

2017 年湖北省宜昌市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 有理数 $-\frac{1}{5}$ 的倒数为 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) 如下字体的四个汉字中，是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) 如图是一个小正方体的展开图，把展开图折叠成小正方体后，有“爱”字一面的相对面上的字是 ()



- A. 美 B. 丽 C. 宜 D. 昌

4. (3 分) 谜语：干活两腿脚，一腿勤，一腿懒，一脚站，一脚转. 打一数学学习用具，谜底为 ()

- A. 量角器 B. 直尺 C. 三角板 D. 圆规

5. (3 分) 5 月 18 日，新华社电讯：我国利用世界唯一的“蓝鲸 1 号”，在南海实现了可燃冰（即天然气水合物）的安全可控开采. 据介绍，“蓝鲸 1 号”拥有 27354 台设备，约 40000 根管路，约 50 000 个 MCC 报验点，电缆拉放长度估计 1200 千米. 其中准确数是 ()

- A. 27354 B. 40000 C. 50000 D. 1200

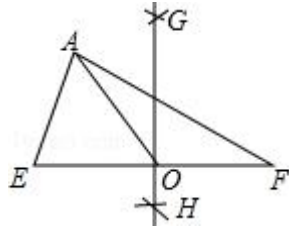
6. (3 分) 九一（1）班在参加学校 $4 \times 100\text{m}$ 接力赛时，安排了甲，乙，丙，丁四位选手，他们的顺序由抽签随机决定，则甲跑第一棒的概率为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

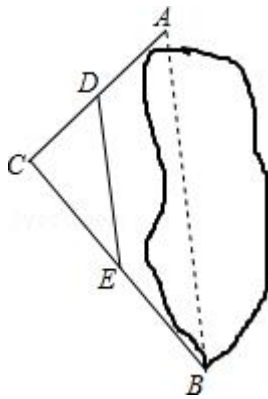
7. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

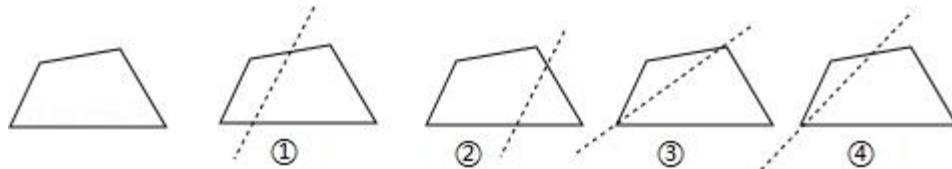
8. (3分) 如图, 在 $\triangle AEF$ 中, 尺规作图如下: 分别以点E, 点F为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧, 两弧相交于G, H两点, 作直线GH, 交EF于点O, 连接AO, 则下列结论正确的是 ()



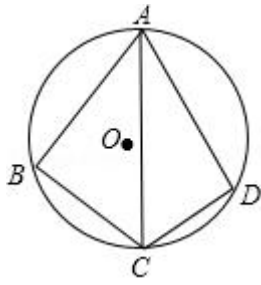
- A. AO 平分 $\angle EAF$ B. AO 垂直平分EF C. GH 垂直平分EF D. GH 平分AF
9. (3分) 如图, 要测定被池塘隔开的A, B两点的距离. 可以在AB外选一点C, 连接AC, BC, 并分别找出它们的中点D, E, 连接ED. 现测得AC=30m, BC=40m, DE=24m, 则AB= ()



- A. 50m B. 48m C. 45m D. 35m
10. (3分) 如图, 将一张四边形纸片沿直线剪开, 如果剪开后的两个图形的内角和相等, 下列四种剪法中, 符合要求的是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ③④
11. (3分) 如图, 四边形ABCD内接 $\odot O$, AC平分 $\angle BAD$, 则下列结论正确的是 ()



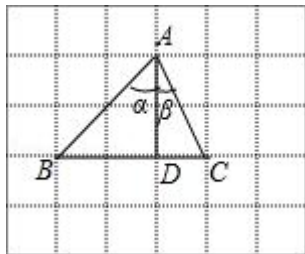
- A. $AB=AD$ B. $BC=CD$ C. $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ D. $\angle BCA = \angle DCA$

12. (3分) 今年5月21日是全国第27个助残日，某地开展“心手相连，共浴阳光”为主题的手工制品义卖销售活动. 长江特殊教育学校将同学们手工制作的手串、中国结、手提包、木雕笔筒的相关销售信息汇总如下表，其中销售率最高的是 ()

手工制品	手串	中国结	手提包	木雕笔筒
总数量 (个)	200	100	80	70
销售数量 (个)	190	100	76	68

- A. 手串 B. 中国结 C. 手提包 D. 木雕笔筒

13. (3分) $\triangle ABC$ 在网格中的位置如图所示 (每个小正方形边长为 1), $AD \perp BC$ 于 D, 下列选项中, 错误的是 ()

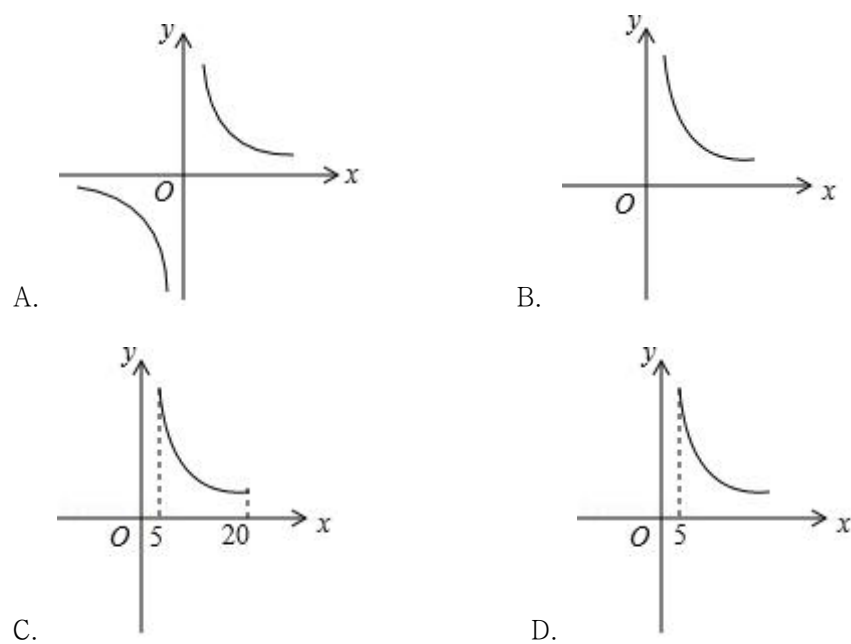


- A. $\sin \alpha = \cos \alpha$ B. $\tan C = 2$ C. $\sin \beta = \cos \beta$ D. $\tan \alpha = 1$

14. (3分) 计算 $\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4xy}$ 的结果为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

15. (3分) 某学校要种植一块面积为 100m^2 的长方形草坪, 要求两边长均不小于 5m, 则草坪的一边长为 y (单位: m) 随另一边长 x (单位: m) 的变化而变化的图象可能是 ()



二、解答题（本大题共 9 小题，共 75 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

16. (6 分) 计算: $2^3 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times 0.5$.

