

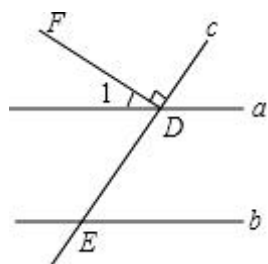
2017 年湖北省孝感市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) $-\frac{1}{3}$ 的绝对值是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 分别交于点 D, E , 射线 $DF \perp$ 直线 c , 则图中与 $\angle 1$ 互余的角有 ()

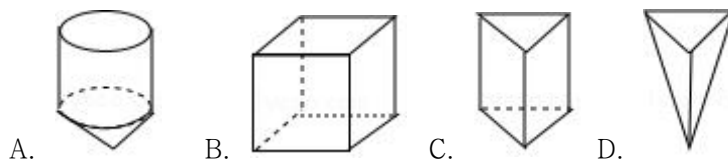
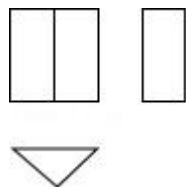


- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$ B. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$
C. $(ab^2)^3 = ab^6$ D. $(8a-7b) - (4a-5b) = 4a-12b$

4. (3 分) 一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体可能是 ()



5. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 2x+4 > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A. B. C. D.

6. (3 分) 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

- A. $x = -\frac{5}{3}$ B. $x = 5$ C. $x = 4$ D. $x = -5$

7. (3 分) 下列说法正确的是 ()

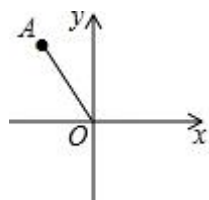
- A. 调查孝感区居民对创建“全国卫生城市”的知晓度, 宜采用抽样调查

B. 一组数据 85, 95, 90, 95, 95, 90, 90, 80, 95, 90 的众数为 95

C. “打开电视, 正在播放乒乓球比赛” 是必然事件

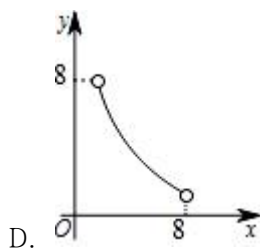
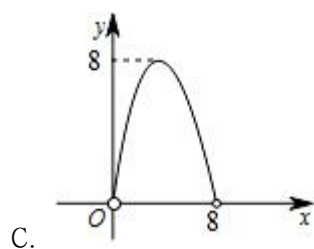
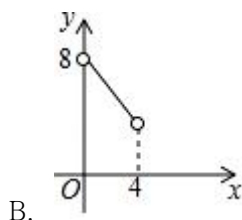
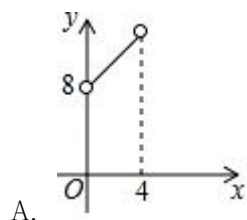
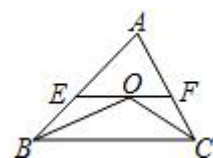
D. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币一次, 出现两个正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$

8. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$, 以原点 O 为中心, 将点 A 顺时针旋转 150° 得到点 A', 则点 A' 的坐标为 ()



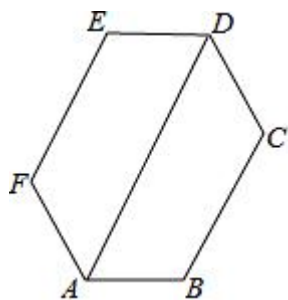
A. $(0, -2)$ B. $(1, -\sqrt{3})$ C. $(2, 0)$ D. $(\sqrt{3}, -1)$

9. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 OB, OC, 过点 O 作 $EF \parallel BC$ 分别交 AB, AC 于点 E, F. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 8, $BC=x$, $\triangle AEF$ 的周长为 y, 则表示 y 与 x 的函数图象大致是 ()



10. (3 分) 如图, 六边形 ABCDEF 的内角都相等, $\angle DAB=60^\circ$, $AB=DE$, 则下列结论成立的个数是 ()

① $AB \parallel DE$; ② $EF \parallel AD \parallel BC$; ③ $AF=CD$; ④ 四边形 ACDF 是平行四边形; ⑤ 六边形 ABCDEF 既是中心对称图形, 又是轴对称图形.

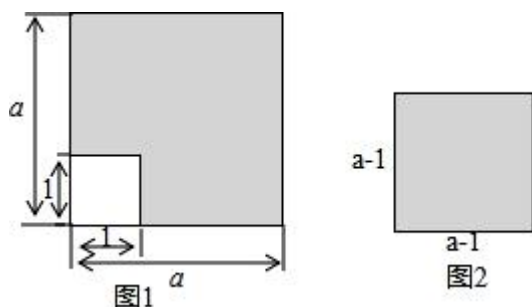


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

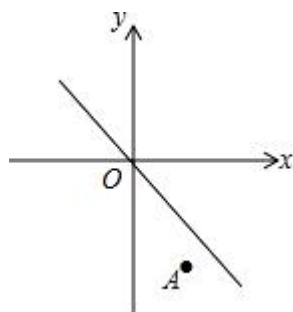
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) 我国是世界上人均拥有淡水量较少的国家，全国淡水资源的总量约为 27500 亿 m^3 ，应节约用水，数 27500 用科学记数法表示为_____.

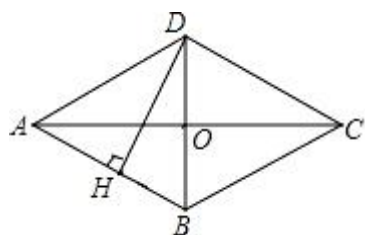
12. (3 分) 如图所示，图 1 是一个边长为 a 的正方形剪去一个边长为 1 的小正方形，图 2 是一个边长为 $(a-1)$ 的正方形，记图 1，图 2 中阴影部分的面积分别为 S_1 ， S_2 ，则 $\frac{S_1}{S_2}$ 可化简为_____.



13. (3 分) 如图，将直线 $y = -x$ 沿 y 轴向下平移后的直线恰好经过点 $A(2, -4)$ ，且与 y 轴交于点 B ，在 x 轴上存在一点 P 使得 $PA + PB$ 的值最小，则点 P 的坐标为_____.

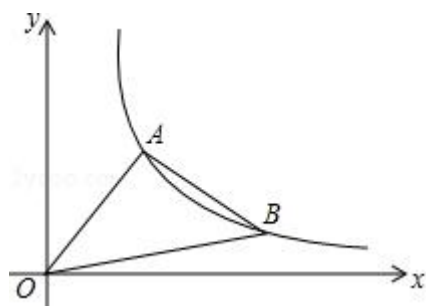


14. (3 分) 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $AC = 24$ ， $BD = 10$ ， $DH \perp AB$ 于点 H ，则线段 BH 的长为_____.



15. (3分) 已知半径为2的 $\odot O$ 中, 弦 $AC=2$, 弦 $AD=2\sqrt{2}$, 则 $\angle COD$ 的度数为_____.

