

2016 年湖北省黄冈市中考数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．每小题给出的 4 个选项中，有且只有一个答案是正确的．

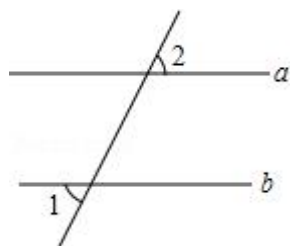
1. (3 分) (2016•黄冈) -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2016•黄冈) 下列运算结果正确的是 ()

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a^2=a$ D. $(a^2)^3=a^5$

3. (3 分) (2016•黄冈) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1=55^\circ$ ，则 $\angle 2=$ ()

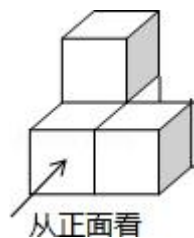


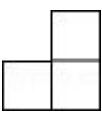
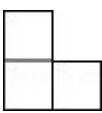
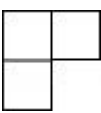
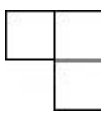
- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

4. (3 分) (2016•黄冈) 若方程 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 ，则 $x_1+x_2=$ ()

- A. -4 B. 3 C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

5. (3 分) (2016•黄冈) 如图，是由四个大小相同的小正方体拼成的几何体，则这个几何体的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

6. (3 分) (2016•黄冈) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+4}}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 0$ B. $x \geq -4$ C. $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$ D. $x > 0$ 且 $x \neq -1$

二、填空题：每小题 3 分，共 24 分．

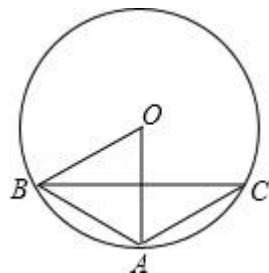
7. (3 分) (2016•黄冈) $\frac{9}{16}$ 的算术平方根是_____．

8. (3分) (2016•黄冈) 分解因式: $4ax^2 - ay^2 =$ _____.

9. (3分) (2016•黄冈) 计算: $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{12} =$ _____.

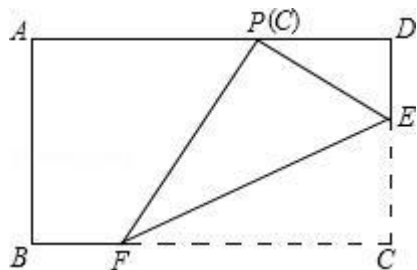
10. (3分) (2016•黄冈) 计算 $(a - \frac{2ab - b^2}{a}) \div \frac{a - b}{a}$ 的结果是_____.

11. (3分) (2016•黄冈) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle AOB = 70^\circ$, $AB = AC$, 则 $\angle ABC =$ _____.

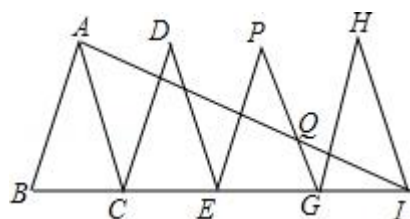


12. (3分) (2016•黄冈) 需要对一批排球的质量是否符合标准进行检测, 其中质量超过标准的克数记为正数, 不足标准的克数记为负数, 现抽取 8 个排球, 通过检测所得数据如下 (单位: 克): $+1, -2, +1, 0, +2, -3, 0, +1$, 则这组数据的方差是_____.

13. (3分) (2016•黄冈) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 CD, BC 上, 且 $DC = 3DE = 3a$. 将矩形沿直线 EF 折叠, 使点 C 恰好落在 AD 边上的点 P 处, 则 $FP =$ _____.



14. (3分) (2016•黄冈) 如图, 已知 $\triangle ABC, \triangle DCE, \triangle FEG, \triangle HGI$ 是 4 个全等的等腰三角形, 底边 BC, CE, EG, GI 在同一直线上, 且 $AB = 2, BC = 1$, 连接 AI , 交 FG 于点 Q , 则 $QI =$ _____.

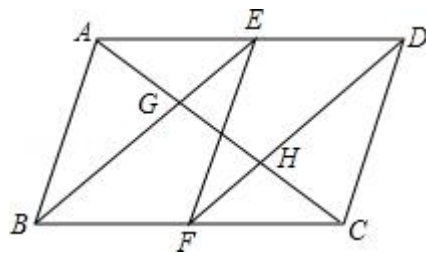


三、解答题：共 78 分.

15. (5 分) (2016•黄冈) 解不等式 $\frac{x+1}{2} \geq 3(x-1) - 4$.

16. (6 分) (2016•黄冈) 在红城中学举行的“我爱祖国”征文活动中，七年级和八年级共收到征文 118 篇，且七年级收到的征文篇数是八年级收到的征文篇数的一半还少 2 篇，求七年级收到的征文有多少篇？

17. (7 分) (2016•黄冈) 如图，在 $\square ABCD$ 中，E、F 分别为边 AD、BC 的中点，对角线 AC 分别交 BE、DF 于点 G、H. 求证：AG=CH.



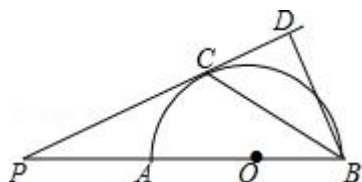
18. (6 分) (2016•黄冈) 小明、小林是三河中学九年级的同班同学，在四月份举行的自主招生考试中，他俩都被同一所高中提前录取，并将被编入 A、B、C 三个班，他俩希望能再次成为同班同学.

- (1) 请你用画树状图法或列举法，列出所有可能的结果；
- (2) 求两人再次成为同班同学的概率.

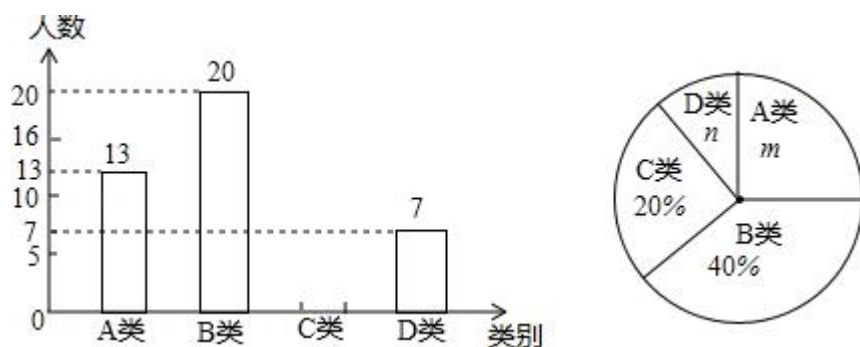
19. (8分) (2016•黄冈) 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 P 是 BA 延长线上一点, PC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 C, 过点 B 作 $BD \perp PC$ 交 PC 的延长线于点 D, 连接 BC. 求证:

(1) $\angle PBC = \angle CBD$;

(2) $BC^2 = AB \cdot BD$.