17. (6 分) 解不等式组
$$\begin{cases} \frac{x}{2} \geq -1 \\ 2(1-x) < 4-3x \end{cases}$$
.

18. (7 分) YC 市首批一次性投放公共自行车 700 辆供市民租用出行，由于投入数量不够，导致出现需要租用却未租到车的现象，现随机抽取的某五天在同一时段的调查数据汇成如下表格.

请回答下列问题:

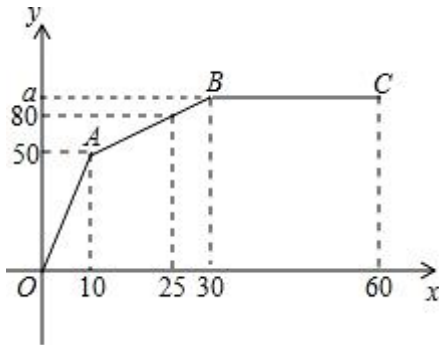
时间	第一天 7:00 – 8:00	第二天 7:00 – 8:00	第三天 7:00 – 8:00	第四天 7:00 – 8:00	第五天 7:00 – 8:00
需要租用自行车却未租到	1500	1200	1300	1300	1200

车的人数 (人)					
----------	--	--	--	--	--

- (1) 表格中的五个数据 (人数) 的中位数是多少?
- (2) 由随机抽样估计, 平均每天在 7: 00 – 8: 00: 需要租用公共自行车的人数是多少?

19. (7 分) “和谐号”火车从车站出发, 在行驶过程中速度 y (单位: m/s) 与时间 x (单位: s) 的关系如图所示, 其中线段 $BC \parallel x$ 轴.

- (1) 当 $0 \leq x \leq 10$, 求 y 关于 x 的函数解析式;
- (2) 求 C 点的坐标.



20. (8 分) 阅读: 能够成为直角三角形三条边长的三个正整数 a , b , c , 称为勾股数. 世界上第一次给出勾股数通解公式的是我国古代数学著作《九章算术》, 其勾股数组公式为:

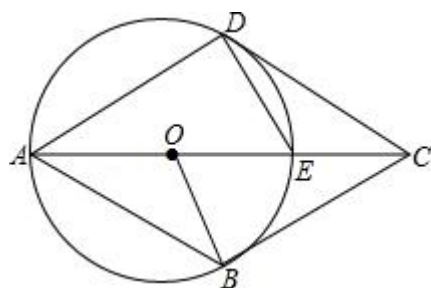
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}(m^2 - n^2) \\ b = mn \\ c = \frac{1}{2}(m^2 + n^2) \end{cases} \quad \text{其中 } m > n > 0, m, n \text{ 是互质的奇数.}$$

应用: 当 $n=1$ 时, 求有一边长为 5 的直角三角形的另外两条边长.

21. (8分) 已知, 四边形 $ABCD$ 中, E 是对角线 AC 上一点, $DE=EC$, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 与边 CD 相切于点 D . B 点在 $\odot O$ 上, 连接 OB .

(1) 求证: $DE=OE$;

(2) 若 $CD \parallel AB$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



22. (10分) 某市总预算 a 亿元用三年时间建成一条轨道交通线. 轨道交通线由线路敷设、搬迁安置、辅助配套三项工程组成. 从 2015 年开始, 市政府在每年年初分别对三项工程进行不同数额的投资.

2015 年年初, 对线路敷设、搬迁安置的投资分别是辅助配套投资的 2 倍、4 倍. 随后两年, 线路敷设投资每年都增加 b 亿元, 预计线路敷设三年总投资为 54 亿元时会顺利如期完工; 搬迁安置投资从 2016 年初开始逐年按同一百分数递减, 依此规律, 在 2017 年年初只需投资 5 亿元, 即可顺利如期完工; 辅助配套工程在 2016 年年初的投资在前一年基础上的增长率是线路敷设 2016 年投资增长率的 1.5 倍, 2017 年年初的投资比该项工程前两年投资的总和还多 4 亿元, 若这样, 辅助配套工程也可以如期完工. 经测算, 这三年的线路敷设、辅助配套工程的总投资资金之比达到 3: 2.

(1) 这三年用于辅助配套的投资将达到多少亿元?

(2) 市政府 2015 年年初对三项工程的总投资是多少亿元?

(3) 求搬迁安置投资逐年递减的百分数.

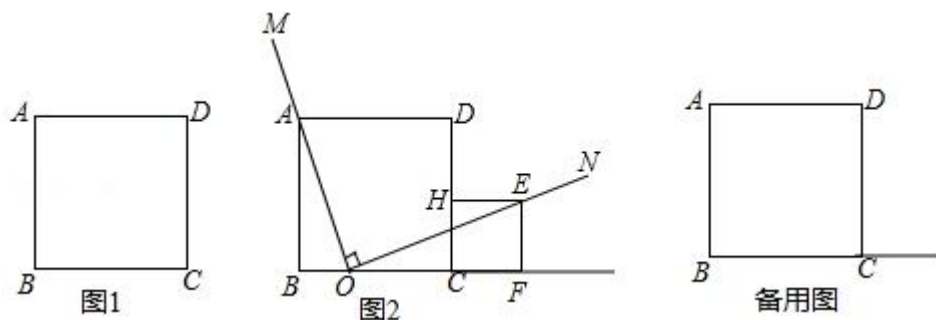
23. (11 分) 正方形 ABCD 的边长为 1, 点 O 是 BC 边上的一个动点 (与 B, C 不重合), 以 O 为顶点在 BC 所在直线的上方作 $\angle MON=90^\circ$.

(1) 当 OM 经过点 A 时,

①请直接填空: ON _____ (可能, 不可能) 过 D 点; (图 1 仅供分析)

②如图 2, 在 ON 上截取 $OE=OA$, 过 E 点作 EF 垂直于直线 BC, 垂足为点 F, 作 $EH \perp CD$ 于 H, 求证: 四边形 EFCH 为正方形.

(2) 当 OM 不过点 A 时, 设 OM 交边 AB 于 G, 且 $OG=1$. 在 ON 上存在点 P, 过 P 点作 PK 垂直于直线 BC, 垂足为点 K, 使得 $S_{\triangle PKO}=4S_{\triangle OBG}$, 连接 GP, 求四边形 PKBG 的最大面积.

