

## 2017 年湖北省咸宁市中考数学试卷

### 一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. (3 分) 下表是咸宁市四个景区今年 2 月份某天 6 时的气温, 其中气温最低的景区是 ( )

| 景区 | 潜山公园                 | 陆水湖                 | 隐水洞                  | 三湖连江                |
|----|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 气温 | $-1^{\circ}\text{C}$ | $0^{\circ}\text{C}$ | $-2^{\circ}\text{C}$ | $2^{\circ}\text{C}$ |

A. 潜山公园 B. 陆水湖 C. 隐水洞 D. 三湖连江

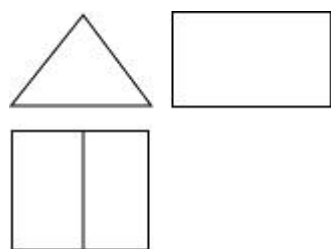
2. (3 分) 在绿满鄂南行动中, 咸宁市计划 2015 年至 2017 年三年间植树造林 1210000 亩, 全力打造绿色生态旅游城市, 将 1210000 用科学记数法表示为 ( )

A.  $121 \times 10^4$  B.  $12.1 \times 10^5$  C.  $1.21 \times 10^5$  D.  $1.21 \times 10^6$

3. (3 分) 下列算式中, 结果等于  $a^5$  的是 ( )

A.  $a^2 + a^3$  B.  $a^2 \cdot a^3$  C.  $a^5 \div a$  D.  $(a^2)^3$

4. (3 分) 如图是某个几何体的三视图, 该几何体是 ( )



A. 三棱柱 B. 三棱锥 C. 圆柱 D. 圆锥

5. (3 分) 由于受 H7N9 禽流感的影响, 我市某城区今年 2 月份鸡的价格比 1 月份下降  $a\%$ , 3 月份比 2 月份下降  $b\%$ , 已知 1 月份鸡的价格为 24 元/千克. 设 3 月份鸡的价格为  $m$  元/千克, 则 ( )

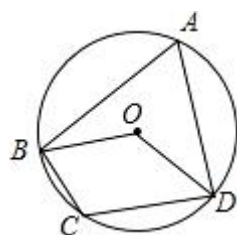
A.  $m = 24(1 - a\% - b\%)$  B.  $m = 24(1 - a\%)b\%$

C.  $m = 24 - a\% - b\%$  D.  $m = 24(1 - a\%)(1 - b\%)$

6. (3分) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数，点  $P(a, c)$  在第二象限，则关于  $x$  的方程  $ax^2+bx+c=0$  根的情况是 ( )

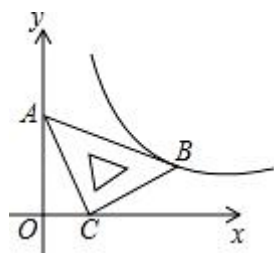
- A. 有两个相等的实数根    B. 有两个不相等的实数根  
C. 没有实数根    D. 无法判断

7. (3分) 如图， $\odot O$  的半径为 3，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ，连接  $OB$ 、 $OD$ ，若  $\angle BOD = \angle BCD$ ，则  $\widehat{BD}$  的长为 ( )



- A.  $\pi$     B.  $\frac{3}{2}\pi$     C.  $2\pi$     D.  $3\pi$

8. (3分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将一块含有  $45^\circ$  角的直角三角板如图放置，直角顶点  $C$  的坐标为  $(1, 0)$ ，顶点  $A$  的坐标为  $(0, 2)$ ，顶点  $B$  恰好落在第一象限的双曲线上，现将直角三角板沿  $x$  轴正方向平移，当顶点  $A$  恰好落在该双曲线上时停止运动，则此时点  $C$  的对应点  $C'$  的坐标为 ( )



- A.  $(\frac{3}{2}, 0)$     B.  $(2, 0)$     C.  $(\frac{5}{2}, 0)$     D.  $(3, 0)$

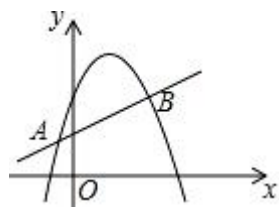
## 二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

9. (3分) 8 的立方根是\_\_\_\_\_.

10. (3分) 化简:  $\frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x} =$ \_\_\_\_\_.

11. (3分) 分解因式:  $2a^2 - 4a + 2 =$ \_\_\_\_\_.

12. (3分) 如图, 直线  $y = mx + n$  与抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  交于  $A(-1, p)$ ,  $B(4, q)$  两点, 则关于  $x$  的不等式  $mx + n > ax^2 + bx + c$  的解集是\_\_\_\_\_.

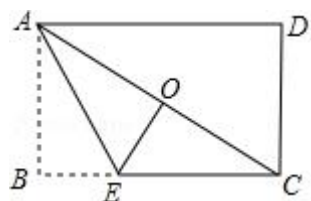


13. (3分) 小明的爸爸是个“健步走”运动爱好者, 他用手机软件记录了某个月(30天)每天健步走的步数, 并将记录结果绘制成了如下统计表:

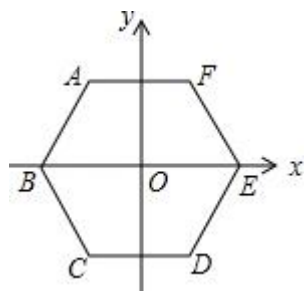
|        |     |     |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 步数(万步) | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 |
| 天数     | 3   | 7   | 5   | 12  | 3   |

在每天所走的步数这组数据中, 众数和中位数分别是\_\_\_\_\_.

14. (3分) 如图, 点  $O$  是矩形纸片  $ABCD$  的对称中心,  $E$  是  $BC$  上一点, 将纸片沿  $AE$  折叠后, 点  $B$  恰好与点  $O$  重合. 若  $BE = 3$ , 则折痕  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



15. (3分) 如图, 边长为 4 的正六边形  $ABCDEF$  的中心与坐标原点  $O$  重合,  $AF \parallel x$  轴, 将正六边形  $ABCDEF$  绕原点  $O$  顺时针旋转  $n$  次, 每次旋转  $60^\circ$ . 当  $n = 2017$  时, 顶点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_.



16. (3分) 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $BC = 2$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 斜边  $AB$  的两个端点

分别在相互垂直的射线  $OM$ 、 $ON$  上滑动，下列结论：

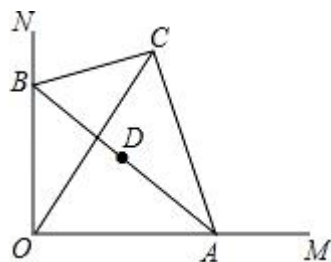
①若  $C$ 、 $O$  两点关于  $AB$  对称，则  $OA=2\sqrt{3}$ ；

② $C$ 、 $O$  两点距离的最大值为 4；

③若  $AB$  平分  $CO$ ，则  $AB \perp CO$ ；

④斜边  $AB$  的中点  $D$  运动路径的长为  $\frac{\pi}{2}$ ；

其中正确的是\_\_\_\_\_ (把你认为正确结论的序号都填上).



### 三、解答题 (本大题共 8 小题，满分 72 分)

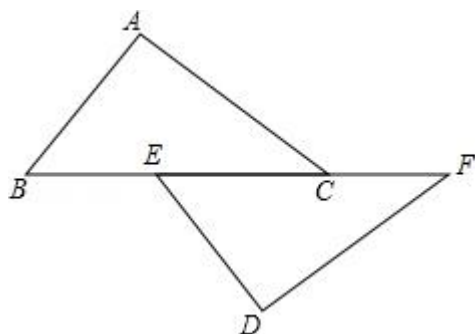
17. (8 分) (1) 计算:  $1 - \sqrt{3} - \sqrt{48} + 2017^0$ ;

(2) 解方程:  $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ .

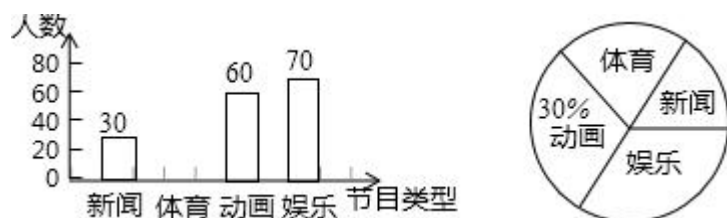
18. (7 分) 如图，点  $B$ 、 $E$ 、 $C$ 、 $F$  在一条直线上， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ， $BE=FC$ .

(1) 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ;

(2) 连接  $AF$ 、 $BD$ ，求证: 四边形  $ABDF$  是平行四边形.



19. (8分) 咸宁市某中学为了解本校学生对新闻、体育、动画、娱乐四类电视节目的喜爱情况，随机抽取了部分学生进行问卷调查，根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整统计图，请你根据图中信息解答下列问题：



- (1) 补全条形统计图，“体育”对应扇形的圆心角是\_\_\_\_\_度；
- (2) 根据以上统计分析，估计该校 2000 名学生中喜爱“娱乐”的有\_\_\_\_\_人；
- (3) 在此次问卷调查中，甲、乙两班分别有 2 人喜爱新闻节目，若从这 4 人中随机抽取 2 人去参加“新闻小记者”培训，请用列表法或画树状图的方法求所抽取的 2 人来自不同班级的概率.

20. (8分) 小慧根据学习函数的经验，对函数  $y=|x-1|$  的图象与性质进行了探究. 下面是小慧的探究过程，请补充完整：

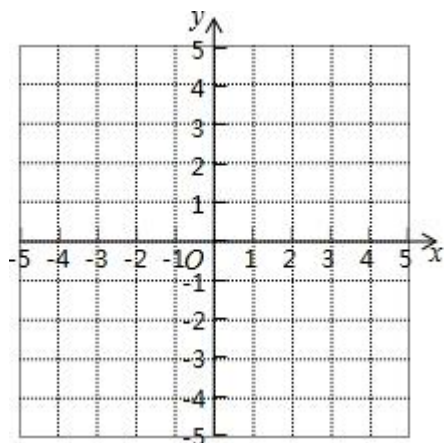
- (1) 函数  $y=|x-1|$  的自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_；
- (2) 列表，找出  $y$  与  $x$  的几组对应值.

|   |     |    |   |   |   |   |     |
|---|-----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | b  | 1 | 0 | 1 | 2 | ... |

其中， $b=$ \_\_\_\_\_；

(3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出以上表中对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象；

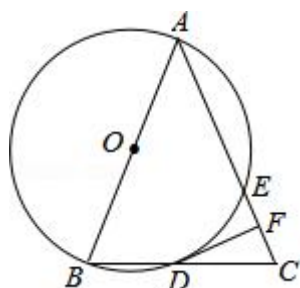
(4) 写出该函数的一条性质：\_\_\_\_\_.



21. (9 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，以  $AB$  为直径的  $\odot O$  与边  $BC$ 、 $AC$  分别交于  $D$ 、 $E$  两点，过点  $D$  作  $DF \perp AC$ ，垂足为点  $F$ .

(1) 求证： $DF$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $AE=4$ ， $\cos A = \frac{2}{5}$ ，求  $DF$  的长.



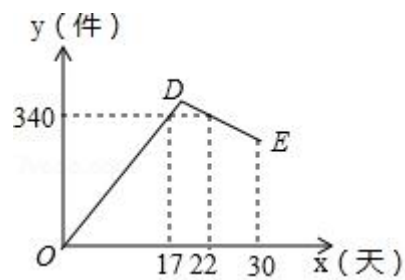
22. (10 分) 某公司开发出一款新的节能产品，该产品的成本价为 6 元/件，该产品在正式投放市场前通过代销点进行了为期一个月 (30 天) 的试营销，售价为 8 元/件，工作人员对销售情况进行了跟踪记录，并将记录情况绘成图象，图

中的折线 ODE 表示日销售量  $y$  (件) 与销售时间  $x$  (天) 之间的函数关系, 已知线段 DE 表示的函数关系中, 时间每增加 1 天, 日销售量减少 5 件.

(1) 第 24 天的日销售量是\_\_\_\_\_件, 日销售利润是\_\_\_\_\_元.

(2) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出  $x$  的取值范围;

(3) 日销售利润不低于 640 元的天数共有多少天? 试销售期间, 日销售最大利润是多少元?



23. (10 分) 定义:

数学活动课上，李老师给出如下定义：如果一个三角形有一边上的中线等于这条边的一半，那么称这个三角形为“智慧三角形”。

理解：

(1) 如图 1，已知 A、B 是  $\odot O$  上两点，请在圆上找出满足条件的点 C，使  $\triangle ABC$  为“智慧三角形”（画出点 C 的位置，保留作图痕迹）；

(2) 如图 2，在正方形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且  $CF = \frac{1}{4}CD$ ，试判断  $\triangle AEF$  是否为“智慧三角形”，并说明理由；

运用：

(3) 如图 3，在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$  的半径为 1，点 Q 是直线  $y=3$  上的一点，若在  $\odot O$  上存在一点 P，使得  $\triangle OPQ$  为“智慧三角形”，当其面积取得最小值时，直接写出此时点 P 的坐标。

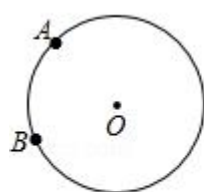


图1

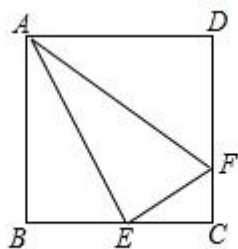


图2

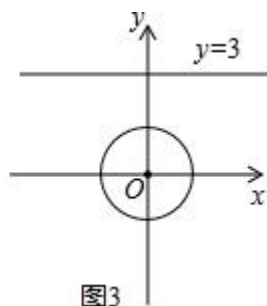


图3

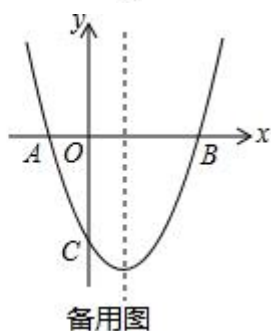
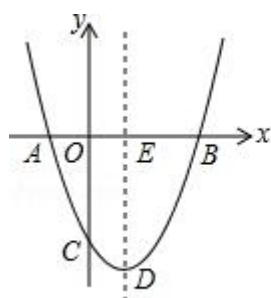
24. (12 分) 如图, 抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点, 与  $y$  轴交于点

$C$ , 其对称轴交抛物线于点  $D$ , 交  $x$  轴于点  $E$ , 已知  $OB = OC = 6$ .

(1) 求抛物线的解析式及点  $D$  的坐标;

(2) 连接  $BD$ ,  $F$  为抛物线上一动点, 当  $\angle FAB = \angle EDB$  时, 求点  $F$  的坐标;

(3) 平行于  $x$  轴的直线交抛物线于  $M$ 、 $N$  两点, 以线段  $MN$  为对角线作菱形  $MPNQ$ , 当点  $P$  在  $x$  轴上, 且  $PQ = \frac{1}{2}MN$  时, 求菱形对角线  $MN$  的长.



# 2017 年湖北省咸宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

## 一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2017•咸宁) 下表是咸宁市四个景区今年 2 月份某天 6 时的气温，其中气温最低的景区是 ( )

| 景区 | 潜山公园                 | 陆水湖                 | 隐水洞                  | 三湖连江                |
|----|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 气温 | $-1^{\circ}\text{C}$ | $0^{\circ}\text{C}$ | $-2^{\circ}\text{C}$ | $2^{\circ}\text{C}$ |

A. 潜山公园 B. 陆水湖 C. 隐水洞 D. 三湖连江

【分析】将几个有理数比较后即可确定正确的选项.

【解答】解:  $\because -2 < -1 < 0 < 2$ ,

$\therefore$  隐水洞的气温最低,  
故选 C.

【点评】本题考查了有理数的大小比较的知识, 解题的关键是能够了解正数大于 0, 负数小于 0, 两个负数比较绝对值大的反而小, 难度不大.