20. (6分) (2016•黄冈) 望江中学为了了解学生平均每天“诵读经典”的时间, 在全校范围内随机抽查了部分学生进行调查统计, 并将调查统计的结果分为: 每天诵读时间 $t \leq 20$ 分钟的学生记为 A 类, $20 \text{ 分钟} < t \leq 40$ 分钟的学生记为 B 类, $40 \text{ 分钟} < t \leq 60$ 分钟的学生记为 C 类, $t > 60$ 分钟的学生记为 D 类四种. 将收集的数据绘制成如下两幅不完整的统计图. 请根据图中提供的信息, 解答下列问题:



(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}\%$, $n = \underline{\hspace{2cm}}\%$, 这次共抽查了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名学生进行调查统计;

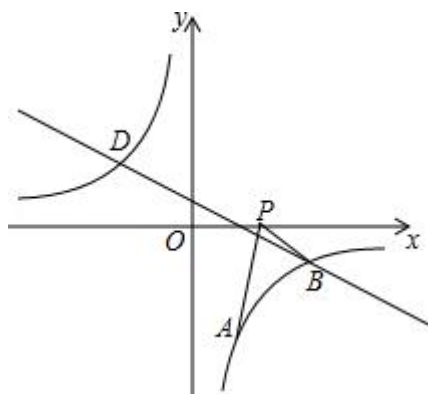
(2) 请补全上面的条形图;

(3) 如果该校共有 1200 名学生, 请你估计该校 C 类学生约有多少人?

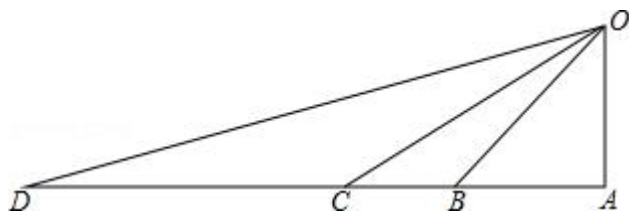
21. (8分) (2016•黄冈) 如图, 已知点 A (1, a) 是反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上一点, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 与反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象在第四象限的交点为点 B.

(1) 求直线 AB 的解析式;

(2) 动点 P (x, 0) 在 x 轴的正半轴上运动, 当线段 PA 与线段 PB 之差达到最大时, 求点 P 的坐标.



22. (8分) (2016•黄冈) “一号龙卷风”给小岛 O 造成了较大的破坏, 救灾部门迅速组织力量, 从仓储 D 处调集救援物资, 计划先用汽车运到与 D 在同一直线上的 C、B、A 三个码头中的一处, 再用货船运到小岛 O. 已知: $OA \perp AD$, $\angle ODA = 15^\circ$, $\angle OCA = 30^\circ$, $\angle OBA = 45^\circ$, $CD = 20\text{km}$. 若汽车行驶的速度为 50km/h , 货船航行的速度为 25km/h , 问这批物资在哪个码头装船, 最早运抵小岛 O? (在物资搬运能力上每个码头工作效率相同, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$).



23. (10 分) (2016•黄冈) 东坡商贸公司购进某种水果的成本为 20 元/kg, 经过市场调研发现, 这种水果在未来 48 天的销售单价 p (元/kg) 与时间 t (天) 之间的函数关系式为

$$p = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 30 & (1 \leq t \leq 24, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 48 & (25 \leq t \leq 48, t \text{ 为整数}) \end{cases}$$

且其日销售量 y (kg) 与时间 t (天) 的关系如表:

时间 t (天)	1	3	6	10	20	40	...
日销售量 y (kg)	118	114	108	100	80	40	...

- (1) 已知 y 与 t 之间的变化规律符合一次函数关系, 试求在第 30 天的日销售量是多少?
- (2) 问哪一天的销售利润最大? 最大日销售利润为多少?
- (3) 在实际销售的前 24 天中, 公司决定每销售 1kg 水果就捐赠 n 元利润 ($n < 9$) 给“精准扶贫”对象. 现发现: 在前 24 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大, 求 n 的取值范围.

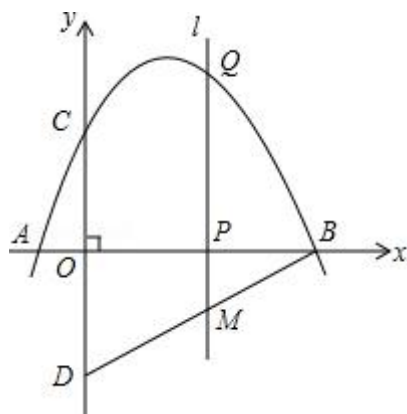
24. (14 分) (2016•黄冈) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A, 点 B, 与 y 轴交于点 C, 点 D 与点 C 关于 x 轴对称, 点 P 是 x 轴上的一个动点, 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 过点 P 作 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 Q.

(1) 求点 A、点 B、点 C 的坐标;

(2) 求直线 BD 的解析式;

(3) 当点 P 在线段 OB 上运动时, 直线 l 交 BD 于点 M, 试探究 m 为何值时, 四边形 CQMD 是平行四边形;

(4) 在点 P 的运动过程中, 是否存在点 Q, 使 $\triangle BDQ$ 是以 BD 为直角边的直角三角形? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年湖北省黄冈市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．每小题给出的 4 个选项中，有且只有一个答案是正确的．

1. (3 分) (2016•黄冈) -2 的相反数是 ()

A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可．

【解答】解： -2 的相反数是： $-(-2)=2$ ，

故选 A

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．不要把相反数的意义与倒数的意义混淆．

2. (3 分) (2016•黄冈) 下列运算结果正确的是 ()

A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $a^3 \div a^2=a$ D. $(a^2)^3=a^5$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方．

【分析】根据合并同类项法则，同底数幂相乘，底数不变指数相加；同底数幂相除，底数不变指数相减；幂的乘方，底数不变指数相乘对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、 a^2 与 a^3 是加，不是乘，不能运算，故本选项错误；

B、 $a^2 \cdot a^3=a^{2+3}=a^5$ ，故本选项错误；

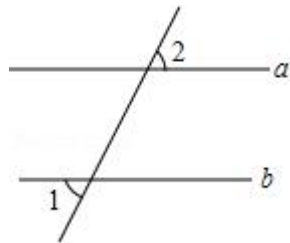
C、 $a^3 \div a^2=a^{3-2}=a$ ，故本选项正确；

D、 $(a^2)^3=a^{2 \times 3}=a^6$ ，故本选项错误．

故选 C．

【点评】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键．

3. (3 分) (2016•黄冈) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1=55^\circ$ ，则 $\angle 2=$ ()



A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

【考点】平行线的性质.

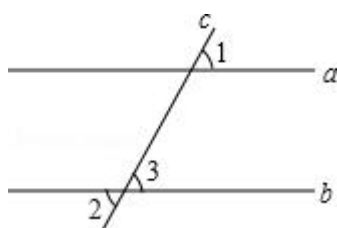
【分析】根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle 1=\angle 3$ ，再根据对顶角相等可得 $\angle 2$ 的度数．

【解答】解： $\because a \parallel b$ ，

$\therefore \angle 1=\angle 3$ ，

$\because \angle 1=55^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 55^\circ$,
 又 $\because \angle 2 = \angle 3$,
 $\therefore \angle 2 = 55^\circ$,
 故选: C.



【点评】此题主要考查了平行线的性质，关键是掌握：两直线平行，同位角相等.

4. (3 分) (2016•黄冈) 若方程 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ ()

A. -4 B. 3 C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

【考点】根与系数的关系.

【分析】由方程的各系数结合根与系数的关系可得出“ $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{4}{3}$ ”, 由此即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 方程 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 ,

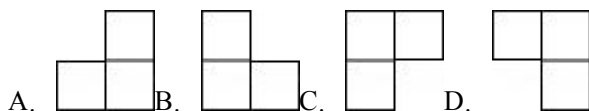
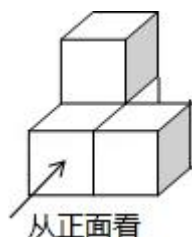
$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3}.$$

故选 D.