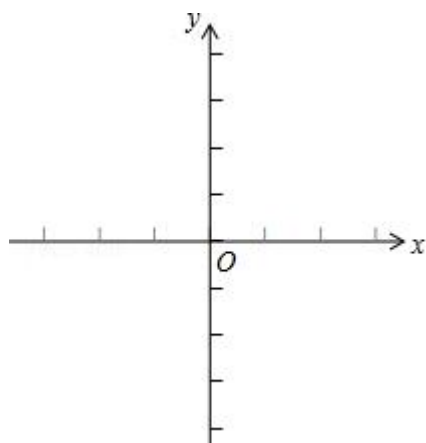


24. (12 分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$, 其中 $2a=b>0>c$, 且 $a+b+c=0$.

(1) 直接写出关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根;

(2) 证明: 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点 A 在第三象限;

(3) 直线 $y=x+m$ 与 x, y 轴分别相交于 B, C 两点, 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 相交于 A, D 两点. 设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴与 x 轴相交于 E . 如果在对称轴左侧的抛物线上存在点 F , 使得 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BOC$ 相似, 并且 $S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADE}$, 求此时抛物线的表达式.



2017 年湖北省宜昌市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 15 个小题，每小题 3 分，共 45 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2017•宜昌) 有理数 $-\frac{1}{5}$ 的倒数为 ()

A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

【考点】17：倒数.

【分析】根据倒数的定义，找出 $-\frac{1}{5}$ 的倒数为 -5，此题得解.

【解答】解：根据倒数的定义可知： $-\frac{1}{5}$ 的倒数为 -5.

故选 D.

【点评】本题考查了倒数，熟练掌握倒数的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2017•宜昌) 如下字体的四个汉字中，是轴对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的意义：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴；据此判断即可.

【解答】解：根据轴对称图形的概念可知，A 为轴对称图形.

故选：A.

【点评】本题考查轴对称图形的知识，要求掌握轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

3. (3 分) (2017•宜昌) 如图是一个小正方体的展开图，把展开图折叠成小正方体后，有“爱”字一面的相对面上的字是 ()



A. 美 B. 丽 C. 宜 D. 昌

【考点】I8：专题：正方体相对两个面上的文字.

【分析】正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，根据这一特点作答.

【解答】解： $\therefore$ 正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

∴有“爱”字一面的相对面上的字是宜.

故选 C.

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

4. (3分) (2017•宜昌) 谜语：干活两腿脚，一腿勤，一腿懒，一脚站，一脚转. 打一数学学习用具，谜底为 ()

A. 量角器 B. 直尺 C. 三角板 D. 圆规

【考点】10: 数学常识.

【分析】利用圆规的特点直接得到答案即可.

【解答】解：圆规有两只脚，一铁脚固定，另一脚旋转，

故选 D.

【点评】本题考查了简单的数学知识，稍有点数学常识的同学就会做出正确的回答，难度不大.

5. (3分) (2017•宜昌) 5月18日，新华社电讯：我国利用世界唯一的“蓝鲸1号”，在南海实现了可燃冰（即天然气水合物）的安全可控开采. 据介绍，“蓝鲸1号”拥有27354台设备，约40000根管路，约50000个MCC报验点，电缆拉放长度估计1200千米. 其中准确数是 ()

A. 27354 B. 40000 C. 50000 D. 1200

【考点】1H: 近似数和有效数字.

【分析】利用精确数和近似数的区别进行判断.

【解答】解：27354为准确数，4000、50000、1200都是近似数.

故选 A.

【点评】本题考查了近似数和有效数字：精确到第几位”和“有几个有效数字”是精确度的两种常用的表示形式，它们实际意义是不一样的，前者可以体现出误差值绝对数的大小，而后者往往可以比较几个近似数中哪个相对更精确一些.

6. (3分) (2017•宜昌) 九一（1）班在参加学校4×100m接力赛时，安排了甲，乙，丙，丁四位选手，他们的顺序由抽签随机决定，则甲跑第一棒的概率为 ()

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率公式进行解答.

【解答】解：甲跑第一棒的概率为 $\frac{1}{4}$.

故选：D.

【点评】本题考查了概率公式. 随机事件A的概率 $P(A) = \frac{\text{事件A可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

7. (3分) (2017•宜昌) 下列计算正确的是 ()

A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

【考点】48: 同底数幂的除法; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】由合并同类项、同底数幂的乘法法则、幂的乘方法则、同底数幂的除法法则即可得出结论.

【解答】解：A、 $a^3+a^2=a^5$. 不正确；

B、 $a^3 \cdot a^2=a^5$ 正确；

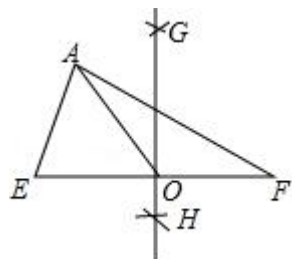
C、 $(a^3)^2=a^6 \neq a^5$, 不正确；

D、 $a^6 \div a^2=a^4 \neq a^3$, 不正确；

故选：B.

【点评】本题考查了合并同类项、同底数幂的乘法法则、幂的乘方法则、同底数幂的除法法则；熟记有关法则是关键.

8. (3分) (2017•宜昌) 如图, 在 $\triangle AEF$ 中, 尺规作图如下: 分别以点E, 点F为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧, 两弧相交于G, H两点, 作直线GH, 交EF于点O, 连接AO, 则下列结论正确的是 ()



- A. AO 平分 $\angle EAF$ B. AO 垂直平分 EF C. GH 垂直平分 EF D. GH 平分 AF

【考点】N2: 作图—基本作图; KG: 线段垂直平分线的性质.

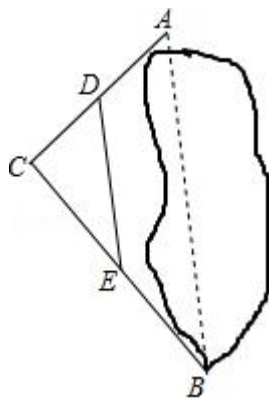
【分析】直接根据线段垂直平分线的作法即可得出结论.

【解答】解: 由题意可得, GH 垂直平分线段 EF.

故选 C.

【点评】本题考查的是作图—基本作图, 熟知线段垂直平分线的作法是解答此题的关键.