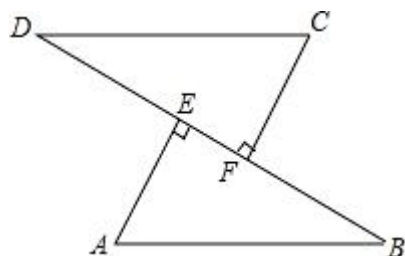
16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, $OA=AB$, $\angle OAB=90^\circ$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过A, B两点. 若点A的坐标为 $(n, 1)$, 则k的值为_____.



三、解答题 (本大题共8小题, 共72分)

17. (6分) 计算: $-2^2 + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ$.

18. (8分) 如图, 已知 $AB=CD$, $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为E, F, $BF=DE$, 求证:
 $AB \parallel CD$.

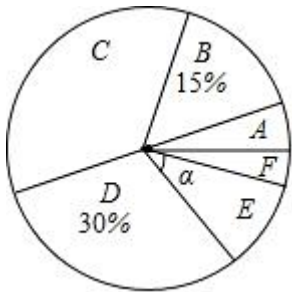


19. (9分) 今年四月份, 某校在孝感市争创“全国文明城市”活动中, 组织全体学生参加了“弘扬孝德文化, 争做文明学生”的知识竞赛, 赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩, 按得分划分成 A, B, C, D, E, F 六个等级, 并绘制成如下两幅不完整的统计图表.

等级	得分 x (分)	频数 (人)
A	$95 \leq x \leq 100$	4
B	$90 \leq x < 95$	m
C	$85 \leq x < 90$	n
D	$80 \leq x < 85$	24
E	$75 \leq x < 80$	8
F	$70 \leq x < 75$	4

请根据图表提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次抽样调查样本容量为_____, 表中: m = _____, n = _____; 扇形统计图中, E 等级对应扇形的圆心角 α 等于_____度;
- (2) 该校决定从本次抽取的 A 等级学生 (记为甲、乙、丙、丁) 中, 随机选择 2 名成为学校文明宣讲志愿者, 请你用列表法或画树状图的方法, 求恰好抽到甲和乙的概率.



20. (8分) 如图, 已知矩形 ABCD ($AB < AD$).

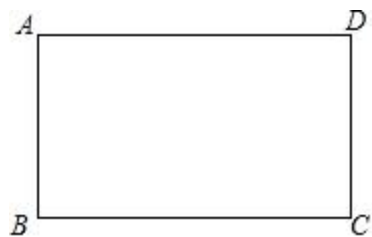
(1) 请用直尺和圆规按下列步骤作图, 保留作图痕迹;

①以点 A 为圆心, 以 AD 的长为半径画弧交边 BC 于点 E, 连接 AE;

②作 $\angle DAE$ 的平分线交 CD 于点 F;

③连接 EF;

(2) 在 (1) 作出的图形中, 若 $AB=8$, $AD=10$, 则 $\tan \angle FEC$ 的值为_____.



21. (8分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m + 4 = 0$ 有两个实数根 x_1 , x_2 .

(1) 求 m 的取值范围;

(2) 若 $x_1 \cdot x_2$ 满足 $3x_1 = |x_2| + 2$, 求 m 的值.

22. (10 分) 为满足社区居民健身的需要, 市政府准备采购若干套健身器材免费提供给社区, 经考察, 劲松公司有 A, B 两种型号的健身器材可供选择.

(1) 劲松公司 2015 年每套 A 型健身器材的售价为 2.5 万元, 经过连续两年降价, 2017 年每套售价为 1.6 万元, 求每套 A 型健身器材年平均下降率 n ;

(2) 2017 年市政府经过招标, 决定年内采购并安装劲松公司 A, B 两种型号的健身器材共 80 套, 采购专项经费总计不超过 112 万元, 采购合同规定: 每套 A 型健身器材售价为 1.6 万元, 每套 B 型健身器材售价为 $1.5(1-n)$ 万元.

①A 型健身器材最多可购买多少套?

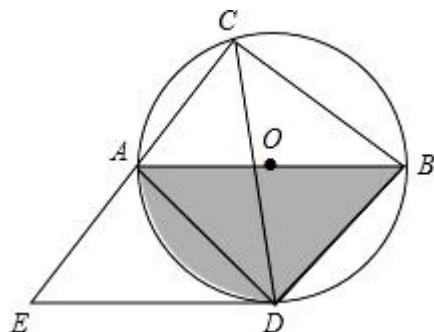
②安装完成后, 若每套 A 型和 B 型健身器材一年的养护费分别是购买价的 5% 和 15%, 市政府计划支出 10 万元进行养护, 问该计划支出能否满足一年的养护需要?

23. (10 分) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=10$, 弦 $AC=6$, $\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于 D , 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 CA 的延长线于点 E , 连接 AD , BD .

(1) 由 AB , BD , $\widehat{AD}$ 围成的曲边三角形的面积是_____;

(2) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 求线段 DE 的长.



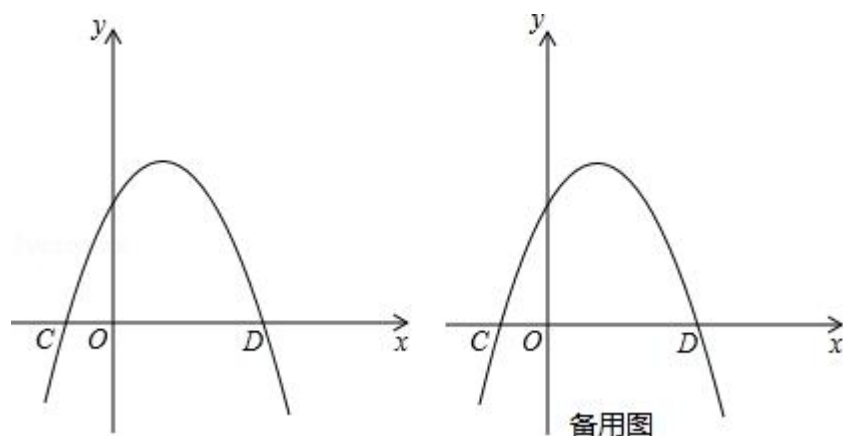
24. (13分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 规定: 抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 的伴随直线为 $y=a(x-h)+k$. 例如: 抛物线 $y=2(x+1)^2-3$ 的伴随直线为 $y=2(x+1)-3$, 即 $y=2x-1$.

(1) 在上面规定下, 抛物线 $y=(x+1)^2-4$ 的顶点坐标为_____, 伴随直线为_____, 抛物线 $y=(x+1)^2-4$ 与其伴随直线的交点坐标为_____和_____;

(2) 如图, 顶点在第一象限的抛物线 $y=m(x-1)^2-4m$ 与其伴随直线相交于点 A, B (点 A 在点 B 的右侧), 与 x 轴交于点 C, D .

①若 $\angle CAB=90^\circ$, 求 m 的值;

②如果点 $P(x, y)$ 是直线 BC 上方抛物线上的一个动点, $\triangle PBC$ 的面积记为 S , 当 S 取得最大值 $\frac{27}{4}$ 时, 求 m 的值.



