于点 G , 设 $AD=5a$, 则 $DG=3a$, $AG=4a$,

$$\therefore FG = DF - DG = 5+n - 3a,$$

$$\therefore CH \perp AD, AG \perp DF, \angle E = \angle F,$$

易证 $\triangle AFG \sim \triangle CEH$,

$$\therefore \frac{AG}{CH} = \frac{FG}{EH},$$

$$\therefore \frac{4a}{5+n-3a} = \frac{4}{n+3},$$

$$\therefore a = \frac{n+5}{n+6},$$

$$\therefore AD = 5a = \frac{5(n+5)}{n+6}.$$

【点评】 本题考查相似形综合题、相似三角形的判定和性质、直角三角形的 30 度角性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考压轴题.

24. (12 分) (2017·武汉) 已知点 $A(-1, 1)$ 、 $B(4, 6)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ 上

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 点 F 的坐标为 $(0, m)$ ($m > 2$), 直线 AF 交抛物线于另一点 G , 过点 G 作 x 轴的垂线, 垂足为 H . 设抛物线与 x 轴的正半轴交于点 E , 连接 FH 、 AE , 求证: $FH \parallel AE$;

(3) 如图 2, 直线 AB 分别交 x 轴、 y 轴于 C 、 D 两点. 点 P 从点 C 出发, 沿射线 CD 方向匀速运动, 速度为每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度; 同时点 Q 从原点 O 出发, 沿 x 轴正方向匀速运动, 速度为每秒 1 个单位长度. 点 M 是直线 PQ 与抛物线的一个交点, 当运动到 t 秒时, $QM=2PM$, 直接写出 t 的值.

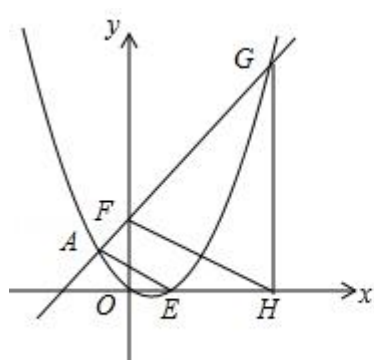


图1

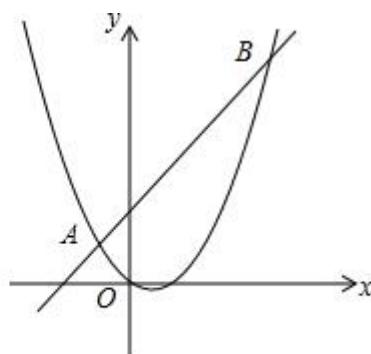


图2

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 根据点 A 、 B 的坐标利用待定系数法, 即可求出抛物线的解析式;

(2) 根据点 A 、 F 的坐标利用待定系数法, 可求出直线 AF 的解析式, 联立直线

AF 和抛物线的解析式成方程组，通过解方程组可求出点 G 的坐标，进而可得出点 H 的坐标，利用分解因式法将抛物线解析式变形为交点式，由此可得出点 E 的坐标，再根据点 A、E (F、H) 的坐标利用待定系数法，可求出直线 AE (FH) 的解析式，由此可证出 $FH \parallel AE$ ；

(3) 根据点 A、B 的坐标利用待定系数法，可求出直线 AB 的解析式，进而可找出点 P、Q 的坐标，分点 M 在线段 PQ 上以及点 M 在线段 QP 的延长线上两种情况考虑，借助相似三角形的性质可得出点 M 的坐标，再利用二次函数图象上点的坐标特征可得出关于 t 的一元二次方程，解之即可得出结论。

【解答】解：(1) 将点 A (-1, 1)、B (4, 6) 代入 $y=ax^2+bx$ 中，

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ 16a + 4b = 6 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$.

(2) 证明：设直线 AF 的解析式为 $y=kx+m$,

将点 A (-1, 1) 代入 $y=kx+m$ 中，即 $-k+m=1$,

$$\therefore k=m-1,$$

$\therefore$ 直线 AF 的解析式为 $y = (m-1)x+m$.

联立直线 AF 和抛物线解析式成方程组，

$$\begin{cases} y = (m-1)x + m \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2m \\ y_2 = 2m^2 - m \end{cases}$$

$\therefore$ 点 G 的坐标为 $(2m, 2m^2 - m)$.

$\therefore GH \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 H 的坐标为 $(2m, 0)$.

∴ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x(x-1)$,

∴ 点 E 的坐标为 (1, 0).