9. (3分) (2017•宜昌) 如图, 要测定被池塘隔开的 A, B 两点的距离. 可以在 AB 外选一点 C, 连接 AC, BC, 并分别找出它们的中点 D, E, 连接 ED. 现测得 $AC=30m$, $BC=40m$, $DE=24m$, 则 $AB=$ ()



- A. 50m B. 48m C. 45m D. 35m

【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据中位线定理可得: $AB=2DE=48m$.

【解答】解：∵D 是 AC 的中点，E 是 BC 的中点，
∴DE 是△ABC 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AB,$$

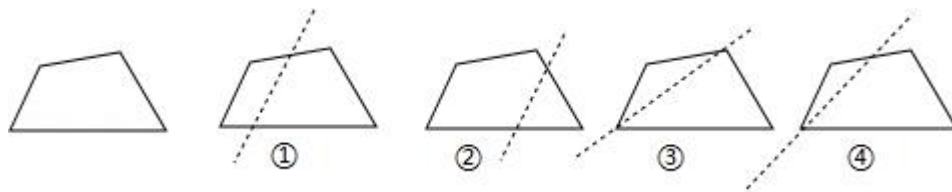
$$\therefore DE = 24\text{m},$$

$$\therefore AB = 2DE = 48\text{m},$$

故选 B.

【点评】本题考查了三角形的中位线定理，属于基础题，熟练掌握三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半.

10. (3 分) (2017•宜昌) 如图，将一张四边形纸片沿直线剪开，如果剪开后的两个图形的内角和相等，下列四种剪法中，符合要求的是 ()



A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ③④

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据多边形的内角和定理即可判断.

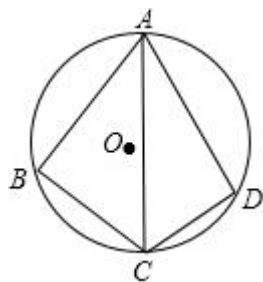
【解答】解：∵①剪开后的两个图形是四边形，它们的内角和都是 360° ，③剪开后的两个图形是三角形，它们的内角和都是 180° ；

∴①③剪开后的两个图形的内角和相等，

故选 B.

【点评】本题考查了三角形内角和、四边形的内角和以及多边形的内角和定理.

11. (3 分) (2017•宜昌) 如图，四边形 ABCD 内接⊙O，AC 平分 $\angle BAD$ ，则下列结论正确的是 ()



A. $AB=AD$ B. $BC=CD$ C. $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ D. $\angle BCA = \angle DCA$

【考点】M4: 圆心角、弧、弦的关系.

【分析】根据圆心角、弧、弦的关系对各选项进行逐一判断即可.

【解答】解：A、∵ $\angle ACB$ 与 $\angle ACD$ 的大小关系不确定，∴AB 与 AD 不一定相等，故本选项错误；

B、∵AC 平分 $\angle BAD$ ，∴ $\angle BAC = \angle DAC$ ，∴ $BC=CD$ ，故本选项正确；

C、∵ $\angle ACB$ 与 $\angle ACD$ 的大小关系不确定，∴ $\widehat{AB}$ 与 $\widehat{AD}$ 不一定相等，故本选项错误；

D、 $\angle BCA$ 与 $\angle DCA$ 的大小关系不确定，故本选项错误.

故选 B.

【点评】 本题考查的是圆心角、弧、弦的关系，在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

12. (3 分) (2017•宜昌) 今年 5 月 21 日是全国第 27 个助残日，某地开展“心手相连，共浴阳光”为主题的手工制品义卖销售活动. 长江特殊教育学校将同学们手工制作的手串、中国结、手提包、木雕笔筒的相关销售信息汇总如下表，其中销售率最高的是 ()

手工制品	手串	中国结	手提包	木雕笔筒
总数量 (个)	200	100	80	70
销售数量 (个)	190	100	76	68

A. 手串 B. 中国结 C. 手提包 D. 木雕笔筒

【考点】 18: 有理数大小比较; 1D: 有理数的除法.

【分析】 分别求出各手工制品的销售率，再比较大小即可.

【解答】 解: $\therefore$ 手串的销售率 $= \frac{190}{200} = \frac{19}{20} < 1$; 中国结的销售率 $= \frac{100}{100} = 1$; 手提包的销售率 $= \frac{76}{80} = \frac{19}{20}$

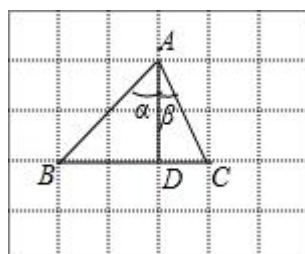
< 1 ; 木雕笔筒的销售率 $= \frac{68}{70} = \frac{34}{35} < 1$,

$\therefore$ 销售率最高的是中国结.

故选 B.

【点评】 本题考查的是有理数的大小比较，熟知有理数大小比较的法则是解答此题的关键.

13. (3 分) (2017•宜昌) $\triangle ABC$ 在网格中的位置如图所示 (每个小正方形边长为 1), $AD \perp BC$ 于 D, 下列选项中, 错误的是 ()



A. $\sin \alpha = \cos \alpha$ B. $\tan C = 2$ C. $\sin \beta = \cos \beta$ D. $\tan \alpha = 1$

【考点】 T1: 锐角三角函数的定义.

【分析】 观察图象可知, $\triangle ADB$ 是等腰直角三角形, $BD = AD = 2$, $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 2$, $CD = 1$, $AC = \sqrt{5}$, 利用锐角三角函数一一计算即可判断.

【解答】 解: 观察图象可知, $\triangle ADB$ 是等腰直角三角形, $BD = AD = 2$, $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 2$, $CD = 1$, $AC = \sqrt{5}$,

$\therefore \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故①正确,

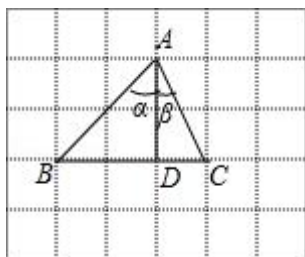
$\tan C = \frac{AD}{CD} = 2$, 故②正确,

$\tan \alpha = 1$, 故 D 正确,

③ $\therefore \sin \beta = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos \beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \sin \beta \neq \cos \beta$ ，故 C 错误.

故选 C.



【点评】 本题考查锐角三角函数的应用. 等腰直角三角形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

14. (3 分) (2017•宜昌) 计算 $\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4xy}$ 的结果为 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

【考点】 66: 约分.