2. (3 分) (2017•咸宁) 在绿满鄂南行动中, 咸宁市计划 2015 年至 2017 年三年间植树造林 1210000 亩, 全力打造绿色生态旅游城市, 将 1210000 用科学记数法表示为 ( )

A.  $121 \times 10^4$  B.  $12.1 \times 10^5$  C.  $1.21 \times 10^5$  D.  $1.21 \times 10^6$

【分析】用科学记数法表示较大的数时, 一般形式为  $a \times 10^n$ , 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 据此判断即可.

【解答】解:  $1210000 = 1.21 \times 10^6$ .

故选: D.

【点评】此题主要考查了用科学记数法表示较大的数, 一般形式为  $a \times 10^n$ , 其中  $1 \leq |a| < 10$ , 确定  $a$  与  $n$  的值是解题的关键.

3. (3分) (2017•咸宁) 下列算式中, 结果等于  $a^5$  的是 ( )

- A.  $a^2+a^3$     B.  $a^2 \cdot a^3$     C.  $a^5 \div a$     D.  $(a^2)^3$

【分析】根据合并同类项对 A 进行判断; 根据同底数幂的乘法对 B 进行判断; 根据同底数幂的除法对 C 进行判断; 根据幂的乘方对 D 进行判断.

【解答】解: A、 $a^2$  与  $a^3$  不能合并, 所以 A 选项错误;

B、原式= $a^5$ , 所以 B 选项正确;

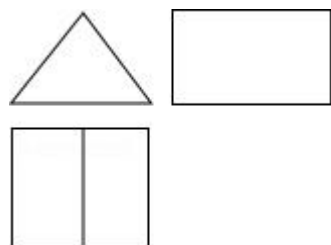
C、原式= $a^4$ , 所以 C 选项错误;

D、原式= $a^6$ , 所以 D 选项错误.

故选 B.

【点评】本题考查了同底数幂的除法: 底数不变, 指数相减. 也考查了同底数幂的乘法和幂的乘方.

4. (3分) (2017•咸宁) 如图是某个几何体的三视图, 该几何体是 ( )



- A. 三棱柱    B. 三棱锥    C. 圆柱    D. 圆锥

【分析】根据三棱柱的特点求解即可.

【解答】解: 主视图是三角形, 俯视图是两个矩形, 左视图是矩形, 得几何体是三棱柱,

故选: A.

【点评】本题考查了三视图, 利用三棱柱的特点得出几何体是解题关键.

5. (3分) (2017•咸宁) 由于受 H7N9 禽流感的影响, 我市某城区今年 2 月份鸡的价格比 1 月份下降  $a\%$ , 3 月份比 2 月份下降  $b\%$ , 已知 1 月份鸡的价格为 24 元/千克. 设 3 月份鸡的价格为  $m$  元/千克, 则 ( )

- A.  $m=24(1-a\%-b\%)$  B.  $m=24(1-a\%)b\%$  C.  $m=24-a\%-b\%$   
D.  $m=24(1-a\%)(1-b\%)$

**【分析】**首先求出二月份鸡的价格，再根据三月份比二月份下降  $b\%$  即可求出三月份鸡的价格.

**【解答】**解： $\because$  今年 2 月份鸡的价格比 1 月份下降  $a\%$ ，1 月份鸡的价格为 24 元/千克，

$\therefore$  2 月份鸡的价格为  $24(1-a\%)$ ，

$\therefore$  3 月份比 2 月份下降  $b\%$ ，

$\therefore$  三月份鸡的价格为  $24(1-a\%)(1-b\%)$ ，

故选 D.

**【点评】**本题主要考查了列代数式的知识，解题的关键是掌握每个月份的数量增长关系.

6. (3 分) (2017•咸宁) 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为常数，点  $P(a, c)$  在第二象限，则关于  $x$  的方程  $ax^2+bx+c=0$  根的情况是 ( )

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根  
C. 没有实数根 D. 无法判断

**【分析】**先利用第二象限点的坐标特征得到  $ac < 0$ ，则判断  $\Delta > 0$ ，然后根据判别式的意义判断方程根的情况.

**【解答】**解： $\because$  点  $P(a, c)$  在第二象限，

$\therefore a < 0, c > 0$ ，

$\therefore ac < 0$ ，

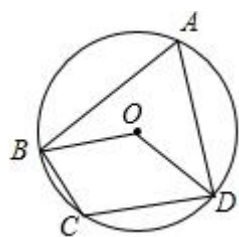
$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.

故选 B.

**【点评】** 本题考查了根的判别式：一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta = b^2 - 4ac$  有如下关系：当  $\Delta > 0$  时，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$  时，方程有两个相等的实数根；当  $\Delta < 0$  时，方程无实数根.

7. (3 分) (2017•咸宁) 如图， $\odot O$  的半径为 3，四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ，连接  $OB$ 、 $OD$ ，若  $\angle BOD = \angle BCD$ ，则  $\widehat{BD}$  的长为 ( )



- A.  $\pi$     B.  $\frac{3}{2}\pi$     C.  $2\pi$     D.  $3\pi$

**【分析】** 由圆内接四边形的性质和圆周角定理求出  $\angle A = 60^\circ$ ，得出  $\angle BOD = 120^\circ$ ，再由弧长公式即可得出答案.

**【解答】** 解：  $\because$  四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ，

$$\therefore \angle BCD + \angle A = 180^\circ,$$

$$\because \angle BOD = 2\angle A, \quad \angle BOD = \angle BCD,$$

$$\therefore 2\angle A + \angle A = 180^\circ,$$

$$\text{解得： } \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 120^\circ,$$

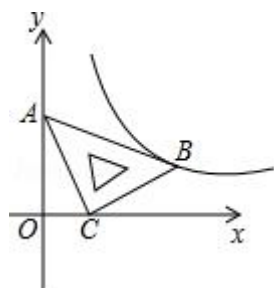
$$\therefore \widehat{BD} \text{ 的长} = \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi;$$

故选：C.

**【点评】** 本题考查了弧长公式、圆内接四边形的性质、圆周角定理；熟练掌握圆内接四边形的性质和圆周角定理，求出  $\angle BOD = 120^\circ$  是解决问题的关键.

8. (3 分) (2017•咸宁) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将一块含有  $45^\circ$  角的直角三

角板如图放置，直角顶点  $C$  的坐标为  $(1, 0)$ ，顶点  $A$  的坐标为  $(0, 2)$ ，顶点  $B$  恰好落在第一象限的双曲线上，现将直角三角板沿  $x$  轴正方向平移，当顶点  $A$  恰好落在该双曲线上时停止运动，则此时点  $C$  的对应点  $C'$  的坐标为 ( )



- A.  $(\frac{3}{2}, 0)$     B.  $(2, 0)$     C.  $(\frac{5}{2}, 0)$     D.  $(3, 0)$

**【分析】** 过点  $B$  作  $BD \perp x$  轴于点  $D$ ，易证  $\triangle ACO \cong \triangle BCD$  (AAS)，从而可求出  $B$  的坐标，进而可求出反比例函数的解析式，根据解析式与  $A$  的坐标即可得知平移的单位长度，从而求出  $C$  的对应点.