【点评】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是找出“ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3}$ ”. 本

题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根与系数的关系找出两根之和与两根之积是关键.

5. (3 分) (2016•黄冈) 如图，是由四个大小相同的小正方体拼成的几何体，则这个几何体的左视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解: 从左边看第一层是两个小正方形，第二层左边一个小正方形，

故选: B.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的图形是左视图.

6. (3分) (2016•黄冈) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+4}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 0$ B. $x \geq -4$ C. $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$ D. $x > 0$ 且 $x \neq -1$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不能为零, 被开方数是非负数, 可得答案.

【解答】解: 由题意, 得

$x+4 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得 $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$,

故选: C.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围, 利用分母不能为零, 被开方数是非负数得出不等式是解题关键.

二、填空题: 每小题 3 分, 共 24 分.

7. (3分) (2016•黄冈) $\frac{9}{16}$ 的算术平方根是 $\frac{3}{4}$.

【考点】算术平方根.

【专题】计算题.

【分析】算术平方根的定义: 一个非负数的正的平方根, 即为这个数的算术平方根, 由此即可求出结果.

【解答】解: $\because \frac{3}{4}$ 的平方为 $\frac{9}{16}$,

$\therefore \frac{9}{16}$ 的算术平方根为 $\frac{3}{4}$.

故答案为 $\frac{3}{4}$.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义, 算术平方根的概念易与平方根的概念混淆而导致错误.

8. (3分) (2016•黄冈) 分解因式: $4ax^2 - ay^2 = a(2x+y)(2x-y)$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 a , 再利用平方差进行分解即可.

【解答】解: 原式 $= a(4x^2 - y^2)$

$= a(2x+y)(2x-y)$,

故答案为: $a(2x+y)(2x-y)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

9. (3分) (2016•黄冈) 计算: $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{12} = -1 - \sqrt{3}$.

【考点】实数的运算.

【分析】首先去绝对值以及化简二次根式, 进而合并同类二次根式即可.

【解答】解: $|1 - \sqrt{3}| - \sqrt{12}$
 $= \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3}$
 $= -1 - \sqrt{3}$.

故答案为： $-1-\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简二次根式是解题关键.

10. (3分) (2016•黄冈) 计算 $(a - \frac{2ab - b^2}{a}) \div \frac{a-b}{a}$ 的结果是 $a-b$.

【考点】分式的混合运算.

【专题】计算题；分式.

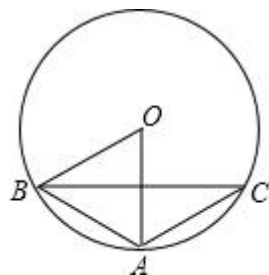
【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a} \cdot \frac{a}{a-b} = a-b$,

故答案为： $a-b$

【点评】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

11. (3分) (2016•黄冈) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle AOB=70^\circ$ ， $AB=AC$ ，则 $\angle ABC=$ 35° .



【考点】圆周角定理.

【分析】先根据圆周角定理求出 $\angle C$ 的度数，再由等腰三角形的性质即可得出结论.

【解答】解： $\because \angle AOB=70^\circ$,

$$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ.$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 35^\circ.$$

故答案为： 35° .

【点评】本题考查的是圆周角定理，熟知在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

12. (3分) (2016•黄冈) 需要对一批排球的质量是否符合标准进行检测，其中质量超过标准的克数记为正数，不足标准的克数记为负数，现抽取8个排球，通过检测所得数据如下(单位：克)：+1，-2，+1，0，+2，-3，0，+1，则这组数据的方差是 2.5 .

【考点】方差；正数和负数.

【分析】先求出平均数，再利用方差的计算公式解答即可.

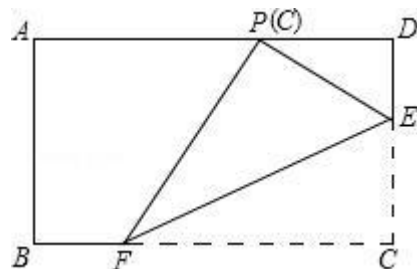
【解答】解：平均数 $= \frac{1-2+1+0+2-3+0+1}{8} = 0$,

$$\text{方差} = \frac{1}{8} [3(1-0)^2 + (2-0)^2 + (-2-0)^2 + (-3-0)^2] = 2.5,$$

故答案为：2.5

【点评】本题考查了方差公式，解题的关键是牢记公式并能熟练运用，此题比较简单，易于掌握.

13. (3分) (2016•黄冈) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E、F 分别在边 CD、BC 上, 且 $DC=3DE=3a$. 将矩形沿直线 EF 折叠, 使点 C 恰好落在 AD 边上的点 P 处, 则 $FP=$ $2\sqrt{3}a$.



【考点】矩形的性质；翻折变换（折叠问题）.

【分析】作 $FM \perp AD$ 于 M, 则 $MF=DC=3a$, 由矩形的性质得出 $\angle C=\angle D=90^\circ$. 由折叠的性质得出 $PE=CE=2a=2DE$, $\angle EPF=\angle C=90^\circ$, 求出 $\angle DPE=30^\circ$, 得出 $\angle MPF=60^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle MPF$ 中, 由三角函数求出 FP 即可.

【解答】解: 作 $FM \perp AD$ 于 M, 如图所示:

则 $MF=DC=3a$,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle C=\angle D=90^\circ$.

$\because DC=3DE=3a$,

$\therefore CE=2a$,

由折叠的性质得: $PE=CE=2a=2DE$, $\angle EPF=\angle C=90^\circ$,

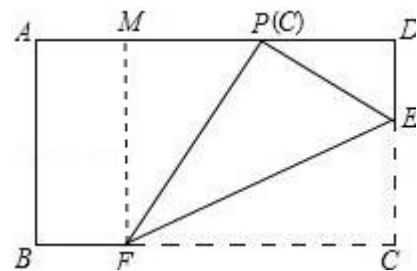
$\therefore \angle DPE=30^\circ$,

$\therefore \angle MPF=180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle MPF$ 中, $\therefore \sin \angle MPF = \frac{MF}{FP}$,

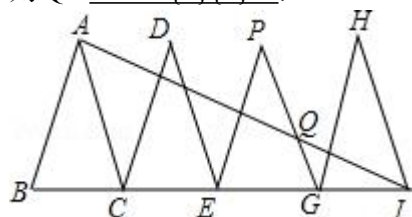
$$\therefore FP = \frac{MF}{\sin 60^\circ} = \frac{3a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}a;$$

故答案为: $2\sqrt{3}a$.



【点评】本题考查了折叠的性质、矩形的性质、三角函数等知识; 熟练掌握折叠和矩形的性质, 求出 $\angle DPE=30^\circ$ 是解决问题的关键.

14. (3分) (2016•黄冈) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 、 $\triangle FEG$ 、 $\triangle HGI$ 是 4 个全等的等腰三角形, 底边 BC 、 CE 、 EG 、 GI 在同一直线上, 且 $AB=2$, $BC=1$, 连接 AI , 交 FG 于点 Q , 则 $QI=\frac{4}{3}$.



【考点】相似三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质.