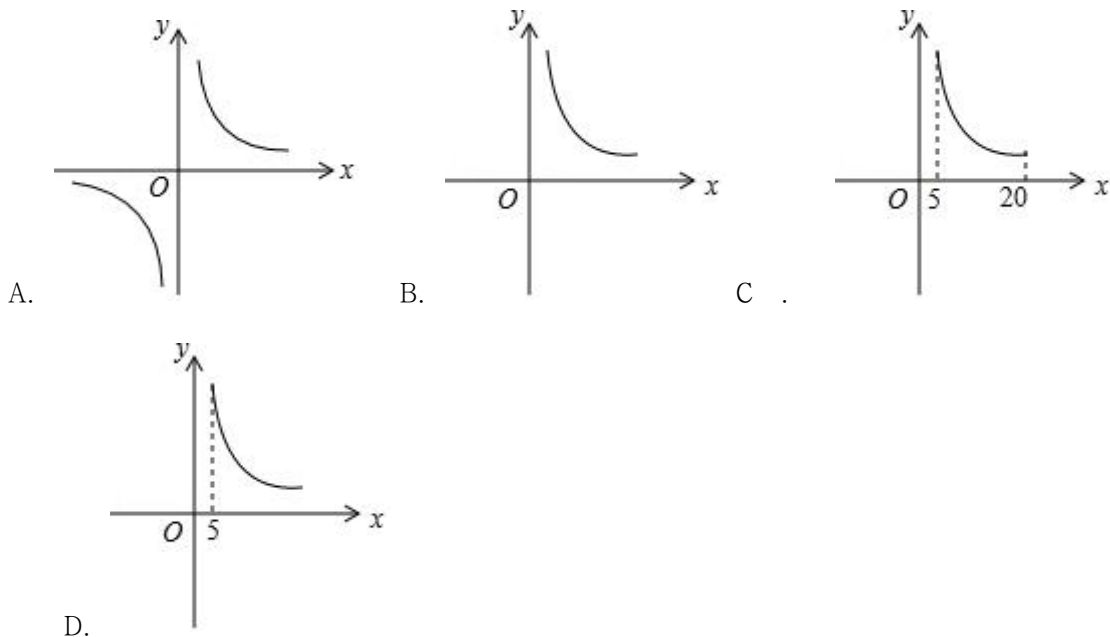
【分析】 分子利用平方差公式进行因式分解, 然后通过约分进行化简.

【解答】 解: $\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{4xy} = \frac{(x+y+x-y)(x+y-x+y)}{4xy} = \frac{4xy}{4xy} = 1$.

故选: A.

【点评】 本题考查了约分. 约分时, 分子与分母都必须是乘积式, 如果是多项式的, 必须先分解因式.

15. (3 分) (2017•宜昌) 某学校要种植一块面积为 100m^2 的长方形草坪, 要求两边长均不小于 5m , 则草坪的一边长为 y (单位: m) 随另一边长 x (单位: m) 的变化而变化的图象可能是 ()



【考点】 GA: 反比例函数的应用.

【分析】易知 x 、 y 是反比例函数，再根据边长的取值范围即可解题.

【解答】解：∵草坪面积为 100m^2 ,

∴ x 、 y 存在关系 $y=\frac{100}{x}$,

∵两边长均不小于 5m ,

∴ $x\geq 5$ 、 $y\geq 5$, 则 $x\leq 20$,

故选 C.

【点评】反比例函数确定 y 的取值范围, 即可求得 x 的取值范围, 熟练掌握是解题的关键.

二、解答题 (本大题共 9 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

16. (6 分) (2017•宜昌) 计算: $2^3 \times (1 - \frac{1}{4}) \times 0.5$.

【考点】1G: 有理数的混合运算.

【专题】11: 计算题; 511: 实数.

【分析】原式先计算括号中的减法运算, 再计算乘方运算, 最后算乘法运算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 8 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = 3$.

【点评】此题考查了有理数的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. (6 分) (2017•宜昌) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} \geq -1 \\ 2(1-x) < 4-3x \end{cases}$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

【解答】解: $\begin{cases} \frac{x}{2} \geq -1 \text{ ①} \\ 2(1-x) < 4-3x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x \geq -2$,

由②得: $x < 2$,

故不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$.

【点评】此题主要考查了解一元一次不等式组, 关键是掌握解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

18. (7 分) (2017•宜昌) YC 市首批一次性投放公共自行车 700 辆供市民租用出行, 由于投入数量不够, 导致出现需要租用却未租到车的现象, 现随机抽取的某五天在同一时段的调查数据汇成如下表格.

请回答下列问题:

时间	第一天 7:00-8:00	第二天 7:00-8:00	第三天 7:00-8:00	第四天 7:00-8:00	第五天 7:00-8:00
需要租用自行车却未租到车的人数 (人)	1500	1200	1300	1300	1200

(1) 表格中的五个数据 (人数) 的中位数是多少?

(2) 由随机抽样估计, 平均每天在 7:00-8:00: 需要租用公共自行车的人数是多少?

【考点】W4: 中位数; V5: 用样本估计总体.

【分析】(1) 表格中 5 个数据按从小到大的顺序排列后，中位数应是第 3 个数据；

(2) 根据平均数等于数据之和除以总个数求出平均每天需要租用自行车却未租到车的人数，再加上 700 即可。

【解答】解：(1) 表格中 5 个数据按从小到大的顺序排列为 1200, 1200, 1300, 1300, 1500, 所以中位数是 1300；

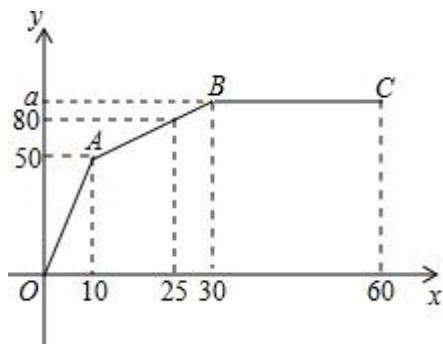
(2) 平均每天需要租用自行车却未租到车的人数： $(1500+1200+1300+1300+1200) \div 5=1300$,
 $\therefore$ YC 市首批一次性投放公共自行车 700 辆供市民租用出行，
 $\therefore$ 平均每天需要租用公共自行车的人数是 $1300+700=2000$.

【点评】本题考查了中位数，平均数以及用样本估计总体. 将一组数据从小到大依次排列，把中间数据（或中间两数据的平均数）叫做中位数. 平均数=总数 $\div$ 总个数.

19. (7 分) (2017·宜昌) “和谐号”火车从车站出发，在行驶过程中速度 y (单位: m/s) 与时间 x (单位: s) 的关系如图所示，其中线段 $BC \parallel x$ 轴.

(1) 当 $0 \leq x \leq 10$ ，求 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 求 C 点的坐标.



【考点】FH: 一次函数的应用.