2017 年湖北省孝感市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2017•孝感) $-\frac{1}{3}$ 的绝对值是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

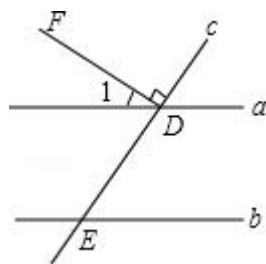
【分析】根据绝对值的意义即可求出答案.

【解答】解: $|- \frac{1}{3}| = \frac{1}{3}$,

故选 C.

【点评】本题考查绝对值的意义, 解题的关键是正确理解绝对值的意义, 本题属于基础题型

2. (3 分) (2017•孝感) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 分别交于点 D, E , 射线 $DF \perp$ 直线 c , 则图中与 $\angle 1$ 互余的角有 ()

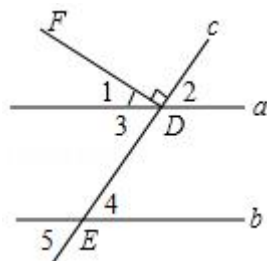


- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【分析】根据射线 $DF \perp$ 直线 c , 可得与 $\angle 1$ 互余的角有 $\angle 2, \angle 3$, 根据 $a \parallel b$, 可得与 $\angle 1$ 互余的角有 $\angle 4, \angle 5$.

【解答】解: $\because$ 射线 $DF \perp$ 直线 c ,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$,
即与 $\angle 1$ 互余的角有 $\angle 2, \angle 3$,
又 $\because a \parallel b$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 5, \angle 2 = \angle 4$,
 $\therefore$ 与 $\angle 1$ 互余的角有 $\angle 4, \angle 5$,
 $\therefore$ 与 $\angle 1$ 互余的角有 4 个,

故选: A.



【点评】本题主要考查了平行线的性质以及余角的综合应用, 解决问题的关键是掌握: 如果两个角的和等于 90° (直角), 就说这两个角互为余角. 即其中一个角是另一个角的余角.

3. (3分) (2017•孝感) 下列计算正确的是 ()

- A. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$ B. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$
 C. $(ab^2)^3 = ab^6$ D. $(8a-7b) - (4a-5b) = 4a-12b$

【分析】各项计算得到结果，即可作出判断.

【解答】解：A、原式= b^6 ，不符合题意；

B、原式= $a^2 - 4$ ，符合题意；

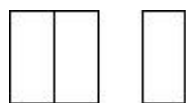
C、原式= a^3b^6 ，不符合题意；

D、原式= $8a-7b-4a+5b=4a-2b$ ，不符合题意，

故选 B

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

4. (3分) (2017•孝感) 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体可能是 ()



- A. B. C. D.

【分析】如图所示，根据三视图的知识可使用排除法来解答

【解答】解：根据俯视图为三角形，主视图以及左视图都是矩形，可得这个几何体为三棱柱，故选 C.

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，考查了学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

5. (3分) (2017•孝感) 不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 2x+4 > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

- A. B.
 C. D.

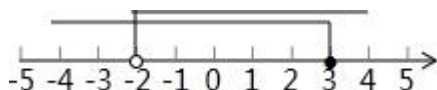
【分析】首先解出两个不等式的解；根据在数轴上表示不等式解集的方法分别把每个不等式的解集在数轴上表示出来即可.

【解答】解： $\begin{cases} 3-x \geq 0 \text{ ①} \\ 2x+4 > 0 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得， $x \leq 3$

解不等式②得， $x > -2$

在数轴上表示为：



故选：D.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式组的解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

6. (3分) (2017•孝感) 方程 $\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-1}$ 的解是 ()

A. $x = \frac{5}{3}$ B. $x = 5$ C. $x = 4$ D. $x = -5$

【分析】方程的两边都乘以 $(x+3)(x-1)$ ，把分式方程变成整式方程，求出方程的解，再进行检验即可.

【解答】解：方程的两边都乘以 $(x+3)(x-1)$ 得： $2x-2=x+3$ ，

解方程得： $x=5$ ，

经检验 $x=5$ 是原方程的解，

所以原方程的解是 $x=5$.

故选B.

【点评】本题考查了分式方程的解法，关键是把分式方程转化成整式方程，注意一定要进行检验.

7. (3分) (2017•孝感) 下列说法正确的是 ()

A. 调查孝感区居民对创建“全国卫生城市”的知晓度，宜采用抽样调查

B. 一组数据85, 95, 90, 95, 95, 90, 90, 80, 95, 90的众数为95

C. “打开电视，正在播放乒乓球比赛”是必然事件

D. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币一次，出现两个正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$

【分析】根据抽样调查、众数和概率的定义分别对每一项进行分析，即可得出答案.

【解答】解：A、调查孝感区居民对创建“全国卫生城市”的知晓度，宜采用抽样调查，正确；

B、一组数据85, 95, 90, 95, 95, 90, 90, 80, 95, 90的众数为95和90，故错误；

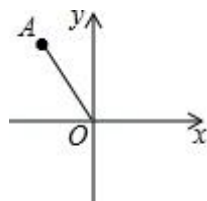
C、“打开电视，正在播放乒乓球比赛”是随机事件，故错误；

D、同时抛掷两枚质地均匀的硬币一次，出现两个正面朝上的概率为 $\frac{1}{4}$ ，

故选A.

【点评】此题考查了抽样调查、众数、随机事件，概率，众数是一组数据中出现次数最多的数.

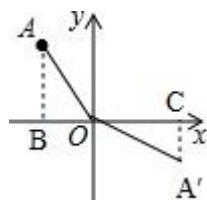
8. (3分) (2017•孝感) 如图，在平面直角坐标系中，点A的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$ ，以原点O为中心，将点A顺时针旋转 150° 得到点A'，则点A'的坐标为 ()



A. (0, -2) B. (1, $-\sqrt{3}$) C. (2, 0) D. ($\sqrt{3}$, -1)

【分析】作 $AB \perp x$ 轴于点 B, 由 $AB=\sqrt{3}$ 、 $OB=1$ 可得 $\angle AOB=60^\circ$, 从而知将点 A 顺时针旋转 150° 得到点 A' 后如图所示, $OA'=OA=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$, $\angle A'OC=30^\circ$, 继而可得答案.