**【解答】** 解：过点  $B$  作  $BD \perp x$  轴于点  $D$ ，

$$\therefore \angle ACO + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\angle OAC + \angle ACO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle BCD,$$

在  $\triangle ACO$  与  $\triangle BCD$  中，

$$\begin{cases} \angle OAC = \angle BCD \\ \angle AOC = \angle BDC \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle BCD \text{ (AAS)}$$

$$\therefore OC = BD, \quad OA = CD,$$

$$\therefore A(0, 2), \quad C(1, 0)$$

$$\therefore OD = 3, \quad BD = 1,$$

$$\therefore B(3, 1),$$

∴ 设反比例函数的解析式为  $y = \frac{k}{x}$ ,

将 B (3, 1) 代入  $y = \frac{k}{x}$ ,

∴  $k=3$ ,

∴  $y = \frac{3}{x}$ ,

∴ 把  $y=2$  代入  $y = \frac{3}{x}$ ,

∴  $x = \frac{3}{2}$ ,

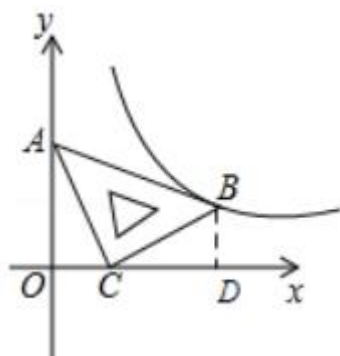
当顶点 A 恰好落在该双曲线上时,

此时点 A 移动了  $\frac{3}{2}$  个单位长度,

∴ C 也移动了  $\frac{3}{2}$  个单位长度,

此时点 C 的对应点 C' 的坐标为  $(\frac{5}{2}, 0)$

故选 (C)



**【点评】** 本题考查反比例函数的综合问题, 涉及全等三角形的性质与判定, 反比例函数的解析式, 平移的性质等知识, 综合程度较高, 属于中等题型.

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) (2017·咸宁) 8 的立方根是 2.

**【分析】** 利用立方根的定义计算即可得到结果.

**【解答】** 解: 8 的立方根为 2,

故答案为: 2.

**【点评】** 此题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

10. (3 分) (2017•咸宁) 化简:  $\frac{x^2-1}{x} \div \frac{x+1}{x} = \underline{x-1}$ .

【分析】原式利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

【解答】解: 原式  $= \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$

$= x - 1$

故答案为:  $x - 1$ .

【点评】此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

11. (3 分) (2017•咸宁) 分解因式:  $2a^2 - 4a + 2 = \underline{2(a-1)^2}$ .

【分析】原式提取 2, 再利用完全平方公式分解即可.

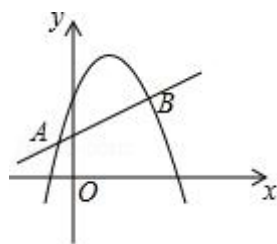
【解答】解: 原式  $= 2(a^2 - 2a + 1)$

$= 2(a-1)^2$ .

故答案为:  $2(a-1)^2$ .

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

12. (3 分) (2017•咸宁) 如图, 直线  $y = mx + n$  与抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  交于 A (-1, p), B (4, q) 两点, 则关于 x 的不等式  $mx + n > ax^2 + bx + c$  的解集是  $\underline{x < -1 \text{ 或 } x > 4}$ .



【分析】观察两函数图象的上下位置关系, 即可得出结论.

【解答】解: 观察函数图象可知: 当  $x < -1$  或  $x > 4$  时, 直线  $y = mx + n$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的上方,

$\therefore$  不等式  $mx + n > ax^2 + bx + c$  的解集为  $x < -1$  或  $x > 4$ .

故答案为：  $x < -1$  或  $x > 4$ .

**【点评】** 本题考查了二次函数与不等式，根据两函数图象的上下位置关系找出不等式的解集是解题的关键.

13. (3 分) (2017•咸宁) 小明的爸爸是个“健步走”运动爱好者，他用手机软件记录了某个月 (30 天) 每天健步走的步数，并将记录结果绘制成了如下统计表：

|         |     |     |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 步数 (万步) | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 |
| 天数      | 3   | 7   | 5   | 12  | 3   |

在每天所走的步数这组数据中，众数和中位数分别是 1.4, 1.35.

**【分析】** 把这组数据按照从小到大的顺序排列，第 15、16 个数的平均数是中位数，在这组数据中出现次数最多的是 1.4，得到这组数据的众数.

**【解答】** 解：要求一组数据的中位数，  
把这组数据按照从小到大的顺序排列，第 4、5 个两个数的平均数是  $(1.3+1.4) \div 2 = 1.35$ ,

所以中位数是 1.35,

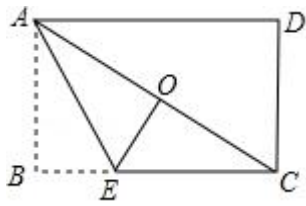
在这组数据中出现次数最多的是 1.4,

即众数是 1.4.

故答案为： 1.4； 1.35.

**【点评】** 本题考查一组数据的中位数和众数，在求中位数时，首先要把这列数字按照从小到大或从的大到小排列，找出中间一个数字或中间两个数字的平均数即为所求.

14. (3 分) (2017•咸宁) 如图，点 O 是矩形纸片 ABCD 的对称中心，E 是 BC 上一点，将纸片沿 AE 折叠后，点 B 恰好与点 O 重合. 若  $BE=3$ ，则折痕 AE 的长为 6.



【分析】由折叠的性质及矩形的性质得到 OE 垂直平分 AC，得到  $AE=EC$ ，根据 AB 为 AC 的一半确定出  $\angle ACE=30^\circ$ ，进而得到 OE 等于 EC 的一半，求出 EC 的长，即为 AE 的长.

【解答】解：由题意得：  $AB=AO=CO$ ，即  $AC=2AB$ ，  
且 OE 垂直平分 AC，

$$\therefore AE=CE,$$

设  $AB=AO=OC=x$ ，

则有  $AC=2x$ ，  $\angle ACB=30^\circ$ ，

在  $Rt\triangle ABC$  中，根据勾股定理得：  $BC=\sqrt{3}x$ ，

在  $Rt\triangle OEC$  中，  $\angle OCE=30^\circ$ ，

$$\therefore OE=\frac{1}{2}EC, \text{ 即 } BE=\frac{1}{2}EC,$$

$$\therefore BE=3,$$

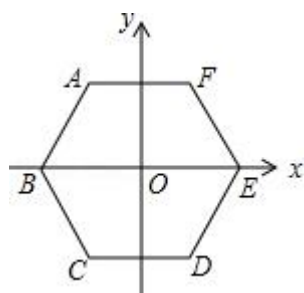
$$\therefore OE=3, EC=6,$$

则  $AE=6$ ，

故答案为： 6

【点评】此题考查了中心对称，矩形的性质，以及翻折变换，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

15. (3 分) (2017•咸宁) 如图，边长为 4 的正六边形 ABCDEF 的中心与坐标原点 O 重合，AF//x 轴，将正六边形 ABCDEF 绕原点 O 顺时针旋转 n 次，每次旋转  $60^\circ$ 。当  $n=2017$  时，顶点 A 的坐标为  $(2, 2\sqrt{3})$ 。



**【分析】** 将正六边形  $ABCDEF$  绕原点  $O$  顺时针旋转 2017 次时，点  $A$  所在的位置就是原  $F$  点所在的位置.

**【解答】** 解：  $2017 \times 60^\circ \div 360^\circ = 336 \dots 1$ ，即与正六边形  $ABCDEF$  绕原点  $O$  顺时针旋转 1 次时点  $A$  的坐标是一样的.

当点  $A$  按顺时针旋转  $60^\circ$  时，与原  $F$  点重合.

连接  $OF$ ，过点  $F$  作  $FH \perp x$  轴，垂足为  $H$ ；

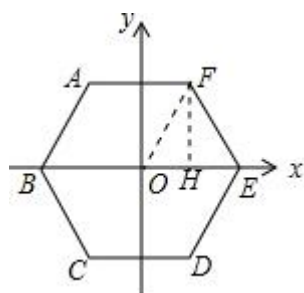
由已知  $EF=4$ ， $\angle FOE=60^\circ$ （正六边形的性质），

$\therefore \triangle OEF$  是等边三角形，

$\therefore OF=EF=4$ ，

$\therefore F(2, 2\sqrt{3})$ ，即旋转 2017 后点  $A$  的坐标是  $(2, 2\sqrt{3})$ ，

故答案是：  $(2, 2\sqrt{3})$  .