设直线 AE 的解析式为 $y = k_1x + b_1$,

将 A (-1, 1)、E (1, 0) 代入 $y = k_1x + b_1$ 中,

$$\begin{cases} -k_1 + b_1 = 1 \\ k_1 + b_1 = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_1 = -\frac{1}{2} \\ b_1 = \frac{1}{2} \end{cases},$$

∴ 直线 AE 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

设直线 FH 的解析式为 $y = k_2x + b_2$,

将 F (0, m)、H (2m, 0) 代入 $y = k_2x + b_2$ 中,

$$\begin{cases} b_2 = m \\ 2mk_2 + b_2 = 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_2 = -\frac{1}{2} \\ b_2 = m \end{cases},$$

∴ 直线 FH 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + m$.

∴ FH // AE.

(3) 设直线 AB 的解析式为 $y = k_0x + b_0$,

将 A (-1, 1)、B (4, 6) 代入 $y = k_0x + b_0$ 中,

$$\begin{cases} -k_0 + b_0 = 1 \\ 4k_0 + b_0 = 6 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_0 = 1 \\ b_0 = 2 \end{cases},$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 2$.

当运动时间为 t 秒时, 点 P 的坐标为 (t-2, t), 点 Q 的坐标为 (t, 0).

当点 M 在线段 PQ 上时, 过点 P 作 $PP' \perp x$ 轴于点 P', 过点 M 作 $MM' \perp x$ 轴于点 M', 则 $\triangle PQP' \sim \triangle MQM'$, 如图 2 所示.

∴ QM = 2PM,

$$\therefore \frac{QM' \cdot MM'}{QP' \cdot PP'} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore QM' = \frac{4}{3}, \quad MM' = \frac{2}{3}t,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (t - \frac{4}{3}, \frac{2}{3}t).$$

$$\text{又} \because \text{点 } M \text{ 在抛物线 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \text{ 上,}$$

$$\therefore \frac{2}{3}t = \frac{1}{2} \times (t - \frac{4}{3})^2 - \frac{1}{2}(t - \frac{4}{3}),$$

$$\text{解得: } t = \frac{15 \pm \sqrt{113}}{6};$$

当点 M 在线段 QP 的延长线上时,

$$\text{同理可得出点 } M \text{ 的坐标为 } (t - 4, 2t),$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 在抛物线 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \text{ 上,}$$

$$\therefore 2t = \frac{1}{2} \times (t - 4)^2 - \frac{1}{2}(t - 4),$$

$$\text{解得: } t = \frac{13 \pm \sqrt{89}}{2}.$$

综上所述: 当运动时间为 $\frac{15 - \sqrt{113}}{6}$ 秒、 $\frac{15 + \sqrt{113}}{6}$ 秒、 $\frac{13 - \sqrt{89}}{2}$ 秒或 $\frac{13 + \sqrt{89}}{2}$ 秒时,

QM=2PM.

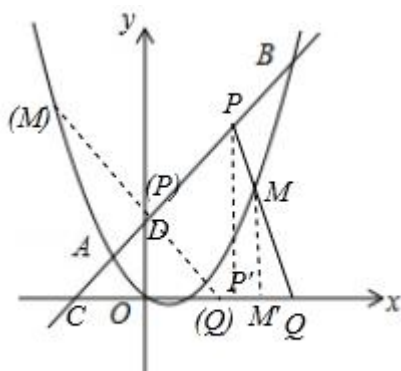
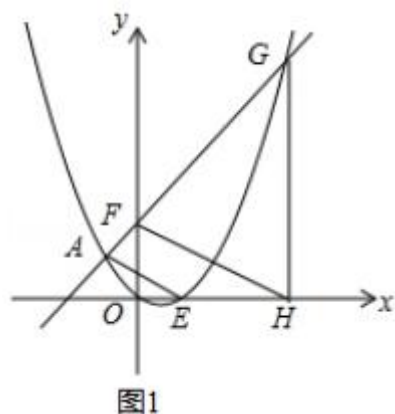


图2



【点评】 本题考查了待定系数法求一次（二次）函数解析式、二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的三种形式、相似三角形的性质以及两条直线相交或平行，解题的关键是：（1）根据点 A、B 的坐标利用待定系数法，求出抛物线的解析式；（2）根据点 A、E（F、H）的坐标利用待定系数法，求出直线 AE（FH）的解析式；（3）分点 M 在线段 PQ 上以及点 M 在线段 QP 的延长线上两种情况，借助相似三角形的性质找出点 M 的坐标.