【解答】解: 作 $AB \perp x$ 轴于点 B,



$$\therefore AB=\sqrt{3}, OB=1,$$

$$\text{则 } \tan \angle AOB = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AOB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC=30^\circ$$

$\therefore$ 将点 A 顺时针旋转 150° 得到点 A' 后, 如图所示,

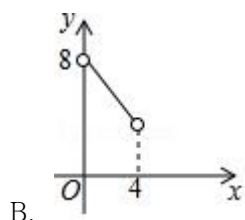
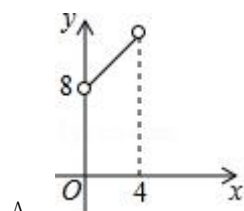
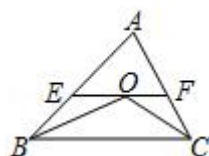
$$OA'=OA=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2, \angle A'OC=30^\circ,$$

$$\therefore A'C=1, OC=\sqrt{3}, \text{ 即 } A'(\sqrt{3}, -1),$$

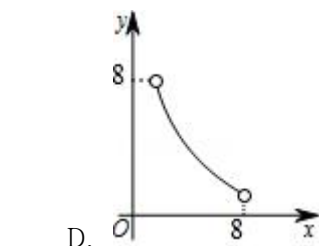
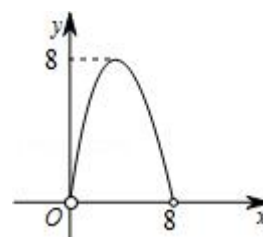
故选: D.

【点评】本题考查了坐标与图形的变化-旋转, 根据点 A 的坐标求出 $\angle AOB=60^\circ$, 再根据旋转变换只改变图形的位置, 不改变图形的形状与大小确定出点 B' 在 OA 上是解题的关键.

9. (3分) (2017•孝感) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 OB, OC, 过点 O 作 $EF \parallel BC$ 分别交 AB, AC 于点 E, F. 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 8, $BC=x$, $\triangle AEF$ 的周长为 y, 则表示 y 与 x 的函数图象大致是 ()



C



【分析】由三角形的内心性质和平行线的性质证出 $BE=OE$, $CF=OF$, 得出 $\triangle AEF$ 的周长 y

与 x 的关系式为 $y=8-x$ ，求出 $0 < x < 4$ ，即可得出答案.

【解答】解：∵点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心，

∴ $\angle ABO = \angle CBO$ ， $\angle ACO = \angle BCO$ ，

∴ $EF \parallel BC$ ，

∴ $\angle EOB = \angle CBO$ ， $\angle FOC = \angle BCO$ ，

∴ $\angle ABO = \angle EOB$ ， $\angle ACO = \angle FOC$ ，

∴ $BE = OE$ ， $CF = OF$ ，

∴ $\triangle AEF$ 的周长 $y = AE + EF + AF = AE + OE + OF + AF = AB + AC$ ，

∴ $\triangle ABC$ 的周长为 8， $BC = x$ ，

∴ $AB + AC = 8 - x$ ，

∴ $y = 8 - x$ ，

∴ $AB + AC > BC$ ，

∴ $y > x$ ，

∴ $8 - x > x$ ，

∴ $0 < x < 4$ ，

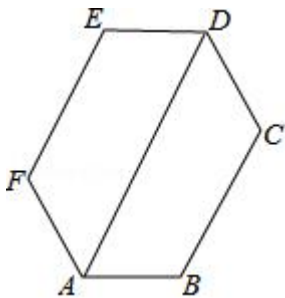
即 y 与 x 的函数关系式为 $y = 8 - x$ ($x < 4$)，

故选：B.

【点评】本题考查了动点问题的函数图象、三角形的内心、平行线的性质、等腰三角形的判定、三角形的周长等知识；求出 y 与 x 的关系式是解决问题的关键.

10. (3 分) (2017•孝感) 如图，六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $AB = DE$ ，则下列结论成立的个数是 ()

① $AB \parallel DE$ ；② $EF \parallel AD \parallel BC$ ；③ $AF = CD$ ；④ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形；⑤ 六边形 $ABCDEF$ 既是中心对称图形，又是轴对称图形.



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【分析】根据六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等， $\angle DAB = 60^\circ$ ，平行线的判定，平行四边形的判定，中心对称图形的定义一一判断即可.

【解答】解：∵六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等，

∴ $\angle EFA = \angle FED = \angle FAB = \angle ABC = 120^\circ$ ，

∵ $\angle DAB = 60^\circ$ ，

∴ $\angle DAF = 60^\circ$ ，

∴ $\angle EFA + \angle DAF = 180^\circ$ ， $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$ ，

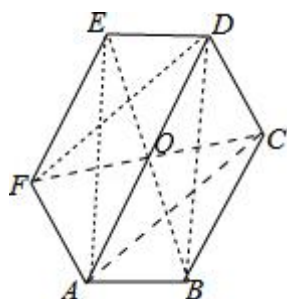
∴ $AD \parallel EF \parallel CB$ ，故②正确，

∴ $\angle FED + \angle EDA = 180^\circ$ ，

∴ $\angle EDA = \angle ADC = 60^\circ$ ，

∴ $\angle EDA = \angle DAB$ ，

$\therefore AB \parallel DE$, 故①正确,
 $\because \angle FAD = \angle EDA$, $\angle CDA = \angle BAD$, $EF \parallel AD \parallel BC$,
 $\therefore$ 四边形 EFAD, 四边形 BCDA 是等腰梯形,
 $\therefore AF = DE$, $AB = CD$,
 $\therefore AB = DE$,
 $\therefore AF = CD$, 故③正确,
 连接 CF 与 AD 交于点 O, 连接 DF、AC、AE、DB、BE.
 $\because \angle CDA = \angle DAF$,
 $\therefore AF \parallel CD$, $AF = CD$,
 $\therefore$ 四边形 AFDC 是平行四边形, 故④正确,
 同法可证四边形 AEDB 是平行四边形,
 $\therefore AD$ 与 CF, AD 与 BE 互相平分,
 $\therefore OF = OC$, $OE = OB$, $OA = OD$,
 $\therefore$ 六边形 ABCDEF 既是中心对称图形, 故⑤正确,
 故选 D.



【点评】 本题考查平行四边形的判定和性质、平行线的判定和性质、轴对称图形、中心对称图形等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2017•孝感) 我国是世界上人均拥有淡水量较少的国家, 全国淡水资源的总量约为 27500 亿 m^3 , 应节约用水, 数 27500 用科学记数法表示为 2.75×10^4 .

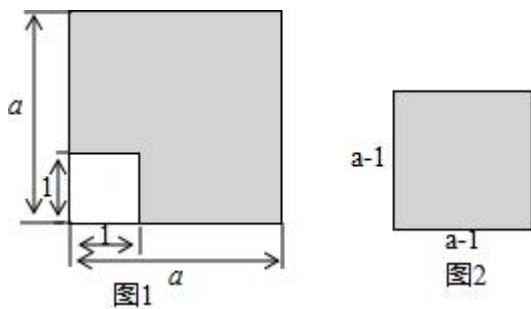
【分析】 用科学记数法表示较大的数时, 一般形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 据此判断即可.

【解答】 解: $27500 = 2.75 \times 10^4$.
 故答案为: 2.75×10^4 .

【点评】 此题主要考查了用科学记数法表示较大的数, 一般形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, 确定 a 与 n 的值是解题的关键.

12. (3 分) (2017•孝感) 如图所示, 图 1 是一个边长为 a 的正方形剪去一个边长为 1 的小正方形, 图 2 是一个边长为 $(a-1)$ 的正方形, 记图 1, 图 2 中阴影部分的面积分别为 S_1 , S_2 ,

则 $\frac{S_1}{S_2}$ 可化简为 $\frac{a+1}{a-1}$.