**【点评】** 此题主要考查了正六边形的性质，坐标与图形的性质 – 旋转. 此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用.

16. (3 分) (2017•咸宁) 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $BC=2$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，斜边  $AB$  的两个端点分别在相互垂直的射线  $OM$ 、 $ON$  上滑动，下列结论：

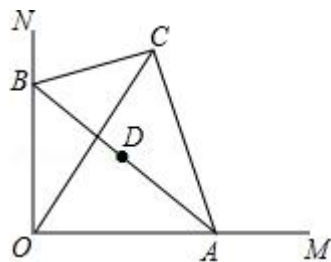
①若  $C$ 、 $O$  两点关于  $AB$  对称，则  $OA=2\sqrt{3}$ ；

②C、O 两点距离的最大值为 4;

③若 AB 平分 CO, 则  $AB \perp CO$ ;

④斜边 AB 的中点 D 运动路径的长为  $\frac{\pi}{2}$ ;

其中正确的是 ①②③ (把你认为正确结论的序号都填上).



**【分析】** ①先根据直角三角形  $30^\circ$  的性质和勾股定理分别求 AC 和 AB, 由对称的性质可知: AB 是 OC 的垂直平分线, 所以  $OA=AC$ ;

②当 OC 经过 AB 的中点 E 时, OC 最大, 则 C、O 两点距离的最大值为 4;

③如图 2, 根据等腰三角形三线合一可知:  $AB \perp OC$ ;

④如图 3, 半径为 2, 圆心角为  $90^\circ$ , 根据弧长公式进行计算即可.

**【解答】** 解: 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\because BC=2$ ,  $\angle BAC=30^\circ$ ,

$$\therefore AB=4, AC=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3},$$

①若 C、O 两点关于 AB 对称, 如图 1,

$\therefore AB$  是 OC 的垂直平分线,

则  $OA=AC=2\sqrt{3}$ ;

所以①正确;

②如图 1, 取 AB 的中点为 E, 连接 OE、CE,

$$\because \angle AOB = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore OE = CE = \frac{1}{2}AB = 2,$$

当 OC 经过点 E 时, OC 最大,

则 C、O 两点距离的最大值为 4;

所以②正确；

③如图 2，同理取  $AB$  的中点  $E$ ，则  $OE=CE$ ，

$\therefore AB$  平分  $CO$ ，

$\therefore OF=CF$ ，

$\therefore AB \perp OC$ ，

所以③正确；

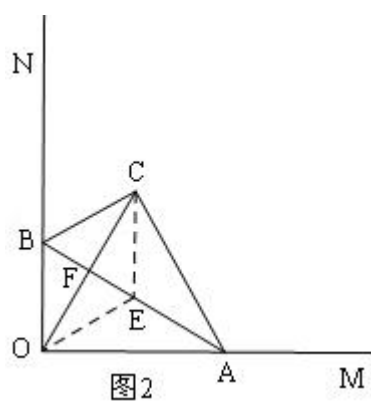
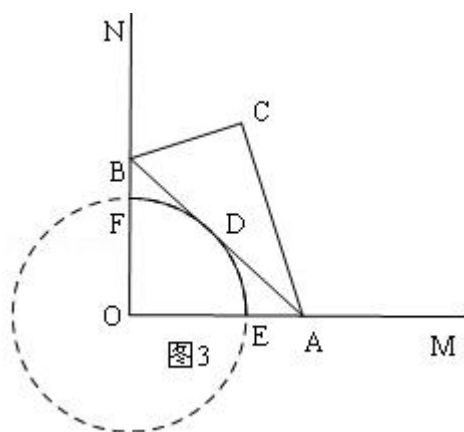
④如图 3，斜边  $AB$  的中点  $D$  运动路径是：以  $O$  为圆心，以 2 为半径的圆周的  $\frac{1}{4}$ ，

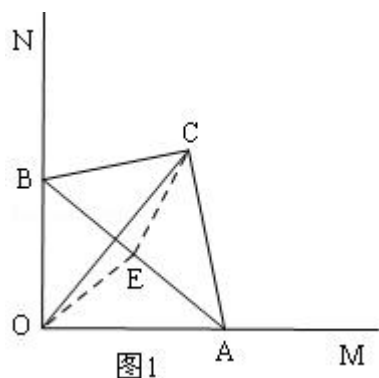
则：  $\frac{90\pi \times 2}{180} = \pi$ 。

所以④不正确；

综上所述，本题正确的有：①②③；

故答案为：①②③。





【点评】本题是三角形的综合题，考查了直角三角形  $30^\circ$  的性质、直角三角形斜边中线的性质、等腰三角形的性质、轴对称的性质、线段垂直平分线的性质、动点运动路径问题、弧长公式，熟练掌握直角三角形斜边中线等于斜边一半是本题的关键，难度适中.

### 三、解答题（本大题共 8 小题，满分 72 分）

17. (8 分) (2017·咸宁) (1) 计算:  $1 - \sqrt{3} - \sqrt{48} + 2017^0$ ;

(2) 解方程:  $\frac{1}{2x} = \frac{2}{x-3}$ .

【分析】(1) 根据实数的运算法则，零指数幂的性质计算即可；

(2) 根据分式方程的解法即可得到结论.

【解答】解: (1):  $1 - \sqrt{3} - \sqrt{48} + 2017^0 = \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 1 = 1 - 3\sqrt{3}$ ;

(2) 方程两边通乘以  $2x(x-3)$  得,  $x-3=4x$ ,

解得:  $x=-1$ ,

检验: 当  $x=-1$  时,  $2x(x-3) \neq 0$ ,

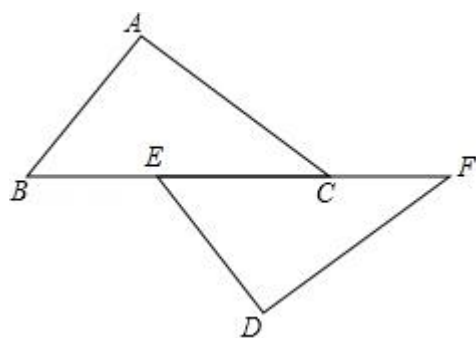
$\therefore$  原方程的根是  $x=-1$ .

【点评】本题考查了解分式方程，实数的运算，熟练掌握实数的运算法则是解题的关键.

18. (7 分) (2017·咸宁) 如图，点 B、E、C、F 在一条直线上， $AB=DF$ ， $AC=DF$ ， $BE=FC$ .

(1) 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ ;

(2) 连接 AF、BD，求证：四边形 ABDF 是平行四边形.



【分析】(1) 由 SSS 证明  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$  即可；

(2) 连接 AF、BD，由全等三角形的性质得出  $\angle ABC = \angle DFE$ ，证出  $AB \parallel DF$ ，即可得出结论.

【解答】证明：(1)  $\because BE = FC$ ,

$\therefore BC = EF$ ,

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DFE$  中, 
$$\begin{cases} AB = DF \\ AC = DE \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE$  (SSS);

(2) 解：连接 AF、BD，如图所示：

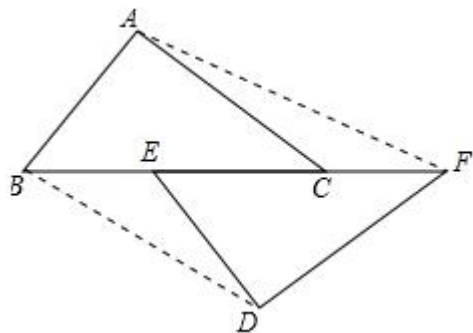
由 (1) 知  $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle DFE$ ,

$\therefore AB \parallel DF$ ,

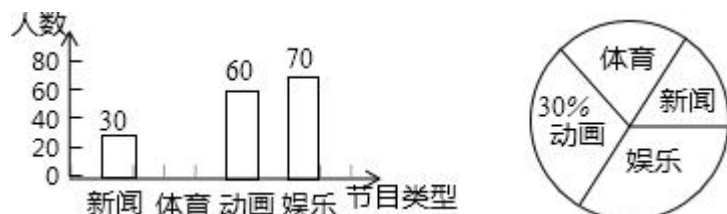
$\because AB = DF$ ,

$\therefore$  四边形 ABDF 是平行四边形.