【分析】(1) 根据函数图象和图象中的数据可以求得当 $0 \leq x \leq 10$ ， y 关于 x 的函数解析式；

(2) 根据函数图象可以得到当 $10 \leq x \leq 30$ 时， y 关于 x 的函数解析式，然后将 $x=30$ 代入求出相应的 y 值，然后线段 $BC \parallel x$ 轴，即可求得点 C 的坐标.

【解答】解：(1) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时，设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx$ ，
 $10k=50$ ，得 $k=5$ ，

即当 $0 \leq x \leq 10$ 时， y 关于 x 的函数解析式为 $y=5x$ ；

(2) 设当 $10 \leq x \leq 30$ 时， y 关于 x 的函数解析式为 $y=ax+b$ ，

$$\begin{cases} 10a + b = 50 \\ 25a + b = 80 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} a = 2 \\ b = 30 \end{cases}$$

即当 $10 \leq x \leq 30$ 时， y 关于 x 的函数解析式为 $y=2x+30$ ，

当 $x=30$ 时， $y=2 \times 30+30=90$ ，

$\therefore$ 线段 $BC \parallel x$ 轴，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(60, 90)$.

【点评】本题考查了一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，求出相应的函数解析式，利用一次函数的性质解答.

20. (8 分) (2017·宜昌) 阅读：能够成为直角三角形三条边长的三个正整数 a ， b ， c ，称为勾股数. 世界上第一次给出勾股数通解公式的是我国古代数学著作《九章算术》，其勾股数

组公式为:
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}(m^2 - n^2) \\ b = mn \\ c = \frac{1}{2}(m^2 + n^2) \end{cases}$$
 其中 $m > n > 0$, m, n 是互质的奇数.

应用: 当 $n=1$ 时, 求有一边长为 5 的直角三角形的另外两条边长.

【考点】KT: 勾股数; KQ: 勾股定理.

【分析】由 $n=1$, 得到 $a = \frac{1}{2}(m^2 - 1)$ ①, $b=m$ ②, $c = \frac{1}{2}(m^2 + 1)$ ③, 根据直角三角形有一边长为 5, 列方程即可得到结论.

【解答】解: 当 $n=1$, $a = \frac{1}{2}(m^2 - 1)$ ①, $b=m$ ②, $c = \frac{1}{2}(m^2 + 1)$ ③,

$\therefore$ 直角三角形有一边长为 5,

$\therefore$ I、当 $a=5$ 时, $\frac{1}{2}(m^2 - 1) = 5$, 解得: $m = \pm \sqrt{11}$ (舍去),

II、当 $b=5$ 时, 即 $m=5$, 代入①③得, $a=12$, $c=13$,

III、当 $c=5$ 时, $\frac{1}{2}(m^2 + 1) = 5$, 解得: $m = \pm 3$,

$\therefore m > 0$,

$\therefore m=3$, 代入①②得, $a=4$, $b=3$,

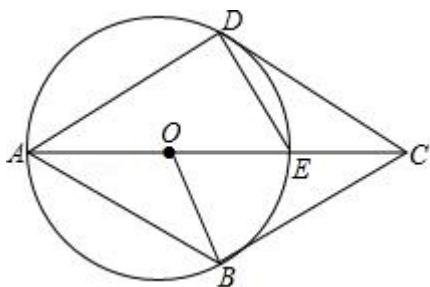
综上所述, 直角三角形的另外两条边长分别为 12, 13 或 3, 4.

【点评】本题考查了勾股定理的逆定理, 分类讨论是解题的关键.

21. (8 分) (2017•宜昌) 已知, 四边形 ABCD 中, E 是对角线 AC 上一点, $DE=EC$, 以 AE 为直径的 $\odot O$ 与边 CD 相切于点 D. B 点在 $\odot O$ 上, 连接 OB.

(1) 求证: $DE=OE$;

(2) 若 $CD \parallel AB$, 求证: 四边形 ABCD 是菱形.



【考点】MC: 切线的性质; L9: 菱形的判定.

【分析】(1) 先判断出 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 再判断出 $\angle 1 = \angle 2$ 即可得出结论;

(2) 先判断出 $\triangle ABO \cong \triangle CDE$ 得出 $AB=CD$, 即可判断出四边形 ABCD 是平行四边形, 最后判断出 $CD=AD$ 即可.

【解答】解: (1) 如图, 连接 OD,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OD \perp CD$,

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore DE=EC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 3 = \angle COD$,

$\therefore DE=OE$;

(2) $\because OD=OE$,

$\therefore OD=DE=OE$,

$\therefore \angle 3=\angle COD=\angle DEO=60^\circ$,

$\therefore \angle 2=\angle 1=30^\circ$,

$\because OA=OB=OE$, $OE=DE=EC$,

$\therefore OA=OB=DE=EC$,

$\therefore AB\parallel CD$,

$\therefore \angle 4=\angle 1$,

$\therefore \angle 1=\angle 2=\angle 4=\angle OBA=30^\circ$,

$\therefore \triangle ABO\cong\triangle CDE$,

$\therefore AB=CD$,

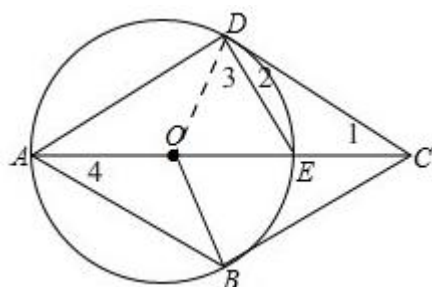
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE=30^\circ$,

$\therefore \angle 1=\angle DAE$,

$\therefore CD=AD$,

$\therefore \square ABCD$ 是菱形.



【点评】 此题是切线的性质，主要考查了同角的余角相等，等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质，菱形的判定，判断出 $\triangle ABO\cong\triangle CDE$ 是解本题的关键.

22. (10 分) (2017•宜昌) 某市总预算 a 亿元用三年时间建成一条轨道交通线. 轨道交通线由线路敷设、搬迁安置、辅助配套三项工程组成. 从 2015 年开始，市政府在每年年初分别对三项工程进行不同数额的投资.

2015 年年初，对线路敷设、搬迁安置的投资分别是辅助配套投资的 2 倍、4 倍. 随后两年，线路敷设投资每年都增加 b 亿元，预计线路敷设三年总投资为 54 亿元时会顺利如期完工；搬迁安置投资从 2016 年初开始逐年按同一百分数递减，依此规律，在 2017 年年初只需投资 5 亿元，即可顺利如期完工；辅助配套工程在 2016 年年初的投资在前一年基础上的增长率是线路敷设 2016 年投资增长率的 1.5 倍，2017 年年初的投资比该项工程前两年投资的总和还多 4 亿元，若这样，辅助配套工程也可以如期完工. 经测算，这三年的线路敷设、辅助配套工程的总投资资金之比达到 3: 2.