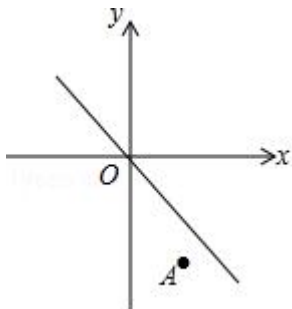
【分析】首先表示 $S_1 = a^2 - 1$, $S_2 = (a-1)^2$, 再约分化简即可.

【解答】解: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{a^2 - 1}{(a-1)^2} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1}$,

故答案为: $\frac{a+1}{a-1}$.

【点评】此题主要考查了平方公式的几何背景和分式的化简, 关键是正确表示出阴影部分面积.

13. (3分) (2017•孝感) 如图, 将直线 $y = -x$ 沿 y 轴向下平移后的直线恰好经过点 $A(2, -4)$, 且与 y 轴交于点 B , 在 x 轴上存在一点 P 使得 $PA + PB$ 的值最小, 则点 P 的坐标为 $(\frac{2}{3}, 0)$.



【分析】先作点 B 关于 x 轴对称的点 B' , 连接 AB' , 交 x 轴于 P , 则点 P 即为所求, 根据待定系数法求得平移后的直线为 $y = -x - 2$, 进而得到点 B 的坐标以及点 B' 的坐标, 再根据待定系数法求得直线 AB' 的解析式, 即可得到点 P 的坐标.

【解答】解: 如图所示, 作点 B 关于 x 轴对称的点 B' , 连接 AB' , 交 x 轴于 P , 则点 P 即为所求,

设直线 $y = -x$ 沿 y 轴向下平移后的直线解析式为 $y = -x + a$,

把 $A(2, -4)$ 代入可得, $a = -2$,

$\therefore$ 平移后的直线为 $y = -x - 2$,

令 $x = 0$, 则 $y = -2$, 即 $B(0, -2)$

$\therefore B'(0, 2)$,

设直线 AB' 的解析式为 $y = kx + b$,

把 $A(2, -4)$, $B'(0, 2)$ 代入可得,

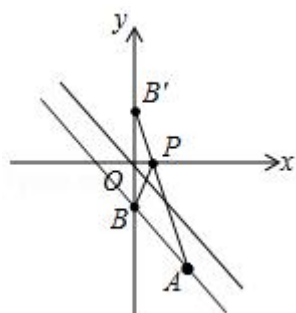
$$\begin{cases} -4 = 2k + b \\ 2 = b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -3 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB' 的解析式为 $y = -3x + 2$,

令 $y=0$, 则 $x=\frac{2}{3}$,

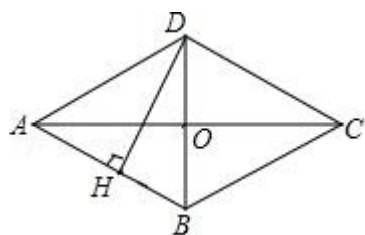
$\therefore P(\frac{2}{3}, 0)$,

故答案为: $(\frac{2}{3}, 0)$.



【点评】 本题属于最短路线问题, 主要考查了一次函数图象与几何变换的运用, 解决问题的关键是掌握: 在直线 L 上的同侧有两个点 A 、 B , 在直线 L 上有到 A 、 B 的距离之和最短的点存在, 可以通过轴对称来确定, 即作出其中一点关于直线 L 的对称点, 对称点与另一点的连线与直线 L 的交点就是所要找的点.

14. (3分) (2017•孝感) 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=24$, $BD=10$, $DH \perp AB$ 于点 H , 则线段 BH 的长为 $\frac{50}{13}$.



【分析】 直接利用菱形的性质得出 AO , DO 的长, 再利用三角形面积以及勾股定理得出答案.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=24$, $BD=10$,
 $\therefore AO=12$, $OD=5$, $AC \perp BD$,

$$\therefore AD=AB=\sqrt{12^2+5^2}=13,$$

$\because DH \perp AB$,

$$\therefore AO \times BD = DH \times AB,$$

$$\therefore 12 \times 10 = 13 \times DH,$$

$$\therefore DH = \frac{120}{13},$$

$$\therefore BH = \sqrt{10^2 - \left(\frac{120}{13}\right)^2} = \frac{50}{13}.$$

故答案为: $\frac{50}{13}$.

【点评】 此题主要考查了菱形的性质以及勾股定理, 正确得出 DH 的长是解题关键.

15. (3分) (2017•孝感) 已知半径为2的 $\odot O$ 中, 弦 $AC=2$, 弦 $AD=2\sqrt{2}$, 则 $\angle COD$ 的度数为 150° 或 30° .

【分析】连接 OC , 过点 O 作 $OE \perp AD$ 于点 E , 由 $OA=OC=AC$ 可得出 $\angle OAC=60^\circ$, 再根据垂径定理结合勾股定理可得出 $AE=OE$, 即 $\angle OAD=45^\circ$, 利用角的计算结合圆周角与圆心角间的关系, 即可求出 $\angle COD$ 的度数.

【解答】解: 连接 OC , 过点 O 作 $OE \perp AD$ 于点 E , 如图所示.

$$\because OA=OC=AC,$$

$$\therefore \angle OAC=60^\circ.$$

$$\because AD=2\sqrt{2}, OE \perp AD,$$

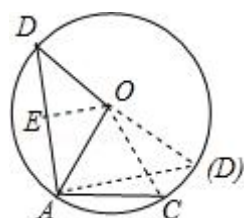
$$\therefore AE=\sqrt{2}, OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{2}.$$

$$\therefore \angle OAD=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle OAC+\angle OAD=105^\circ \text{ 或 } \angle CAD=\angle OAC-\angle OAD=15^\circ,$$

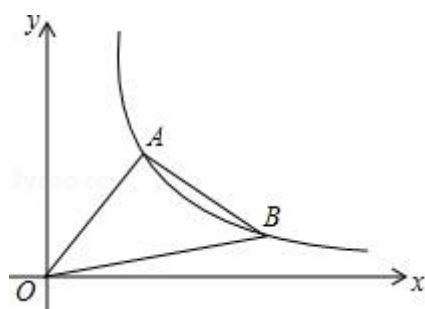
$$\therefore \angle COD=360^\circ-2 \times 105^\circ=150^\circ \text{ 或 } \angle COD=2 \times 15^\circ=30^\circ.$$

故答案为: 150° 或 30° .



【点评】本题考查了垂径定理、解直角三角形、等边三角形的判定与性质以及圆周角定理, 依照题意画出图形, 利用数形结合解决问题是解题的关键.

16. (3分) (2017•孝感) 如图, 在平面直角坐标系中, $OA=AB$, $\angle OAB=90^\circ$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过 A , B 两点. 若点 A 的坐标为 $(n, 1)$, 则 k 的值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【分析】作 $AE \perp x$ 轴于 E , $BF \perp x$ 轴于 F , 过 B 点作 $BC \perp y$ 轴于 C , 交 AE 于 G , 则 $AG \perp BC$, 先求得 $\triangle AOE \cong \triangle BAG$, 得出 $AG=OE=n$, $BG=AE=1$, 从而求得 $B(n+1, 1-n)$, 根据 $k=n \times 1=(n+1)(1-n)$ 得出方程, 解方程即可.