**【点评】** 本题考查了平行四边形的判定、全等三角形的判定与性质、平行线的判定；熟练掌握平行四边形的判定方法，证明三角形全等是解决问题的关键。

19. (8分) (2017·咸宁) 咸宁市某中学为了解本校学生对新闻、体育、动画、娱乐四类电视节目的喜爱情况，随机抽取了部分学生进行问卷调查，根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整统计图，请你根据图中信息解答下列问题：



- (1) 补全条形统计图，“体育”对应扇形的圆心角是 72 度；
- (2) 根据以上统计分析，估计该校 2000 名学生中喜爱“娱乐”的有 700 人；
- (3) 在此次问卷调查中，甲、乙两班分别有 2 人喜爱新闻节目，若从这 4 人中随机抽取 2 人去参加“新闻小记者”培训，请用列表法或画树状图的方法求所抽取的 2 人来自不同班级的概率。

**【分析】** (1) 根据动画类人数及其百分比求得总人数，总人数减去其他类型人数可得体育类人数，用 360 度乘以体育类人数所占比例即可得；

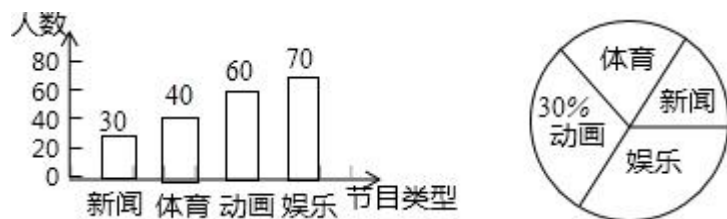
(2) 用样本估计总体的思想解决问题；

(3) 根据题意先画出树状图，得出所有情况数，再根据概率公式即可得出答案。

**【解答】** 解：(1) 调查的学生总数为  $60 \div 30\% = 200$  (人)，

则体育类人数为  $200 - (30 + 60 + 70) = 40$ ，

补全条形图如下：



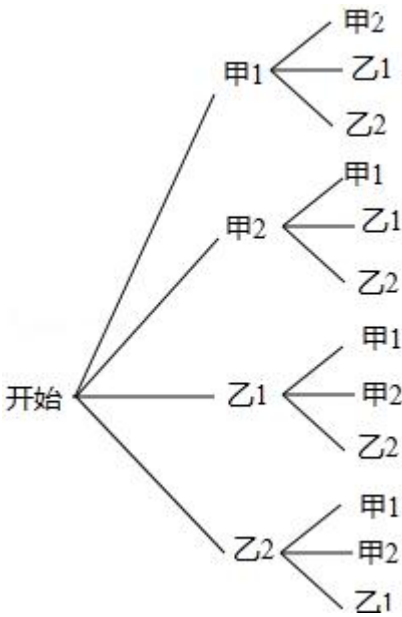
“体育”对应扇形的圆心角是  $360^\circ \times \frac{40}{200} = 72^\circ$ ，

故答案为：72；

(2) 估计该校 2000 名学生中喜爱“娱乐”的有： $2000 \times \frac{70}{200} = 700$ （人），

故答案为：700；

(3) 将两班报名的学生分别记为甲 1、甲 2、乙 1、乙 2，树状图如图所示：



所以  $P_{(2 \text{ 名学生来自不同班})} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

**【点评】** 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (8 分) (2017•咸宁) 小慧根据学习函数的经验，对函数  $y=|x-1|$  的图象与性质进行了探究. 下面是小慧的探究过程，请补充完整：

(1) 函数  $y=|x-1|$  的自变量  $x$  的取值范围是 任意实数；

(2) 列表，找出  $y$  与  $x$  的几组对应值.

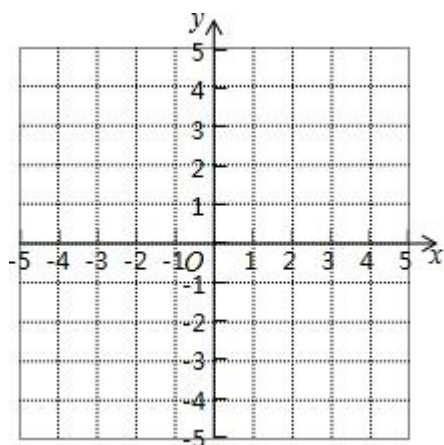
|   |     |    |   |   |   |   |     |
|---|-----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | b  | 1 | 0 | 1 | 2 | ... |

其中， $b=$  2；

(3) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，描出以上表中对对应值为坐标的点，并画出该

函数的图象；

(4) 写出该函数的一条性质： 函数的最小值为 0 (答案不唯一) .



**【分析】** (1) 根据一次函数的性质即可得出结论；

(2) 把  $x = -1$  代入函数解析式，求出  $y$  的值即可；

(3) 在坐标系内描出各点，再顺次连接即可；

(4) 根据函数图象即可得出结论.

**【解答】** 解：(1)  $\because x$  无论为何值，函数均有意义，

$\therefore x$  为任意实数.

故答案为：任意实数；

(2)  $\because$  当  $x = -1$  时， $y = |-1 - 1| = 2$ ,

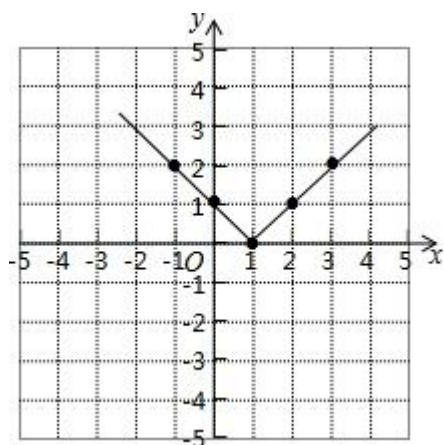
$\therefore b = 2$ .

故答案为：2；

(3) 如图所示；

(4) 由函数图象可知，函数的最小值为 0.

故答案为：函数的最小值为 0 (答案不唯一).

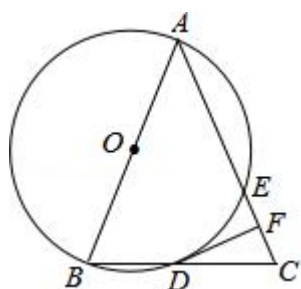


**【点评】** 本题考查的是一次函数的性质，根据题意画出函数图象，利用数形结合求解是解答此题的关键.

21. (9分) (2017·咸宁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 $AB$ 为直径的 $\odot O$ 与边 $BC$ 、 $AC$ 分别交于 $D$ 、 $E$ 两点，过点 $D$ 作 $DF \perp AC$ ，垂足为点 $F$ .

(1) 求证： $DF$ 是 $\odot O$ 的切线；

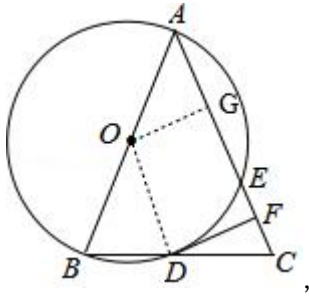
(2) 若 $AE=4$ ， $\cos A = \frac{2}{5}$ ，求 $DF$ 的长.



**【分析】** (1) 证明：如图，连接 $OD$ ，作 $OG \perp AC$ 于点 $G$ ，推出 $\angle ODB = \angle C$ ；然后根据 $DF \perp AC$ ， $\angle DFC = 90^\circ$ ，推出 $\angle ODF = \angle DFC = 90^\circ$ ，即可推出 $DF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 首先判断出： $AG = \frac{1}{2}AE = 2$ ，然后判断出四边形 $OGFD$ 为矩形，即可求出 $DF$ 的值是多少.