【分析】由题意得出 $BC=1$, $BI=4$, 则 $\frac{AB}{BI}=\frac{BC}{AB}$, 再由 $\angle ABI=\angle ABC$, 得 $\triangle ABI\sim\triangle CBA$,

根据相似三角形的性质得 $\frac{AC}{AI}=\frac{AB}{BI}$, 求出 AI , 根据全等三角形性质得到 $\angle ACB=\angle FGE$, 于

是得到 $AC\parallel FG$, 得到比例式 $\frac{QI}{AI}=\frac{GI}{BI}=\frac{1}{4}$, 即可得到结果.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 、 $\triangle FEG$ 是三个全等的等腰三角形,

$\therefore HI=AB=2$, $GI=BC=1$, $BI=4BC=4$,

$$\therefore \frac{AB}{BI}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}, \quad \frac{BC}{AB}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AB}{BI}=\frac{BC}{AB},$$

$\because \angle ABI=\angle ABC$,

$\therefore \triangle ABI\sim\triangle CBA$;

$$\therefore \frac{AC}{AI}=\frac{AB}{BI},$$

$\because AB=AC$,

$\therefore AI=BI=4$;

$\because \angle ACB=\angle FGE$,

$\therefore AC\parallel FG$,

$$\therefore \frac{QI}{AI}=\frac{GI}{BI}=\frac{1}{4},$$

$$\therefore QI=\frac{1}{4}AI=\frac{4}{4}.$$

故答案为: $\frac{4}{4}$.

【点评】本题主要考查了平行线分线段定理, 以及三角形相似的判定, 正确理解 $AB\parallel CD\parallel EF$, $AC\parallel DE\parallel FG$ 是解题的关键.

三、解答题: 共 78 分.

15. (5分) (2016•黄冈) 解不等式 $\frac{x+1}{2}\geq 3(x-1)-4$.

【考点】解一元一次不等式.

【分析】根据解一元一次不等式的步骤, 先去分母, 再去括号, 移项合并, 系数化为 1 即可.

【解答】解: 去分母得, $x+1\geq 6(x-1)-8$,

去括号得, $x+1 \geq 6x-6-8$,
 移项得, $x-6x \geq -6-8-1$,
 合并同类项得, $-5x \geq -15$.
 系数化为 1, 得 $x \leq 3$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式, 解一元一次不等式的基本操作方法与解一元一次方程基本相同, 都有如下步骤: ①去分母; ②去括号; ③移项; ④合并同类项; ⑤系数化为 1.

16. (6 分) (2016•黄冈) 在红城中学举行的“我爱祖国”征文活动中, 七年级和八年级共收到征文 118 篇, 且七年级收到的征文篇数是八年级收到的征文篇数的一半还少 2 篇, 求七年级收到的征文有多少篇?

【考点】一元一次方程的应用.

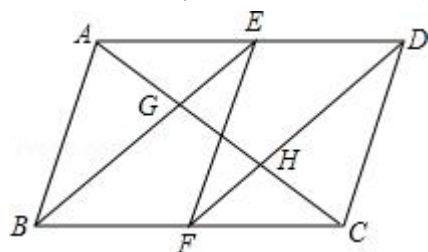
【分析】设七年级收到的征文有 x 篇, 则八年级收到的征文有 $(118-x)$ 篇. 结合七年级收到的征文篇数是八年级收到的征文篇数的一半还少 2 篇, 即可列出关于 x 的一元一次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】解: 设七年级收到的征文有 x 篇, 则八年级收到的征文有 $(118-x)$ 篇,
 依题意得: $(x+2) \times 2 = 118-x$,
 解得: $x=38$.

答: 七年级收到的征文有 38 篇.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用, 解题的关键是列出方程 $(x+2) \times 2 = 118-x$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据数量关系列出方程 (或方程组) 是关键.

17. (7 分) (2016•黄冈) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别为边 AD 、 BC 的中点, 对角线 AC 分别交 BE , DF 于点 G 、 H . 求证: $AG=CH$.



【考点】平行四边形的性质.

【专题】证明题.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$, 得出 $\angle ADF = \angle CFH$, $\angle EAG = \angle FCH$, 证出四边形 $BFDE$ 是平行四边形, 得出 $BE \parallel DF$, 证出 $\angle AEG = \angle CFH$, 由 ASA 证明 $\triangle AEG \cong \triangle CFH$, 得出对应边相等即可.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADF = \angle CFH$, $\angle EAG = \angle FCH$,
 $\because E$ 、 F 分别为 AD 、 BC 边的中点,
 $\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD$, $CF = BF = \frac{1}{2}BC$,
 $\therefore DE \parallel BF$, $DE = BF$,
 $\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,
 $\therefore BE \parallel DF$,

$$\therefore \angle AEG = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle AEG = \angle CFH,$$

$$\text{在} \triangle AEG \text{ 和 } \triangle CFH \text{ 中, } \begin{cases} \angle EAG = \angle FCH \\ AE = CF \\ \angle AEG = \angle CFH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle CFH \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AG = CH.$$

【点评】 本题考查了平行四边形的性质和判定，全等三角形的判定与性质；熟练掌握平行四边形的判定与性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

18. (6分) (2016•黄冈) 小明、小林是三河中学九年级的同班同学，在四月份举行的自主招生考试中，他俩都被同一所高中提前录取，并将被编入 A、B、C 三个班，他俩希望能再次成为同班同学.

(1) 请你用画树状图法或列举法，列出所有可能的结果；

(2) 求两人再次成为同班同学的概率.

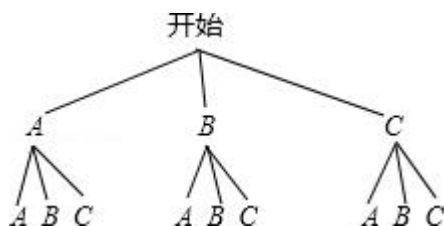
【考点】 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 画树状图法或列举法，即可得到所有可能的结果；

(2) 由 (1) 可知两人再次成为同班同学的概率.

【解答】 解：

(1) 画树状图如下：



由树形图可知所以可能的结果为 AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC;

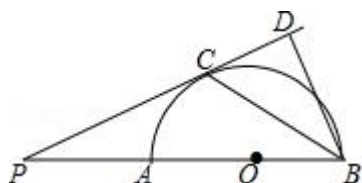
(2) 由 (1) 可知两人再次成为同班同学的概率 $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题涉及列表法和树状图法以及相关概率知识，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

19. (8分) (2016•黄冈) 如图，AB 是半圆 O 的直径，点 P 是 BA 延长线上一点，PC 是 $\odot O$ 的切线，切点为 C，过点 B 作 $BD \perp PC$ 交 PC 的延长线于点 D，连接 BC. 求证：

(1) $\angle PBC = \angle CBD$;

(2) $BC^2 = AB \cdot BD$.



【考点】 相似三角形的判定与性质；切线的性质.

【专题】 证明题；图形的相似.