【解答】解: 作 $AE \perp x$ 轴于 E , $BF \perp x$ 轴于 F , 过 B 点作 $BC \perp y$ 轴于 C , 交 AE 于 G , 如图所示:

则 $AG \perp BC$,

$$\because \angle OAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAE+\angle BAG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle GAB,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BAG \text{ (AAS),}$$

∴ 点 A (n, 1),

$$\therefore B(n+1, 1-n),$$

整理得: $n^2+n-1=0$.

$$\therefore n = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore k = \frac{\sqrt{5}-1}{2};$$

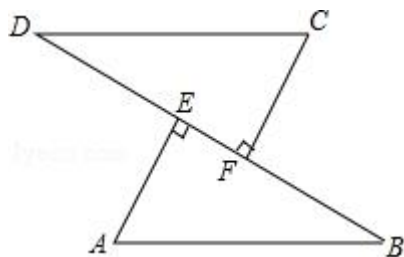
三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分)

【分析】 根据乘方的意义、立方根的定义、特殊角的三角函数值化简计算即可.

$$= -4 - 2 + 1$$

【点评】 本题考查实数的运算、乘方、立方根、特殊角的三角函数值等知识，解题的关键是掌握有理数的运算法则.

第 18 页 (共 27 页)



【分析】根据全等三角形的判定与性质，可得 $\angle B = \angle D$ ，根据平行线的判定，可得答案.

【解答】证明： $\because AE \perp BD, CF \perp BD$,

$$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore BE + EF = DE + EF,$$

$$\therefore BE = DF.$$

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 和 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ BE = DF \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEB \cong \text{Rt}\triangle CDF \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，利用等式的性质得出 $BE = DF$ 是解题关键，又利用了全等三角形的判定与性质.

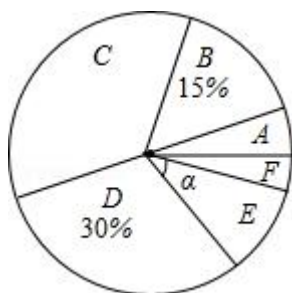
19. (9分) (2017•孝感) 今年四月份，某校在孝感市争创“全国文明城市”活动中，组织全体学生参加了“弘扬孝德文化，争做文明学生”的知识竞赛，赛后随机抽取了部分参赛学生的成绩，按得分划分成 A, B, C, D, E, F 六个等级，并绘制成如下两幅不完整的统计图表.

等级	得分 x (分)	频数 (人)
A	$95 \leq x \leq 100$	4
B	$90 \leq x < 95$	m
C	$85 \leq x < 90$	n
D	$80 \leq x < 85$	24
E	$75 \leq x < 80$	8
F	$70 \leq x < 75$	4

请根据图表提供的信息，解答下列问题:

(1) 本次抽样调查样本容量为 80，表中： $m = \underline{12}$ ， $n = \underline{8}$ ；扇形统计图中，E 等级对应扇形的圆心角 α 等于 36 度；

(2) 该校决定从本次抽取的 A 等级学生 (记为甲、乙、丙、丁) 中，随机选择 2 名成为学校文明宣讲志愿者，请你用列表法或画树状图的方法，求恰好抽到甲和乙的概率.



【分析】(1) 由 D 等级人数及其百分比求得总人数，总人数乘以 B 等级百分比求得其人数，根据各等级人数之和等于总人数求得 n 的值，360 度乘以 E 等级人数所占比例可得；

(2) 画出树状图即可解决问题。

【解答】解：(1) 本次抽样调查样本容量为 $24 \div 30\% = 80$ ，

则 $m = 80 \times 15\% = 12$ ， $n = 80 - (4 + 12 + 24 + 8 + 4) = 28$ ，

扇形统计图中，E 等级对应扇形的圆心角 $\alpha = 360^\circ \times \frac{8}{80} = 36^\circ$ ，

故答案为：80，12，8，36；

(2) 树状图如图所示，



$\therefore$ 从四人中随机抽取两人有 12 种可能，恰好是甲和乙的有 2 种可能，

$\therefore$ 抽取两人恰好是甲和乙的概率是 $\frac{1}{6}$ 。

【点评】本题考查列表法、树状图法、扇形统计图、频数分布表等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型。

20. (8 分) (2017•孝感) 如图，已知矩形 ABCD (AB < AD)。

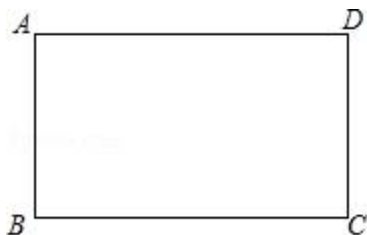
(1) 请用直尺和圆规按下列步骤作图，保留作图痕迹；

①以点 A 为圆心，以 AD 的长为半径画弧交边 BC 于点 E，连接 AE；

②作 $\angle DAE$ 的平分线交 CD 于点 F；

③连接 EF；

(2) 在 (1) 作出的图形中，若 AB=8，AD=10，则 $\tan \angle FEC$ 的值为 $\frac{3}{4}$ 。



【分析】(1) 根据题目要求作图即可；

(2) 由 (1) 知 $AE = AD = 10$ 、 $\angle DAF = \angle EAF$ ，可证 $\triangle DAF \cong \triangle EAF$ 得 $\angle D = \angle AEF = 90^\circ$ ，即

$$\therefore x_1 + x_2 = 6 \text{ ①}, \quad x_1 \cdot x_2 = m + 4 \text{ ②}.$$

$$\because 3x_1 = |x_2| + 2,$$

当 $x_2 \geq 0$ 时, 有 $3x_1 = x_2 + 2$ ③,

联立①③解得: $x_1 = 2, \quad x_2 = 4,$

$$\therefore 8 = m + 4, \quad m = 4;$$

当 $x_2 < 0$ 时, 有 $3x_1 = -x_2 + 2$ ④,

联立①④解得: $x_1 = -2, \quad x_2 = 8$ (不合题意, 舍去).

$\therefore$ 符合条件的 m 的值为 4.

【点评】 本题考查了根与系数的关系以及根的判别式, 解题的关键是: (1) 根据方程的系数结合根的判别式, 找出 $\Delta = 20 - 4m \geq 0$; (2) 分 $x_2 \geq 0$ 和 $x_2 < 0$ 两种情况求出 x_1, x_2 的值.

22. (10 分) (2017•孝感) 为满足社区居民健身的需要, 市政府准备采购若干套健身器材免费提供给社区, 经考察, 劲松公司有 A, B 两种型号的健身器材可供选择.