(1) 这三年用于辅助配套的投资将达到多少亿元？

(2) 市政府 2015 年年初对三项工程的总投资是多少亿元？

(3) 求搬迁安置投资逐年递减的百分数.

【考点】 AD: 一元二次方程的应用；B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 由线路敷设三年总投资为 54 亿元及这三年的线路敷设、辅助配套工程的总投资资金之比达到 3: 2, 可得答案.

(2) 设 2015 年年初, 对辅助配套的投资为 x 亿元, 则线路敷设的投资为 $2x$ 亿元, 搬迁安置的投资是 $4x$ 亿元, 根据“线路敷设三年总投资为 54 亿元、辅助配套三年的总投资为 36 亿元”列方程组, 解之求得 x 、 b 的值可得答案.

(3) 由 $x=5$ 得出 2015 年年初搬迁安置的投资为 20 亿元, 设从 2016 年初开始, 搬迁安置投资逐年递减的百分数为 y , 根据“2017 年年初搬迁安置的为投资 5 亿”列方程求解可得.

【解答】 解: (1) 三年用于辅助配套的投资将达到 $54 \times \frac{2}{3} = 36$ (亿元);

(2) 设 2015 年年初, 对辅助配套的投资为 x 亿元, 则线路敷设的投资为 $2x$ 亿元, 搬迁安置的投资是 $4x$ 亿元,

根据题意, 得:
$$\begin{cases} 2x + 2x + b + 2x + 2b = 54 \\ x + (1 + \frac{1.5b}{2x})x + x + (1 + \frac{1.5b}{2x})x + 4 = 36 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 5 \\ b = 8 \end{cases}$$

$\therefore$ 市政府 2015 年年初对三项工程的总投资是 $7x=35$ 亿元;

(3) 由 $x=5$ 得, 2015 年年初搬迁安置的投资为 20 亿元, 设从 2016 年初开始, 搬迁安置投资逐年递减的百分数为 y ,

由题意, 得: $20(1-y)^2=5$,

解得: $y_1=0.5$, $y_2=1.5$ (舍)

答: 搬迁安置投资逐年递减的百分数为 50%.

【点评】 本题主要考查一元二次方程、二元一次方程组的应用, 理解题意、准确梳理题中所涉数量关系, 找到题目蕴含的相等关系是解题的关键.

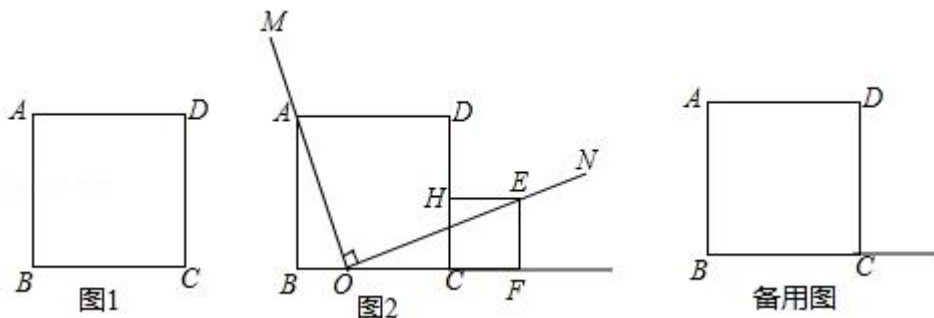
23. (11 分) (2017•宜昌) 正方形 ABCD 的边长为 1, 点 O 是 BC 边上的一个动点 (与 B, C 不重合), 以 O 为顶点在 BC 所在直线的上方作 $\angle MON=90^\circ$.

(1) 当 OM 经过点 A 时,

①请直接填空: ON 不可能 (可能, 不可能) 过 D 点; (图 1 仅供分析)

②如图 2, 在 ON 上截取 $OE=OA$, 过 E 点作 EF 垂直于直线 BC, 垂足为点 F, 作 $EH \perp CD$ 于 H, 求证: 四边形 EFCH 为正方形.

(2) 当 OM 不过点 A 时, 设 OM 交边 AB 于 G, 且 $OG=1$. 在 ON 上存在点 P, 过 P 点作 PK 垂直于直线 BC, 垂足为点 K, 使得 $S_{\triangle PKO}=4S_{\triangle OBG}$, 连接 GP, 求四边形 PKBG 的最大面积.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】(1) ①若 ON 过点 D 时，则在 $\triangle OAD$ 中不满足勾股定理，可知不可能过 D 点；
 ②由条件可先判业四边形 EFCH 为矩形，再证明 $\triangle OFE \cong \triangle ABO$ ，可证得结论；
 (2) 由条件可证明 $\triangle PKO \sim \triangle OBG$ ，利用相似三角形的性质可求得 $OP=2$ ，可求得 $\triangle POG$ 面积为定值及 $\triangle PKO$ 和 $\triangle OBG$ 的关系，只要 $\triangle CGB$ 的面积有最大值时，则四边形 PKBG 的面积就最大，设 $OB=a$ ， $BG=b$ ，由勾股定理可用 b 表示出 a ，则可用 a 表示出 $\triangle CGB$ 的面积，利用二次函数的性质可求得其最大值，则可求得四边形 PKBG 面积的最大值.

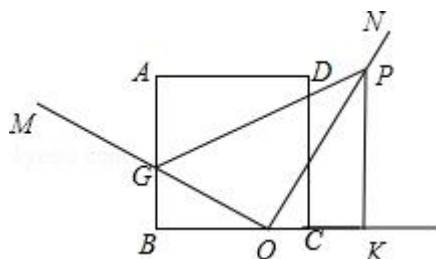
【解答】解：

(1) ①若 ON 过点 D，则 $OA > AB$ ， $OD > CD$ ，
 $\therefore OA^2 > AD^2$ ， $OD^2 > AD^2$ ，
 $\therefore OA^2 + OD^2 > 2AD^2 \neq AD^2$ ，
 $\therefore \angle AOD \neq 90^\circ$ ，这与 $\angle MON = 90^\circ$ 矛盾，
 $\therefore$ ON 不可能过 D 点，
 故答案为：不可能；

② $\because EH \perp CD$ ， $EF \perp BC$ ，
 $\therefore \angle EHC = \angle EFC = 90^\circ$ ，且 $\angle HCF = 90^\circ$ ，
 $\therefore$ 四边形 EFCH 为矩形，
 $\therefore \angle MON = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle EOF = 90^\circ - \angle AOB$ ，
 在正方形 ABCD 中， $\angle BAO = 90^\circ - \angle AOB$ ，
 $\therefore \angle EOF = \angle BAO$ ，
 在 $\triangle OFE$ 和 $\triangle ABO$ 中

$$\begin{cases} \angle EOF = \angle BAO \\ \angle EFO = \angle B \\ OE = AO \end{cases}$$