【分析】(1) 连接 OC ，由 PC 为圆 O 的切线，利用切线的性质得到 OC 垂直于 PC ，再由 BD 垂直于 PD ，得到一对直角相等，利用同位角相等两直线平行得到 OC 与 BD 平行，进而得到一对内错角相等，再由 $OB=OC$ ，利用等边对等角得到一对角相等，等量代换即可得证；

(2) 连接 AC ，由 AB 为圆 O 的直径，利用圆周角定理得到 $\angle ACB$ 为直角，利用两对角相等的三角形相似得到三角形 ABC 与三角形 CBD 相似，利用相似三角形对应边成比例，变形即可得证。

【解答】证明：(1) 连接 OC ，

$\because PC$ 与圆 O 相切，

$\therefore OC \perp PC$ ，即 $\angle OCP=90^\circ$ ，

$\because BD \perp PD$ ，

$\therefore \angle BDP=90^\circ$ ，

$\therefore \angle OCP=\angle PDB$ ，

$\therefore OC \parallel BD$ ，

$\therefore \angle BCO=\angle CBD$ ，

$\because OB=OC$ ，

$\therefore \angle PBC=\angle BCO$ ，

$\therefore \angle PBC=\angle CBD$ ；

(2) 连接 AC ，

$\because AB$ 为圆 O 的直径， $\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

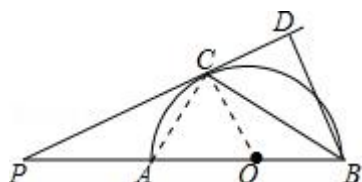
$\therefore \angle ACB=\angle CDB=90^\circ$ ，

$\because \angle ABC=\angle CBD$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBD$ ，

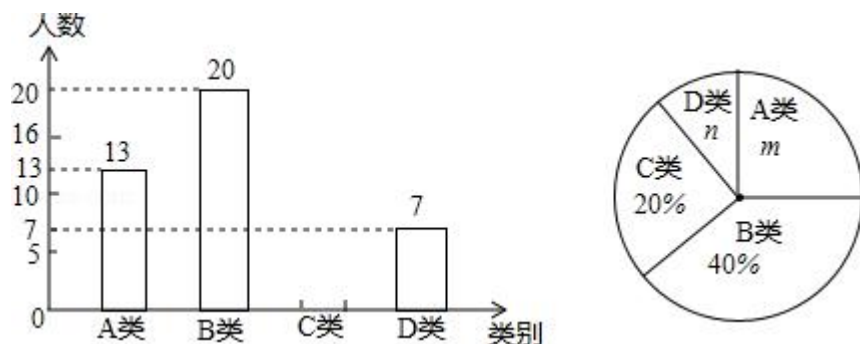
$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{AB}{BC}$$

则 $BC^2=AB \cdot BD$ 。



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，以及切线的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键。

20. (6分) (2016•黄冈) 望江中学为了了解学生平均每天“诵读经典”的时间，在全校范围内随机抽查了部分学生进行调查统计，并将调查统计的结果分为：每天诵读时间 $t \leq 20$ 分钟的学生记为 A 类， $20 \text{ 分钟} < t \leq 40$ 分钟的学生记为 B 类， $40 \text{ 分钟} < t \leq 60$ 分钟的学生记为 C 类， $t > 60$ 分钟的学生记为 D 类四种。将收集的数据绘制成如下两幅不完整的统计图。请根据图中提供的信息，解答下列问题：



- (1) $m = 26\%$, $n = 14\%$, 这次共抽查了 50 名学生进行调查统计;
 (2) 请补全上面的条形图;
 (3) 如果该校共有 1200 名学生, 请你估计该校 C 类学生约有多少人?

【考点】 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

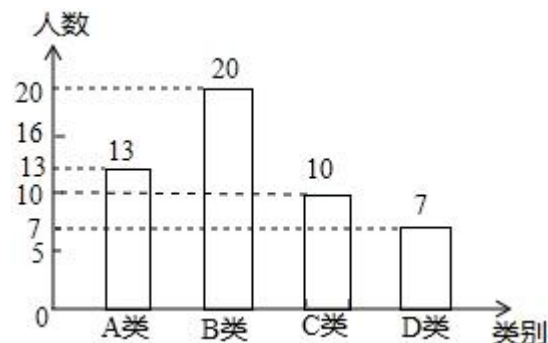
【专题】 统计与概率.

- 【分析】** (1) 根据条形统计图和扇形统计图可以求得调查的学生数和 m 、 n 的值;
 (2) 根据 (1) 和扇形统计图可以求得 C 类学生数, 从而可以将条形统计图补充完整;
 (3) 根据扇形统计图可以求得该校 C 类学生的人数.

【解答】 解: (1) 由题意可得,
 这次调查的学生有: $20 \div 40\% = 50$ (人),
 $m = 13 \div 50 \times 100\% = 26\%$, $n = 7 \div 50 \times 100\% = 14\%$,
 故答案为: 26, 14, 50;

(2) 由题意可得,
 C 类的学生数为: $50 \times 20\% = 10$,
 补全的条形统计图, 如右图所示,

(3) $1200 \times 20\% = 240$ (人),
 即该校 C 类学生约有 240 人.

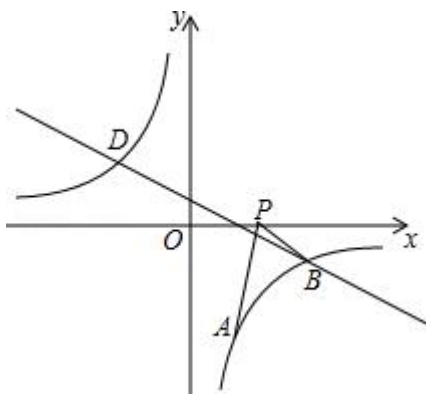


【点评】 本题考查条形统计图、用样本估计总体、扇形统计图, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

21. (8 分) (2016•黄冈) 如图, 已知点 A (1, a) 是反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上一点, 直

线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 与反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象在第四象限的交点为点 B.

- (1) 求直线 AB 的解析式;
 (2) 动点 P (x, 0) 在 x 轴的正半轴上运动, 当线段 PA 与线段 PB 之差达到最大时, 求点 P 的坐标.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】计算题.

【分析】(1) 先把 A (1, a) 代入反比例函数解析式求出 a 得到 A 点坐标, 再解方程组

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases} \text{ 得 B 点坐标, 然后利用待定系数法求 AB 的解析式;}$$

(2) 直线 AB 交 x 轴于点 Q, 如图, 利用 x 轴上点的坐标特征得到 Q 点坐标, 则 $PA - PB \leq AB$ (当 P、A、B 共线时取等号), 于是可判断当 P 点运动到 Q 点时, 线段 PA 与线段 PB 之差达到最大, 从而得到 P 点坐标.

【解答】解: (1) 把 A (1, a) 代入 $y = -\frac{3}{x}$ 得 $a = -3$, 则 A (1, -3),

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ 则 B (3, -1),}$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{把 A (1, -3), B (3, -1) 代入得 } \begin{cases} k + b = -3 \\ 3k + b = -1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = -4 \end{cases},$$

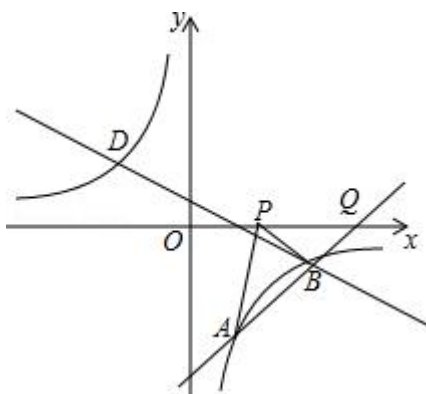
所以直线 AB 的解析式为 $y = x - 4$;

(2) 直线 AB 交 x 轴于点 Q, 如图,

当 $y = 0$ 时, $x - 4 = 0$, 解得 $x = 4$, 则 Q (4, 0),

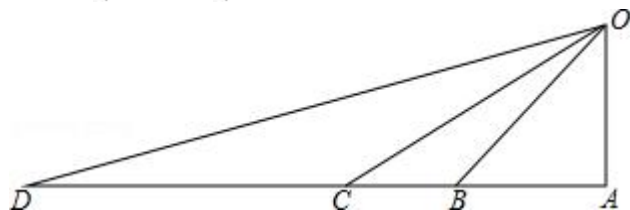
因为 $PA - PB \leq AB$ (当 P、A、B 共线时取等号),

所以当 P 点运动到 Q 点时, 线段 PA 与线段 PB 之差达到最大, 此时 P 点坐标为 (4, 0).