(1) 劲松公司 2015 年每套 A 型健身器材的售价为 2.5 万元, 经过连续两年降价, 2017 年每套售价为 1.6 万元, 求每套 A 型健身器材年平均下降率 n ;

(2) 2017 年市政府经过招标, 决定年内采购并安装劲松公司 A, B 两种型号的健身器材共 80 套, 采购专项经费总计不超过 112 万元, 采购合同规定: 每套 A 型健身器材售价为 1.6 万元, 每套 B 型健身器材售价为 1.5 (1 - n) 万元.

① A 型健身器材最多可购买多少套?

② 安装完成后, 若每套 A 型和 B 型健身器材一年的养护费分别是购买价的 5% 和 15%, 市政府计划支出 10 万元进行养护, 问该计划支出能否满足一年的养护需要?

【分析】 (1) 该每套 A 型健身器材年平均下降率 n , 则第一次降价后的单价是原价的 $(1 - x)$, 第二次降价后的单价是原价的 $(1 - x)^2$, 根据题意列方程解答即可.

(2) ① 设 A 型健身器材可购买 m 套, 则 B 型健身器材可购买 $(80 - m)$ 套, 根据采购专项经费总计不超过 112 万元列出不等式并解答;

② 设总的养护费用是 y 元, 则根据题意列出函数 $y = 1.6 \times 5\%m + 1.5 \times (1 - 20\%) \times 15\% \times (80 - m) = -0.1m + 14.4$. 结合函数图象的性质进行解答即可.

【解答】 解: (1) 依题意得: $2.5 (1 - n)^2 = 1.6$,

$$\text{则 } (1 - n)^2 = 0.64,$$

$$\text{所以 } 1 - n = \pm 0.8,$$

$$\text{所以 } n_1 = 0.2 = 20\%, \quad n_2 = 1.8 \text{ (不合题意, 舍去).}$$

答: 每套 A 型健身器材年平均下降率 n 为 20%;

(2) ① 设 A 型健身器材可购买 m 套, 则 B 型健身器材可购买 $(80 - m)$ 套,

$$\text{依题意得: } 1.6m + 1.5 \times (1 - 20\%) \times (80 - m) \leq 112,$$

整理, 得

$$1.6m + 96 - 1.2m \leq 112,$$

$$\text{解得 } m \leq 40,$$

即 A 型健身器材最多可购买 40 套;

② 设总的养护费用是 y 元, 则

$$y = 1.6 \times 5\%m + 1.5 \times (1 - 20\%) \times 15\% \times (80 - m),$$

$$\therefore y = -0.1m + 14.4.$$

$$\because -0.1 < 0,$$

$\therefore y$ 随 m 的增大而减小,

∴ $m=40$ 时, y 最小.

∴ $m=40$ 时, $y_{\text{最小值}} = -0.1 \times 40 + 14.4 = 10.4$ (万元).

又 ∵ 10 万元 < 10.4 万元,

∴ 该计划支出不能满足养护的需要.

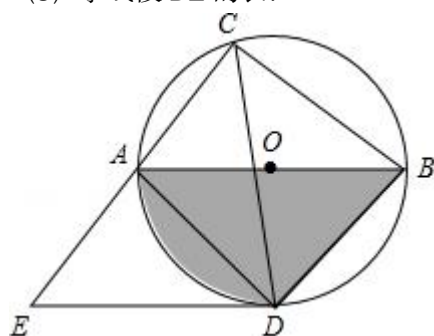
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 一元一次不等式的应用和一元二次方程的应用. 解题的关键是读懂题意, 找到题中的等量关系, 列出方程或不等式, 解答即可得到答案.

23. (10 分) (2017·孝感) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=10$, 弦 $AC=6$, $\angle ACB$ 的平分线交 $\odot O$ 于 D , 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 CA 的延长线于点 E , 连接 AD , BD .

(1) 由 AB , BD , $\widehat{AD}$ 围成的曲边三角形的面积是 $\frac{25}{2} + \frac{25\pi}{4}$;

(2) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 求线段 DE 的长.



【分析】 (1) 连接 OD , 由 AB 是直径知 $\angle ACB=90^\circ$, 结合 CD 平分 $\angle ACB$ 知 $\angle ABD=\angle ACD=\frac{1}{2}$

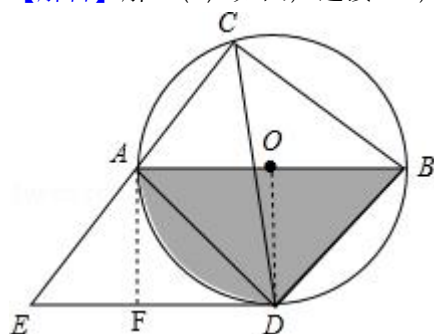
$\angle ACB=45^\circ$, 从而知 $\angle AOD=90^\circ$, 根据曲边三角形的面积 $= S_{\text{扇形} AOD} + S_{\triangle BOD}$ 可得答案;

(2) 由 $\angle AOD=90^\circ$, 即 $OD \perp AB$, 根据 $DE \parallel AB$ 可得 $OD \perp DE$, 即可得证;

(3) 勾股定理求得 $BC=8$, 作 $AF \perp DE$ 知四边形 $AODF$ 是正方形, 即可得 $DF=5$, 由 $\angle EAF=90^\circ$

$-\angle CAB=\angle ABC$ 知 $\tan \angle EAF=\tan \angle CBA$, 即 $\frac{EF}{AF}=\frac{AC}{BC}$, 求得 EF 的长即可得.

【解答】 解: (1) 如图, 连接 OD ,



∵ AB 是直径, 且 $AB=10$,

∴ $\angle ACB=90^\circ$, $AO=BO=DO=5$,

∵ CD 平分 $\angle ACB$,

∴ $\angle ABD=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle ACB=45^\circ$,

∴ $\angle AOD=90^\circ$,

则曲边三角形的面积是 $S_{\text{扇形} AOD} + S_{\triangle BOD} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 5^2}{360} + \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2} + \frac{25\pi}{4}$,

故答案为: $\frac{25}{2} + \frac{25\pi}{4}$;

(2) 由 (1) 知 $\angle AOD = 90^\circ$, 即 $OD \perp AB$,
 $\therefore DE \parallel AB$,
 $\therefore OD \perp DE$,
 $\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(3) $\because AB = 10, AC = 6$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 8,$$

过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F, 则四边形 AODF 是正方形,

$$\therefore AF = OD = FD = 5,$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ - \angle CAB = \angle ABC,$$

$$\therefore \tan \angle EAF = \tan \angle CBA,$$

$$\therefore \frac{EF}{AF} = \frac{AC}{BC}, \text{ 即 } \frac{EF}{5} = \frac{6}{8},$$

$$\therefore EF = \frac{15}{4},$$

$$\therefore DE = DF + EF = \frac{15}{4} + 5 = \frac{35}{4}.$$

【点评】 本题主要考查切线的判定、圆周角定理、正方形的判定与性质及正切函数的定义, 熟练掌握圆周角定理、切线的判定及三角函数的定义是解题的关键.