$\therefore \triangle OFE \cong \triangle ABO$ (AAS)，
 $\therefore EF = OB$ ， $OF = AB$ ，
 又 $OF = CF + OC = AB = BC = BO + OC = EF + OC$ ，
 $\therefore CF = EF$ ，
 $\therefore$ 四边形 EFCH 为正方形；
 (2) $\because \angle POK = \angle OGB$ ， $\angle PKO = \angle OBG$ ，
 $\therefore \triangle PKO \sim \triangle OBG$ ，
 $\therefore S_{\triangle PKO} = 4S_{\triangle OBG}$ ，
 $\therefore \frac{S_{\triangle PKO}}{S_{\triangle OBG}} = \left(\frac{OP}{OG}\right)^2 = 4$ ，
 $\therefore OP = 2$ ，
 $\therefore S_{\triangle POG} = \frac{1}{2} OG \cdot OP = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ ，



设 $OB=a$, $BG=b$, 则 $a^2+b^2=OG^2=1$,

$$\therefore b=\sqrt{1-a^2},$$

$$\therefore S_{\triangle OBG}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}a\sqrt{1-a^2}=\frac{1}{2}\sqrt{-a^4+a^2}=\frac{1}{2}\sqrt{-(a^2-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}$$

$\therefore$ 当 $a^2=\frac{1}{2}$ 时, $\triangle OBG$ 有最大值 $\frac{1}{4}$, 此时 $S_{\triangle PKO}=4S_{\triangle OBG}=1$,

$\therefore$ 四边形 $PKBG$ 的最大面积为 $1+1+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$.

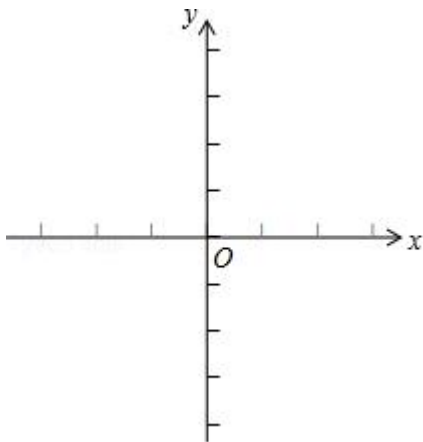
【点评】 本题为四边形的综合应用, 涉及矩形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、三角形的面积、二次函数的性质及方程思想等知识. 在 (1) ①中注意反证法的应用, 在 (1) ②中证得 $CE=EF$ 是解题的关键, 在 (2) 中确定出 $\triangle OBG$ 面积的最大值是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.

24. (12 分) (2017·宜昌) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$, 其中 $2a=b>0>c$, 且 $a+b+c=0$.

(1) 直接写出关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根;

(2) 证明: 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点 A 在第三象限;

(3) 直线 $y=x+m$ 与 x , y 轴分别相交于 B , C 两点, 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 相交于 A , D 两点. 设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴与 x 轴相交于 E . 如果在对称轴左侧的抛物线上存在点 F , 使得 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BOC$ 相似, 并且 $S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADE}$, 求此时抛物线的表达式.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 15 : 综合题; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】 (1) 根据 $a+b+c=0$, 结合方程确定出方程的一个根即可;

(2) 表示出抛物线的对称轴, 将 $2a=b$ 代入, 并结合 $a+b+c=0$, 表示出 c , 判断顶点坐标即可;

(3) 根据表示出的 b 与 c , 求出方程的解确定出抛物线解析式, 由直线 $y=x+m$ 与 x , y 轴交于 B , C 两点, 表示出 $OB=OC=|m|$, 可得出三角形 BOC 为等腰直角三角形, 确定出三角形 ADE 面积, 根据三角形 ADF 等于三角形 ADE 面积的一半求出 a 的值, 即可确定出抛物线解析式.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$, $a+b+c=0$,

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根为 $x=1$;

(2) 证明: $\because 2a=b$,

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

把 $b=2a$ 代入 $a+b+c=0$ 中得: $c=-3a$,

$$\because a > 0, \quad c < 0,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore \frac{4ac-b^2}{4a} < 0,$$

则顶点 A $(-1, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 在第三象限;

$$(3) \text{ 由 } b=2a, \quad c=-3a, \text{ 得到 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2a \pm 4a}{2a},$$

解得: $x_1 = -3, \quad x_2 = 1$,

二次函数解析式为 $y = ax^2 + 2ax - 3a$,

$\therefore$ 直线 $y=x+m$ 与 x, y 轴分别相交于点 B, C 两点, 则 $OB=OC=|m|$,

$\therefore \triangle BOC$ 是以 $\angle BOC$ 为直角的等腰直角三角形, 即此时直线 $y=x+m$ 与对称轴 $x=-1$ 的夹角 $\angle BAE=45^\circ$,

$\therefore$ 点 F 在对称轴左侧的抛物线上, 则 $\angle DAF > 45^\circ$, 此时 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BOC$ 相似,

顶点 A 只可能对应 $\triangle BOC$ 的直角顶点 O, 即 $\triangle ADF$ 是以 A 为直角顶点的等腰直角三角形, 且对称轴为 $x=-1$,

设对称轴 $x=-1$ 与 OF 交于点 G,

$\therefore$ 直线 $y=x+m$ 过顶点 A $(-1, -4a)$,

$$\therefore m = 1 - 4a,$$

$\therefore$ 直线解析式为 $y = x + 1 - 4a$,

$$\text{联立得: } \begin{cases} y = x + 1 - 4a \\ y = ax^2 + 2ax - 3a \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4a \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{a} - 1 \\ y = \frac{1}{a} - 4a \end{cases},$$

这里 $(-1, -4a)$ 为顶点 A, $(\frac{1}{a}-1, \frac{1}{a}-4a)$ 为点 D 坐标,

点 D 到对称轴 $x=-1$ 的距离为 $\frac{1}{a}-1-(-1) = \frac{1}{a}$, $AE = |-4a| = 4a$,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{a} \times 4a = 2, \text{ 即它的面积为定值,}$$

这时等腰直角 $\triangle ADF$ 的面积为 1,

$\therefore$ 底边 $DF=2$,

而 $x=-1$ 是它的对称轴, 此时 D、C 重合且在 y 轴上, 由 $\frac{1}{a}-1=0$,

解得: $a=1$, 此时抛物线解析式为 $y=x^2+2x-3$.

【点评】 此题属于二次函数综合题, 涉及的知识有: 二次函数的图象与性质, 二次函数与一次函数的关系, 以及待定系数法求函数解析式, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.