**【解答】** (1) 证明：如图，连接 $OD$ ，作 $OG \perp AC$ 于点 $G$ ，



$$\therefore OB=OD,$$

$$\therefore \angle ODB=\angle B,$$

$$\text{又} \because AB=AC,$$

$$\therefore \angle C=\angle B,$$

$$\therefore \angle ODB=\angle C,$$

$$\because DF \perp AC,$$

$$\therefore \angle DFC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODF=\angle DFC=90^\circ,$$

$\therefore DF$  是  $\odot O$  的切线.

$$(2) \text{ 解: } AG=\frac{1}{2}AE=2,$$

$$\because \cos A=\frac{AG}{OA},$$

$$\therefore OA=\frac{AG}{\cos A}=\frac{2}{\frac{2}{5}}=5,$$

$$\therefore OG=\sqrt{OA^2-AG^2}=\sqrt{21},$$

$$\because \angle ODF=\angle DFG=\angle OGF=90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $OGFD$  为矩形,

$$\therefore DF=OG=\sqrt{21}.$$

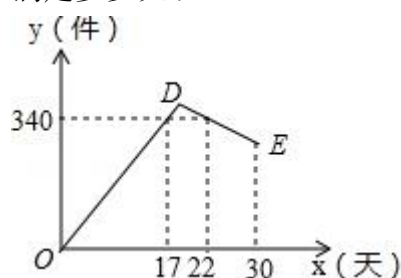
**【点评】**此题主要考查了切线的性质和应用，等腰三角形的性质和应用，以及解直角三角形的应用，要熟练掌握.

22. (10 分) (2017·咸宁) 某公司开发出一款新的节能产品, 该产品的成本价为 6 元/件, 该产品在正式投放市场前通过代销点进行了为期一个月 (30 天) 的试营销, 售价为 8 元/件, 工作人员对销售情况进行了跟踪记录, 并将记录情况绘成图象, 图中的折线 ODE 表示日销售量  $y$  (件) 与销售时间  $x$  (天) 之间的函数关系, 已知线段 DE 表示的函数关系中, 时间每增加 1 天, 日销售量减少 5 件.

(1) 第 24 天的日销售量是 330 件, 日销售利润是 660 元.

(2) 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出  $x$  的取值范围;

(3) 日销售利润不低于 640 元的天数共有多少天? 试销售期间, 日销售最大利润是多少元?



**【分析】** (1) 根据第 22 天销售了 340 件, 结合时间每增加 1 天日销售量减少 5 件, 即可求出第 24 天的日销售量, 再根据日销售利润=单件利润 $\times$ 日销售量即可求出日销售利润;

(2) 根据点 D 的坐标利用待定系数法即可求出线段 OD 的函数关系式, 根据第 22 天销售了 340 件, 结合时间每增加 1 天日销售量减少 5 件, 即可求出线段 DE 的函数关系式, 联立两函数关系式求出交点 D 的坐标, 此题得解;

(3) 分  $0 \leq x \leq 18$  和  $18 < x \leq 30$ , 找出关于  $x$  的一元一次不等式, 解之即可得出  $x$  的取值范围, 有起始和结束时间即可求出日销售利润不低于 640 元的天数, 再根据点 D 的坐标结合日销售利润=单件利润 $\times$ 日销售数, 即可求出日销售最大利润.

**【解答】** 解: (1)  $340 - (24 - 22) \times 5 = 330$  (件),

$$330 \times (8 - 6) = 660 \text{ (元)}.$$

故答案为：330；660.

(2) 设线段 OD 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=kx$ ,

将 (17, 340) 代入  $y=kx$  中,

$$340=17k, \text{ 解得: } k=20,$$

$\therefore$  线段 OD 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=20x$ .

根据题意得：线段 DE 所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为  $y=340 - 5(x - 22)$

$$= -5x + 450.$$

联立两线段所表示的函数关系式成方程组,

$$\text{得} \begin{cases} y=20x \\ y=-5x+450 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x=18 \\ y=360 \end{cases},$$

$\therefore$  交点 D 的坐标为 (18, 360),

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为 } y = \begin{cases} 20x (0 \leq x \leq 18) \\ -5x + 450 (18 < x \leq 30) \end{cases}.$$

(3) 当  $0 \leq x \leq 18$  时, 根据题意得:  $(8 - 6) \times 20x \geq 640$ ,

$$\text{解得: } x \geq 16;$$

当  $18 < x \leq 30$  时, 根据题意得:  $(8 - 6) \times (-5x + 450) \geq 640$ ,

$$\text{解得: } x \leq 26.$$

$$\therefore 16 \leq x \leq 26.$$

$$26 - 16 + 1 = 11 \text{ (天)},$$

$\therefore$  日销售利润不低于 640 元的天数共有 11 天.

$\therefore$  点 D 的坐标为 (18, 360),

$\therefore$  日最大销售量为 360 件,

$$360 \times 2 = 720 \text{ (元)},$$

$\therefore$  试销售期间, 日销售最大利润是 720 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用、待定系数法一次函数解析式以及解一元一次不等式，解题的关键是：（1）根据数量关系，列式计算；（2）利用待定系数法求出 OD 的函数关系式以及依照数量关系找出 DE 的函数关系式；（3）分  $0 \leq x \leq 18$  和  $18 < x \leq 30$ ，找出关于 x 的一元一次不等式.

23. (10 分) (2017·咸宁) 定义：

数学活动课上，李老师说给出如下定义：如果一个三角形有一边上的中线等于这条边的一半，那么称这个三角形为“智慧三角形”.

理解：

(1) 如图 1，已知 A、B 是  $\odot O$  上两点，请在圆上找出满足条件的点 C，使  $\triangle ABC$  为“智慧三角形”（画出点 C 的位置，保留作图痕迹）；

(2) 如图 2，在正方形 ABCD 中，E 是 BC 的中点，F 是 CD 上一点，且  $CF = \frac{1}{4}CD$ ，试判断  $\triangle AEF$  是否为“智慧三角形”，并说明理由；

运用：

(3) 如图 3，在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$  的半径为 1，点 Q 是直线  $y=3$  上的一点，若在  $\odot O$  上存在一点 P，使得  $\triangle OPQ$  为“智慧三角形”，当其面积取得最小值时，直接写出此时点 P 的坐标.

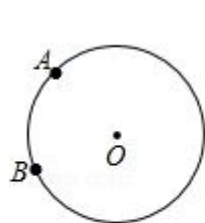


图1

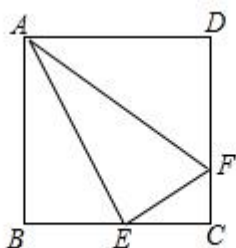


图2

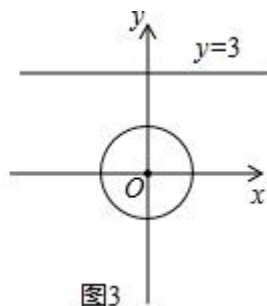


图3

【分析】 (1) 连结 AO 并且延长交圆于  $C_1$ ，连结 BO 并且延长交圆于  $C_2$ ，即可求解；

(2) 设正方形的边长为  $4a$ ，表示出  $DF=CF$  以及 EC、BE 的长，然后根据勾股定理列式表示出  $AF^2$ 、 $EF^2$ 、 $AE^2$ ，再根据勾股定理逆定理判定  $\triangle AEF$  是直角三角

形，由直角三角形的性质可得 $\triangle AEF$ 为“智慧三角形”；

(3) 根据“智慧三角形”的定义可得 $\triangle OPQ$ 为直角三角形，根据题意可得一条直角边为 1，当斜边最短时，另一条直角边最短，则面积取得最小值，由垂线段最短可得斜边最短为 3，根据勾股定理可求另一条直角边，再根据三角形面积可求斜边的高，即点 P 的横坐标，再根据勾股定理可求点 P 的纵坐标，从而求解。

**【解答】**解：(1) 如图 1 所示：

(2)  $\triangle AEF$  是否为“智慧三角形”，

理由如下：设正方形的边长为  $4a$ ，

$\therefore E$  是  $DC$  的中点，

$\therefore DE=CE=2a$ ，

$\therefore BC:FC=4:1$ ，

$\therefore FC=a$ ， $BF=4a-a=3a$ ，

在  $Rt\triangle ADE$  中， $AE^2=(4a)^2+(2a)^2=20a^2$ ，

在  $Rt\triangle ECF$  中， $EF^2=(2a)^2+a^2=5a^2$ ，

在  $Rt\triangle ABF$  中， $AF^2=(4a)^2+(3a)^2=25a^2$ ，

$\therefore AE^2+EF^2=AF^2$ ，

$\therefore \triangle AEF$  是直角三角形，

$\therefore$  斜边  $AF$  上的中线等于  $AF$  的一半，

$\therefore \triangle AEF$  为“智慧三角形”；

(3) 如图 3 所示：

由“智慧三角形”的定义可得 $\triangle OPQ$ 为直角三角形，

根据题意可得一条直角边为 1，当斜边最短时，另一条直角边最短，则面积取得

最小值,

由垂线段最短可得斜边最短为 3,

由勾股定理可得  $PQ = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ ,

$$PM = 1 \times 2\sqrt{2} \div 3 = \frac{2\sqrt{2}}{3},$$

由勾股定理可求得  $OM = \sqrt{1^2 - (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2} = \frac{1}{3}$ ,

故点 P 的坐标  $(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$ ,  $(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$ .