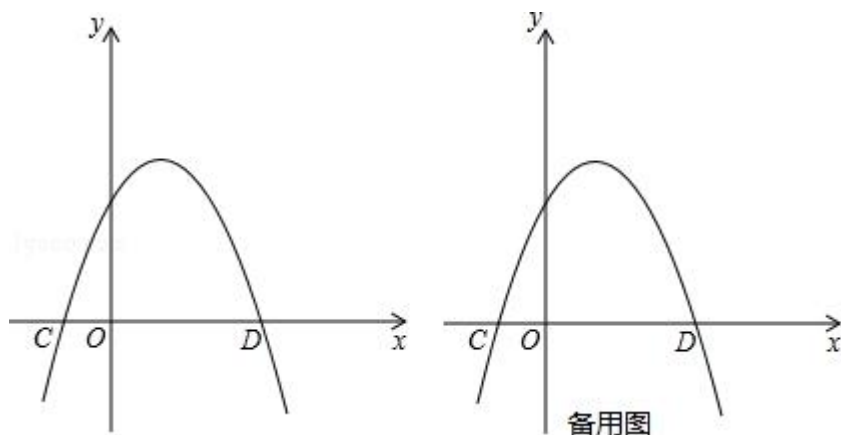
24. (13 分) (2017·孝感) 在平面直角坐标系 xOy 中, 规定: 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 的伴随直线为 $y = a(x-h) + k$. 例如: 抛物线 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 的伴随直线为 $y = 2(x+1) - 3$, 即 $y = 2x - 1$.

(1) 在上面规定下, 抛物线 $y = (x+1)^2 - 4$ 的顶点坐标为 $(-1, -4)$, 伴随直线为 $y = x - 3$, 抛物线 $y = (x+1)^2 - 4$ 与其伴随直线的交点坐标为 $(0, -3)$ 和 $(-1, -4)$;

(2) 如图, 顶点在第一象限的抛物线 $y = m(x-1)^2 - 4m$ 与其伴随直线相交于点 A, B (点 A 在点 B 的右侧), 与 x 轴交于点 C, D.

①若 $\angle CAB = 90^\circ$, 求 m 的值;

②如果点 P (x, y) 是直线 BC 上方抛物线上的一个动点, $\triangle PBC$ 的面积记为 S, 当 S 取得最大值 $\frac{27}{4}$ 时, 求 m 的值.



【分析】(1) 由抛物线的顶点式可求得其顶点坐标，由伴随直线的定义可求得伴随直线的解析式，联立伴随直线和抛物线解析式可求得其交点坐标；

(2) ①可先用 m 表示出 A、B、C、D 的坐标，利用勾股定理可表示出 AC^2 、 AB^2 和 BC^2 ，在 $Rt\triangle ABC$ 中由勾股定理可得到关于 m 的方程，可求得 m 的值；②由 B、C 的坐标可求得直线 BC 的解析式，过 P 作 x 轴的垂线交 BC 于点 Q，则可用 x 表示出 PQ 的长，进一步表示出 $\triangle PBC$ 的面积，利用二次函数的性质可得到 m 的方程，可求得 m 的值。

【解答】解：

$$(1) \because y = (x+1)^2 - 4,$$

$\therefore$ 顶点坐标为 $(-1, -4)$,

由伴随直线的定义可得其伴随直线为 $y = (x+1) - 4$ ，即 $y = x - 3$,

$$\text{联立抛物线与伴随直线的解析式可得} \begin{cases} y = (x+1)^2 - 4 \\ y = x - 3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 其交点坐标为 $(0, -3)$ 和 $(-1, -4)$,

故答案为： $(-1, -4)$ ； $y = x - 3$ ； $(0, -3)$ ； $(-1, -4)$ ；

$$(2) \text{①} \because \text{抛物线解析式为 } y = m(x-1)^2 - 4m,$$

$\therefore$ 其伴随直线为 $y = m(x-1) - 4m$ ，即 $y = mx - 5m$,

$$\text{联立抛物线与伴随直线的解析式可得} \begin{cases} y = m(x-1)^2 - 4m \\ y = mx - 5m \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 1 \\ y = -4m \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 2 \\ y = -3m \end{cases},$$

$\therefore A(1, -4m)$ ， $B(2, -3m)$,

在 $y = m(x-1)^2 - 4m$ 中，令 $y = 0$ 可解得 $x = -1$ 或 $x = 3$,

$\therefore C(-1, 0)$ ， $D(3, 0)$,

$$\therefore AC^2 = 4 + 16m^2, AB^2 = 1 + m^2, BC^2 = 9 + 9m^2,$$

$\therefore \angle CAB = 90^\circ$,

$$\therefore AC^2 + AB^2 = BC^2, \text{即 } 4 + 16m^2 + 1 + m^2 = 9 + 9m^2, \text{解得 } m = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{抛物线开口向下, 舍去}) \text{ 或 } m = -\frac{\sqrt{2}}{2},$$

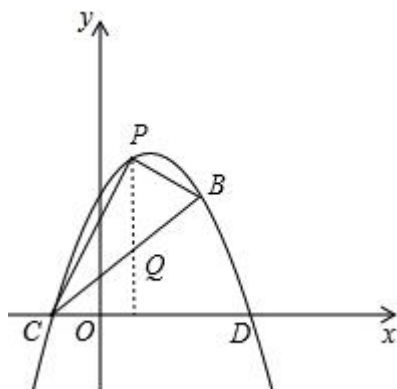
$\therefore$ 当 $\angle CAB = 90^\circ$ 时， m 的值为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

②设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because B(2, -3m)$ ， $C(-1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = -3m \\ -k + b = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -m \\ b = -m \end{cases},$$

∴ 直线 BC 解析式为 $y = -mx - m$,
过 P 作 x 轴的垂线交 BC 于点 Q, 如图,



∵ 点 P 的横坐标为 x ,
∴ $P(x, m(x-1)^2 - 4m)$, $Q(x, -mx - m)$,
∵ P 是直线 BC 上方抛物线上的一个动点,
∴ $PQ = m(x-1)^2 - 4m + mx + m = m(x^2 - x - 2) = m[(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}]$,
∴ $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times [(2 - (-1))PQ] = \frac{3}{2}(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{27}{8}m$,
∴ 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $\triangle PBC$ 的面积有最大值 $-\frac{27}{8}m$,
∴ S 取得最大值 $\frac{27}{4}$ 时, 即 $-\frac{27}{8}m = \frac{27}{4}$, 解得 $m = -2$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数的性质、函数的图象的交点、勾股定理、方程思想等知识. 在 (1) 中注意伴随直线的定义的理解, 在 (2) ①中分别求得 A、B、C、D 的坐标是解题的关键, 在 (2) ②中用 x 表示出 $\triangle PBC$ 的面积是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度适中.

参与本试卷答题和审题的老师有：神龙杉；szl；sks；sjzx；守拙；HLing；王学峰；三界无我；家有儿女；弯弯的小河；放飞梦想；gbl210；曹先生；2300680618；dbz1018；Ldt（排名不分先后）

菁优网

2017年7月7日