【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点：反比例函数与一次函数的交点问题 (1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点。

22. (8分) (2016•黄冈) “一号龙卷风”给小岛 O 造成了较大的破坏，救灾部门迅速组织力量，从仓储 D 处调集救援物资，计划先用汽车运到与 D 在同一直线上的 C、B、A 三个码头中的一处，再用货船运到小岛 O。已知：OA⊥AD，∠ODA=15°，∠OCA=30°，∠OBA=45°，CD=20km。若汽车行驶的速度为 50km/时，货船航行的速度为 25km/时，问这批物资在哪个码头装船，最早运抵小岛 O？(在物资搬运能力上每个码头工作效率相同，参考数据：√2≈1.4，√3≈1.7)。



【考点】 解直角三角形的应用.

【专题】 应用题.

【分析】 利用三角形外角性质计算出 ∠COD=15°，则 CO=CD=20，在 Rt△OCA 中利用含 30 度的直角三角形三边的关系计算出 $OA=\frac{1}{2}OC=10$ ， $CA=\sqrt{3}OA\approx 17$ ，在 Rt△OBA 中利用等腰直角三角形的性质计算出 BA=OA=10， $OB=\sqrt{2}OA\approx 14$ ，则 BC=7，然后根据速度公式分别计算出在三个码头装船，运抵小岛所需的时间，再比较时间的大小进行判断.

【解答】 解：∵ ∠OCA=∠D+∠COD，

$$\therefore \angle COD=30^{\circ}-15^{\circ}=15^{\circ},$$

$$\therefore CO=CD=20,$$

在 Rt△OCA 中，∵ ∠OCA=30°，

$$\therefore OA=\frac{1}{2}OC=10, CA=\sqrt{3}OA=10\sqrt{3}\approx 17,$$

在 Rt△OBA 中，∵ ∠OBA=45°，

$$\therefore BA=OA=10, OB=\sqrt{2}OA\approx 14,$$

$$\therefore BC=17-10=7,$$

当这批物资在 C 码头装船，运抵小岛 O 时，所用时间= $\frac{20}{50}+\frac{20}{25}=1.2$ (小时)；

当这批物资在 B 码头装船，运抵小岛 O 时，所用时间= $\frac{20+7}{50}+\frac{14}{25}=1.1$ (小时)；

当这批物资在 A 码头装船，运抵小岛 O 时，所用时间= $\frac{20+17}{50}+\frac{10}{25}=1.14$ (小时)；

所以这批物资在 B 码头装船，最早运抵小岛 O.

【点评】 本题考查了解直角三角形：将实际问题抽象为数学问题 (画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题).

23. (10 分) (2016•黄冈) 东坡商贸公司购进某种水果的成本为 20 元/kg, 经过市场调研发现, 这种水果在未来 48 天的销售单价 p (元/kg) 与时间 t (天) 之间的函数关系式为

$$p = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 30 & (1 \leq t \leq 24, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 48 & (25 \leq t \leq 48, t \text{ 为整数}) \end{cases}$$

且其日销售量 y (kg) 与时间 t (天) 的关系如表:

时间 t (天)	1	3	6	10	20	40	...
日销售量 y (kg)	118	114	108	100	80	40	...

- (1) 已知 y 与 t 之间的变化规律符合一次函数关系, 试求在第 30 天的日销售量是多少?
- (2) 问哪一天的销售利润最大? 最大日销售利润为多少?
- (3) 在实际销售的前 24 天中, 公司决定每销售 1kg 水果就捐赠 n 元利润 ($n < 9$) 给“精准扶贫”对象. 现发现: 在前 24 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大, 求 n 的取值范围.

【考点】 二次函数的应用; 一次函数的性质.

【分析】 (1) 设 $y = kt + b$, 利用待定系数法即可解决问题.

(2) 日利润 = 日销售量 $\times$ 每公斤利润, 据此分别表示前 24 天和后 24 天的日利润, 根据函数性质求最大值后比较得结论.

(3) 列式表示前 24 天中每天扣除捐赠后的日销售利润, 根据函数性质求 n 的取值范围.

【解答】 解: (1) 设 $y = kt + b$, 把 $t = 1, y = 118$; $t = 3, y = 114$ 代入得到:

$$\begin{cases} k + b = 118 \\ 3k + b = 114 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 120 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2t + 120.$$

(2) 设第 x 天的销售利润为 w 元.

$$\text{当 } 1 \leq t \leq 24 \text{ 时, 由题意 } w = (-2t + 120) \left(\frac{1}{4}t + 30 - 20 \right) = -\frac{1}{2}(t - 10)^2 + 1250,$$

$\therefore t = 10$ 时 w 最大值为 1250 元.

$$\text{当 } 25 \leq t \leq 48 \text{ 时, } w = (-2t + 120) \left(-\frac{1}{2}t + 48 - 20 \right) = t^2 - 108t + 2880,$$

$\therefore$ 对称轴 $x = 54, a = 1 > 0$,

$\therefore$ 在对称轴左侧 w 随 x 增大而减小,

$\therefore x = 25$ 时, w 最大值 = 805,

综上所述第 10 天利润最大, 最大利润为 1250 元.

(3) 设每天扣除捐赠后的日销售利润为 m 元.

$$\text{由题意 } m = (-2t + 120) \left(\frac{1}{4}t + 30 - 20 \right) - (-2t + 120)n = -\frac{1}{2}t^2 + (10 + 2n)t + 1200 - 120n,$$

$\therefore$ 在前 24 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大,

$$\therefore -\frac{10 + 2n}{2 \times (-\frac{1}{2})} \geq 24,$$

$$\therefore n \geq 7.$$

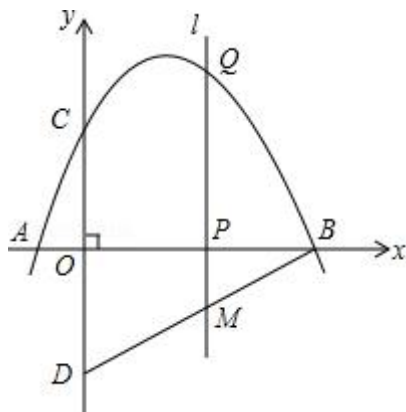
又 $\because n < 9$,

$\therefore n$ 的取值范围为 $7 \leq n < 9$.

【点评】此题主要考查了二次函数的应用，熟练掌握各函数的性质和图象特征，针对所给条件作出初步判断后需验证其正确性，最值问题需由函数的性质求解时，正确表达关系式是关键.

24. (14 分) (2016·黄冈) 如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A，点 B，与 y 轴交于点 C，点 D 与点 C 关于 x 轴对称，点 P 是 x 轴上的一个动点，设点 P 的坐标为 $(m, 0)$ ，过点 P 作 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 Q.