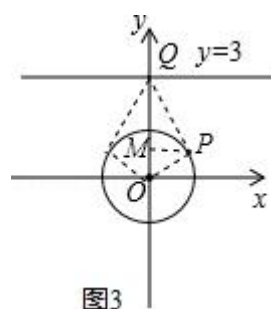


图3

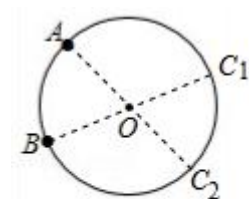


图1

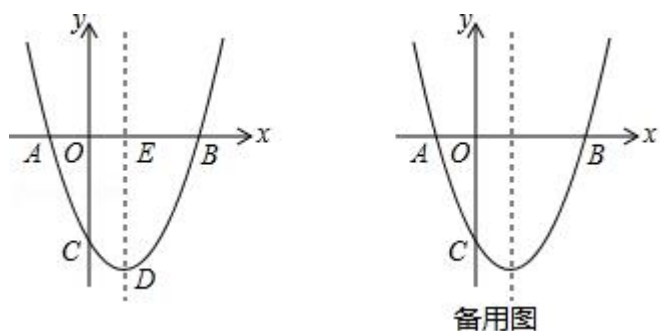
**【点评】** 本题考查了圆的综合题，正方形的性质，勾股定理的应用，勾股定理逆定理的应用，用正方形的边长表示出  $\triangle AEF$  的各边的平方，熟练掌握“智慧三角形”的定义是解题的关键.

24. (12 分) (2017·咸宁) 如图，抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，其对称轴交抛物线于点 D，交 x 轴于点 E，已知  $OB = OC = 6$ .

(1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标;

(2) 连接 BD，F 为抛物线上一动点，当  $\angle FAB = \angle EDB$  时，求点 F 的坐标;

(3) 平行于 x 轴的直线交抛物线于 M、N 两点，以线段 MN 为对角线作菱形 MPNQ，当点 P 在 x 轴上，且  $PQ = \frac{1}{2}MN$  时，求菱形对角线 MN 的长.



【分析】(1) 由条件可求得 B、C 坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式，进一步可求得 D 点坐标；

(2) 过 F 作  $FG \perp x$  轴于点 G，可设出 F 点坐标，利用  $\triangle FAG \sim \triangle BDE$ ，由相似三角形的性质可得到关于 F 点坐标的方程，可求得 F 点的坐标；

(3) 可求得 P 点坐标，设 T 为菱形对角线的交点，设出 PT 的长为 n，从而可表示出 M 点的坐标，代入抛物线解析式可得到 n 的方程，可求得 n 的值，从而可求得 MN 的长.

【解答】解：

$$(1) \because OB=OC=6,$$

$$\therefore B(6, 0), C(0, -6),$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{2} \times 6^2 + 6b + c = 0 \\ c = -6 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = -2 \\ c = -6 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8,$$

$$\therefore \text{点 D 的坐标为 } (2, -8);$$

(2) 如图 1，过 F 作  $FG \perp x$  轴于点 G，

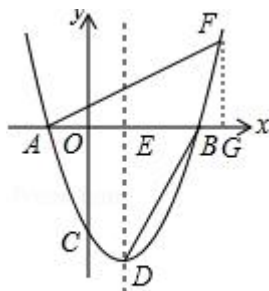


图1

设  $F(x, \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6)$ , 则  $FG = |\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6|$ ,

在  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$  中, 令  $y=0$  可得  $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6=0$ , 解得  $x=-2$  或  $x=6$ ,

$\therefore A(-2, 0)$ ,

$\therefore OA=2$ , 则  $AG=x+2$ ,

$\therefore B(6, 0)$ ,  $D(2, -8)$ ,

$\therefore BE=6-2=4$ ,  $DE=8$ ,

当  $\angle FAB = \angle EDB$  时, 且  $\angle FGA = \angle BED$ ,

$\therefore \triangle FAG \sim \triangle BDE$ ,

$$\therefore \frac{FG}{BE} = \frac{AG}{DE}, \text{ 即 } \frac{|\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6|}{x+2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

当点  $F$  在  $x$  轴上方时, 则有  $\frac{\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6}{x+2} = \frac{1}{2}$ , 解得  $x=-2$  (舍去) 或  $x=7$ , 此进  $F$  点坐标为  $(7, \frac{9}{2})$ ;

当点  $F$  在  $x$  轴下方时, 则有  $\frac{\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6}{x+2} = -\frac{1}{2}$ , 解得  $x=-2$  (舍去) 或  $x=5$ , 此进  $F$  点坐标为  $(5, -\frac{7}{2})$ ;

综上所述  $F$  点的坐标为  $(7, \frac{9}{2})$  或  $(5, -\frac{7}{2})$ ;

(3)  $\therefore$  点  $P$  在  $x$  轴上,

$\therefore$  由菱形的对称性可知  $P(2, 0)$ ,

如图 2，当 MN 在 x 轴上方时，设 T 为菱形对角线的交点，

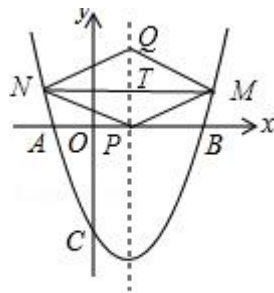


图2

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}MN,$$

$$\therefore MT = 2PT,$$

设  $PT = n$ ，则  $MT = 2n$ ，

$$\therefore M(2+2n, n),$$

$\therefore M$  在抛物线上，

$$\therefore n = \frac{1}{2}(2+2n)^2 - 2(2+2n) - 6, \text{ 解得 } n = \frac{1+\sqrt{65}}{4} \text{ 或 } n = \frac{1-\sqrt{65}}{4},$$

$$\therefore MN = 2MT = 4n = \sqrt{65} + 1;$$

当 MN 在 x 轴下方时，同理可设  $PT = n$ ，则  $M(2+2n, -n)$ ，

$$\therefore -n = \frac{1}{2}(2+2n)^2 - 2(2+2n) - 6, \text{ 解得 } n = \frac{-1+\sqrt{65}}{4} \text{ 或 } n = \frac{-1-\sqrt{65}}{4} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore MN = 2MT = 4n = \sqrt{65} - 1;$$

综上所述菱形对角线 MN 的长为  $\sqrt{65} + 1$  或  $\sqrt{65} - 1$ .

**【点评】** 本题为二次函数的综合应用，涉及待定系数法、相似三角形的判定和性质、菱形的性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用，在 (2) 中证得  $\triangle FAG \sim \triangle BDE$ ，得到关于 F 点坐标的方程是解题的关键，注意分 F 点在 x 轴上方和下方两种情况，在 (3) 中用 PT 的长表示出 M 点的坐标是解题的关键. 本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中.

参与本试卷答题和审题的老师有：sjzx；放飞梦想；gsls；2300680618；733599；  
家有儿女；神龙杉；sks；fangcao；曹先生；HJJ；dbz1018；tcm123；王学  
峰；三界无我；ZJX；HLing；Ldt（排名不分先后）

菁优网

2017年7月7日