- (1) 求点 A、点 B、点 C 的坐标；
- (2) 求直线 BD 的解析式；
- (3) 当点 P 在线段 OB 上运动时，直线 l 交 BD 于点 M，试探究 m 为何值时，四边形 CQMD 是平行四边形；
- (4) 在点 P 的运动过程中，是否存在点 Q，使 $\triangle BDQ$ 是以 BD 为直角边的直角三角形？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据函数解析式列方程即可得到结论；

(2) 由点 C 与点 D 关于 x 轴对称，得到 $D(0, -2)$ ，解方程即可得到结论；

(3) 如图 1 所示：根据平行四边形的性质得到 $QM = CD$ ，设点 Q 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$ ，则 $M(m, \frac{1}{2}m - 2)$ ，列方程即可得到结论；

(4) 设点 Q 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$ ，分两种情况：①当 $\angle QBD = 90^\circ$ 时，根据勾股定理列方程求得 $m = 3$ ， $m = 4$ (不合题意，舍去)，②当 $\angle QDB = 90^\circ$ 时，根据勾股定理列方程求得 $m = 8$ ， $m = -1$ ，于是得到结论.

【解答】解：(1) $\because$ 令 $x = 0$ 得； $y = 2$ ，
 $\therefore C(0, 2)$.

$\because$ 令 $y = 0$ 得： $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$ ，

解得： $x_1 = -1$ ， $x_2 = 4$ ，

$\therefore A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$.

(2) $\because$ 点 C 与点 D 关于 x 轴对称，

$\therefore D(0, -2)$.

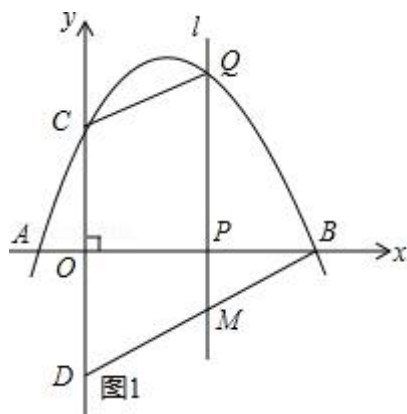
设直线 BD 的解析式为 $y = kx - 2$.

∴将 (4, 0) 代入得: $4k - 2 = 0$,

$$\therefore k = \frac{1}{2}.$$

∴直线 BD 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 2$.

(3) 如图 1 所示:



∵ $QM \parallel DC$,

∴当 $QM = CD$ 时, 四边形 CQMD 是平行四边形.

设点 Q 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$,

则 M $(m, \frac{1}{2}m - 2)$,

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 - (\frac{1}{2}m - 2) = 4,$$

解得: $m = 2$, $m = 0$ (不合题意, 舍去),

∴当 $m = 2$ 时, 四边形 CQMD 是平行四边形;

(4) 存在, 设点 Q 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$,

∵ $\triangle BDQ$ 是以 BD 为直角边的直角三角形,

∴①当 $\angle QBD = 90^\circ$ 时,

由勾股定理得: $BQ^2 + BD^2 = DQ^2$,

$$\text{即 } (m - 4)^2 + (-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)^2 + 20 = m^2 + (-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 + 2)^2,$$

解得: $m = 3$, $m = 4$ (不合题意, 舍去),

∴Q (3, 2);

②当 $\angle QDB = 90^\circ$ 时,

由勾股定理得: $BQ^2 = BD^2 + DQ^2$,

$$\text{即 } (m - 4)^2 + (-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)^2 = 20 + m^2 + (-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 + 2)^2,$$

解得: $m = 8$, $m = -1$,

∴Q (8, -18), (-1, 0),

综上所述: 点 Q 的坐标为 (3, 2), (8, -18), (-1, 0).

【点评】 本题考查了二次函数综合题，涉及的知识点有：坐标轴上点的特点，待定系数法求直线的解析式，平行四边形的判定和性质，勾股定理，方程思想和分类思想的运用，综合性较强，有一定的难度.

参与本试卷答题和审题的老师有: 王学峰; 星期八; 曹先生; 2300680618; wdxwwzy; sd2011; gbl210; sks; CJX; 1987483819; wdzyszmsy@126.com; 守拙; HLing; wd1899; zgm666; gsls; 弯弯的小河 (排名不分先后)

菁优网

2016 年 7 月 16 日

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数，在正数前面加负号“-”，叫做负数，一个数前面的“+”“-”号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点，正数是大于 0 的数，负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量，它包含两个要素，一是它们的意义相反，二是它们都是数量.

2. 相反数

- (1) 相反数的概念：只有符号不同的两个数叫做互为相反数.
- (2) 相反数的意义：掌握相反数是成对出现的，不能单独存在，从数轴上看，除 0 外，互为相反数的两个数，它们分别在原点两旁且到原点距离相等.
- (3) 多重符号的化简：与“+”个数无关，有奇数个“-”号结果为负，有偶数个“-”号，结果为正.
- (4) 规律方法总结：求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，如 a 的相反数是 -a，m+n 的相反数是 - (m+n)，这时 m+n 是一个整体，在整体前面添负号时，要用小括号.

3. 算术平方根

- (1) 算术平方根的概念：一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$ ，那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根. 记为 $\sqrt{a}$.
- (2) 非负数 a 的算术平方根 $\sqrt{a}$ 有双重非负性：①被开方数 a 是非负数；②算术平方根 $\sqrt{a}$ 本身是非负数.
- (3) 求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找.

4. 实数的运算

- (1) 实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方.
- (2) 在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.
3. 运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

5. 合并同类项

(1) 定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点：

①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；

③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变.

6. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广： $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时，应注意：①底数必须相同，如 2^3 与 2^5 ， $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$ ， $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等；② a 可以是单项式，也可以是多项式；③按照运算性质，只有相乘时才是底数不变，指数相加.

(3) 概括整合：同底数幂的乘法，是学校整式乘除运算的基础，是学好整式运算的关键. 在运用时要抓住“同底数”这一关键点，同时注意，有的底数可能并不相同，这时可以适当变形为同底数幂.

7. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果.

8. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数}, m > n)$$

①底数 $a \neq 0$ ，因为 0 不能做除数；

②单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；

③应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么.

9. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

10. 分式的混合运算

(1) 分式的混合运算, 要注意运算顺序, 式与数有相同的混合运算顺序; 先乘方, 再乘除, 然后加减, 有括号的先算括号里面的.

(2) 最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

(3) 分式的混合运算, 一般按常规运算顺序, 但有时应先根据题目的特点, 运用乘法的运算律进行灵活运算.

【规律方法】分式的混合运算顺序及注意事项

1. 注意运算顺序: 分式的混合运算, 先乘方, 再乘除, 然后加减, 有括号的先算括号里面的.

2. 注意化简结果: 运算的结果要化成最简分式或整式. 分子、分母中有公因式的要进行约分化简为最简分式或整式.

3. 注意运算律的应用: 分式的混合运算, 一般按常规运算顺序, 但有时应先根据题目的特点, 运用乘法的运算律运算, 会简化运算过程.

11. 一元一次方程的应用

(一)、一元一次方程解应用题的类型有: (1) 探索规律型问题; (2) 数字问题; (3) 销售问题 (利润=售价-进价, 利润率=利润/进价 $\times 100\%$); (4) 工程问题 (①工作量=人均效率 $\times$ 人数 $\times$ 时间; ②如果一件工作分几个阶段完成, 那么各阶段的工作量的和=工作总量); (5) 行程问题 (路程=速度 $\times$ 时间); (6) 等值变换问题; (7) 和, 差, 倍, 分问题; (8) 分配问题; (9) 比赛积分问题; (10) 水流航行问题 (顺水速度=静水速度+水流速度; 逆水速度=静水速度-水流速度).

(二)、利用方程解决实际问题的基本思路如下: 首先审题找出题中的未知量和所有的已知量, 直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为 x , 然后用含 x 的式子表示相关的量, 找出之间的相等关系列方程、求解、作答, 即设、列、解、答.

列一元一次方程解应用题的五个步骤

1. 审: 仔细审题, 确定已知量和未知量, 找出它们之间的等量关系.

2. 设: 设未知数 (x), 根据实际情况, 可设直接未知数 (问什么设什么), 也可设间接未知数.

3. 列: 根据等量关系列出方程.

4. 解: 解方程, 求得未知数的值.

5. 答: 检验未知数的值是否正确, 是否符合题意, 完整地写出答句.

12. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时, $x_1+x_2=-p$, $x_1x_2=q$, 反过来可得 $p=-(x_1+x_2)$, $q=x_1x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$, 反过来也成立, 即 $\frac{b}{a}=-(x_1+x_2)$, $\frac{c}{a}=x_1x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

①不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ②已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2+x_2^2$ 等等. ④判断两根的符号. ⑤求作新方程. ⑥由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

13. 解一元一次不等式

根据不等式的性质解一元一次不等式

基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1.

以上步骤中，只有①去分母和⑤化系数为 1 可能用到性质 3，即可能变不等号方向，其他都不会改变不等号方向.

注意：符号“ $\geq$ ”和“ $\leq$ ”分别比“ $>$ ”和“ $<$ ”各多了一层相等的含义，它们是不等号与等号合写形式.

14. 函数自变量的取值范围

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义.

①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数. 例如 $y=2x+13$ 中的 x .

②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零. 例如 $y=x+2x-1$.

③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义.

15. 一次函数的性质

一次函数的性质:

$k > 0$, y 随 x 的增大而增大，函数从左到右上升； $k < 0$, y 随 x 的增大而减小，函数从左到右下降.

由于 $y=kx+b$ 与 y 轴交于 $(0, b)$ ，当 $b > 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的正半轴上，直线与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴，直线与 y 轴交于负半轴.

16. 反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点.

(2) 判断正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中的交点个数可总结为:

①当 k_1 与 k_2 同号时，正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中有 2 个交点;

②当 k_1 与 k_2 异号时，正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 在同一直角坐标系中有 0 个交点.

17. 二次函数的应用

(1) 利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中，经常会遇到求最大利润，最大销量等问题. 解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围.

(2) 几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有：几何图形中面积的最值，用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论.

(3) 构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线的解析式，通过解析式可解决一些测量问题或其他问题.

18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系，建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建，建立直角坐标系下的二次函数图象，然后数形结合解决问题，需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

19. 平行线的性质

1、平行线性质定理

定理 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等. 简单说成：两直线平行，同位角相等.

定理 2：两条平行线被地三条直线所截，同旁内角互补. 简单说成：两直线平行，同旁内角互补.

定理 3：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等. 简单说成：两直线平行，内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

20. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等. 【简称：等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰；②底边上的高；③底边上的中线；④顶角平分线. 以上四个元素中，从中任意取出两个元素当成条件，就可以得到另外两个元素为结论.

21. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念：有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质：

- ①边：平行四边形的对边相等.
- ②角：平行四边形的对角相等.
- ③对角线：平行四边形的对角线互相平分.
- (3) 平行线间的距离处处相等.
- (4) 平行四边形的面积:
 - ①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
 - ②同底（等底）同高（等高）的平行四边形面积相等.

22. 矩形的性质

- (1) 矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形.
- (2) 矩形的性质
 - ①平行四边形的性质矩形都具有；
 - ②角：矩形的四个角都是直角；
 - ③边：邻边垂直；
 - ④对角线：矩形的对角线相等；
 - ⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点.
- (3) 由矩形的性质，可以得到直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

23. 圆周角定理

- (1) 圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.
- 注意：圆周角必须满足两个条件：①定点在圆上. ②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可.
- (2) 圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.
- 推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角， 90° 的圆周角所对的弦是直径.
- (3) 在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握.
- (4) 注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆心角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

24. 切线的性质

- (1) 切线的性质
 - ①圆的切线垂直于经过切点的半径.
 - ②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
 - ③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.
- (2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ①直线过圆心; ②直线过切点; ③直线与圆的切线垂直.
- (3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作: 见切点, 连半径, 见垂直.

25. 翻折变换（折叠问题）

1、翻折变换（折叠问题）实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时，对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠，这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时，我们常常设要求的线段长为 x ，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时，应认真审题，设出正确的未知数.

26. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形，它沿袭相似多边形的定义，从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义；反过来，两个三角形相似也有对应角相等，对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作辅助线构造相似三角形，判定三角形相似的方法有事可单独使用，有时需要综合运用，无论是单独使用还是综合运用，都要具备应有的条件方可.

27. 解直角三角形的应用

(1) 通过解直角三角形能解决实际问题中的很多有关测量问.

如：测不易直接测量的物体的高度、测河宽等，关键在于构造出直角三角形，通过测量角的度数和测量边的长度，计算出所要求的物体的高度或长度.

(2) 解直角三角形的一般过程是：

①将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题）.

②根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案.

28. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进，通过仔细观察和想象，再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为：

主、俯：长对正；

主、左：高平齐；

俯、左：宽相等.

29. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本,我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息.这时,我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布,从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征(主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差).

一般来说,用样本去估计总体时,样本越具有代表性、容量越大,这时对总体的估计也就越精确.

30. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数.通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系.用整个圆的面积表示总数(单位1),用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点:从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数,再算出各部分圆心角的度数,公式是各部分扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____ ②按比例取适当半径画一个圆;按扇形圆心角的度数量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;

④在各扇形内写上相应的名称及百分数,并用不同的标记把各扇形区分开来.

31. 条形统计图

(1) 定义:条形统计图是用线段长度表示数据,根据数量的多少画成长短不同的矩形直条,然后按顺序把这些直条排列起来.

(2) 特点:从条形图可以很容易看出数据的大小,便于比较.

(3) 制作条形图的一般步骤:

①根据图纸的大小,画出两条互相垂直的射线.

②在水平射线上,适当分配条形的位置,确定直条的宽度和间隔.

③在与水平射线垂直的射线上,根据数据大小的具体情况,确定单位长度表示多少.

④按照数据大小,画出长短不同的直条,并注明数量.

32. 方差

(1) 方差:一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数,叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均,再求差,然后平方,最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况,这个结果叫方差,通常用 s^2 来表示,计算公式是:

$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量.方差越大,则平均值的离散程度越大,稳定性也越小;反之,则它与其平均值的离散程度越小,稳定性越好.

33. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时,我们常用列表的方式,列出所有可能的结果,再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ,再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ,求出概率.

(3) 列举法(树形图法)求概率的关键在于列举出所有可能的结果,列表法是一种,但当一个事件涉及三个或更多元素时,为不重不漏地列出所有可能的结果,通常采用树形图.

- (4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .
- (5) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举.